



TEK FAZLI ÇİFT ÇIKINTILI KUTUPLU SABİT MİKNATISLI BİR MOTORUN SONLU ELEMAN ANALİZİ

(FINITE ELEMENT ANALYSIS OF A SINGLE PHASE DOUBLY- SALIENT POLE PERMANENT MAGNET MOTOR)

Hacer ÖZTURA*

ÖZET/ABSTRACT:

Bu makalede, stator sargılarında indüklenen gerilim ve tek fazlı çift değişken hava aralıklı sabit mıknatıslı motor tarafında üretilen elektromanyetik tork iki boyutlu sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edildi. Sabit mıknatıslı motorun bu büyüklükleri geçici ve kalıcı durum analizleri için gereklidir. İndüklenen gerilimi hesaplamak için manyetik vektör potansiyellerin motordaki dağılımı elde edilir. Manyetik alanın nümerik analizinden elde edilen veriler kullanılarak tork hesaplamasının çeşitli yöntemleri vardır. Bunlardan iki tanesi, bu çalışmada yüksüz koşullarda kullanılan Maxwell Stress Tensor ve Co-enerjinin Türevi yöntemleridir. Yük altındaki statik tork sadece Maxwell Stress Tensor Methodu kullanılarak hesaplanır. Rotor pozisyonunun fonksiyonu olarak analiz sonuçları burada sunulmuştur.

In this paper, the back emf induced in the stator windings and the electromagnetic torque developed by a single-phase doubly-salient permanent magnet motor is obtained using two dimensional finite element method. These quantities of a permanent magnet motor are required for the transient and steady state analysis. The magnetic vector potential distribution in the machine is obtained to compute induced back emf. There are several methods for calculating the torque by using data from numerical analysis of the magnetic field. Two out of these are Maxwell Stress Tensor and Co-energy Derivation which have been used to obtain no-load conditions in this study. The static torque at full-load are computed only by using Maxwell Stress Tensor Method. The results of the analysis as a function of rotor position have been presented here.

ANAHTAR KELİMELER/KEYWORDS

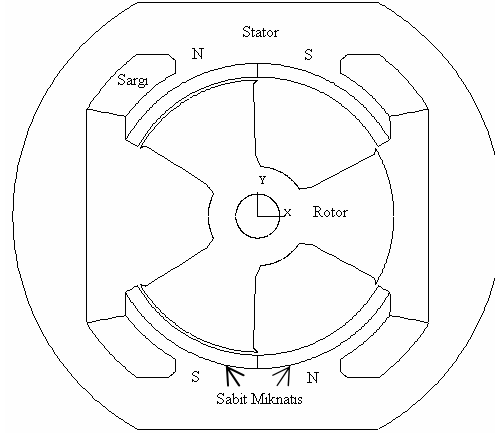
Sabit mıknatıslı değişken hava aralıklı motor, Sonlu elemanlar analizi
Permanent magnet variable-reluctance motor, Finite element analysis

*DEÜ, Müh. Fakültesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Buca 35160, İZMİR

1. GİRİŞ

Güç elektroniği uygulamalarının yaygınlaşmasına paralel olarak sabit mıknatıslı motorların kullanımı da artmaktadır. Sabit mıknatıslı motorların avantajları ile anahtarlamalı relüktans motorun sahip olduğu yapının basitliği ve mekanik olarak sağlamlığı gibi avantajlar tek bir motorda birleştirildiğinde, literatürde Flux reversal machine (FRM- akı tersinir motor) olarak bilinen motor yapısı üzerine araştırmalar başlamış ve özellikle son yıllarda artış gözlenmiştir (Deodhar vd., 1997; Wang vd., 1999).

Enerji verimliliği yüksek yeni motorların tasarımının araştırılması ve bunlarla birlikte güç elektroniği dizgelerinin kullanımı, motorların ürettiği tork-zaman eğrilerindeki harmonik bileşenleri ve rotor hızındaki dalgalanmaları önemli bir kıstas olarak inceleme konusu yapmıştır. Bu nedenle tork dalgalanmalarının giderilmesi için torkun doğru olarak hesaplanabilmesi oldukça önem taşır. Bu çalışmada, bilinen nümerik tork hesaplama yöntemlerinden Maxwell Stress Tensor ve Co-enerjinin Türevi yöntemleri tek fazlı sabit mıknatıslı değişken hava aralıklı motor üzerinde uygulanmıştır. Bu çalışmada incelenen motor Şekil 1’de görüldüğü gibi tek fazlı, iki kutuplu statoru ve üç kutuplu değişken relüktans rotoru olan, radyal yönde manyetize edilmiş NdFeB sabit mıknatıslarının statora yerleştirildiği bir değişken hava aralıklı motordur. Sabit mıknatısın akı yoğunluğu (B_r) 0.85 T ve akı şiddeti (H_c) 557.32 kA/m dir. Şekildeki N ve S sabit mıknatısın kutuplarını göstermektedir.



Şekil 1. Analizi yapılan motor

Bu bildirinin ikinci bölümünde makinenin manyetik alan analizi, üçüncü bölümde yüksüz koşullarda stator sargılarını kesen akı ve indüklenen gerilim (backemf) elde edilmiş dördüncü bölümde ise bilinen tork hesaplama yöntemleri ile bu çalışmada kullanılan iki yöntem irdelenmiş ve son bölüm de sonuçlara ayrılmıştır.

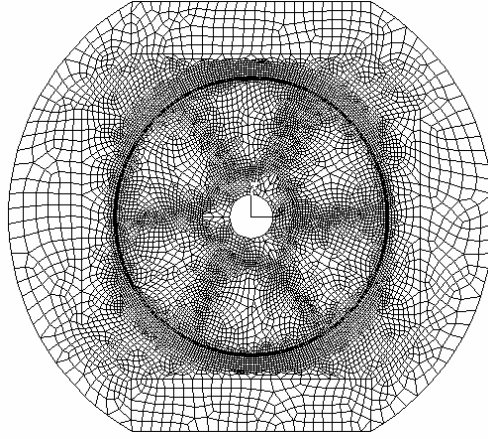
2. MANYETİK ALAN ANALİZİ

Motorun aksenal uzunluğu l , statorun çekirdek çapı r , hava aralığı uzunluğu g , stator sargısı sarım sayısı N ve mıknatısın kalınlığı h ile gösterilirse, $l=40$ mm, $r=16.5$ mm, $g=0.5$ mm, $N=112$ ve $h=2.45$ mm² dir.

Motorun manyetik alan analizi, bir sonlu elemanlar paket programı kullanılarak yapılmıştır. İki boyutlu analiz yapabilmek için makine geometrisi birinci dereceden küçük üçgen ve dikdörtgenlere ayrılarak sonlu elemanlar ağı elde edilir. 11841 düğüm ve 11429 elemana sahip olan sonlu elemanlar ağı Şekil 2’de görülmektedir.

Manyetik alan analizi sırasında aşağıda verilen varsayımlar yapılmıştır (Ho vd., 1995):

- Sabit mıknatıslar lineer demagnetizasyon karakteristiğine sahiptir,
- Yer değiştirme akımları ihmal edilir,
- Eddy akımları ihmal edilir,
- Sargılardaki son etkilerinin ihmal edilir,
- Manyetik vektör potansiyel A 'nın sadece Z yönünde bileşene sahiptir,
- Stator yüzeyinden dışarıya bir kaçak akı yoktur.



Şekil 2. Motorun sonlu elemanlar ağ yapısı

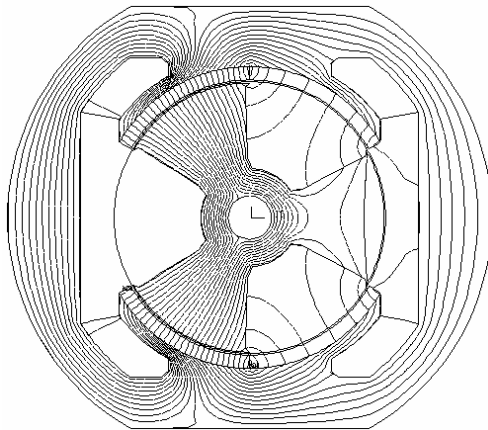
Analizde Maxwell denkleminin birleştirilmiş şekli olan Eşitlik 1 kullanılmıştır.

$$\text{curl}(\mathbf{n}\text{curl}(\bar{A})) = \bar{J}_s + \bar{J}_m \quad (1)$$

Bu eşitlikte \bar{A} manyetik vektör potansiyeli, \bar{J}_s sargılara verilen akım yoğunluğunu gösterir. Eşitlik 1'in sağ tarafındaki ikinci terim ise sabit mıknatısın coercive kuvvetine karşı gelen eşdeğer akım yoğunluğunu gösterir (Chen vd., 1992; Craiu vd., 1995).

$$\bar{J}_m = \text{curl}(H_{coer}) \quad (2)$$

Yüksüz durumdaki hesaplamalarda \bar{J}_s sıfır olarak tanımlanır. Eşitlik 1'in yüksüz koşullardaki çözümünden, düğümlerdeki manyetik vektör potansiyeller (A_z) bulunur (Chari vd., 1993; Ho vd., 1995). Buna bağlı olarak Şekil 3'de görülen akı çizgileri elde edilir. Yüklü koşullarda \bar{J}_s 'in sıfırdan farklı alınarak yapıldığı manyetik alan analizleri, statik torkların hesaplanmasında kullanılır.



Şekil 3. Yüksüz durumdaki akı çizgileri

3. STATOR SARGILARINDA İNDÜKLENEN GERİLİM

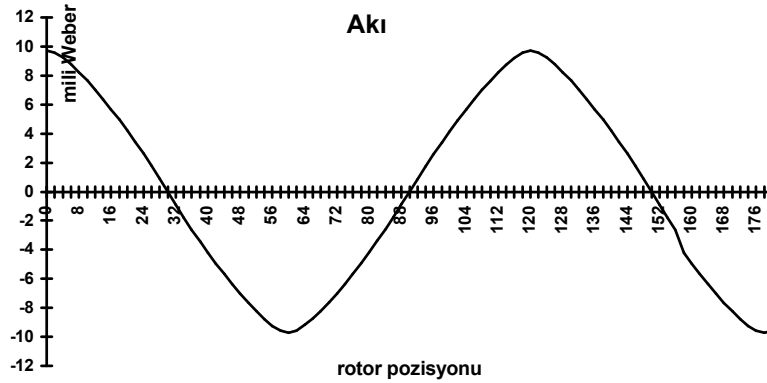
Yüksüz durumda yapılan manyetik alan analizi, stator sargılarında indüklenen gerilimin hesaplanmasında kullanılır. Stator sargılarını kesen akı ile sargılarda üretilen gerilim arasındaki ilişki Eşitlik 3 ve Eşitlik 4’de verilir (Alhamadi ve Demerdash, 1991; Nehl ve Demerdash, 1992; Miller ve Rabinovici, 1994).

$$e(t) = -N \cdot \frac{df}{dt} = -N \cdot \frac{df}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = -N \cdot \frac{\Delta f}{\Delta q} \cdot w = -N \cdot \frac{(f^{(k)} - f^{(k-1)})}{\Delta q} \cdot w \quad (3)$$

Bu hesaplamalarda N ise sargılarının kaç tur olduğunu belirtirken, w açısal hızı göstermektedir. Her analizde rotorun yer değiştirme miktarını gösteren $\Delta\theta$, 2 mekanik derece olarak alınmıştır. Stator sargılarını kesen manyetik akı $\phi^{(k)}$ aşağıdaki gibi hesaplanır (Craiu vd., 1995).

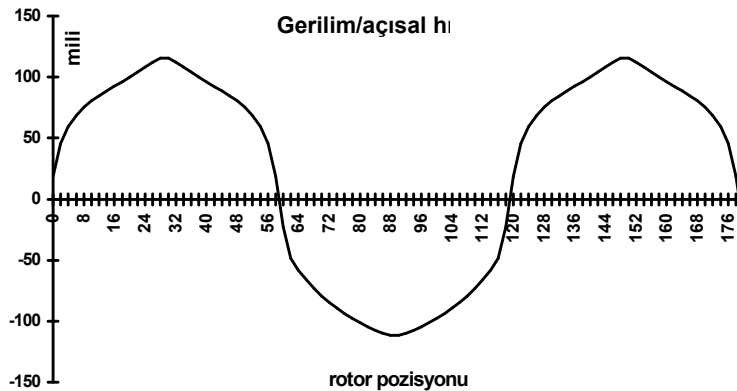
$$f^{(k)} = (A_{n1}^{(k)} - A_{n2}^{(k)})l \quad (4)$$

Bu denklemden l rotorun aksel uzunluğunu göstermektedir. Rotor pozisyonunun her 2 derecelik adımında n1 ve n2 nolu düğümler arasındaki manyetik vektör potansiyel farkı rotorun 180 derece boyunca hesaplanmış ve Şekil 4’de verilmiştir.



Şekil 4. Yüksüz durumdaki tork

İndüklenen gerilimin açısal hıza oranı manyetik vektör potansiyel farkları ve Eşitlik 3 kullanılarak elde edilmiştir ve Şekil 5’de görüldüğü gibi rotor pozisyonunun bir fonksiyonu olarak verilmiştir.



Şekil 5. Stator sargılarından indüklenen gerilimin açısal hıza oranı

4. TORK HESABI

Nümerik olarak tork hesaplama yöntemleri şöyle özetlenebilir (Sadowski vd., 1992; Petkovska vd., 1995 ; Salon vd., 1997):

i) *Maxwell Stress Tensor Metodu*: Burada kuvvet ve tork manyetik alan dağılımlarından direkt olarak elde edilebilirler. Tork incelenen bölgeyi çevreleyen bir çember üzerinde kuvvetin entegrali ile elde edilir.

ii) *Co-enerjinin Türevi Metodu*: Akım sabit tutulurken, sistemde depolanan co-enerjinin rotorun pozisyonuna göre türevinin alınması ile tork hesaplanır.

iii) *Coulomb'un Zahiri İş (Virtual Work) Metodu*: Sabit ve hareketli kısımların arasındaki elementlerde meydana gelen zahiri deformasyon temeline dayanır.

iv) *Arkkio'nun Metodu*: Bu yöntem Maxwell Stress Tensor'un bir değişik şeklidir. Hava aralığındaki manyetik akı yoğunluğu radyal ve teğetsel bileşenlerine ayrılarak yüzeysel entegrali alınır.

v) *Mıknatıslama Akım (Akı-Akım) Metodu* Bu yöntem ise hava aralığının demir veya sabit mıknatısa komşu olan ağlarının her birisinde akı yoğunluğu ve akımın hesaplanması temeline dayanır.

4.1. MAXWELL STRESS TENSOR YÖNTEMİ

Kuvvet rotoru çevreleyen kapalı S yüzeyi üzerinde Maxwell Stress Tensor'unun entegrali olarak tanımlanır. Yani stress birim uzunluk alana düşen kuvvettir.

$$\bar{F} = \int_S \bar{t} \cdot ds \quad (5)$$

Elektromanyetik alandaki stress ise alan tensoru \bar{t} ile verilebilir.

$$\bar{t} = \bar{n} \cdot \left[\bar{B} \cdot \bar{B} - \frac{1}{2} \bar{B}^2 \right] \cdot \frac{1}{m_0} \quad (6)$$

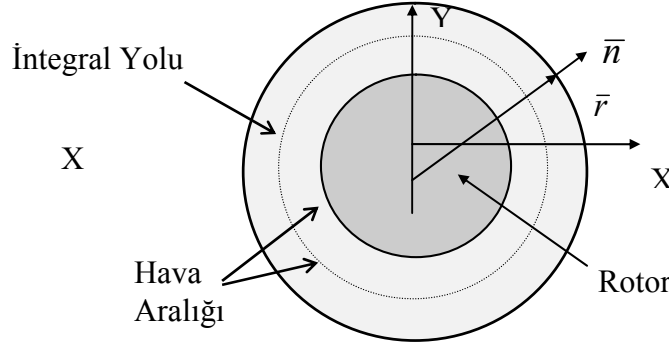
Eşitlik 5 ve Eşitlik 6, Eşitlik 2'de yerine konursa kuvvet elde edilir.

$$\bar{F} = \frac{1}{m_0} \int_S \left[(\bar{B} \cdot \bar{n}) \cdot \bar{B} - \frac{1}{2} \bar{B}^2 \cdot \bar{n} \right] \cdot ds \quad (7)$$

İntegral alınan yüzeyindeki radyal yönde yarıçap \bar{r} ise, kuvvet ile yarıçapın vektörel çarpımından Eşitlik 8'de olduğu gibi tork hesaplanabilir (Moallem ve Ong, 1990; Sadowski vd., 1992; Petkovska vd., 1995; Rizk ve Nagrial, 1998).

$$\bar{T} = \bar{r} \times \bar{F} = \int_S \left[m_0 \left(\frac{\bar{B}}{m_0} \cdot \bar{n} \right) (\bar{r} \times \frac{\bar{B}}{m_0}) - \frac{\bar{B}^2}{2m_0} (\bar{r} \times \bar{n}) \right] ds \quad (8)$$

Bu yöntemde kullanılan, rotoru çevreleyen ve hava aralığından geçen integral yolu Şekil 6'da görülebilir.



Şekil 6. Maxwell stress tensor yönteminde integral yolu

4.2. Co-ENERJİNİN TÜREVİ YÖNTEMİ

Sistemdeki co-enerjiden tork elde edilebilir. Rotor pozisyonunun $\mathcal{I}q$ kadar değişimine karşılık manyetik co-enerjinin değişimi $\mathcal{I}W$ ise, elektromanyetik tork şöyle ifade edilebilir.

$$T = L \cdot \frac{\mathcal{I}W}{\mathcal{I}q} \Big|_{i=constant} = \frac{\mathcal{I} \left[\int_v^H \int_0^H B \cdot dHdV \right]}{\mathcal{I}q} \quad (9)$$

L rotorun aksel uzunluğudur. Nümerik modellemede türev işlemi fark denklemi olarak ifade edilebilir. Böylece Eşitlik 9 yeniden yazılabilir (Sadowski vd., 1992; Clenet vd., 1993; Petkovska vd., 1995).

$$T = L \cdot \frac{(W_{q+d} - W_q)}{d} \quad (10)$$

Eşitlik 10'daki d yer değiştirme miktarını belirtir. Rotorun yer değiştirmesi ne kadar küçük adımlarla yapılırsa bu hesaplama yöntemi o kadar hassas çözüm verecektir.

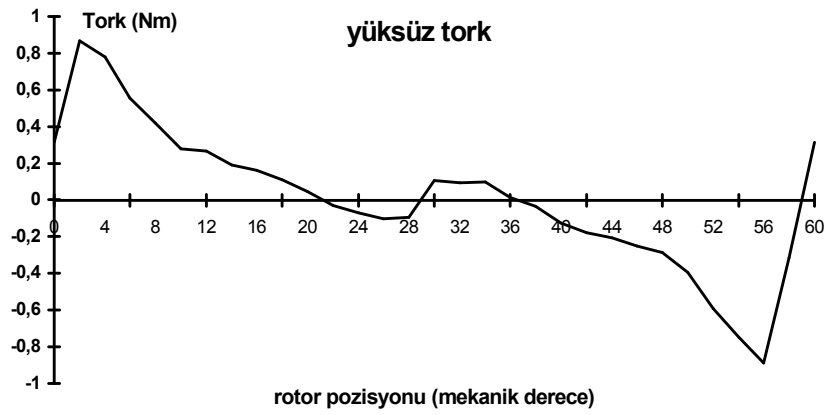
4.3. YÜKSÜZ VE YÜK ALTINDAKİ TORK DEĞERLERİ

Yukarıda ayrıntılı olarak verilen elektromanyetik tork hesaplamasının iki yöntemi bu makine üzerinde yüksüz koşullarda uygulanmıştır. Bu hesaplamalar için rotor 0° den 180° ye 2° lik adımlarla ilerletilmiştir. Hava aralığı ise 4 kata bölünüp ve bunlardan içteki iki tanesi rotora, dıştaki iki tanesi ise statora aittir tutulmuştur. Yani içteki iki kat her hesaplama için rotorla birlikte 2° lik adımlarla dönmektedir.

Stator sargılarına herhangi bir akım verilmiyor iken, her iki yöntem için elde edilen yüksüz tork eğrilerinin rotor pozisyonuna bağlı değerleri Şekil 7 ve Şekil 8'de görülmektedir. 180° lik bir periyotta bakıldığında bu torkun ortalaması sıfırdır. Rotor geometrisi gereği grafik 60 derecede kendini tekrarlamaktadır.

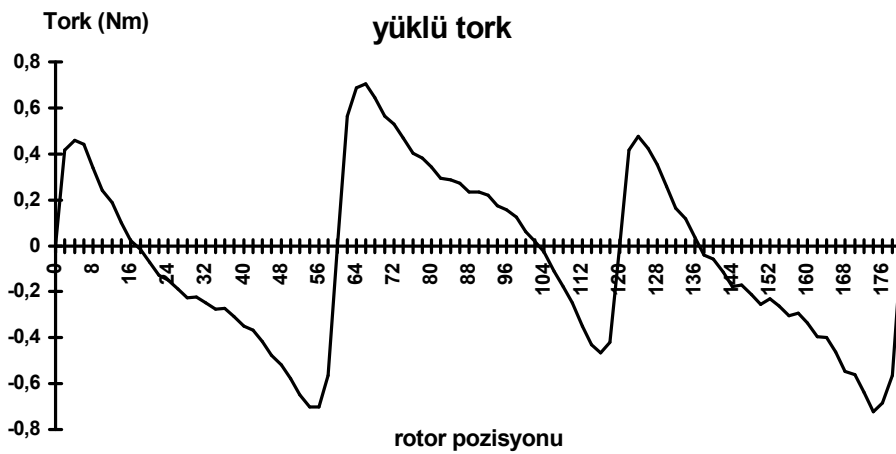


Şekil 7. Maxwell Stress Tensor yöntemi ile yüksüz durumda elde edilen tork



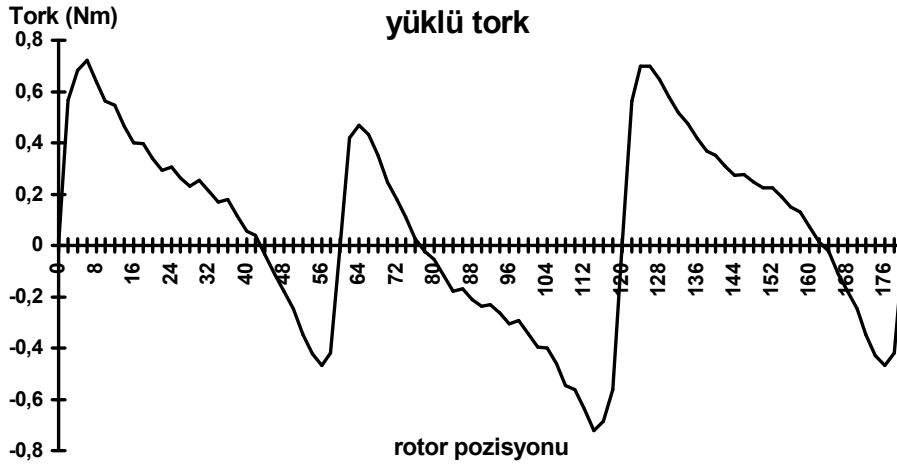
Şekil 8. Co-enerjinin Türevi yöntemi ile yüksüz durumda elde edilen tork

Yük altındaki torklar stator kutuplarındaki sargılara 1 Amper'lik doğru akım ile uyarılması ve yine rotorun 2° 'lik adımlarla döndürülmesi sonucunda elde edilmiştir. Bu eğri ise Şekil 9'de görülmektedir.



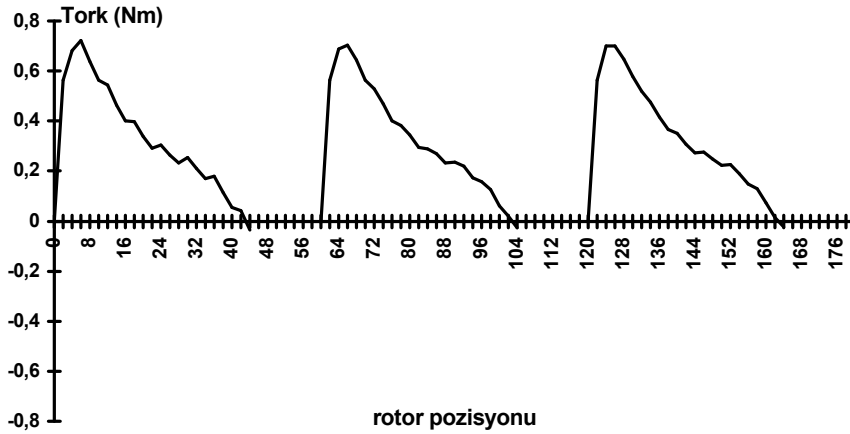
Şekil 9. Statorun sargılarına akım verildiğinde elde edilen tork

Stator sargılarına verilen akımın yönü ters çevrildiğinde elde edilen statik tork grafiği ise Şekil 10'da verilmiştir.



Şekil 10. Statorun sargılarına uygulanan akım yön değiştirdiğinde elde edilen tork

Stator sargılarına akımın her iki yönde verilmesiyle elde edilen statik tork grafiklerinin sadece pozitif kısımları dikkate alındığında elde edilen grafik Şekil 11'de görülmektedir.



Şekil 11. Statorun sargılarına her iki yönde akım verildiğinde elde edilen tork grafiklerinin birleştirilmiş formu

5. SONUÇ

Bu çalışmada tek fazlı çift değişken hava aralıklı sabit mıknatıslı motorun parametreleri sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Stator sargılarında indüklenen gerilim, relüktans ve statik torklar rotor pozisyonunun fonksiyonu olarak hesaplanmıştır. Motorun simetrik yapısı nedeniyle, sargıları kesen akı ve indüklenen gerilim grafikleri simetrik olarak elde edilmiştir.

Hesaplama kolaylığı ve yaygın kullanım nedeniyle bu çalışmadaki tork hesaplamaları için ilk iki yöntem tercih edilmiştir. Her iki yöntemle hesaplanan tork değerleri birbirine oldukça yakın sonuçlar vermiştir. Eğer rotor dönüş açısı 2 dereceden daha küçük seçilirse Maxwell Stress ve Co-enerjinin türevi yöntemleri ile hesaplanan tork değerleri daha da birbirine yaklaşacaklardır. Motor uyarılmadığı zaman elde edilen relüktans tork grafiği, statik

tork grafiklerinin yanında ihmal edilemeyecek bir değere sahiptir. Yük altındaki statik tork eğrileri kullanılarak kırıyıcı aracılığı ile beslenecek olan her bir fazın rotor konum bilgisine bağlı olarak iletim süreleri saptanabilir. Her bir fazın 40 derecelik bir rotor konumu süresince iletimde kalacağı açıkça Şekil 11'den saptanabilmektedir.

KAYNAKLAR

- Alhamadi M.A., Demerdash N.A. (1991): "Modeling of Effects of Skewing of Rotor Mounted Permanent Magnets on the Performance of Brushless DC Motors". IEEE Tran. on Energy Conversion, C. 6, s. 721-729.
- Chari M.V.K., Bedrosian G., D'Anglelo J., Konrad A. (1993): "Finite Element Applications in Electrical Engineering", IEEE. Tran. on Magnetics, C. 29, s. 1306-1314.
- Chen S., Binns K.J., Liu Z., Shimmin D.W. (1992): "Finite Element Analysis of the Magnetic Field in Rare-Earth Permanent Magnet Systems with Consideration of Temperature Dependence", IEEE Tran. on Magnetics, C. 28, s.1303-1306.
- Clenet S., Lefèvre Y., Sadowski N., Astier S., Lajoie-Mazenc M. (1993): "Compensation of Permanent Magnet Motors Torque Ripple by Means of Current Supply Waveshapes Control Determined by Finite Element Method", IEEE Tran. on Magnetics, C. 29, s. 2019-2023.
- Craiu O., Dan N., Badea A. (1995): "Numerical Analysis of Permanent Magnet DC Motor Performance", IEEE Tran. on Magnetics, C. 31, s. 3500-3502.
- Deodhar R.P., Andersson S., Boldea I., Miller T.J.E. (1997): "The Flux Reversal Machine: A New Brushless Doubly-Salient Permanent-Magnet Machine", IEEE Transactions on Industry Applications, C. 33, s. 925-934.
- Ho S.L., Fu W.N., Wong H.C. (1995): "Status of the Application of Finite Element Analysis in Induction Machines", Kuşadası Turkey, ACEMP95 5-7 June, C. 1, s. 37-42.
- Moallem M., Ong C.M. (1990): "Predicting the Torque of a Switched Reluctance Machine from Its Finite Element Field Solution", IEEE Tran. on Energy Conversion, C. 5, s. 733-739.
- Miller T.J.E., Rabinovici R. (1994): "Back-EMF Waveforms and Core Losses in Brushless DC Motors", IEE Proc. Electr. Power Appl., C. 141, s. 144-154.
- Nehl T.W., Demerdash N.A.O. (1992): "Direct Current Permanent Magnet Motors in Adjustable Speed Drives", IEEE Tutorial on Adjustable Speed Drives, s. 86-108.
- Petkovska L., Cundev M., Cvetkovski G. (1995): "FEM Concept of Optimisation in a DC Permanent Magnet Motor", Kuşadası Turkey, ACEMP 95, C. 2, s. 22-27.
- Rizk J., Nagrial M. (1998): "Computation of Cogging Torque in Permanent Magnet Machines", İstanbul Turkey, ICEM 98, s. 1123-1127 .
- Sadowski N., Lefevre Y., Lajoie-Mazenc M., Cros J. (1992): "Finite Element Torque Calculation in Electrical Machines While Considering the Mouvement", IEEE Tran. on Magnetics, C. 28, s. 1410-1413.
- Salon S., Bhatia S., Burow D. (1997): "Some Aspects of Torque Calculation in Electrical Machines", IEEE Tran .on Magnetics, C. 33, s. 2018-2021.
- Wang C., Nasar S.A., Boldea I. (1999): "Three-Phase Flux Reversal Machine (FRM)", IEE Proc. Electr. Power Applications, C. 146, s. 139-146.