

## PLAZMA İLE DOLDURULMUŞ KAVİTEDE DARBE İŞARETİ TARAFINDAN UYARILAN ALANLARIN ZAMANLA EVRİMİ

(EVOLUTION OF THE FIELDS EXCITED BY A PULSE SIGNAL IN A CAVITY FILLED WITH A PLASMA)

Fatih ERDEN<sup>1</sup>, Ünal BİÇER<sup>2</sup>

### ÖZ

Bu çalışmanın amacı, plazma ile doldurulmuş ve mükemmel iletken yüzeylerle kaplanmış dikdörtgen bir kavitede, darbe işareti ile uyarılabilen alanların analizi için zaman ekseninde yeni bir yaklaşım sunmaktır. Başlangıç koşulları ile desteklenmiş zaman türevli Maxwell denklemleri nedensellik prensibi altında çözülmüştür. Plazma ortamı için Ohm kanununun dinamik versiyonu, plazma akımı vektörü ile elektrik alan vektörü arasındaki bünye denklemi olarak Maxwell denklemler sistemine ilave edilmiştir. Elektrik alan, manyetik alan ve plazma akımı için çözümler, kesin çözüm olarak konvolüsyon integraleri formunda elde edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Kavite, Sinyal, Darbe, Zaman eksen, Elektromanyetik teoriye evrimsel yaklaşım

### ABSTRACT

*Goal of this study is to present an novel time domain approach for the analysis of waveforms which can be excited by a pulse signal in a rectangular cavity filled with a plasma and bounded by perfect electric conductor surfaces. Maxwell's equations with time-derivative supplemented with initial conditions have been solved under the principle of causality. Dynamic version of the Ohm's law for plasma was involved in the system of Maxwell's equations as the constitutive relation between the plasma current vector and the electric field. Solutions for the electric field, magnetic field, and the plasma current have been obtained explicitly in the form of convolution integrals.*

**Keywords:** Cavity, Signal, Surge, Pulse, Time domain, Evolutionary approach to electromagnetics

<sup>1</sup>Deniz Harp Okulu, Elektronik Mühendisliği Bölümü, İSTANBUL, ferden@dho.edu.tr (Sorumlu Yazar)

<sup>2</sup>Deniz Harp Okulu, Deniz Bilimleri ve Mühendisliği Enstitüsü, İSTANBUL, unalbicer@ymail.com

## 1. GİRİŞ

Bu çalışma doğal veya insan yapımı gerilim ve akım darbelerinden elektronik sistemlerin korunmasına ilişkindir. Elektromanyetik salınım işaretlerinden farklı olarak darbeler, çeşitli alanlardaki elektronik sistemler ve ekipmanlar üzerinde hatalara sebep olabilmektedir. Navigasyon, savunma ve haberleşme sistemleri, bilgisayar ve modern tıp ekipmanları; yıldırım etkisi, endüstriyel ve evsel aletlerdeki arızalar, elektrostatik boşalmalar gibi doğal darbelerin etkisinin yanında, çok küçük ebatlarda üretilebilen insan yapımı darbe jeneratörlerinin de tehdidi altındadır [1, 2].

Bu çalışmada, plazma ile doldurulmuş mikrodalga kavite içerisindeki dinamik bir ortamda alan büyüklüklerinin zamanla değişimi konusunda Elektromanyetik Teoriye Evrimsel Yaklaşım (ETEY) metodunun yeterliliği gösterilmiştir. Kavite, hemen her mikrodalga sisteminde bulunan karakteristik elemanlardır. Akım darbelerini modellemek için literatürde yaygın olarak kullanılan çift-üstel darbe dalga şekli kullanılmıştır [3].

Her darbenin zamanda bir başlangıcı olduğundan, Maxwell denklemleri sistemine ilişkin çözümler uygun başlangıç koşulları altında nedensellik prensibine uygun olarak elde edilmiştir. Kavitede irrotasyonel ve solenoidal modal alanların her ikisi de uyarılmaktadır. Modal genliklere ait kesin çözümler elde edilmiş ve solenoidal dalga şekilleri üzerinde baskın olan irrotasyonel dalga şekilleri gözlenmiştir. Gerçek durumlara ilişkin problemlerde kavite bir ortam ile dolu olabileceğinden, kavite homojen plazma ile tamamen doldurulmuş olarak düşünülmüştür. Bu durum Maxwell denklemleri sisteminin, dinamik Ohm kanunu olarak yorumlanabilen ve plazma akımı vektörü ile elektrik alan vektörü arasında bünye bağlantısı kuran, plazma için hareket denklemi ile desteklenmesini gerektirmektedir. Genliklere ilişkin çözümler basit konvolüsyon integralleri formunda elde edilmiştir.

ETEY, kavite ve dalga kılavuzu problemlerini zaman ekseninde analitik olarak çözebilecek şekilde ortaya konmuştur [4]. Elektromanyetikte zaman eksenini çözümlerine ilişkin gelişimin farklı yönleri literatürde tartışılmıştır [5-9]. Boş kavitenin sinüsoidal ve çift-üstel işaretler ile uyarılması problemi [10]'da, Debye ve Lorentz dinamik ortamları ile doldurulmuş kavitenin çift-üstel işaret ile uyarılması problemi; Debye ve Lorentz ortamları için polarizasyon vektörü ile elektrik alan şiddeti bağıntısını veren Debye ve Lorentz dinamik bünye bağıntıları kullanılarak literatürde çalışılmıştır [11]. Bu çalışmada ise elektron gaz yoğunluğu ile karakterize edilen plazma ortamı için, plazma akımı ile elektrik alan şiddeti bağıntısını veren hareket denklemi kullanılarak çift-üstel işaret ile uyarılan alanların zamanla değişimi sergilenmiştir.

Ayrıca, ETEY yöntemi ile zaman ekseninde elde edilen çözümlerin diğer yöntemlerle kıyaslanarak doğruluğunun gösterilmesine ilişkin çalışmalar da bulunmaktadır [20]. Yakın zamanda ETEY klasik zaman-harmonik alan teorisine alternatif olarak kabul edilmiştir [21].

## 2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU

### 2.1. Kavite ve Ortamın Açıklanması

Kartezyen koordinat sisteminde  $(x, y, z)$ ,  $O(0, 0, 0)$  orjin noktası,  $a$ ,  $b$  ve  $d$  kenar uzunlukları olmak üzere  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$ ,  $0 \leq z \leq d$  ebatlarında bir  $V$  kavite

hacmi tanımlansın.  $n$ ;  $S$  yüzeyinden dışarı birim normal,  $\mathbf{r}$ ;  $V$  hacimli bir kavite içerisindeki gözlem noktasının konum vektörü ve  $t$ ; gözlem zamanı olmak üzere  $V$  kavite hacmi, üzerinde

$$\mathbf{r} \in S: \quad n \times E(\mathbf{r}, t) = 0 \quad n \times H(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1)$$

sınır koşullarının sağlandığı mükemmel iletken  $S$  yüzeyi ile çevrelenmiş olsun.  $E(\mathbf{r}, t)$  ve  $H(\mathbf{r}, t)$  çözümü aranan elektrik ve manyetik alan kuvvet vektörleridir. Kavite,  $N$  hacimsel “elektron gaz” yoğunluğu ile karakterize edilmiş, homojen ve manyetize olmayan plazma ile doldurulmuş olsun. Plazma fiziğine göre  $E(\mathbf{r}, t)$  alanı tarafından  $J(E(\mathbf{r}, t))$  plazma akımı

$$\frac{d}{dt} J(E(\mathbf{r}, t)) + \frac{1}{\tau_0} J(E(\mathbf{r}, t)) = \varepsilon_0 \omega_p^2 E(\mathbf{r}, t) \quad (2)$$

plazma için hareket denklemi ile uyarılır [22]. Burada;  $\tau_0$  plazma ortamı için elektronlar arasındaki çarpışmaların ortalama zamanı olmak üzere bir plazma parametresi,  $\omega_p^2 = Nq_e^2 / (m_e \varepsilon_0)$  plazma frekansı,  $m_e$  ve  $q_e$  sırasıyla elektronun kütlesi ve işaretli yükü,  $\varepsilon_0$  ise boşluk için dielektrik geçirgenlik katsayısıdır. Eğer Eşitlik 2’deki  $E(\mathbf{r}, t)$  zamana bağlı değilse,  $J(E(\mathbf{r}))$ ’nin çözümü de zamana bağlı değildir. Dolayısıyla, diferansiyel prosedür  $\frac{d}{dt}$ ’nin 0 ile çarpım anlamına gelmesi,  $\sigma = \varepsilon_0 \tau_0 \omega_p^2$  plazmanın doğru-akım iletkenliği olmak üzere

$$J(E(\mathbf{r})) = \sigma E(\mathbf{r}) \quad (3)$$

statik Ohm kanununu verir. Eşitlik 2’nin statik durumu olan Eşitlik 3’ün Maxwell denklemlerine uygulanması, zamanla değişen bir alan içerisine yerleştirilmiş  $\sigma$  iletkenlik katsayısına sahip iletken ortamı modeller. Bu çalışmada ise, hareket denklemi, Ohm kanununun dinamik bir versiyonu olarak yorumlanmış ve Maxwell denklemler sistemi ile birlikte çözülmüştür (Eşitlik 2 ve Eşitlik 3).

## 2.2. Zaman Ekseni Probleminin Açıklanması

Elektrik alan vektörü  $E(\mathbf{r}, t)$  ve manyetik alan vektörü  $H(\mathbf{r}, t)$  için Maxwell denklemler sistemi,  $J(E(\mathbf{r}, t))$  plazma akım yoğunluğu ve  $J_{kaynak}(\mathbf{r}, t)$  harici kaynağın verilen bir fonksiyonu olmak üzere

$$\begin{aligned} \nabla \times H(\mathbf{r}, t) &= \varepsilon_0 \partial_t E(\mathbf{r}, t) + J(E(\mathbf{r}, t)) + J_{kaynak}(\mathbf{r}, t) \\ -\nabla \times E(\mathbf{r}, t) &= \mu_0 \partial_t H(\mathbf{r}, t) \end{aligned} \quad (4)$$

şeklinde yazılabilir. Eşitlik 4’deki plazma akım yoğunluğu  $J(E(\mathbf{r}, t))$ , bir elektrik alan tarafından uyarılan plazma ortamındaki alanlar için plazma için hareket denklemi ile ifade edilen vektörel büyüklüktür (Eşitlik 2).  $\sigma$  iletkenlik katsayısı yeni bir formda

$$2\gamma = \tau_0 \omega_p^2 \quad (5)$$

şeklinde yazılabilir.

Eşitlik 5'in Eşitlik 2'ye uygulanması plazma için hareket denklemini yeni bir formda verir.

$$\frac{1}{\varepsilon_0} \left( \tau_0 \frac{d}{dt} J(\mathbf{r}, t) + J(\mathbf{r}, t) \right) = 2\gamma E(\mathbf{r}, t). \quad (6)$$

### 2.3. Kavite İçerisine Uygulanan Kaynak Fonksiyonu

Eşitlik 4'deki  $J_{kaynak}(\mathbf{r}, t)$  fonksiyonu, kavite içerisine uygulanan (zorlanmış) salınımları ifade eder.  $J_{kaynak}(\mathbf{r}, t)$  kaynak fonksiyonu;  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ ,  $s(t)$  sinyal taşıyıcısının tanımlanması için atanan ve koordinat belirten verilmiş bir vektör fonksiyonu olmak üzere  $J_{kaynak}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \mathbf{F}(\mathbf{r}) s(t) K$  şeklinde ifade edilsin.  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$  vektörü  $E(\mathbf{r}, t)$  alanı ile aynı fiziksel boyutta,  $s(t)$  zamanın boyutsuz fonksiyonu ve  $T$  esas zaman olmak üzere;  $K = \frac{1}{T}$  katsayısı  $J_{kaynak}(\mathbf{r}, t)$ 'ın tanımını

$$J_{kaynak}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \mathbf{F}(\mathbf{r}) s(t) / T \quad (7)$$

şeklinde verir.  $H(t)$  Heaviside basamak fonksiyonu olmak üzere, darbe  $t=0$  anında bir başlangıca sahip olduğundan,  $s(t)$

$$s(t) = H(t) f(t) \quad (8)$$

şeklinde belirtilebilir. Bu çalışmada,  $\gamma_2 > \gamma_1 > 0$  olmak üzere  $t > 0$  için;  $f(t)$  kuvvet fonksiyonu çift-üstel darbe

$$f(t) = \left( e^{-\gamma_1 t} - e^{-\gamma_2 t} \right) / \left( e^{-\gamma_1 T} - e^{-\gamma_2 T} \right) \quad (9)$$

ile modellenmiştir.  $f(T) = 1$  olduğu açıktır.  $T$  parametresinin değerinin Eşitlik 9'un maksimumunu ifade eden  $\left. \frac{d}{dt} s(t) \right|_{t=T} = 0$  şartıyla belirtilmesi çift-üstel darbe fonksiyonu parametreleri için

$$T = \eta / \gamma_1 = \rho \eta / \gamma_2, \quad \rho = \gamma_2 / \gamma_1 > 1, \quad \eta = (\ln \rho) / (\rho - 1) \quad (10)$$

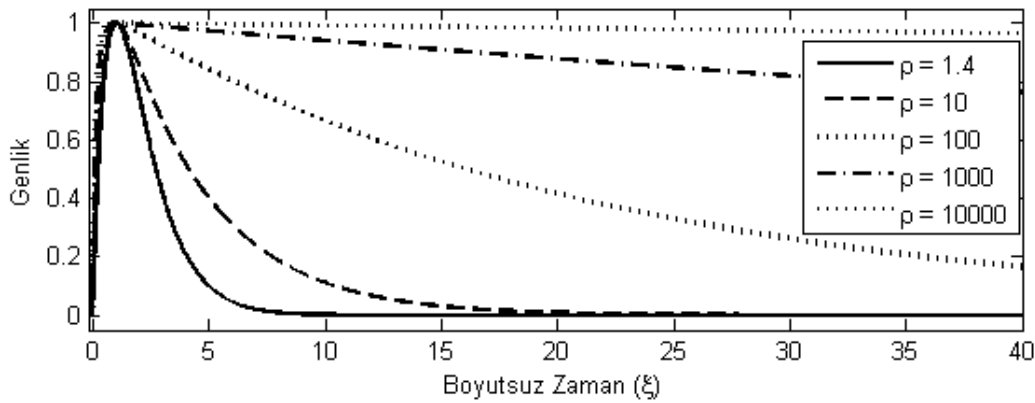
tanımlarını verir.

Darbe dalga şeklini,  $\xi = t/T$  şeklindeki boyutsuz zamanın fonksiyonu olarak gözlemlemek uygundur. Bu durumda darbe sinyali

$$f(\xi) = (e^{-\eta\xi} - e^{-\rho\eta\xi})e^{\eta} \rho / (\rho - 1) \quad (11)$$

matematiksel eşitliği ile modellenir.

Bu çalışmada matematiksel olarak Eşitlik 11 ile ifade edilen darbe modeli farklı  $\rho$  değerleri için Şekil 1’de gösterilmiştir.  $\rho$  değeri sonsuza yaklaştırılarak Eşitlik 11, birim basamak fonksiyonu için model olarak kullanılabilir.



Şekil 1.  $\rho$ 'nun farklı değerleri için çift-üstel fonksiyon ile modellenen darbe sinyali

Kaynak sinyali  $t < 0$ 'da bulunmadığından, zorlanmış salınımlar nedensellik prensibine uygun olarak

$$E(\mathbf{r}, t) = 0 \quad H(\mathbf{r}, t) = 0, \text{ eğer } t < 0 \text{ ise} \quad (12)$$

şeklinde bulunmalıdır.

Herhangi bir elektromanyetik alanın enerjisinin sonlu olduğu genel fiziksel kabulü

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \int_{V'} (\varepsilon_0 E(\mathbf{r}, t) \cdot E(\mathbf{r}, t) + \mu_0 H(\mathbf{r}, t) \cdot H(\mathbf{r}, t)) dv < \infty \quad (13)$$

şeklinde ifade edilen bir çözümler uzayı oluşturur. Burada  $0 \leq t_1 < t_2 < \infty$ ,  $V' \subseteq V$  olmak üzere, nokta vektörlerin skaler çarpımını,  $E(\mathbf{r}, t)$  ve  $H(\mathbf{r}, t)$  ise uzay ve zamanın gerçek değerli fonksiyonlarını belirtir. Eşitlik 13, çalışılan bu problemin çözümler uzayı olarak bir  $L_2(V)$  Hilbert uzayı seçilmesini önerir.

### 3. ELEKTROMANYETİK TEORİYE EVRİMSEL YAKLAŞIM İÇİN ŞEMA

#### 3.1. Çözümler Uzayı

Eşitlik 4'de verilen Maxwell denklemlerinin sol yanından altı bileşenli  $\mathbf{X}(\mathbf{r}) = \text{col}(\mathbf{E}(\mathbf{r}), \mathbf{H}(\mathbf{r}))$  sütun vektörü tanımlanarak, altı bileşenli sütun vektörünün bileşenleri olan  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  ve  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  için aynı sınır koşulları uygulanabilir. Gerçek değerli çözüm uzayı

$$\langle \mathbf{X}_1(\mathbf{r}), \mathbf{X}_2(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{V} \int_V (\epsilon_0 \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_2(\mathbf{r}) + \mu_0 \mathbf{H}_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{H}_2(\mathbf{r})) dv \quad (14)$$

iç çarpımı ile tanımlanır. Burada  $\mathbf{X}_1 = \text{col}(\mathbf{E}_1(\mathbf{r}), \mathbf{H}_1(\mathbf{r}))$ ,  $\mathbf{X}_2 = \text{col}(\mathbf{E}_2(\mathbf{r}), \mathbf{H}_2(\mathbf{r}))$  çifti,  $L_2$  Hilbert çözüm uzayının rastgele elemanlarından oluşmaktadır.

#### 3.2. Kendine-Eşlenik Operatör

Eşitlik 4'te  $\{\mathbf{r} \in V, \mathbf{r} \notin S\}$  ekseninde sadece  $\mathbf{X}(\mathbf{r})$  vektörü üzerinde işlem yapan  $6 \times 6$  bir  $\mathfrak{R}$  matris diferansiyel operatörü

$$\mathfrak{R}\mathbf{X}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \mathbf{O} & \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \times \\ \frac{1}{\mu_0} \nabla \times & \mathbf{O} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \\ \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (15)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada  $\mathbf{O}$  notasyonu  $3 \times 3$  sıfır-değerli bir matris anlamına gelmektedir.  $\mathfrak{R}$  diferansiyel operatörüne ilişkin Eşitlik 15, Eşitlik 1 sınır koşulları ile desteklendiğinde

$$\mathfrak{R}'\mathbf{X}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \mathfrak{R}\mathbf{X}(\mathbf{r}), & \mathbf{r} \in V, \mathbf{r} \notin S, \\ n \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \quad n \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0, & \mathbf{r} \in S \end{cases} \quad (16)$$

şeklinde tanımlanmış bir  $\mathfrak{R}'$  curl-sınır operatörünü verir.

$\mathfrak{R}$  operatörünün kendine-eşlenik olduğunu gösteren

$$\langle \mathfrak{R}\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2 \rangle - \langle \mathbf{X}_1, \mathfrak{R}\mathbf{X}_2 \rangle = 0 \quad (17)$$

eşitliğinin sağlandığı gösterilebilir [4].  $\omega_n$ 'ler  $\mathfrak{R}$  operatörünün özdeğerleri,  $\mathbf{X}_n$ 'ler bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörler olmak üzere;

$$\mathfrak{R}\mathbf{X}_n(\mathbf{r}) = \omega_n \mathbf{X}_n(\mathbf{r}) \quad (18)$$

operatör özdeğer denklemi yazılabilir.

### 3.3. Modal Baz

Eşitlik 4'ten ayrıştırılan  $\mathfrak{R}$  operatörünün operatör özdeğer eşitliği Eşitlik 18'de yerine konması,  $\{\mathbf{r} \in V, \mathbf{r} \notin S\}$  ekseninde sınır özdeğer problemleri formunda Eşitlik 19 ve Eşitlik 20 baz elemanlarını verir.  $n = 1, 2, \dots$  olmak üzere kavite modlarına ilişkin solenoidal TE ve TM modları ifade eden tamamlanmış iki set

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}'_n(\mathbf{r}) &= \omega'_n \varepsilon_0 \mathbf{E}'_n(\mathbf{r}) & \nabla \times \mathbf{H}''_n(\mathbf{r}) &= \omega''_n \varepsilon_0 \mathbf{E}''_n(\mathbf{r}) \\ \nabla \times \mathbf{E}'_n(\mathbf{r}) &= \omega'_n \mu_0 \mathbf{H}'_n(\mathbf{r}) & \nabla \times \mathbf{E}''_n(\mathbf{r}) &= \omega''_n \mu_0 \mathbf{H}''_n(\mathbf{r}) \\ [\mathbf{n} \times \mathbf{E}'_n(\mathbf{r})]_{|\mathbf{r} \in S} &= 0 & (\mathbf{n} \times \mathbf{H}''_n(\mathbf{r}))_{|\mathbf{r} \in S} &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

şeklinde elde edilir. Kavite modlarına ilişkin irrotasyonel modları ifade eden tamamlanmış iki set de Dirichlet ve Neumann sınır özdeğer problemleri

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi_n + \kappa_n^2 \phi_n &= 0, & \nabla^2 \psi_n + \kappa_n^2 \psi_n &= 0, \\ \phi_n|_S &= 0, & \partial_n \psi_n|_S &= 0, \\ n &= 0, 1, 2, \dots & n &= 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (20)$$

formunda elde edilir.

### 3.4. Modal Alan Açılımları

Eşitlik 19 ve Eşitlik 20'deki problemlerin çözümlerinin uygun şekilde normalize edilmesi ile solenoidal ve irrotasyonel modlar için modal baz elde edilir. Elektrik alan vektörü  $E(\mathbf{r}, t)$  ve manyetik alan vektörü  $H(\mathbf{r}, t)$ , plazma akımı  $J(\mathbf{r}, t)$  ve kaynak işareti  $\mathfrak{I}(\mathbf{r}, t)$  için modal açılımlar

$$\begin{aligned} E(\mathbf{r}, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} e'_n \mathbf{E}'_n(\mathbf{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} e''_n \mathbf{E}''_n(\mathbf{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} e_n \nabla \phi_n \\ H(\mathbf{r}, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} h'_n \mathbf{H}'_n(\mathbf{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} h''_n \mathbf{H}''_n(\mathbf{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} h_n(t) \nabla \psi_n \\ J(\mathbf{r}, t) &= \omega_p \left( \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{\mathbf{i}}'_n(t) \mathbf{E}'_n(\mathbf{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{\mathbf{i}}''_n(t) \mathbf{E}''_n(\mathbf{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{\mathbf{i}}_n \nabla \phi_n \right) \\ \mathfrak{I}(\mathbf{r}, t) &= \omega_s \left( \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\mathbf{i}}'_n(t) \mathbf{E}'_n(\mathbf{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\mathbf{i}}''_n(t) \mathbf{E}''_n(\mathbf{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\mathbf{i}}_n \nabla \phi_n \right) \end{aligned} \quad (21)$$

şeklinde ifade edilebilir. Eşitlik 21'deki konuma bağlı modal baz elemanları elde edilmiş, zamana bağlı modal genlikler bir sonraki bölümde türetilmektedir. Weyl Teoremine göre, solenoidal ve irrotasyonel modlar Hilbert uzayında birlikte bir modal baz oluştururlar [23].

### 3.5. Modal Evrim Denklemleri

Şimdiye kadar Maxwell denklemlerinin sağ tarafındaki zaman türevi korunmuştur. Maxwell denklemleri Eşitlik 4 ve mükemmel iletken yüzeyler için sınır koşulları Eşitlik 1)'in

modal baza izdüşümü, ortak başlangıç koşulları ile birlikte, matematikte iyi bilinen Cauchy problemleri olarak adlandırılan zaman türevli diferansiyel denklemler sistemini verir. Maxwell denklemleri Eşitlik 4'ün baza izdüşümü Eşitlik 1)'de;  $\mathbf{X}_1$  yerine  $E(\mathbf{r}, t)$  ve  $H(\mathbf{r}, t)$  vektörlerinden oluşan  $X(\mathbf{r}, t)$  sütun vektörü,  $\mathbf{X}_2$  yerine  $\mathfrak{R}$  operatörünün  $\mathbf{X}_n$  özvektörleri,  $\mathfrak{R}X_2(\mathbf{r}, t)$  yerine Eşitlik 18'in sağ yanı  $\omega_n \mathbf{X}_n(\mathbf{r})$  kullanılarak sağlanır. Bu matematiksel işlemler sonucunda elektrik alan, manyetik alan ve plazma akımı için solenoidal ve irrotasyonel modal genliklere ait evrimsel adi diferansiyel denklemler seti elde edilir.

Dinamik plazma ortamı durumunda, solenoidal TE kavite modları için Cauchy problemleri;

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} e'_n(t) - \omega'_n h'_n(t) + \omega'_p i'_n(t) &= -\omega_s f'_n(t) H(t), & e'_n(0) &= 0, \\ \frac{d}{dt} h'_n(t) + \omega'_n e'_n(t) &= 0, & h'_n(0) &= 0, \\ \frac{d}{dt} i'_n(t) - \omega'_n e'_n(t) + \gamma i'_n(t) &= 0, & i'_n(0) &= 0, \end{aligned} \quad (22)$$

solenoidal TM kavite modları için,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} e''_n(t) - \omega''_n h''_n(t) + \omega''_p i''_n(t) &= -\omega_s f''_n(t) H(t), & e''_n(0) &= 0, \\ \frac{d}{dt} h''_n(t) + \omega''_n e''_n(t) &= 0, & h''_n(0) &= 0, \\ \frac{d}{dt} i''_n(t) - \omega''_n e''_n(t) + \gamma i''_n(t) &= 0, & i''_n(0) &= 0, \end{aligned} \quad (23)$$

elektrik türden irrotasyonel kavite modları için,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} e_n(t) + \omega_p i_n(t) &= -\omega_s f_n(t) H(t), & e_n(0) &= 0, \\ \frac{d}{dt} i_n(t) - \omega_n e_n(t) + \frac{\omega_p^2}{\gamma} i_n(t) &= 0, & i_n(0) &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

elde edilir. Manyetik türden irrotasyonel modlar için,

$$\frac{d}{dt} h_n(t) = 0, \quad h_n(0) = 0 \quad (25)$$

evrimsel denklem seti elde edilir.

Manyetik türden Eşitlik 25 irrotasyonel modlar için Cauchy probleminin çözümü statik bir çözüm verir. Eşitlik 24'teki elektrik türden irrotasyonel modlara ve Eşitlik 22 ile Eşitlik 23'deki solenoidal modlara ilişkin Cauchy problemlerinin çözümleri "matris üstel"



yöntemiyle kesin olarak bulunabilir [10].

### 3.6. İrrotasyonel Modlara İlişkin Çözümler

$Y_n(\xi) = col(e_n(\xi), i_n(\xi))$  ve  $F_2(\xi) = col(1, 0)$  olmak üzere Eşitlik 24 ile ifade edilen Cauchy problemi operatör formda

$$\frac{d}{d\xi} Y_n(\xi) + D_2 Y_n(\xi) = -\omega_s f(\xi) H(\xi) F_2(\xi), \quad Y_n(0) = col(0, 0) \quad (26)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $D_2$  katsayısı

$$D_2 = \begin{pmatrix} 0 & \omega_p \\ -\omega_n & \frac{\omega_p^2}{\gamma} \end{pmatrix} \quad (27)$$

şeklinde  $2 \times 2$  ebatlarında sabit bir matristir. Eşitlik 26'nın çözümü elektrik alan  $e(\xi)$  ve plazma akımı  $i(\xi)$  için irrotasyonel modlara ait genlikleri verir.

Probleme ilişkin, kaynak fonksiyonunun integralin içinde yer aldığı

$$Y_n(\xi) = -H(\xi) \int_0^\xi e^{(x-\xi)D_2} F_2 f(x) dx \quad (28)$$

formunda konvolüsyon integrali elde edilir.

### 3.7. Solenoidal Modlara İlişkin Çözümler

$Y_n(\xi) = col(e_n(\xi), h_n(\xi), i_n(\xi))$  ve  $F_3(\xi) = col(1, 0, 0)$  olmak üzere Eşitlik 22 ile ifade edilen Cauchy problemi operatör formda

$$\frac{d}{d\xi} Y_n'(\xi) + \omega_p D_3 Y_n'(\xi) = -\omega_s f(\xi) H(\xi) F_3(\xi), \quad Y_n'(0) = col(0, 0, 0) \quad (29)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $D_3$  katsayısı

$$D_3 = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_n & \omega_p \\ \omega_n & 0 & 0 \\ -\omega_n & 0 & \gamma \end{pmatrix} \quad (30)$$

şeklinde  $3 \times 3$  ebatlarında sabit bir matristir.

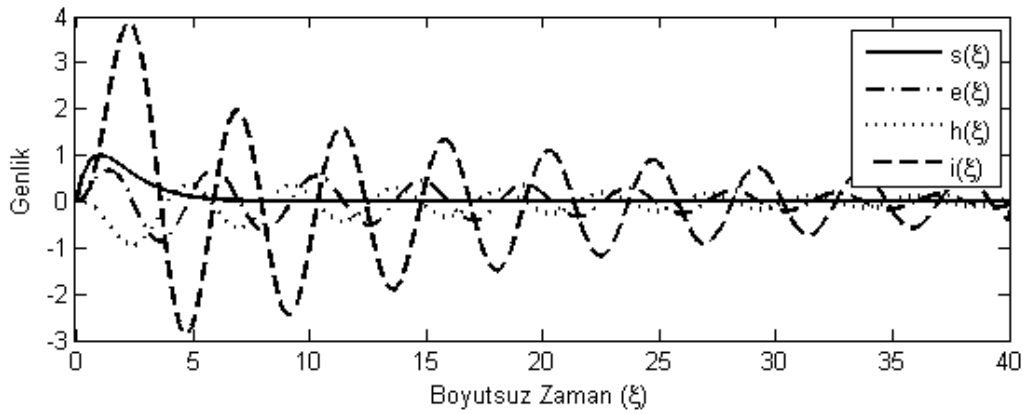
Probleme ilişkin, kaynak fonksiyonunun integralin içinde yer aldığı

$$Y_n(\xi) = -H(\xi) \int_0^\xi e^{(x-\xi)D_3} F_3 f(x) dx \quad (31)$$

formunda konvolüsyon integrali elde edilir. Eşitlik 28 ve Eşitlik 31 integrallerinin çözümleri; sırasıyla irrotasyonel modlara ait elektrik alan  $e_n(\xi)$  ve plazma akımı  $i_n(\xi)$  modal genlikleri Eşitlik 28 ile solenoidal modlara ait elektrik alan  $e_n(\xi)$ , manyetik alan  $h_n(\xi)$  ile plazma akımı  $i_n(\xi)$  modal genliklerini Eşitlik 31 verir.

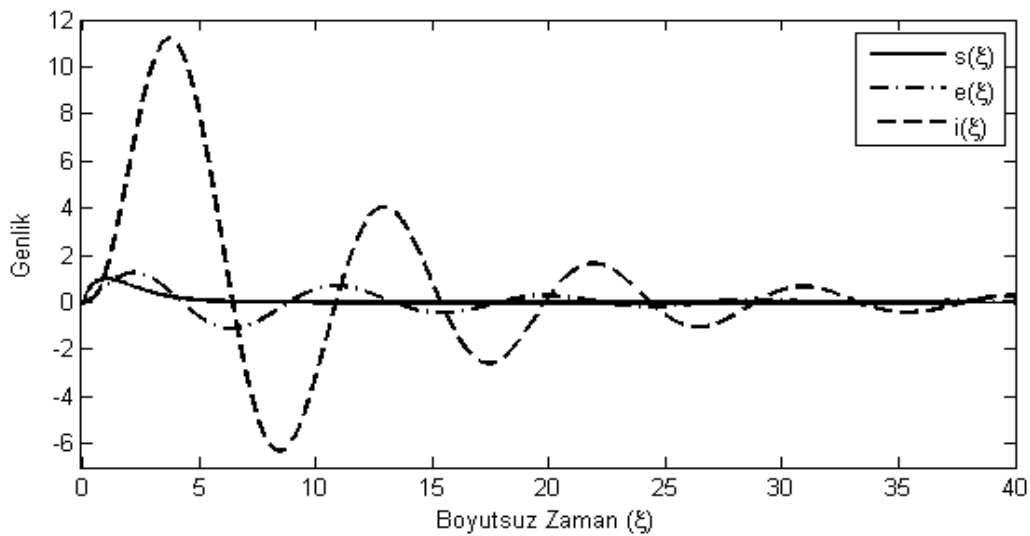
#### 4. GRAFİKSEL SONUÇLAR

Şekil 2’de plazma ile doldurulmuş kavite için,  $\rho=1.4$  olmak üzere çift-üstel kaynak fonksiyonu  $s(\xi)$ , elektrik alan  $e(\xi)$ , manyetik alan  $h(\xi)$  ve plazma akımının  $i(\xi)$  solenoidal TE modlarının genlikleri gösterilmiştir.



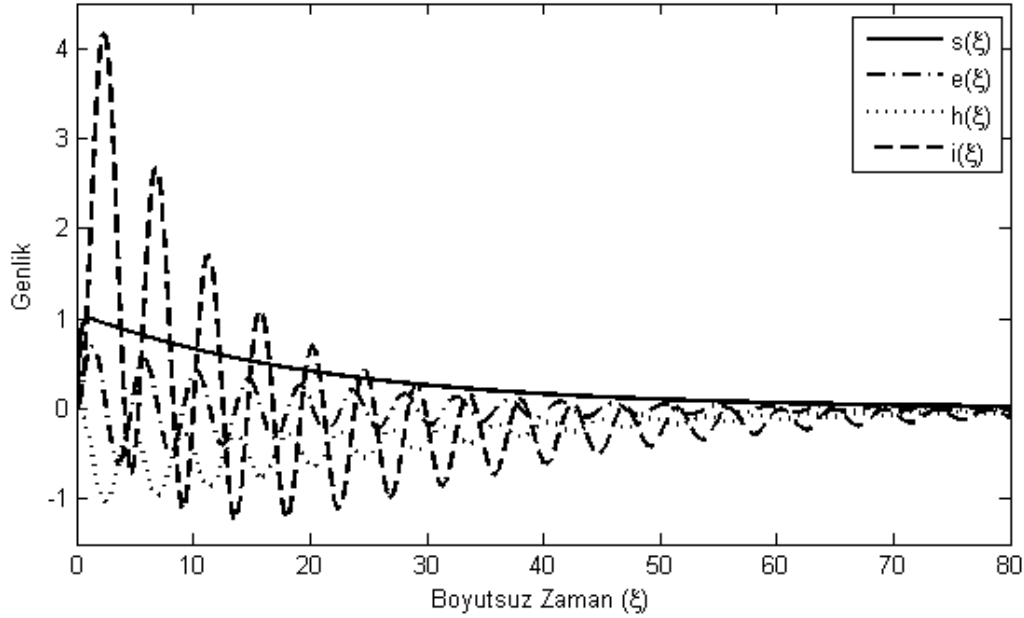
Şekil 2. Plazma için solenoidal modlar ( $\rho = 1.4$ )

Şekil 3’te Şekil 2’deki örnekteki ile aynı kavite ve kaynak fonksiyonu  $s(\xi)$  için, elektrik alan  $e(\xi)$  ve plazma akımının  $i(\xi)$  irrotasyonel modlarının genlikleri gösterilmiştir.



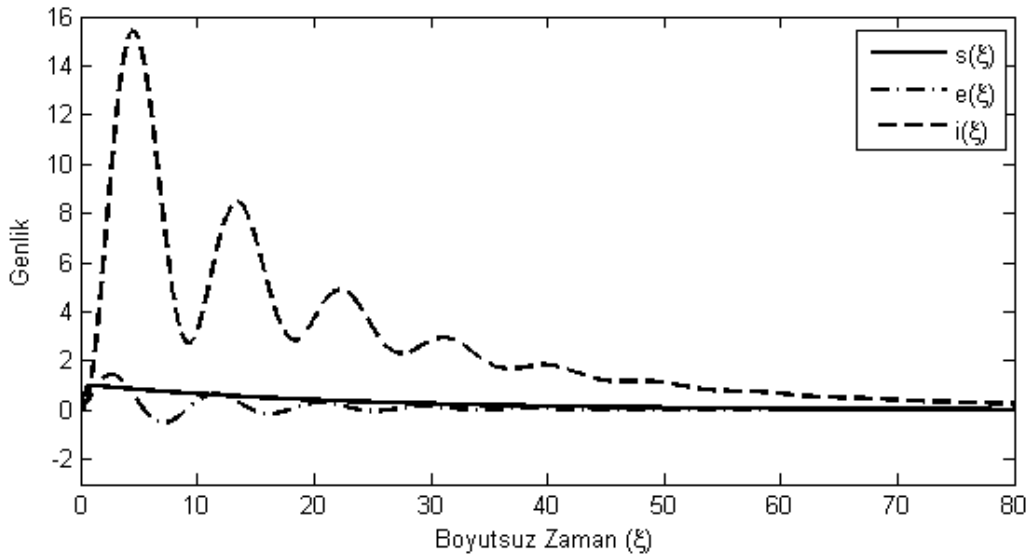
Şekil 3. Plazma için irrotasyonel modlar ( $\rho = 1.4$ )

Şekil 4'te plazma ile doldurulmuş kavite için,  $\rho=100$  olmak üzere çift-üstel kaynak fonksiyonu  $s(\xi)$ , elektrik alan  $e(\xi)$ , manyetik alan  $h(\xi)$  ve plazma akımının  $i(\xi)$  solenoidal TE modlarının genlikleri gösterilmiştir.



Şekil 4. Plazma için solenoidal modlar ( $\rho = 100$ )

Şekil 5'te Şekil 4'teki örnekteki ile aynı kavite ve kaynak fonksiyonu  $s(\xi)$  için, elektrik alan  $e(\xi)$  ve plazma akımının  $i(\xi)$  irrotasyonel modlarının genlikleri gösterilmiştir.



Şekil 5. Plazma için irrotasyonel modlar ( $\rho = 100$ )

Zaman harmonik alan teorisinden farklı olarak irrotasyonel modların da zamana bağlı salınım gösterdikleri şekillerde görülmektedir. Daha da fazlası; plazma ortamı için, irrotasyonel modların genliklerinin solenoidal modların genliklerine baskın olduğu görülmektedir.

## 5. SONUÇLAR

Klasik zaman-harmonik alan konseptinin irrotasyonel modları statik alan olarak yorumlamasından farklı olarak, ETEY'de irrotasyonel modların da zaman bağımlı oldukları gösterilmiştir. Yapılan çalışma ile plazma ortamında da irrotasyonel modların genliklerinin zamanla değiştiği ortaya konmuştur. Dahası, bir darbe sinyalini modellemek için kullanılan çift-üstel fonksiyon; solenoidal modların genliklerine şiddet olarak baskın gelen irrotasyonel modları üretebilmektedir. Bu çalışmada, hem elektrik alan hem de plazma akımı için irrotasyonel modların yanı sıra solenoidal modların zamanla değişimini sergileyen evrim denklemleri türetilmiştir.

Ele alınan problemde, plazma akımı ile plazma akımını doğuran elektrik alan arasında, zaman ekseninde uygun dinamik bünye denklemi kullanılmalıdır. Maxwell denklemler sistemi, plazma ortamı için bünye denklemi olarak kullanılan hareket denklemi ile birlikte çözülmüştür.

Gerçekleştirilen zaman ekseni çalışması, bir dalga kılavuzunun kısaltılmış bir parçası olan içi plazma ile doldurulmuş kavite durumu ile sınırlıdır. Çalışma, plazma ile dolu bir dalga kılavuzunda dalgaların propagasyonu problemi için genişletilebilir. Bu durumda, "nabla"  $\nabla$  operatörü ve üç bileşenli modal baz vektörleri  $\mathbf{H}_n(\mathbf{r}, z, t)$  ve  $\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, z, t)$ ; dalga kılavuzu boyunca dalgaların boyuna yayılmasına ilişkin denklemleri türetmek için enine-boyuna ayrışım aracıyla gösterilebilir.

## KAYNAKLAR

- [1] Camp M, Garbe H. Susceptibility of Personal Computer Systems to Electromagnetic Pulses with Double Exponential Character, *Advances in Radio Science*, Cilt. 2, 2004, s.63–69.
- [2] Cramer JM, Scholtz RA, Win MZ. On the Analysis of UWB Communication Channels, *Proceedings of the IEEE Military Communications Conference*, Cilt. 2, 1999, s.1191–1195.
- [3] Camp M, Garbe H. Parameter Estimation of Double Exponential Pulses (EMP, UWB) with Least Squares and Nelder Mead Algorithm, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Cilt. 46, No. 4, 2004, s.675-678.
- [4] Tretyakov OA. Essentials of Nonstationary and Nonlinear Electromagnetic Field Theory, *Science House Corporation Limited*, 1993, s.123-146.
- [5] Aksoy S, Tretyakov OA. Study of a Time Variant Cavity System, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Cilt. 16, 2002, s.1535-1553.
- [6] Aksoy S, Tretyakov OA. Evolution Equations for Analytical Study of Digital Signals in Waveguides, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Cilt. 17, 2003, s.1665-1682.
- [7] Aksoy S, Tretyakov OA. The Evolution Equations in Study of the Cavity Oscillations Excited by a Digital Signal, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Cilt. 52, 2004, s.271–279.
- [8] Tretyakov OA, Erden F. Temporal Cavity Oscillations Caused by a Wide-Band Double-Exponential Waveform, *4. Uluslararası Elektromanyetik Dalga Saçılımı Çalıştayı*, Kocaeli, Türkiye, 2006.
- [9] Tretyakov OA, Erden F. Separation of the Instantaneous and Dynamic Polarizations in Studies of Dispersive Dielectrics, *The Sixth International Kharkov Symposium on Physics*

- and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves, Kharkov, Ukraine, Cilt. 1, 2007, s.42-48.
- [10] Erden F, Tretyakov OA. Excitation by a Transient Signal of the Real-valued Electromagnetic Fields in a Cavity, *Physical Review E*, Cilt. 77, 2008.
- [11] Tretyakov OA, Erden F. Temporal Cavity Oscillations Caused by a Wide-band Waveform, *Progress in Electromagnetics Research B*, Cilt. 6, 2008, s.183-204.
- [12] Tretyakov OA, Akgün O. Derivation of Klein-Gordon Equation from Maxwell's Equations and Study of Relativistic Time-domain Waveguide Modes, *Progress in Electromagnetics Research*, Cilt. 105, 2010, s.171-191.
- [13] Erden F, Tretyakov OA. Temporal Evolution of the Irrotational and Solenoidal Cavity Modes, *XXXth URSI General Assembly and Scientific Symposium*, Istanbul, Türkiye, 2011, s.1-4.
- [14] Tretyakov OA, Kaya M. The Real-valued Time-domain TE-modes in Lossy Waveguides, *Progress In Electromagnetics Research*, Cilt. 127, 2012, s.405-426.
- [15] Tretyakov OA, Kaya M. Time-domain Real-valued TM-modal Waves in Lossy Waveguides, *Progress In Electromagnetics Research*, Cilt. 138, 2013, s.675-696.
- [16] Erden F, Tretyakov OA. Analytical Approach for Studying a Time-domain Cavity Problem, *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI National Radio Science Meeting*, Memphis, TN, 2014, s.131-132.
- [17] Erden F, Tretyakov OA. Time-domain Forced Oscillations in a Cavity Filled with a Plasma Driven by the Dynamic Ohm's Law, *presented at URSI Atlantic Radio Science Conference*, Gran Canaria, Spain, 2015.
- [18] Akgün O, Tretyakov OA. Solution to the Klein-Gordon Equation for the Study of Time-domain Waveguide Fields and Accompanying Energetic Processes, *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, Cilt. 9, No. 12, 2015, s.1337-1344.
- [19] Erden F, Tretyakov OA. Evolution Equations for the Oscillations in a Cavity Filled with a Dynamic Medium, *presented at IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and URSI CNC/USNC Joint Meeting*, Vancouver, 2015.
- [20] Aksoy S, Antyufeyeva M, Basaran E, Ergin AA, Tretyakov OA. Time-domain Cavity Oscillations Supported by a Temporally Dispersive Dielectric, *IEEE Transactions Microwave Theory Techniques*, Cilt. 53, No. 8, 2005, s.2465-2471.
- [21] Tretyakov OA, Erden F. Evolutionary Approach to Electromagnetics as an Alternative to the Time-harmonic Field Method, *Presented at IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI National Radio Science Meeting*, Chicago, IL, 2012.
- [22] Bittencourt JA. *Fundamentals of Plasma Physics*, New York: Springer-Verlag, 2004.
- [23] Weyl H. The Method of Orthogonal Projection in Potential Theory, *Duke Math. Journal*, Cilt. 7, 1940, s.411-444.

## ÖZGEÇMİŞ/CV

**Fatih ERDEN; Yrd. Doç. Dr. (Assist. Prof.)**

Lisans derecesini Deniz Harp Okulu Elektrik/Elektronik Mühendisliği Bölümü'nden, yüksek lisans ve doktora derecelerini Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Elektronik Müh.liği Bölümü'nden aldı. Lisans derecesinin ardından Deniz Kuvvetleri'ne bağlı gemilerde dört yıl süreyle deniz subayı olarak, Deniz Kuvvetleri Gündümlü Mermi Test İstasyonu'nda dört yıl süreyle test mühendisi olarak, Deniz Kuvvetleri Karargahı'nda Gündümlü Mermi Proje Subayı olarak iki yıl süreyle görev yaptı. 2010 yılında lisans derecesini aldığı bölümde öğretim üyesi olarak göreve başladı. 2011-2012 arasında doktora sonrası araştırmacı olarak University of Illinois at Urbana-Champaign Elektromanyetik Laboratuvarı'nda bulundu. Temel çalışma alanları: elektromanyetik alanların analitik zaman eksenli çözümleridir. Erden 2001 yılından beri IEEE üyesidir.

*Erden received his B.Sc. degree from Electronics Engineering Department of the Turkish Naval Academy(TNA), M.Sc. and PhD degrees from Electronics Engineering Department of the Gebze Institute of Technology. His service for the Turkish Navy includes; four years at warships, for years as a test officer at the Guided Missile Test Station, and two years as the guided missile project officer at the Headquarters. Erden is serving as an Assistant Professor at TNA. Between 2011-2012, he was a postdoctoral researcher at the Electromagnetics Laboratory of UIUC. His research interests include electromagnetic fields in time-domain. Erden is a member of IEEE.*

**Ünal BİÇER**

Lisans derecesini 2009'da Deniz Harp Okulu Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nden aldı. Deniz Harp Okulu Deniz Bilimleri ve Mühendisliği Enstitüsü Elektronik Sistemleri Mühendisliği Yüksek Lisans Programı'nda yüksek lisans öğrencisidir. Araştırma alanı elektromanyetik alanların zaman- ekseninde ETEY ile analizidir.

*He has got his bachelors' degree in Electric-Electronic Engineering Department at Turkish Naval Academy in 2009. He is a student in Electronic Systems Engineering MSc program at Naval Science and Engineering Institute of Turkish Naval Academy. His research interest is time-domain analysis of electromagnetic fields via Evolutionary Approach to Electromagnetics (EAE).*