



## GELİŞİGÜZEL OLUŞTURULMUŞ MULTİSTATİK SENSÖR SAHALARININ PERFORMANS TAHMİNİ

### (*PERFORMANCE PREDICTION FOR RANDOMLY DEPLOYED MULTISTATIC SENSOR FIELDS*)

Mümtaz KARATAŞ<sup>1</sup>, Gülşen AKMAN<sup>2</sup>

#### ÖZET/ABSTRACT

Sualtı Akustik Tespit Sistemleri (SATS) temel olarak alıcı ve vericilerden oluşmaktadır. Birbirlerinden bağımsız birden çok alıcı ve vericiden oluşan SATS'lere multistatik sistemler; bu sistemler kullanılarak gözetlenen/aranan deniz sahalarına ise multistatik sensör sahaları adı verilir. Çok sayıda sensörün koordineli olarak kullanılması ile oluşturulan bu tür sahalarda beklenen hedef tespit başarısının veya sağlanan saha kaplamasının tahmin edilebilmesi planlayıcılar için büyük önem taşımaktadır. Bu çalışmada, bir deniz sahasında gelişigüzel olarak oluşturulmuş multistatik SATS'inin etkinliği; alıcı-verici sayısı, saha genişliği ve tespit mesafesi parametreleri dikkate alınarak analitik yöntemlerle yakınsanmış, en yüksek kaplamanın sağlanabilmesi için sensörlerin kullanılması gereken optimum saha genişliği tespit edilmiştir. Çalışma sonunda elde edilen tüm teorik sonuçlar Monte Carlo simülasyonları ile doğrulanmıştır.

*Underwater Acoustic Detection Systems (UADS) are basically composed of sources and receivers. UADSs composed of multiple independent sources and receivers are called as multistatic systems and the areas that are searched/patrolled by such systems are called multistatic fields. It is crucial for planners to be able to correctly estimate the target detection performance as well as the area coverage in such fields where several sensors are used in synchronization. In this study, the effectiveness of a randomly deployed multistatic UADS in a naval field is approximated by analytical methods using parameters as the number of sensors, field area and detection range. Moreover the optimal sensor field area is determined to achieve the highest area coverage. All theoretical results gained at the end of the study are confirmed through Monte Carlo simulation runs.*

#### ANAHTAR KELİMELELER/KEYWORDS

Multistatik sistemler, Saha kaplaması, Sualtı sensörleri  
*Multistatic systems, Area coverage, Underwater sensors*

<sup>1</sup> Naval Postgraduate School, Operations Research Dept., Monterey/CA, 93943 USA

<sup>2</sup> Kocaeli Ün., Endüstri Müh. Böl., KOCAELİ, e-posta: [akmang@kocaeli.edu.tr](mailto:akmang@kocaeli.edu.tr)

## 1. GİRİŞ

Deniz sahalarının korunması, gözetilmesi ve deniz ulaşım yollarının güvenliğinin sağlanması maksatlarıyla kullanılan en etkin sensörler SATS olarak isimlendirilir. SATS'ler temel olarak verici ve alıcı rolündeki sensör ve platformların bir araya getirilmesi ile oluşturulmaktadır. Klasik bir SATS'nin çalışma prensibi, verici tarafından suya gönderilen ses enerjisinin hedeften ya da sualtındaki herhangi bir cisimden yansıması ve yansıyan enerjinin sisteme ait alıcılar tarafından algılanarak tespitinin sağlanması şeklindedir. Sözü geçen sistemde verici, gemi veya helikopter tarafından kullanılan sonar, aktif sonoboy (denizaltıları tespit etmek ya da sualtı araştırması yapmak amacıyla denize atılan seyyar sonar), uçaklar tarafından atılan patlayıcı şarjlar; alıcı ise pasif sonar, pasif sonoboy veya hidrofon (sualtı mikrofonu) sistemidir.

SATS'ler verici ve alıcıların teknolojisine göre farklı kavramlarda kullanılabilir. Alıcı ve verici sensörü aynı olan ya da alıcı ve verici sensörü ayrı olup aynı yerde bulunan sonarlar "monostatik" sistemlerdir. Günümüzde, SATS'lerde çoğunlukla bu tür sonar sistemleri kullanılmaktadır. Alıcı ve verici farklı mevkilerde bulunuyor ise bu tür sistemler "bistatik", birden fazla alıcı ve vericinin kullanıldığı sistemler ise "multistatik" sistemler olarak adlandırılır (Yakubovskiy, 2000). Multistatik sistemlerin etkinliği sensörlerin geometrik düzenine bağlı olduğu kadar kullanılan sensörlerin tip ve adedine de bağlıdır. Literatürde monostatik sensörlerden oluşan sistemlerin etkinliğine ve en iyilemesine yönelik pek çok çalışma olmasına rağmen multistatik sistemlerin etkinliklerinin analitik yöntemlerle ölçülmesi ve tahmin edilmesi konularında çok az sayıda teorik çalışma bulunmaktadır (Patrick vd., 2006; DelBalzo vd., 2005; Walsh ve Wettergren, 2008; Tharmarasa vd., 2009). Ancak söz konusu çalışmalar multistatik sistemlerin etkinliğini belirli bir sayıdaki sensör için kullanılacak sensör geometrisini ve çizelgelemesini değerlendirerek ölçmeyi amaçlamaktadır. Bu çalışmada ise konu stratejik seviyede ele alınarak sensör sayısı, saha büyüklüğü parametrelerine bağlı olarak homojen sualtı akustik şartlarına sahip herhangi bir sahada oluşturulmuş gelişigüzel bir multistatik SATS ile sağlanabilecek kaplamanın analitik yöntemlerle yakınsanması ve sensör adedine bağlı olarak arama yapılabilecek en uygun saha genişliğinin belirlenmesi araştırılmıştır. Bu çalışmadan elde edilecek teorik sonuçların arama teorisine ve multistatik sensörler ile saha araması faaliyetlerine esas teşkil etmesi, böylelikle bu tür sistem ve platformların daha etkin olarak kullanılması hedeflenmiştir. "Statik" kelimesinden de anlaşılacağı gibi, yapılan çalışma kapsamında sensörlerin sabit konumlarda bulunduğu, hareket etmediği varsayılmış ve etkinlik ölçütü olarak sensörler ile sahada elde edilen kaplama değeri kullanılmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde temel sualtı akustiği formülleri kullanılarak bistatik tespit bölgesinin geometrik özellikleri incelenmiştir. Üçüncü bölümde gelişigüzel oluşturulmuş multistatik sahaların etkinliği sensör adedi ve saha büyüklüğü parametreleri kullanılarak analiz edilmiş, maksimum kaplama sağlanabilmesi için kullanılması gereken saha büyüklüğü bulunmuş, elde edilen analitik sonuçlar dördüncü bölümde MATLAB kullanılarak Monte Carlo simülasyonları ile test edilmiştir. Son bölümde ise çalışma sonuçları özetlenerek değerlendirmelerde bulunulmuştur.

## 2. BİSTATİK TESPİT BÖLGESİ

Bu bölümde sualtında herhangi bir alıcı-verici çifti ile sağlanan kaplama bölgesi özellikleri ve geometrisi incelenmiştir. Sualtında bulunan bir cismin ya da hedefin tespit edilebilmesi için vericiden yayılan enerjinin hedeften yansımasının ardından bir ya da daha fazla alıcıda  $TH$  ile simgelenen akustik enerji seviyesini geçecek seviyede etki oluşturması gereklidir. Urlick'de belirtilen aktif sonar denklemi bistatik sensörler için yazılacak olursa;

$$SL - TL_1 - TL_2 \geq TH \quad (1)$$

şeklinde (Urlick, 1983).

Eşitlik 1’de  $SL$  verici çıkış gücü,  $TL_1$  ve  $TL_2$  ise sırasıyla vericiden hedefe ve hedeften alıcıya olan iletim kaybı miktarları olup birimleri dB’dir. Homojen ortam koşulu varsayımı altında sahadaki herhangi iki nokta arasındaki iletim kaybı sabit bir  $m > 0$  için kuvvet kuralını izleyeceğinden Eşitlik 1 aşağıdaki şekilde tekrar yazılabilir:

$$SL - m \log(R_1) - m \log(R_2) \geq TH \quad (2)$$

Yukarıda  $R_1$  ve  $R_2$  sırasıyla vericiden hedefe ve hedeften alıcıya olan mesafeyi belirtmektedir. Eşitlik 2, bistatik mesafelerin çarpımı için çözülecek olursa tespitin sağlanması için bu çarpımın  $b^2$  olarak nitelendirilebilecek bir eşik değerinin altında olması gerektiği Eşitlik 3’te görülmektedir.

$$R_1 R_2 \leq 10^{\frac{1}{m}(SL-TH)} \equiv b^2 \quad (3)$$

Yukarıdaki denklemde  $b$  parametresi, “Eşdeğer Monostatik Tespit Mesafesi” ya da verici ve alıcının aynı konumda bulunduğu durumdaki “Tespit Mesafesi Geometrik Ortalaması” olarak tanımlanabilir (Willis, 2008). Eşitlik 3 bistatik bir sistemin tespit sahasını, bir başka deyişle hedefin algılanabileceği bölgeyi oluşturan Cassini ovali eşitliğidir (Cox, 1989). Cassini ovali, ovalin merkezleri arasındaki mesafeye göre farklı şekiller alabilen çok merkezli özel bir geometrik şekildir (James ve James, 1949). Cassini ovalini, kendisine komşu olan iki kenarının uzunluklarının çarpımı ve karşı kenarın uzunluğu sabit olan üçgen tepe noktalarının birleştirilmesiyle oluşan şekil olarak tanımlamıştır. Bahse konu ovaler ile ilgili detaylı bilgi farklı araştırma makalelerinde yer almaktadır (James ve James, 1949; Hirst ve Lloyd, 1997; Glenn ve Littler, 1984; Khilji, 2004; Matz, 1985; Mathworld, 2012). Bistatik ve multistatik sensörlerden farklı olarak monostatik sensörlerde  $TL_1$  ve  $TL_2$  eşit kabul edildiğinden tespit bölgesi dairesel olarak modellenmektedir ki, bu da söz konusu sistemlerin başarımlarını ölçmelerini ve en iyileme problemlerini çok daha kolay hale getirmektedir.

### 3. GELİŞİGÜZEL MULTİSTATİK SAHALAR

Bu bölümde sensörlerin sahaya planlayıcı tarafından önceden belirlenmiş herhangi bir düzene bağlı kalmadan, düzgün dağılımla gelişigüzel şekilde yerleştirildiği durumlarda elde edilebilecek kaplamanın yakınsanması ve kaplamanın maksimizasyonu için sensörlerin yerleştirilmesi gereken optimum saha büyüklüğünün tespiti hedeflenmiştir. Söz konusu analitik hesapların yapılabilmesi için  $b$  eşdeğer monostatik tespit mesafesine sahip gelişigüzel yerleştirilmiş verici ve alıcıları ihtiva eden  $F$  sahasının Poisson sahası özelliklerini taşıdığı varsayılmıştır. Bu kapsamda, incelenecek multistatik sensör sahası, vericiler için  $\lambda_1$ , alıcılar için ise  $\lambda_2$  yoğunluğunda olan birbirinden bağımsız iki-boyutlu iki ayrı Poisson sahasından oluşmaktadır.

### 3.1. Poisson Sahaları

İki-boyutlu Öklit uzayında bulunan bir Poisson sahası, birim alanda ortalama nokta sayısını belirten  $\lambda$  parametresi ile ifade edilmektedir.  $a$  sahası içerisindeki her küçük alan,  $\lambda a$  olasılığı ile bir hedef içermekte, bu alan yeterince küçük seçildiğinde birden fazla hedef içermeye olasılığı göz ardı edilebilecek seviyede küçük olmaktadır. Bu durumda,  $N_A$  adet nokta içeren  $A$  sahasını  $A/K$  alanına sahip birbirinden bağımsız  $K$  parçaya bölersek,  $A$  alanında hiçbir noktanın bulunmama olasılığı,

$$P(N_A = 0) = \lim \left( 1 - \lambda \frac{A}{K} \right)^K = e^{-\lambda A} \quad (4)$$

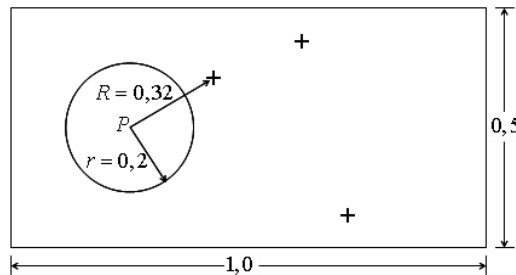
olarak hesaplanır (Washburn, 2002).  $A$  alanında  $s$  adet nokta bulunması olasılığı,

$$P(N_A = s) = \frac{(\lambda A)^s}{s!} e^{-\lambda A} \quad s = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

Eşitlik 5, Poisson dağılımı fonksiyonu olduğundan bu tür sahalar Poisson sahaları olarak isimlendirilir.  $P$ ,  $A$  sahası üzerindeki herhangi bir konum ve bu konumun kendisine en yakın noktaya olan mesafesi  $R$  olsun.  $P$  noktasına  $r$  mesafesinden daha yakın bulunan noktaların toplam sayısı  $N_r$  ise,  $R > r$  ile  $N_r = 0$  olayları denk olaylardır.  $r$  yarıçaplı bir dairenin alanı  $\pi r^2$  olduğundan,

$$P(R > r) = P(N_r = 0) = \exp(-\lambda \pi r^2) \quad (6)$$

olur (Washburn, 2002). Şekil 1'de  $\lambda = 5,2$  yoğunluğuna sahip bir Poisson sahası görülmektedir. İlk olarak  $P$  noktası etrafına  $r=0,2$  yarıçaplı bir daire çizilmiş, daha sonra ortalaması 2,6 olan Poisson dağılımından örnekleme yapılmış (örnek 3 çıkmıştır) ve noktalar birbirlerinden bağımsız olarak sahaya gelişigüzel yerleştirilmiştir. Bu örnekte noktalardan hiçbiri dairenin içinde değildir ve  $R=0,32$ 'dir.  $P(R > 0,2)$  değeri, bu özelliklerde binlerce Poisson sahası simüle edilerek hesaplanabileceği gibi, Eşitlik 6 kullanılarak  $P(R > 0,2) = e^{-(5,2)\pi(0,2)^2} = 0,52$  olarak kolayca hesaplanabilir.



Şekil 1. Dikdörtgen şeklindeki bir sahada oluşturulan örnek bir Poisson sahası

Bu çalışma kapsamında kullanılacak diğer iki önemli özellik;  $\lambda$  yoğunluğuna sahip bir Poisson sahasının,  $\mu$  yoğunluğuna sahip başka bir Poisson sahası ile birleşmesi sonucu ortaya çıkan yeni saha,  $\lambda + \mu$  yoğunluğuna sahip yeni bir Poisson sahasıdır.  $\mu$  yoğunluğuna sahip bir

Poisson sahasındaki her noktanın, birbirlerinden bağımsız olarak  $p$  olasılığı ile sahadan çıkarılması sonucu ortaya çıkan yeni saha,  $\lambda(1-p)$  yoğunluğuna sahip yeni bir Poisson sahasıdır.

### 3.2. Multistatik Sensörler ile Tespit Olasılığı

Hedefin bistatik bir sensör çifti tarafından tespit edilebilmesi, Eşitlik 3 gereği söz konusu hedefin sensörlere olan mesafelerinin çarpımının  $b^2$  'den küçük veya büyük olması durumlarına bağlıdır.  $W$ , en küçük mesafe çarpımının  $b^2$  'den büyük olma olasılığı, yani hedefin tespit edilmeme olasılığı olarak tanımlanırsa, Hedefin Tespit Olasılığı (HTO),

$1-W$  'ya eşit olur. Verici ve alıcılar sırasıyla  $\lambda_1$  ve  $\lambda_2$  yoğunluklarında iki Poisson sahası oluşturduğundan, seçilecek her  $r \geq 0$  için Eşitlik 6 kullanılarak  $P(R_1 > r) = \exp(-\pi\lambda_1 r^2)$  ve  $P(R_2 > r) = \exp(-\pi\lambda_2 r^2)$  eşitlikleri yazılabilir. Her iki durumda da, hedefin sensörlerden herhangi birisine olan en yakın mesafesinin  $r$ 'den büyük olması durumu, hedefin sensörlerin etrafında oluşturulacak  $r$  yarıçaplı dairelerin içinde bulunmaması durumuna denk olduğundan yapılan hesaplamalarda Poisson rassal sayısının 0'a eşit olma olasılığı kullanılmıştır.  $R_1$  ve  $R_2$  birbirlerinden bağımsız olduklarından,

$$W = \int_0^{\infty} P(R_1 > \frac{b^2}{r}) f_{R_2}(r) \partial r = \int_0^{\infty} \exp(-\frac{\pi\lambda_1 b^4}{r^2}) 2\pi\lambda_2 r \exp(-\pi\lambda_2 r^2) \partial r \quad (7)$$

olarak ifade edilebilir.  $\alpha = \pi\lambda_1 b^2$ ,  $\beta = \pi\lambda_2 b^2$ ,  $\gamma = \pi\lambda_2 r^2$  olarak tanımlanırsa ve  $\alpha, \beta$  ile  $\gamma$  Eşitlik 7'de yerine koyulursa,

$$W = \int_0^{\infty} \exp(-(\frac{\alpha\beta}{\gamma} + \gamma)) \partial \gamma = \rho \theta_1(\rho) \quad (8)$$

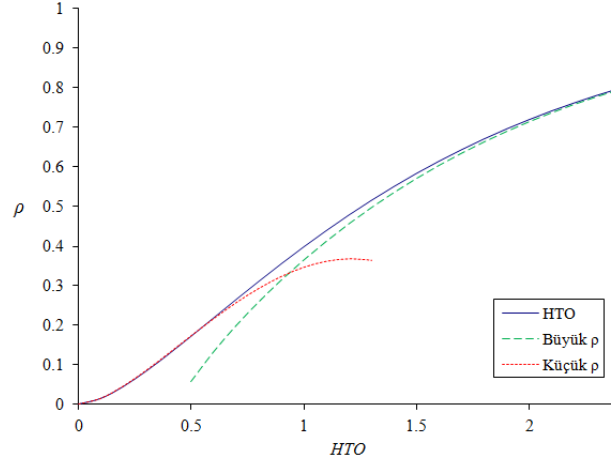
elde edilir. Eşitlik 8'de,  $\rho = 2\sqrt{\alpha\beta}$  ve  $\theta_1(\rho)$  ise 1.dereceden değiştirilmiş Bessel fonksiyonudur. Bu durumda hedef tespit olasılığı, HTO( $\rho$ ) aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$HTO(\rho) = 1 - W = 1 - \rho \theta_1(\rho) \quad (9)$$

Eşitlik 9'dan de görüldüğü üzere multistatik sistemlerde HTO "gayret yoğunluğu" olarak isimlendirilebilecek  $\rho$  parametresine bağlıdır. HTO( $\rho$ ), Abramovitz ve Stegun'un çalışması kullanılarak yakınsanacak olursa,  $\rho$ 'nin küçük ( $\rho \lesssim 0,9$ ) ve büyük ( $\rho \gtrsim 0,9$ ) olma durumlarına göre iki ayrı denklem elde edilebilir (Abramovitz ve Stegun, 1964; Washburn, 2010).

$$HTO(\rho) \approx \begin{cases} -\frac{\rho^2}{2} \ln\left(\frac{\rho}{2}\right) & , \rho \text{ küçük} \\ 1 - \sqrt{\frac{\pi\rho}{2}} \exp(-\rho) \left(1 + \frac{3}{8\rho}\right) & , \rho \text{ büyük} \end{cases} \quad (10)$$

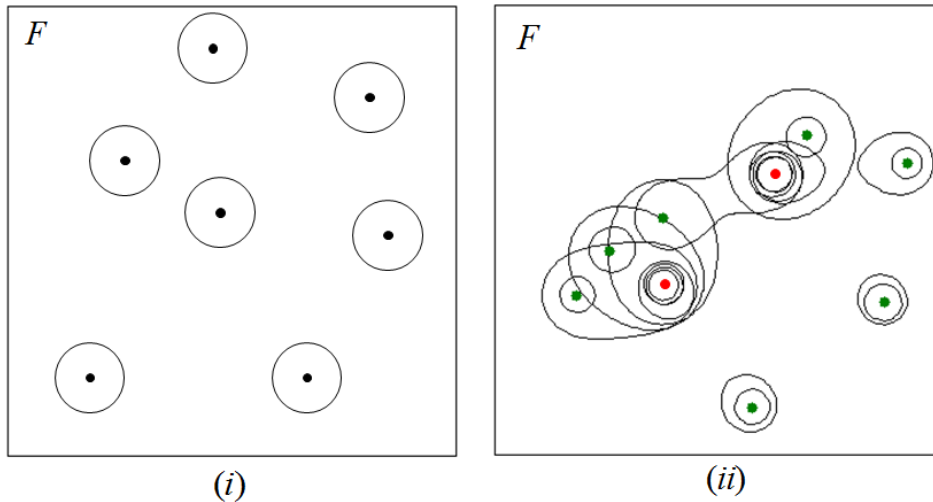
Şekil 2'de HTO,  $\rho$ 'nun küçük ve büyük değerlerine ait yakınsamaları ile birlikte görülmektedir.

Şekil 2. HTO'nun küçük ve büyük  $\rho$  değerleri için yakınsamaları

### 3.3. Optimum Saha Genişliğinin Tespiti

Bu bölümde  $m$  adet verici ve  $n$  adet alıcının  $F'$  sahasına,  $F'$  sahasının kendisinden daha büyük bir  $F$  sahası içine yerleştirildiği, hedefin ise  $F$  sahası içinde herhangi bir yerde bulunduğu varsayılmaktadır. Sahaların alanları sırası ile  $A_F$  ve  $A_{F'}$ 'dir. Bu varsayım altında saha kaplamasının, ya da bir başka deyişle  $HTO$ 'yu maksimize edecek  $A_{F'}$ 'nin analitik yöntemlerle hesaplanması amaçlanmaktadır.

Bu problem öncelikle monostatik sistemler için incelenecek olursa,  $F'$  için en uygun seçimin  $F$  sahası içinde seçilecek en büyük saha, yani  $F'$ 'nin kendisinin olduğu görülür. Bu şekilde sensörler tüm sahaya gelişigüzel yayılarak disk şeklindeki tespit bölgelerinin birbirleri ile çakışması sonucu ortaya çıkabilecek saha kaplaması kayıpları minimize edilir (Bkz. Şekil 3(i)). Ancak, Şekil 2'de de görüldüğü üzere  $\rho$ 'nun küçük değerleri için  $HTO(\rho)$  dışbükey bir fonksiyon değildir. Multistatik sistemlerde, Cassini ovali ile ifade edilen tespit bölgeleri, sensörler arasındaki mesafeye bağlı olarak farklı şekil ve alanlara sahip olduğundan, sensörlerin tüm  $F$  sahasına yayılması yerine sahanın belirli bir bölgesinde kullanılması  $HTO$ 'yu artırabilir. Bu da monostatik sistemler için önerilen çözümün multistatik sistemler için her zaman geçerli olmayacağı anlamına gelir (Bkz. Şekil 3(ii)).

Şekil 3. (i) Monostatik ve (ii) multistatik sahaların  $F$  sahasına gelişigüzel yerleştirilmesi

Hedefin  $F'$  içinde olma olasılığı  $A_{F'}/A_F$ ,  $F'$  içindeki verici ve alıcı yoğunluklarının çarpımı

$$\alpha\beta = \frac{mn}{(A_{F'})^2} \text{ ise } F' \text{ içindeki gayret yoğunluğu } \rho' = \frac{2\pi b^2}{A_{F'}} \sqrt{mn} \text{ olarak hesaplanır. Bu durumda}$$

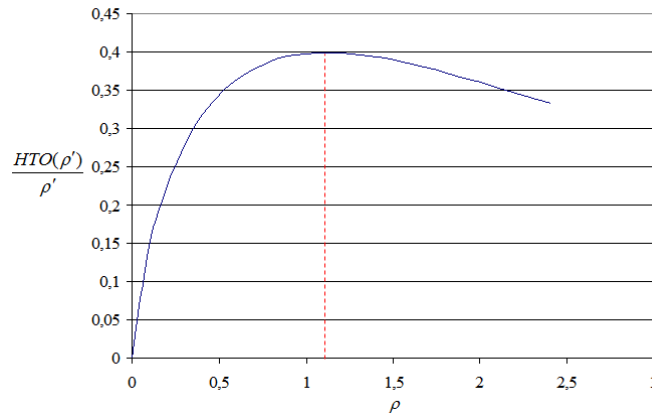
$$HTO = \frac{A_{F'}}{A_F} HTO(\rho') = \frac{2\pi b^2 \sqrt{mn}}{A_F} \cdot \frac{HTO(\rho')}{\rho'} \equiv \rho \frac{HTO(\rho')}{\rho'} \text{ koşulsuz tespit olasılığıdır. Amaç}$$

$$\frac{HTO(\rho')}{\rho'} \text{ oranını maksimize edecek } A_{F'} \text{ değerini belirlemektir. Şekil 4'te söz konusu oranı}$$

maksimize eden  $\rho'$  değerinin 1,1, maksimize edilen oranın ise 0,4 olduğu görülmektedir (Washburn, 2010).  $A_{F'}$ ,  $A_F$ 'den büyük olamayacağından  $\rho'$  değeri de  $\rho$ 'dan büyük olamayacaktır. Bu durumda maksimize edilen HTO değeri Eşitlik 11 yardımıyla elde edilebilir. Optimize edilmiş tespit olasılığına  $HTO^*(\rho)$  denilirse,

$$HTO^*(\rho) \equiv \begin{cases} 0,4\rho & , \rho \leq 1,1 \\ HTO(\rho) & , \rho > 1,1 \end{cases} \quad (11)$$

elde edilir.

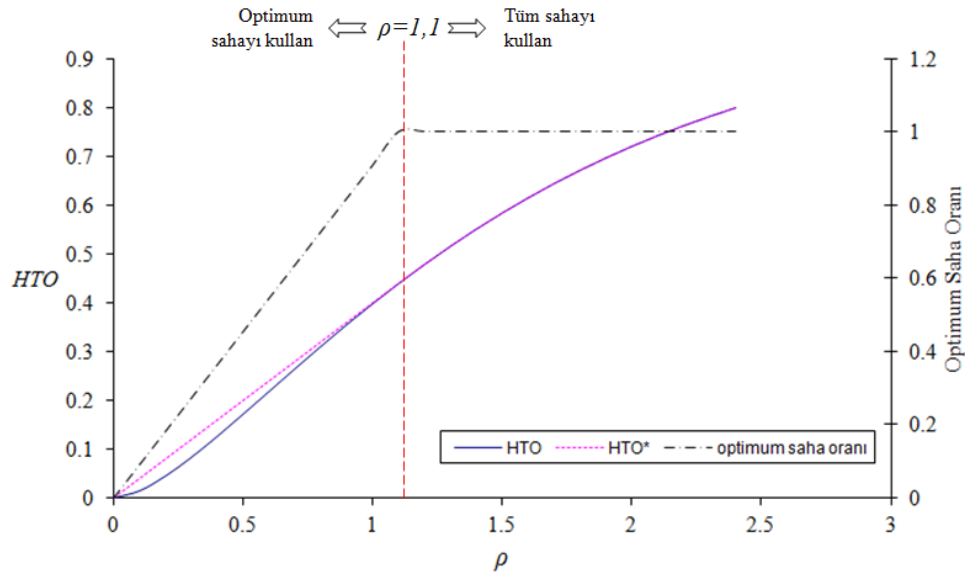


Şekil 4: Birim gayret için elde edilen HTO

Örneğin,  $b=1$  km ve arama yapılacak  $F$  sahası alanı  $A_F = 200 \text{ km}^2$  olarak belirlenir ve sahada  $m=20$  adet verici ve  $n=40$  adet alıcı ile arama icra edilir ise

$$\rho = \frac{2\pi b^2}{A_F} \sqrt{mn} = 0,89 < 1,1 \text{ olarak hesaplanır. (11) fonksiyonuna göre optimum HTO,}$$

sensörlerin  $F$  sahasının içindeki  $0,89/1,1 = 0,80$  'lık kısma yerleştirilmesiyle  $HTO^*(0,89)=0,36$  olarak hesaplanır. Alıcı adedi  $n=160$  'a artırılırsa  $\rho=1,78 > 1,1$  elde edilir ve sensörlerin tüm  $F$  sahasına yerleştirilmesi sonucunda  $HTO^*(1,78)=0,67$  hesaplanır. Benzer şekilde bu kez alıcı adedi  $n=10$  'a düşürülürse,  $\rho=0,44 < 1,1$  elde edilir ve sensörlerin  $F$  sahasının  $0,44/1,1 = 0,40$  'lık kısmına yerleştirilmesiyle  $HTO^*(0,44)=0,18$  hesaplanır. Sensörler sahanın tümüne yayılırsa tespit olasılığı  $HTO(0,44)=0,15$  'e düşer.



Şekil 5.  $\rho$  gayret yoğunluğu parametresine göre HTO, HTO\* ve optimum saha oranı

Şekil 5’de sol eksen üzerinde, sensörlerin tüm sahaya yayılması ile elde edilecek HTO fonksiyonu, sensörlerin optimum orandaki sahada kullanılması sonucu elde edilecek HTO\* fonksiyonu, sağ eksen üzerinde ise  $\rho$  değerine göre kullanılması gereken optimum saha oranı görülmektedir.  $\rho$  gayret yoğunluğu parametresinin 1,1’den küçük olması durumunda kullanılması gereken  $A_{F'}/A_F$  oranı sola doğru doğrusal olarak azalmaktadır.  $A_{F'}/A_F$  oranının uygulanması sonucunda her zaman için  $HTO^* \geq HTO$  olmaktadır.

### 3.4. Efektif Kaplanan Saha

$F$  sahasındaki herhangi bir  $(x, y)$  noktasında bulunan hedefin tespit edilme olasılığı, söz konusu noktanın sensörlerin tespit bölgesi,  $C$ , içinde olup olmama olasılığı,  $P\{(x, y) \in C\}$ ’ye bağlıdır.  $(x, y)$  noktası için geçerli olan bu olasılık tüm düzlem için toplanır ve bu toplama “Efektif Kaplanan Saha (EKS)” denirse,  $HTO = EKS/A_F$  olarak ifade edilir. Bu durumda sabit bir  $A_F$  değeri için EKS’nin maksimize edilmesi hedef tespit olasılığını da maksimize edecektir. Multistatik sistemlerde ise EKS,

$$EKS = HTO \cdot A_F = \frac{2\pi b^2 \sqrt{mn}}{A_F} \cdot \frac{HTO(\rho')}{\rho'} \cdot A_F = 2\pi b^2 \sqrt{mn} \cdot \frac{HTO(\rho')}{\rho'} \quad (12)$$

olarak tespit edilir. Sahanın kaplanan kısmındaki gayret yoğunluğu 1,1 olarak optimize edilir ise o sahaya ilişkin EKS, Eşitlik 12 kullanılarak,

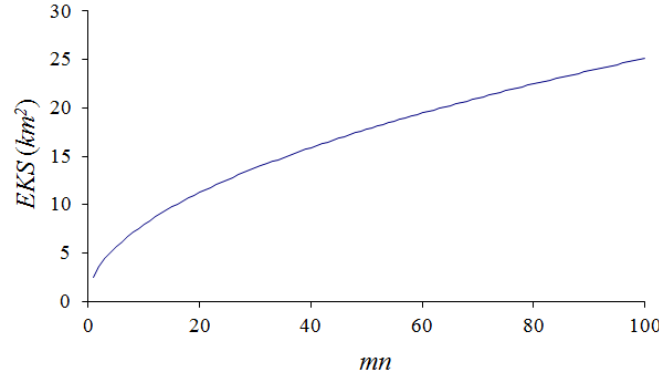
$$EKS = 0,8\pi b^2 \sqrt{mn} \quad (13)$$

olarak hesaplanır.

Bu durumda  $F$  sahasında, istenen düzeyde bir kaplama sağlamak için ihtiyaç duyulan sensör sayısı Eşitlik 14 ile belirlenebilir. Verici ve alıcı sayılarının çarpımına göre elde edilebilecek EKS, Şekil 6’de görülmektedir.



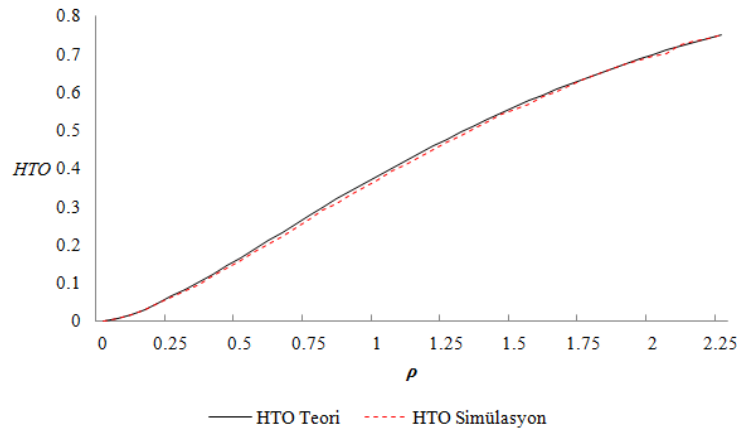
$$mn = \frac{EKS^2}{(0,64)\pi^2 b^4} \quad (14)$$



Şekil 6: Sensör sayısı ve EKS ilişkisi

#### 4. BENZETİM

Yapılan ilk grup benzetiminde  $A_F$  alanına sahip  $k, l$  boyutlarındaki dikdörtgen şeklindeki  $F$  sahası içine yerleştirilen hedefler ile  $F$  sahası içindeki  $A_{F'}$  alanına sahip  $k-2b, l-2b$  boyutlarındaki dikdörtgen şeklindeki  $F'$  sahasına gelişigüzel yerleştirilen multistatik sensörler ile elde edilen HTO değeri hesaplanmış, elde edilen sonuçlar Eşitlik 10 ile karşılaştırılmıştır. Benzetimin başlangıcında  $t_F \square Poisson(\lambda)$ ,  $\lambda = 10^6$  adet/ $A_F$  olacak şekilde  $t_F$  adet hedef,  $x_T \square U[0, k]$  ve  $y_T \square U[0, l]$  dağılımıyla gelişigüzel olarak  $(x_T, y_T)$  koordinatlarında oluşturulmuştur.  $\rho = 0, (0,1), (0,2), \dots, (2,2)$  değerleri için belirlenen sayıda sensör  $F'$  sahasına her  $\rho$  değeri için gelişigüzel olarak  $10^3$  kez yerleştirilmiştir. Her deneme için tespit edilen hedef sayısı  $t_C$  ve yapılan  $10^3$  denemede tespit edilen ortalama hedef sayısı  $\bar{t}_C$  ise benzetim sonucu elde edilen tespit olasılığı değeri,  $HTO_{sim} = \frac{\bar{t}_C}{t_F} \cdot \frac{A_F}{A_{F'}}$  formülü ile hesaplanır. Elde edilen benzetim sonuçları ile teorik değerler Şekil 7'de görülmektedir.



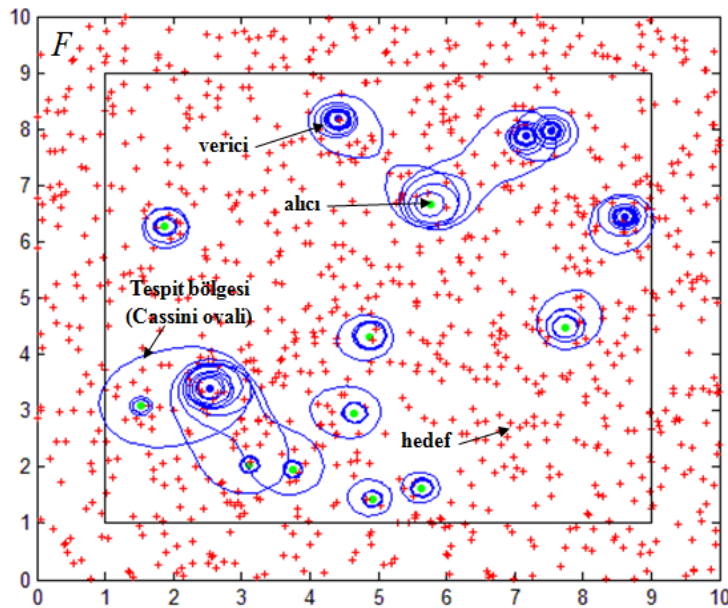
Şekil 7. Gelişigüzel multistatik sahalarda teorik ve simülasyon HTO değerleri

İkinci grup benzetim de ise  $F$  sahası içindeki en iyi büyüklükteki  $F'$  sahasına gelişigüzel yerleştirilen multistatik sensörler ile elde edilen EKS'ye ilişkin Eşitlik 13'ün test edilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla, değişik saha boyutları ve sensör adetleri için altı ayrı senaryo oluşturulmuş, her senaryo için en iyi saha oranı  $\rho/1,1$  ile, teorik EKS değeri ise (13) fonksiyonu kullanılarak hesaplanmış, elde edilen değerler Çizelge 1'de sunulmuştur.

Çizelge 1. Gelişigüzel multistatik saha simülasyonu için oluşturulan senaryo parametreleri ve teorik EKS değerleri

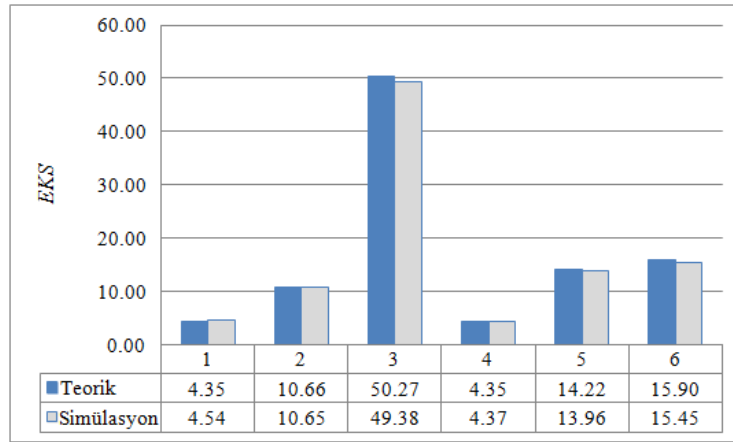
Deneme No	#1	#2	#3	#4	#5	#6
$m$ (adet)	1	3	20	1	4	2
$n$ (adet)	3	6	20	3	8	20
$A_F$ (km <sup>2</sup> ), ( $k=l=\sqrt{A_F}$ )	9	16	100	25	64	100
$\rho$	1,20	1,66	1,25	0,43	0,55	0,39
Optimum Saha Oranı	1	1	1	0,39	0,50	0,36
EKS (km <sup>2</sup> )	4,35	10,66	50,26	4,35	14,21	15,89

Simülasyon başlangıcında  $t_F \square Poisson(\lambda)$ ,  $\lambda = 10^6$  adet/ $A_F$  olacak şekilde  $t_F$  adet hedef,  $x_T \square U[0,k]$  ve  $y_T \square U[0,l]$  dağılımıyla gelişigüzel  $(x_T, y_T)$  koordinatlarında oluşturulmuştur. Sensörler her senaryo için belirlenen optimum büyüklükteki sahalara gelişigüzel şekilde  $10^3$  kez yerleştirilmiştir. Her deneme için tespit edilen hedef sayısı  $t_C$  ve yapılan  $10^3$  deneme kapsamında tespit edilen ortalama hedef sayısı  $\bar{t}_C$  ise simülasyon sonucu elde edilen EKS,  $EKS_{sim} = \frac{\bar{t}_C}{t_F} \cdot kl$  formülü ile hesaplanır. Şekil 8'de  $m=5$  ve  $n=10$  adet sensör ile  $10^3$  adet hedefin  $k,l=10$  km boyutlarındaki saha içinde belirlenen bölgede gelişigüzel yerleştirilmesi ile oluşturulan örnek bir simülasyon görülmektedir.



Şekil 8.  $m=5$  ve  $n=10$  sensör için multistatik saha kaplaması simülasyonu

Yapılan benzetimler sonucunda her senaryo için elde edilen teorik ve simülasyon EKS değerleri Şekil 9’da sunulmuştur.



Şekil 9. Gelişigüzel multistatik saha simülasyonu teorik ve simülasyon EKS değerleri

Her iki grup simülasyon sonucunda elde edilen değerlerin teorik değerler ile uyumlu olduğu, bu kapsamda Eşitlik 10 ve Eşitlik 13’ün gelişigüzel multistatik sahalarda elde edilen HTO ve EKS hesaplamalarında kullanılabileceği tespit edilmiştir. Bu çalışma sayesinde; hedefin bulunduğu sahanın genişliği, tespit menzili ve sensör adedi parametreleri kullanılarak sahada elde edilebilecek kaplama değeri simülasyona veya fiili denemelere gerek kalmadan geliştirilen formüller ile hesaplanabilecek, maksimum kaplamanın sağlanması için sensörlerin hedefin bulunduğu sahanın ne kadarlık bir bölümünde kullanılması gerektiği kararı analitik yöntemler ile verilebilecektir.

## 5. SONUÇLAR

Yapılan bu çalışmada, saha araması maksadıyla kullanılan multistatik SATS’nin kaplama performanslarının analitik yöntemlerle belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda sensörlerin sahaya düzgün dağılımla gelişigüzel yerleştirilmesi durumunda elde edilecek kaplama Eşitlik 10 ile yakınsanmış, gayret parametresi  $\rho < 1,1$  için sensörlerin yerleştirilmesi öngörülen optimum saha oranının  $\rho/1,1$  olduğu, bunun sonucunda elde edilen tespit olasılığının ise  $0,4\rho$  olduğu tespit edilmiştir. Optimum saha oranının kullanılmaması durumunda tespit olasılığında  $\rho$  değerine bağlı olarak  $[0,001; 0,040]$  aralığında kayıp olacağı görülmüştür. Her zaman optimum saha oranının kullanıldığı varsayıldığında elde edilecek EKS değerinin ise  $EKS = 0,8\pi b^2 \sqrt{mn}$  ile hesaplanabileceği tespit edilmiştir. Arzu edilen kaplama değerine ulaşmak için ihtiyaç duyulan sensör sayıları Eşitlik 14 ile hesaplanmıştır. Bu çalışmadan elde edilen teorik sonuçların Monte Carlo simülasyonlarından elde edilen sonuçlar ile uyumlu olduğu görülmüştür.

Sonuç olarak, çalışma kapsamında geniş deniz sahalarının gözlenmesi, aranması veya sualtında bilimsel araştırma yapılması amaçlarıyla kaynak ve alıcıların bir arada kullanılması durumunda ortaya çıkan bistatik ve multistatik sistemler ile hedef tespiti kavramları ele alınmış, gelişigüzel yerleşimler için elde edilecek HTO yakınsanmış ve uygulamalara esas oluşturacak teorik altyapı oluşturulmuştur. Ayrıca, monostatik sistemler için literatürde var olan gelişigüzel arama ve optimum sensör yerleşimi teorileri bistatik ve multistatik sistemler için geliştirilerek arama ve tespit teorilerine katkı sağlanmıştır. Gelişigüzel yerleştirilmiş sensörler ile elde edilen tespit olasılığı değeri ile planlayıcılara referans bir etkinlik ölçütü oluşturulmuş,

bu sayede yürütülen saha arama veya gözetleme faaliyetlerinin bilimsel yöntemler ile planlanması ve analitik yöntemler kullanılarak değerlendirilmesi imkanı sağlanmıştır.

Çalışmadan elde edilen sonuçların multistatik kavramda çalışan tüm sensör ağlarına uygulanabileceği gibi aynı prensiple çalışan radar ve benzeri sensörler için de kullanılabilceği değerlendirilmektedir. Bu bağlamda, gelecek dönemde yapılacak çalışmalarda, bu çalışma kapsamında elde edilen teorik bilgiler esas alınarak problem farklı alanlara doğru genişletilebilecektir.

Bu çalışma “Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK)” (B.02.1.TBT.0.06.01-214-36-109) tarafından desteklenmiştir.

## KAYNAKLAR

- Abramovitz S., Stegun, I. (1964): “Handbook of Mathematical Functions”, *National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series 55*, Washington, DC, sf. 374-8.
- Cox H. (1989): “Fundamentals of Bistatic Active Sonar”, *Underwater Acoustic Data Processing*, Kluwer, sf. 3-24.
- DelBalzo D .R., McNeal D. N., Kierstead D. P. (2005): “Optimized Multistatic Sonobuoy Fields”, *Oceans’05 Europe*, Brest, Almanya.
- Glenn J. A., Littler G. H. (1984): “A Dictionary of Mathematics”, London: Harper and Row.
- Hirst A. E., Lloyd E. K. (1997): “Cassini, His Ovals, and a Space Probe to Saturn”, *The Mathematical Gazette*, Cilt 81, No. 492, sf. 409–421.
- James G., James R. C. (1949): “Mathematics Dictionary”, D. Van Nostrand Co., Inc., New York, sf. 39.
- Khilji M. J. (2004): “Multi Foci Closed Curves”, *Journal of Theoretics*, Cilt 6-6.
- Mathworld W. (2012): “Cassini Ovals.”, <http://mathworld.wolfram.com/CassiniOvals.html>.
- Matz F. (1985): “The Rectification of the Cassinian Oval by Means of Elliptic Functions”, *Am.Math. Monthly*, Cilt 2, sf. 355-357.
- Patrick N. N., Warren L. J. F., Mohamed A. E. (2006): “Multiobjective Multistatic Sonar Sensor Placement”, *IEEE Congress on Evolutionary Computations*, Vancouver, BC, Kanada.
- Urlick R. J. (1983): “*Principles of Underwater Sound*”, 3rd Edition, McGraw-Hill Companies, New York, Amerika.
- Tharmarasa R., Kirubarajan T., Lang T. (2009): “Joint Path Planning and Sensor Subset Selection for Multistatic Sensor Networks”, *The 2009 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Security and Defense Applications*, Ottawa, Kanada.
- Walsh M. J., Wettergren T. A. (2008): “Search Performance Prediction for Multistatic Sensor Fields”, Technical Report, Naval Undersea Warfare Center, Newport, RI.
- Washburn A. (2002): “Search and Detection”, *Inform*, 4th edition, sf. 9-1.
- Washburn A. R. (2010): “A Multistatic Sonobuoy Theory”, Technical Report, Naval Postgraduate School, Monterey, CA.
- Willis N. J. (2008): “Bistatic Radar”, *Radar Handbook*, Skolnik M. I. (Editor in Chief), McGraw-Hill Professional, sf. 23.4.
- Yakubovskiy A. (2000): “A Whole New Vision Underwater: Bistatic Sonar Explained”, Farsounder Inc..