



## X ÇAPRAZLI ÇELİK SİSTEMLERDE BASINÇ ÇUBUĞUNUN ELASTİK BURKULMA DAVRANIŞININ İNCELENMESİ

### (*INVESTIGATION OF ELASTIC BUCKLING BEHAVIOUR OF COMPRESSION MEMBER IN X BRACED STEEL SYSTEMS*)

Mutlu SEÇER<sup>1</sup>, Taner UÇAR<sup>2</sup>

#### ÖZET/ABSTRACT

Çelik yapılarda, X çaprazlar deprem yüklerinin karşılanmasında ve yatay yer değiştirmelerin sınırlandırılmasında kullanılmaktadır. Bu çalışmada, çelik X çaprazların çekmeye çalışan elemanı basınç çubuğuna tutturulmuş eşdeğer elastik bir yay elemanı olarak modellenmiştir. Basınç çubuğu, farklı uç koşullarını dikkate alınarak incelenmiş ve kritik burkulma yükü ile bu yükü maksimum yapan mafsalsal konumu her durum için ayrı ayrı belirlenmiştir. Ayrıca, herhangi bir nedenle çekme çubuğunun sisteme olan katkısını kaybetmesi durumunun incelenmesi amacıyla sistem elastik yay etkisi dikkate alınmadan modellenmiş ve ara noktasında mafsalsal olan basınç çubuğu durumu farklı uç koşullarına bağlı olarak incelenmiştir. Mafsalsal optimum konumu ve buna karşılık gelen en büyük elastik burkulma yükü belirlenmiştir. Çalışmada elde edilen karakteristik denklemler kullanılarak sayısal örnek incelenmiş ve elde edilen sonuçlar grafikler ve tablolar halinde sunulmuştur.

*In steel structures, X braces are used for providing lateral resistance to seismic forces and minimizing lateral drifts. In this study, tension member of the X braced steel system is modeled as an equivalent elastic spring which is attached to the compression member. The critical buckling load of the compression member and the optimal place of the hinge that maximizes the buckling load are determined for many end conditions. Additionally, tension member is neglected and the system is remodeled as compression member with an intermediate hinge in order to investigate the loss of tension member due to any reason for various end conditions. The optimal place of the hinge and the maximum elastic buckling load for the spot is also determined. A numerical example is investigated by using the characteristic equations obtained from the study and the results are presented in tables and graphics.*

#### ANAHTAR KELİMELELER/KEYWORDS

Burkulma, X çapraz, Doğrusal elastik yay, Elastik stabilite  
*Buckling, X brace, Linear elastic spring, Elastic stability*

<sup>1</sup> DEÜ, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İZMİR

<sup>2</sup> DEÜ, Mimarlık Fakültesi, Mimarlık Bölümü, İZMİR

## 1. GİRİŞ

Çelik çerçeve sistemlerde deprem yüklerinin karşılanmasında ve yatay yerdeğiştirmelerin sınırlandırılmasında genelde çelik çaprazlar kullanılmaktadır. Yatay yük etkisindeki X çaprazlı bir sistemde, yatay yükün yönüne bağlı olarak çapraz çubukların birisi basınç etkisindeyken diğeri çekme etkisi altındadır. Basınç elemanının elastik burkulma davranışının incelenmesinde çekme elemanı tarafından sağlanan kısıt birçok durumda dikkate alınmamaktadır (Mutton ve Trahair, 1973). Günümüzde, çelik X çaprazlı sistemlerin özellikle endüstriyel yapılarda yaygın olarak kullanılması çekme elemanının basınç elemanının stabilitesi üzerindeki etkisinin araştırılmasının önemini ortaya koymaktadır.

Eksenel basınç kuvveti etkisi altındaki elemanların burkulma davranışı elastik stabilitenin temel konularından biri olup farklı mesnetlenme koşullarına sahip eksenel basınç kuvveti taşıyan elemanlar birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir (Chen ve Lui, 1991; Gantes ve Mageirou, 2005). Bazı özel durumlar için literatürde çeşitli elastik stabilite kriterleri bulunmaktadır (Timoshenko ve Gere, 1961). Basınç çubuklarının incelenmesinde özel bir durum olan basınç elemanın ara noktasında sonsuz rijitlikte yay bulunması durumuna karşılık gelen basınç elemanında ara mesnetin bulunması durumu için çeşitli elastik stabilite uygulamaları bulunmaktadır (Wang ve Liew, 1991). Literatürde, farklı mesnet koşulları altında sisteme etkileyen dış yükün değişiminin incelenmesi amacıyla çeşitli çalışmalar yapılmış ve Timoshenko enerji yöntemi ile çelik basınç elemanlarının burkulma yükü tekil ve yayılı yük etkileri altında incelemiştir (Wang ve Ang, 1988). Bunun yanında, Ritz yönteminin bir türevini kullanarak basınç elemanının elastik burkulma yükünü hesaplamıştır (Thevendran ve Wang, 1993). Literatürdeki birçok çalışmada nihai burkulma yükü araştırılmış ve burkulma yükünün tespit edilebilmesi için çeşitli nümerik çözüm yöntemleri sunulmuştur.

Bu çalışmada, X çaprazlı sistemlerin modellenmesinde çekmeye çalışan çapraz eleman basınç çubuğuna tutturulmuş elastik bir yay eleman olarak modellenmiştir. Basınç çubuğu, farklı uç koşul durumları dikkate alınarak incelenmiş ve kritik burkulma yükü ile bu yükü maksimum yapan mafsalin konumu her durum için ayrı ayrı belirlenmiştir. Ayrıca özel bir durum olan çekme çubuğunun bulonlarından sıyrılmasına benzer herhangi bir nedenle sisteme olan katkısını kaybetmesi durumu elastik yay etkisi dikkate alınmadan modellenmiş ve ara noktasında mafsal olan basınç çubuğu durumu farklı uç koşullarına bağlı olarak incelenmiştir. Çalışmada, mesnet koşullarına bağlı olarak elastik burkulma yükünün mafsalin konumuna göre değişimi de sunulmuştur.

## 2. KARAKTERİSTİK DENKLEMLERİN ELDE EDİLMESİ

Geleneksel elastik stabilite ifadelerinden bilindiği üzere, eksenel basınç kuvveti etkisindeki elemanlar için diferansiyel denklem ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + k^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (1)$$

Eşitlik 1’de kartezyen koordinat takımı (x,y) şeklinde ifade edilmiştir.  $k^2$  parametresi Eşitlik 2 ile tanımlanmış ve Eşitlik 1’in genel çözüm Eşitlik 3 ile gösterilmiştir. Eşitlik 2’de E elastisite modülü, I atalet momenti, P eksenel basınç kuvveti ve L eleman boyudur.

$$k = \sqrt{\frac{PL^2}{EI}} \quad (2)$$

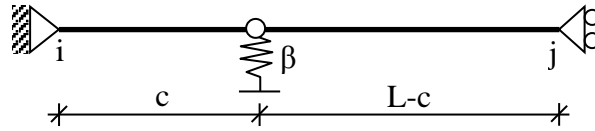
$$y(x) = a_1 \cos(kx) + a_2 \sin(kx) + a_3 x + a_4 \quad (3)$$

Çalışmada, incelenen çubuk elemanın mafsala kadar olan bölümü bir numaralı kısım, mafsaldan sonraki bölümü ise iki numaralı kısım olarak tanımlanmıştır. Çekme çubuğu doğrusal elastik bir yay ile modellenmiş ve yay sabiti  $\beta$  ile gösterilmiştir. Mesnet koşulları olarak Çizelge 1’de gösterilen beş farklı durum incelenmiş ve bunların her birine ait karakteristik denklemler elde edilmiştir.

Çizelge 1. Basınç çubuğunun mesnetlenme şekilleri

İncelenen Durumlar	Mesnetlenme Şekli	
	(i) ucu	(j) ucu
1	Sabit	Hareketli
2	Sabit	Sabit
3	Ankastre	Hareketli
4	Ankastre	Sabit
5	Ankastre	Ankastre

### 2.1. Sabit ve Hareketli Mesnetli Basınç Çubuğu (Durum 1)



Şekil 1. Sabit ve hareketli mesnetli eleman modeli

Şekil 1 ile gösterilen eleman modelinde sabit mesnetin yer aldığı birinci bölgede yer değiştirme ve moment değerlerini sıfır yapan denklem ile hareketli mesnetin bulunduğu ikinci bölgede kesme kuvveti değerini sıfır yapan denklem aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$y_1 = a_1 \sin(kx) + a_2 x \quad (4)$$

$$y_2 = a_3 \cos[k(L - x)] + a_4 \quad (5)$$

Eşitlik 4 ve Eşitlik 5’in çözümleri için gerekli sınır koşulları Eşitlik 6 ve Eşitlik 7’deki gibidir.

$$y_1''(c) = 0 \quad (6)$$

$$y_2''(c) = 0 \quad (7)$$

Birinci bölgenin burkulması durumunda burkulma yükü Eşitlik 8’de verilmiştir. Eşitlik 7’de verilen sınır şartının kullanılması durumunda ise ikinci bölgenin burkulmasına ait burkulma yükü Eşitlik 9’daki gibi elde edilmiştir.

$$P = \frac{\pi^2 EI}{c^2} \quad (8)$$

$$P = \frac{\pi^2 EI}{4(L-c)^2} \quad (9)$$

Sistemde mafsalın bulunduğu noktada kesme kuvvetlerinin dengesi Eşitlik 10'daki gibi yazılabilir. Yay elemanının etkili olduğu durumlara ait burkulma yükü değeri verilen sınır koşulunun çözümünden elde edilebilir.

$$y_1'''(c) + k^2 y_1'(c) = \beta y_1(c) \quad (10)$$

Eşitlik 10'un çözümünde gerekli işlemler yapılır ve Eşitlik 6'dan  $\sin(kc)$  değerinin sıfır olarak elde edildiği dikkate alınır sonuç ifade Eşitlik 11'deki gibi elde edilir.

$$-a_1 k^3 \cos(kc) + k^2 [a_1 k \cos(kc) + a_2] = \beta a_1 \sin(kc) + \beta a_2 c \quad (11)$$

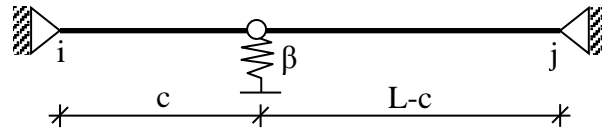
$$k^2 = \beta c \quad (12)$$

Eşitlik 12'de Eşitlik 2 ile verilen  $k^2$  ifadesi yerine yazılırsa, P elastik burkulma yükü Eşitlik 13'de gösterildiği gibi elde edilebilir.

$$P = \beta c \quad (13)$$

Burkulma yükünü en büyük yapan mafsalın yerini belirlemek üzere Eşitlik 8 ve Eşitlik 9'un birlikte çözümünden mafsalın optimum yeri  $c=2L/3$  olarak elde edilir. Bu durumda basınç çubuğunun elastik burkulma yükü  $P = 9\pi^2 EI/4L^2$  olarak bulunmuştur. Yay sabiti değeri ise mafsalın optimum yeri için  $\beta = 27\pi^2 EI/8L^3$  olarak hesaplanmıştır.

## 2.2. Her İki Ucu Sabit Mesnetli Basınç Çubuğu (Durum 2)



Şekil 2. İki ucu sabit mesnetli eleman modeli

Her iki uçta da sabit mesnetin bulunması durumu Şekil 2 ile gösterilmiş ve mesnet noktalarındaki yer değiştirme ile moment değerlerini sıfır yapan denklemler aşağıda verilmiştir.

$$y_1 = a_1 \sin(kx) + a_2 x \quad (14)$$

$$y_2 = a_3 \sin[k(L-x)] + a_4 (L-x) \quad (15)$$

Eşitlik 14 ve Eşitlik 15'in çözümleri için gerekli sınır koşulları Eşitlik 16 ve Eşitlik 17'de verilmiştir.

$$y_1''(c) = 0 \quad (16)$$

$$y_1''(L-c) = 0 \quad (17)$$

Birinci bölgenin burkulmasına durumunda Eşitlik 16'daki sınır şartı kullanılarak, burkulma yükü Eşitlik 18'de verilmiştir. İkinci bölgenin burkulmasına ait burkulma yükü ise Eşitlik 19'daki gibi elde edilmiştir.

$$P = \frac{\pi^2 EI}{c^2} \quad (18)$$

$$P = \frac{\pi^2 EI}{(L-c)^2} \quad (19)$$

Sistemde mafsalın bulunduğu noktada kesme kuvvetlerinin dengesi Eşitlik 20 gibi yazılabilir. Yay elemanının etkili olduğu durumlara ait burkulma yükü değeri verilen sınır koşulunun çözümünden elde edilebilir.

$$[y_1'''(c) + k^2 y_1'(c)] - [y_2'''(c) + k^2 y_2'(c)] = \beta y_1(c) \quad (20)$$

Eşitlik 20'nin çözümünde  $y_1''(c) = y_2''(c) = 0$  sınır şartı kullanılarak ve  $a_4$  ile  $a_2$  sabitleri arasında Eşitlik 21'de verilen ilişki dikkate alınarak Eşitlik 22 elde edilmiştir.

$$a_4 = \frac{c}{L-c} a_2 \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & -a_1 k^3 \cos(kc) + k^2 [a_1 k \cos(kc) + a_2] - a_3 k^3 \cos[k(L-c)] - k^2 \{-a_3 k \cos[k(L-c)] - a_4\} \\ & = \beta [a_1 \sin(kc) + a_2 c] \end{aligned} \quad (22)$$

Eşitlik 22 düzenlenirse Eşitlik 23 elde edilir.

$$a_2 (\beta c - k^2) = k^2 a_4 \quad (23)$$

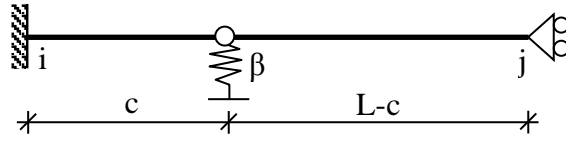
Eşitlik 23'de Eşitlik 21 yerine yazılarak Eşitlik 24 elde edilir.

$$P = \beta c \left(1 - \frac{c}{L}\right) \quad (24)$$

Burkulma yükünü en büyük yapan mafsalın yerini belirlemek üzere, Eşitlik 18 ve Eşitlik 19'un birlikte çözülmesi ile mafsalın optimum yeri  $c = L/2$  olarak elde edilir. Bu durumda basın çubuğunun elastik burkulma yükü  $P = 4\pi^2 EI/L^2$  olarak bulunmuştur. Yay sabiti değeri ise mafsalın optimum yeri için  $\beta = 16\pi^2 EI/L^3$  olarak hesaplanmıştır.

### 2.3. Ankastre ve Hareketli Mesnetli Basınç Çubuğu (Durum 3)

Şekil 3 ile sunulan durumda ankastre mesnetin yer aldığı birinci bölgede yer değiştirme ile dönme değerlerini sıfır yapan denklem ve hareketli mesnetin bulunduğu ikinci bölgede kesme kuvveti değerini sıfır yapan ifadeler sırasıyla Eşitlik 25 ve Eşitlik 26 ile yazılabilir.



Şekil 3. Ankastre ve hareketli mesnetli eleman modeli

$$y_1 = a_1[\sin(kx) - kx] + a_2[\cos(kx) - 1] \quad (25)$$

$$y_2 = a_3 \cos[k(L - x)] + a_4 \quad (26)$$

Benzer mesnet koşuluna sahip olduğundan, Durum 1’de yapılan çözümden faydalanılarak ikinci bölgenin burkulmasına ait burkulma yükü Eşitlik 27’de hesaplanmıştır.

$$P = \frac{\pi^2 EI}{4(L - c)^2} \quad (27)$$

Sistemde mafsalsın bulunduğu noktada elastik yayın etkisi dikkate alınarak kesme kuvvetlerinin dengesi Eşitlik 28’deki gibi yazılabilir.

$$y_1'''(c) + k^2 y_1'(c) = \beta y_1(c) \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & -a_1[k^3 \cos(kc)] + a_2[k^3 \sin(kc)] + k^2 \{a_1[k \cos(kc) - k] + a_2[-k \sin(kc)]\} \\ & = \beta \{a_1[\sin(kc) - kc] + a_2[\cos(kc) - 1]\} \end{aligned} \quad (29)$$

Eşitlik 29 çözümünde  $y_1''(c) = 0$  sınır şartı dikkate alınır ve  $a_2$  ile  $a_1$  sabitleri arasında Eşitlik 30’da verilen ilişki kullanılırsa Eşitlik 31 elde edilir.

$$a_2 = -a_1 \tan(kc) \quad (30)$$

$$-a_1 k^3 = \beta a_1 \sin(kc) - \beta a_1 kc - \beta a_1 \tan(kc) \cos(kc) + \beta a_1 \tan(kc) \quad (31)$$

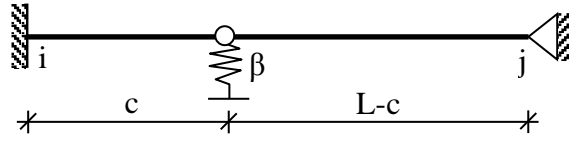
Gerekli matematiksel işlemler yapıldıktan sonra Eşitlik 32 elde edilmiştir.

$$k^3 \cos(kc) + \beta [\sin(kc) - kc \cos(kc)] = 0 \quad (32)$$

Sistemde mafsalsın optimum yerinin belirlenmesi ve buna karşılık gelen burkulma yükünün elde edilebilmesi için Eşitlik 27 ve Eşitlik 32’nin nümerik olarak çözülmesi gereklidir. Özel bir durum olması nedeniyle yayın bulunmadığı ( $\beta=0$ ) ve mafsalsın sistemin tam orta noktasında ( $c=L/2$ ) oluşması durumu dikkate alınarak burkulma yükü Eşitlik 33’de elde edilmiştir.

$$P = \frac{\pi^2 EI}{4(L - 0.5L)^2} = \frac{9.8696EI}{L^2} \quad (33)$$

#### 2.4. Ankastre ve Sabit Mesnetli Basınç Çubuğu (Durum 4)



Şekil 4. Ankastre ve sabit mesnetli eleman modeli

Ankastre mesnetin yer aldığı birinci bölgede yer değiştirme ile dönme değerlerini sıfır yapan ifade Eşitlik 34 ile gösterilmiş ve incelenen uç durumlarına ait hesap modeli Şekil 4 ile belirtilmiştir.

$$y_1 = a_1 [\sin(kx) - kx] + a_2 [\cos(kx) - 1] \quad (34)$$

Sabit mesnetin bulunduğu ikinci bölgede ise Durum 2'ye benzer olarak Eşitlik 35'deki ifade yazılmıştır.

$$y_2 = a_3 \sin[k(L - x)] + a_4 (L - x) \quad (35)$$

İkinci bölgenin burkulması durumu için sınır koşulları dikkate alınarak burkulma yükü Eşitlik 36 ile elde edilmiştir.

$$P = \frac{\pi^2 EI}{(L - c)^2} \quad (36)$$

Burkulmanın birinci bölgede oluşması durumunda ise, mafsalın bulunduğu noktada kesme kuvvetlerinin dengesi yazılarak Eşitlik 37 ve Eşitlik 38 elde edilmiştir.

$$[y_1'''(c) + k^2 y_1'(c)] - [y_2'''(c) + k^2 y_2'(c)] = \beta y_1(c) \quad (37)$$

$$-a_1 k^3 + k^2 a_4 = \beta \{a_1 [\sin(kc) - kc] + a_2 [\cos(kc) - 1]\} \quad (38)$$

Eşitlik 38'in çözümünde mafsalın bulunduğu noktada yer değiştirmelerin eşit olacağı dikkate alınarak  $y_1(c) = y_2(c)$  sınır şartı kullanılması ile  $a_4$ ,  $a_1$  ve  $a_2$  sabitlerine bağlı olarak Eşitlik 39 yazılmıştır. Ayrıca  $y_1''(c) = 0$  sınır şartından Eşitlik 40 elde edilmiştir.

$$a_4 = \frac{a_1 [\sin(kc) - kc] + a_2 [\cos(kc) - 1]}{L - c} \quad (39)$$

$$a_2 = -a_1 \tan(kc) \quad (40)$$

Eşitlik 39 ve Eşitlik 40'ın yardımıyla  $a_2$  ve  $a_4$  ifadeleri,  $a_1$  cinsinden yazılıp Eşitlik 38'de yerlerine konulmasıyla Eşitlik 41 elde edilmiş ve gerekli ara işlemler yapılarak Eşitlik 42 bulunmuştur.

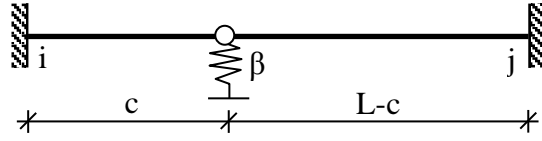
$$-a_1 k^3 + \frac{k^2}{L-c} [a_1 \sin(kc) - a_1 kc - a_1 \sin(kc) + a_1 \tan(kc)] \quad (41)$$

$$= \beta [a_1 \sin(kc) - a_1 kc - a_1 \sin(kc) + a_1 \tan(kc)]$$

$$k^2 [k \cos(kc) - \sin(kc)] + \beta (L-c) [\sin(kc) - kc \cos(kc)] = 0 \quad (42)$$

Sistemde mafsalın optimum yerinin belirlenmesi ve buna karşılık gelen burkulma yükünün elde edilebilmesi için Eşitlik 36 ve Eşitlik 42 nümerik olarak çözülür.

## 2.5. Her İki Ucu Ankastre Mesnetli Basınç Çubuğu (Durum 5)



Şekil 5. İki ucu ankastre mesnetli eleman modeli

Şekil 5 ile sunulan ankastre mesnetin yer aldığı sistem düşünüldüğünde birinci bölgede yer değiştirme ve dönme değerlerini sıfır yapan ifade Eşitlik 43 ile gösterilmiştir.

$$y_1 = a_1 [\sin(kx) - kx] + a_2 [\cos(kx) - 1] \quad (43)$$

Eşitlik 43'de  $x = L - x$  yazılarak ikinci bölge için, ankastre uçta yer değiştirme ve dönme değerlerini sıfır yapan çözüm Eşitlik 44'deki gibi elde edilmiştir.

$$y_2 = a_3 \{ \sin[k(L-x) - k(L-x)] \} + a_4 \{ \cos[k(L-x) - 1] \} \quad (44)$$

Sınır şartları Eşitlik 45, Eşitlik 46 ve Eşitlik 47 ile aşağıda verilmiş ve ilgili çözümler sırasıyla Eşitlik 48, Eşitlik 49 ve Eşitlik 50 ile gösterilmiştir.

$$y_1''(c) = 0 \quad (45)$$

$$y_2''(c) = 0 \quad (46)$$

$$y_1(c) = y_2(c) \quad (47)$$

$$a_1 \sin(kc) + a_2 \cos(kc) = 0 \quad (48)$$

$$-a_3 k^2 \sin[k(L-c)] - a_4 k^2 \cos[k(L-c)] = 0 \quad (49)$$

$$a_1 [\sin(kc) - kc] + a_2 [\cos(kc) - 1] = a_3 \{ \sin[k(L-c)] - k(L-c) \} + a_4 \{ \cos[k(L-c)] - 1 \} \quad (50)$$

Yukarıda verilen sınır şartlarına ek olarak mafsalın bulunduğu nokta için elastik yayın etkisi dikkate alınarak kesme kuvvetlerinin dengesi Eşitlik 51'deki gibi yazılabilir.

$$[y_1'''(c) + k^2 y_1'(c)] - [y_2'''(c) + k^2 y_2'(c)] = \beta y_1(c) \quad (51)$$



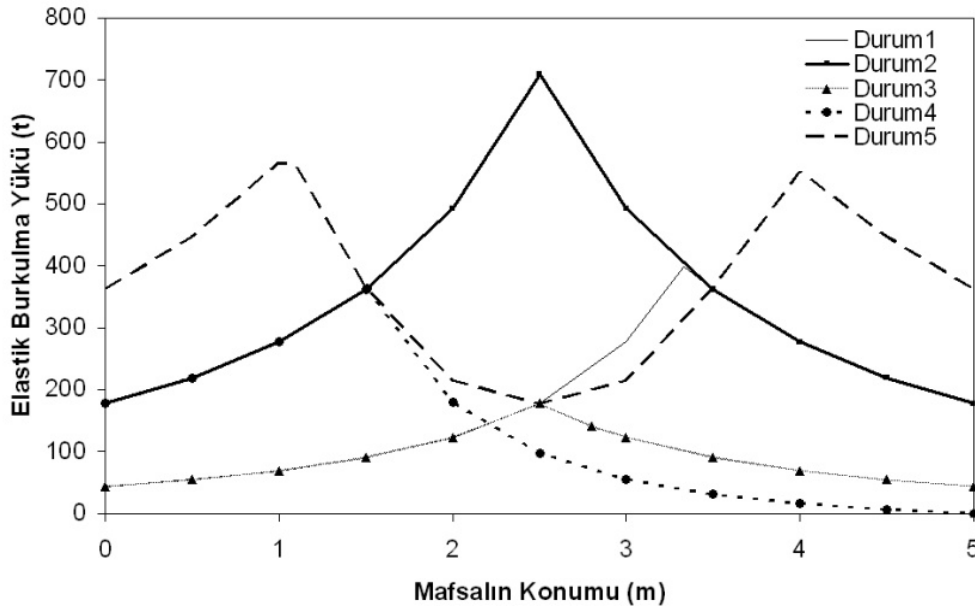
Eşitlik 51’de ilgili ifadeler yerlerine yazılır ve Eşitlik 48, Eşitlik 49 ve Eşitlik 50 kullanılarak bilinmeyenler indirgenirse, karakteristik denklem en genel haliyle aşağıdaki gibi elde edilir.

$$k^4 \cos[k(L-c)] \cos(ka) - k^3 \sin(k) - \beta [k \cos(kc) - \sin(kc)] \{k(L-c) \cos[k(L-c)] - \sin[k(L-c)]\} = 0 \quad (52)$$

Eşitlik 52’nin nümerik olarak çözülmesi ile sistemde mafsalın optimum yeri, bunlara karşılık gelen burkulma yükü ve yay sabiti değerlerinin belirlenmesi mümkündür.

### 3. SAYISAL UYGULAMA

Sayısal uygulamada aksenal basınç kuvveti etkisi altındaki kutu 250.150.8 profili ile oluşturulmuş 5 m uzunluğunda bir basınç çubuğu farklı uç koşulları dikkate alınarak incelenmiştir. Basınç çubuğunun yapıldığı çelik malzemenin elastisite modülü 2022645 kg/cm<sup>2</sup> olarak hesaplarda dikkate alınmıştır (TS648, 1980). Sayısal uygulamada incelenen X çapraz sistemi DBYBHY’de süneklik düzeyi yüksek merkezi çelik çaprazlı perdeler için tanımlanmış olan çapraz elemanların narinlik sınır değerlerini aşmamaktadır (DBYBHY, 2007). X çaprazlı sistemde basınç çubuğunun elastik burkulma yükü mafsalın farklı konumları için çeşitli uç koşulları dikkate alınarak hesaplanmış ve elde edilen sonuçlar Şekil 6’da gösterilmiştir.



Şekil 6. Elastik burkulma yükü ve mafsalın konumu ilişkisi

X çaprazlı sistemlerin modellenmesinde çekmeye çalışan çapraz eleman basınç çubuğuna tutturulmuş elastik bir yay eleman olarak modellenmiş olup basınç çubuğunun burkulma yükünün değişimi ve elastik yayın basınç elemanın davranışı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Sayısal inceleme amacıyla elastik yay sabiti  $\beta = 600$  t/m olarak kabul edilmiş ve teorik bölümde elde edilen karakteristik denklemlerin nümerik çözümlenmeleri yapılarak elde edilen sonuçlar Şekil 7’de gösterilmiştir. Ayrıca, elastik yay sabiti  $\beta = 0$  ve  $\beta = 600$  t/m durumları için

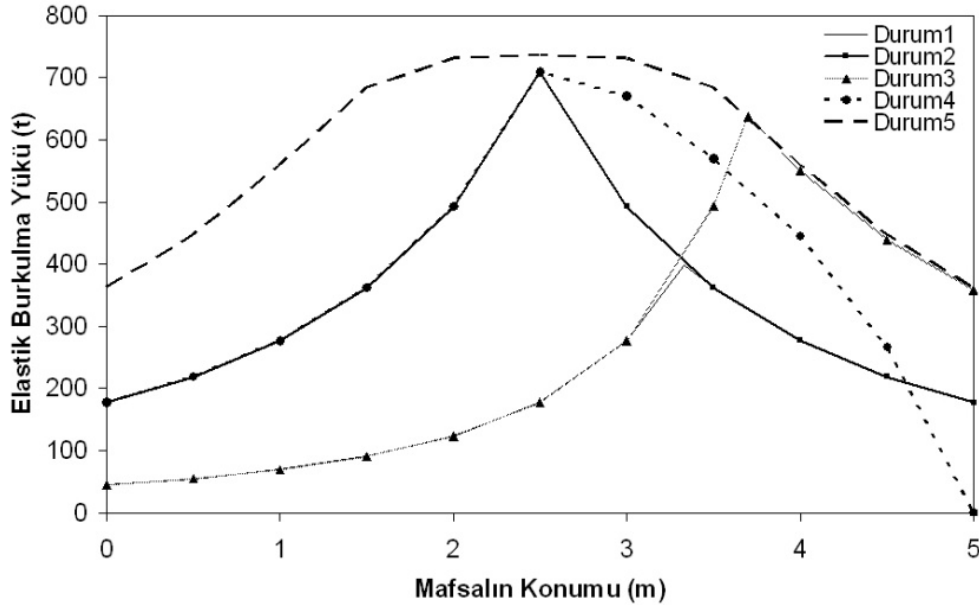
uç koşullarına bağlı olarak basınç çubuğu ayrı ayrı incelenmiş ve Çizelge 2'de mafsalsal optimum konumu ile en büyük elastik burkulma yükü değerleri verilmiştir.

Çizelge 2. Mafsalsal optimum konumu ve elastik burkulma yükü

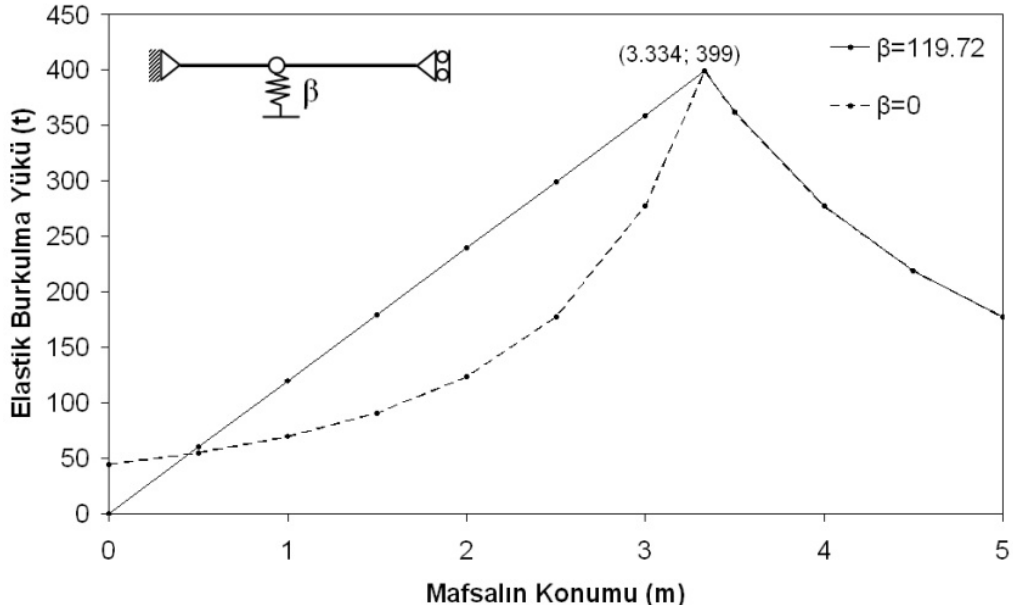
İncelenen Durumlar	Mesnetlenme Şekli	Mafsalsal Optimum Konumu (m)		Elastik Burkulma Yükü (t)	
		$\beta=0$	$\beta=600$ t/m	$\beta=0$	$\beta=600$ t/m
Durum 1	Sabit – Hareketli	3.34	3.34	399	399
Durum 2	Sabit – Sabit	2.50	2.50	710	710
Durum 3	Ankastre – Hareketli	2.50	3.70	177	637
Durum 4	Ankastre – Sabit	1.51	2.50	363	710
Durum 5	Ankastre – Ankastre	1.10	2.50	563	736

Eksenel basınç kuvveti altındaki çubuk elemanda elastik yay bulunması durumunda mafsalsal optimum konumu ve elastik burkulma yükü değerleri değişmektedir.

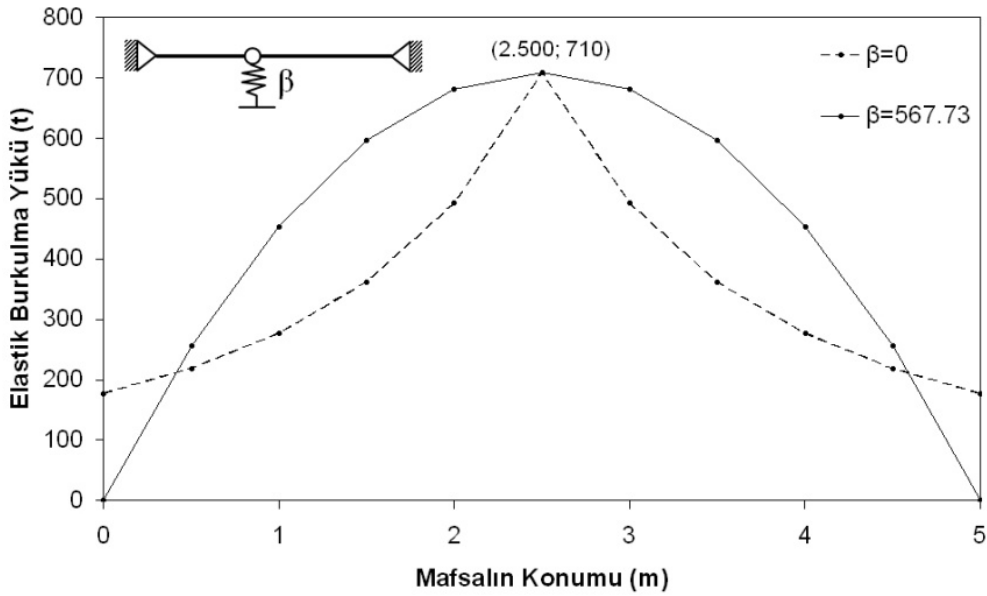
Sabit ve hareketli mesnet koşullarına sahip elemanın en büyük burkulma yükünü elde etmek için gerekli olan en küçük elastik yay sabiti  $\beta=119.72$  t/m olarak bulunmuştur. Elastik yay sabitinin bu değerden daha büyük bir değer olarak alınması durumunda en büyük elastik burkulma yükü değişmemekte olup Şekil 8 ile gösterilmiştir.



Şekil 7.  $\beta=600$  t/m için elastik burkulma yükü ve mafsalsal konumu

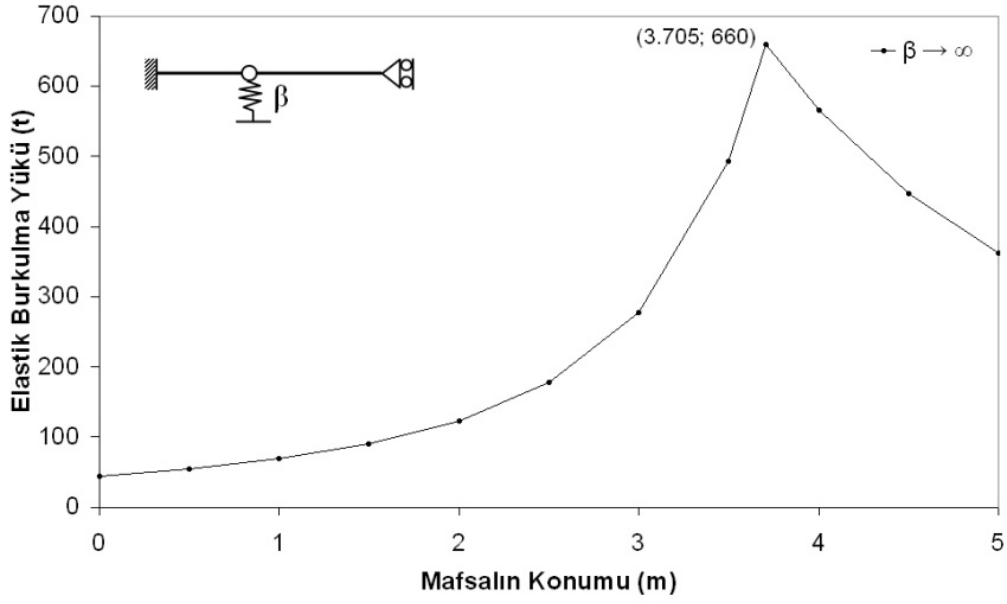


Şekil 8. Sabit ve hareketli mesnet koşullarına sahip elemanın en büyük burkulma yükü ve elastik yay sabiti ilişkisi



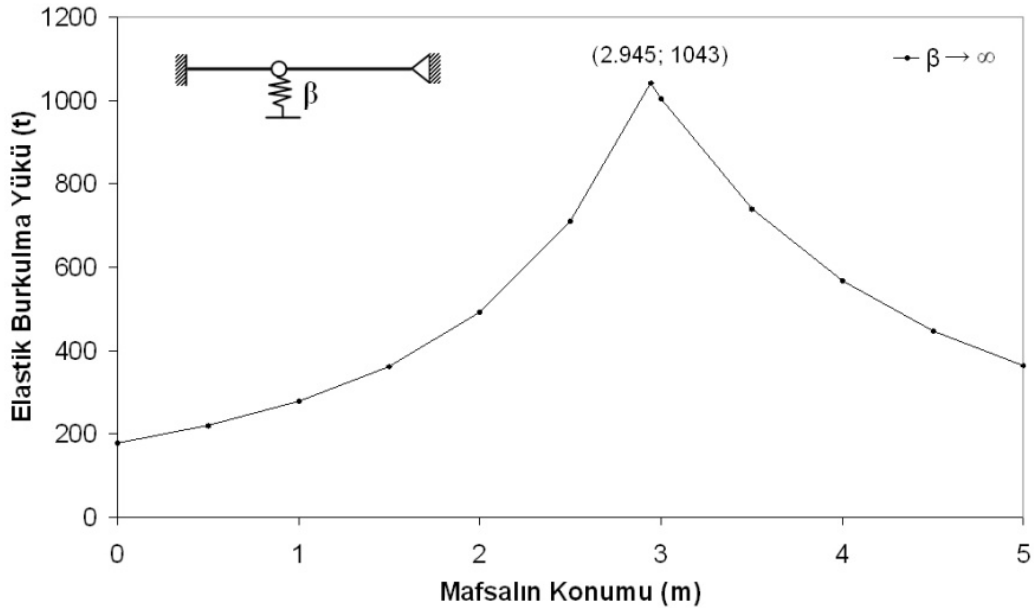
Şekil 9. İki ucu sabit mesnet koşullarına sahip elemanın en büyük burkulma yükü ve elastik yay sabiti ilişkisi

İki ucu sabit mesnet koşullarına sahip elemanın en büyük burkulma yükünü elde etmek için gerekli olan en küçük elastik yay sabiti  $\beta=567.73$  t/m olarak bulunmuştur. Elastik yay sabitinin bu değerden daha büyük bir değer olarak alınması durumunda en büyük elastik burkulma yükü değişmeyecek olup ilgili durum Şekil 9 ile gösterilmiştir.

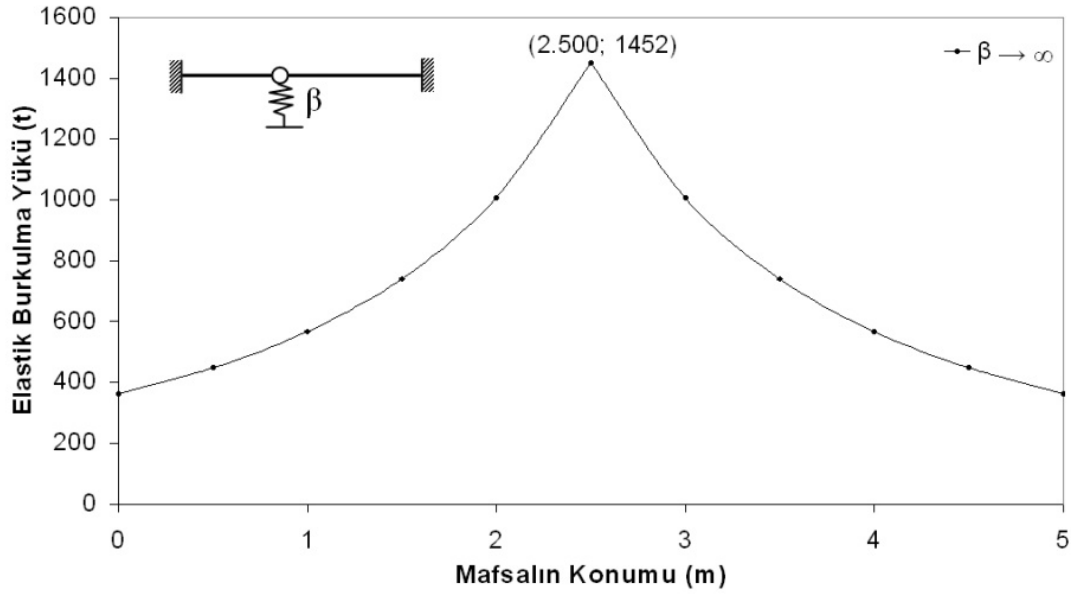


Şekil 10. Ankastr ve hareketli mesnet koşullarına sahip elemanın en büyük burkulma yükü ve elastik yay sabiti ilişkisi

Bir ucunun ankastr diğ er ucunun ise hareketli, sabit veya ankastr olması durumları için yay sabitinin sonsuz büyük alınması durumunda dahi elastik burkulma yükü değ eri belirli bir sınır değ erine üzerine çıkamaz. Bu elastik burkulma yükü sınır değ erleri mesnetlenme koşullarına bağı lı olarak Ş ekil 10-12’de verilmiştir.



Şekil 11. Ankastr ve sabit mesnet koşullarına sahip elemanın en büyük burkulma yükü ve elastik yay sabiti ilişkisi



Şekil 12. İki ucu ankastre mesnet koşullarına sahip elemanın en büyük burkulma yükü ve elastik yay sabiti ilişkisi

#### 4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, uygulamada yaygın olarak kullanılan çelik X çaprazlı sistemlerin elastik burkulma davranışı incelenmiştir. X çaprazlı sistemin modellenmesinde çekmeye çalışan çapraz eleman basınç çubuğuna tutturulmuş elastik bir yay eleman olarak kabul edilmiştir. Basınç çubuğu için kritik burkulma yükü ve bu yükü maksimum yapan mafsalın konumu farklı uç koşulları için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Bunun yanında, basınç çubuğu için en büyük burkulma yükü için gerekli olan en küçük doğrusal elastik yay sabit elde edilmiştir. Herhangi bir neden ile çekme çubuğunun sisteme olan katkısının kaybolması durumu elastik yayın model sistemden çıkarılması ile ayrıca incelenmiş ve ara noktasında mafsal olan basınç çubuğu durumu farklı uç koşullarına bağlı olarak araştırılmıştır. Mesnet koşullarına bağlı olarak elastik burkulma yükünün mafsalın konumuna göre değişimi de sunulmuştur. Çalışmadan elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

1. Sayısal örnek çözümü ve elde edilen karakteristik denklemler incelendiğinde her bir mesnetlenme koşulu için basınç çubuğunun burkulma davranışının farklılık gösterdiği görülmüştür.

2. Özel bir durum olan çekme çubuğunun sisteme katkısının herhangi bir neden ile ortadan kalkması halinde basınç çubuğu için en büyük burkulma yükü mafsalın optimum konumu belirlenerek hesaplanabilir.

3. Elastik yay sabiti ve mafsalın basınç çubuğu üzerindeki konumu elastik burkulma yükünü önemli ölçüde etkilemektedir.

4. İncelenen bazı durumlarda yay sabitinin belirli bir değerin üzerinde artması elastik burkulma yükünü etkilememektedir. Çelik X çaprazlı sistemlerde çekme çubuğunun uzama rijitliğinin belirli bir değerin üzerinde olması basınç çubuğunun burkulma yükünde belirli bir değerden sonra herhangi bir artışa neden olmamaktadır.

**KAYNAKLAR**

- Chen W. F., Lui, E. M. (1991): “Stability Design of Steel Frames”, Boca Raton Florida, CRC Press.
- DBYBHY (2007): “Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik”, İzmir, İnşaat Mühendisleri Odası İzmir Şubesi Yayını, Bayındırlık ve İskan Bakanlığı.
- Gantes C. J., Mageirou G. E. (2005): “Improved Stiffness Distribution Factors for Evaluation of Effective Buckling Lengths in Multi-Story Sway Frames”, Engineering Structures, Cilt 27, s.113-124.
- Mutton B. R., Trahair N. S. (1973): “Stiffness Requirements for Lateral Bracing”, Journal of Structural Division, Cilt 99, Sayı 10, s.2167-2182.
- Thevendran V., Wang C. M. (1993): “Stability of Nonsymmetric Cross-Bracing Systems”, Journal of Structural Engineering, Cilt 119, Sayı 1, s.169-180.
- Timoshenko S. P., Gere J. (1961): “Theory of Elastic Stability”, New York, Mc-Graw Hill.
- TS648 (1980): “Çelik Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları”, Ankara, Türk Standartları Enstitüsü.
- Wang C. M., Liew K. M. (1991): “Buckling of Columns With Overhang”, Journal of Engineering Mechanics, Cilt 117, Sayı 11, s.2492-2508.
- Wang C. M., Ang K. K. (1988): “Buckling Capacities of Braced Heavy Columns Under An Axial Load”, Computers and Structures, Cilt 28, Sayı 5, s.563-571.