



**BASİT U TİPİ MONTAJ HATTI Dengeleme Problemine Bulanık
Programlama Yaklaşımı**

**(FUZZY PROGRAMMING APPROACH TO THE SIMPLE U SHAPED ASSEMBLY
LINE BALANCING PROBLEM)**

Kürşad AĞPAK*, Hadi GÖKÇEN**

ÖZET/ABSTRACT

Bu makalede, basit U tipi montaj hattı dengeleme problemleri için bir bulanık tamsayı programlama (U-FP) modeli geliştirilmiştir. Amaç çevrim zamanı, istasyon sayısı ve iş yükü gibi sağ taraf değişkenlerin belirsiz olduğu durumlarda karar vericiye çözüm sunabilmektir. Bu çalışma, U tipi montaj hattı literatüründeki ilk bulanık tamsayı programlama çalışmasıdır.

In this paper, a fuzzy integer programming model (U-FP) for the simple U shaped assembly line balancing problems is developed. The purpose of the model developed here is to provide a solution to the decision maker for uncertainty cases of cycle time, number of stations and work load values. This study is the first on fuzzy integer programming in the U shaped assembly line literature.

ANAHTAR KELİMELELER/KEYWORDS

U tipi hatlar, Hat dengeleme, Bulanık tamsayı programlama
U shaped line, Line balancing, Fuzzy integer programming

*Gaziantep Üniversitesi Müh. Fak. Endüstri Müh. Bölümü, GAZİANTEP

**Gazi Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Endüstri Müh. Bölümü, ANKARA

1. GİRİŞ

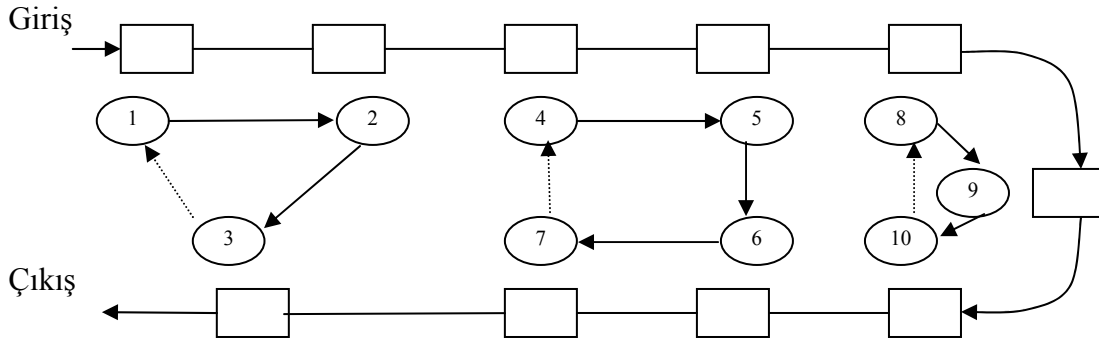
Geleneksel montaj hattı dengeleme (MHD) problemi, görevlerin sıralı bir şekilde farklı iş istasyonlarına atanarak ürünlerin oluşturulduğu üretim prosesini dikkate almaktadır. Görevlerin istasyonlar arasındaki dağılımı, görevler arasındaki mevcut öncelik kısıtlarının yanısıra her bir görevi tamamlamak için gerekli zaman birimine de bağlıdır. Ürünün her bir istasyonda en fazla çevrim zamanı (C) denilen zaman kadar kalmasına izin verilmektedir.

Geleneksel MHD problemi senaryosu, Type I ve Type II olmak üzere iki tip optimizasyon problemini ortaya çıkarmaktadır. Type I problemde, çevrim zamanı sabitlenir ve amaç olarak gerekli istasyon sayısı enküçüklenir. Type II problemde ise, verilen sabit bir istasyon sayısı için çevrim zamanının enküçüklenmesi amaçlanır (Ajienblit ve Wainwright, 1998). Bu amaçları sağlamak üzere, öncelik ilişkileri ihlal edilmeyecek ve çevrim zamanı aşılmayacak şekilde görevlerin sıralı iş istasyonlarında gruplanmasına (atanmasına) dengeleme adı verilmektedir.

Geleneksel MHD problemi oldukça geniş bir literatüre sahiptir. Problemlerle ilgili pek çok optimal ve sezgisel yöntemle rastlamak mümkündür (Baybars, 1986; Ghosh ve Gagnon, 1989; Erdal ve Sarın, 1998).

Geleneksel hat dengeleme probleminde modellenen üretim hattı “düz” olarak organize edilmiştir. Öncelik diyagramındaki ilk görev(ler)den başlamak ve diyagram boyunca görevleri istasyonlarda gruplamak suretiyle denge oluşturulmaktadır. Miltenburg ve Wijngaard, geleneksel MHD probleminden, yeni bir problem çıkarmışlardır (Miltenburg ve Wijngaard, 1994). Bu yeni problemde, üretim hatları ‘düz’ olarak değil de, U şeklinde düzenlenmiştir.

U-tipi montaj hattı kavramı Toyota’da JIT’in uygulanması için gereklerden biri olarak ortaya çıkmıştır. U tipi yerleşimde hattın giriş ve çıkışı aynı pozisyondadır. Şekil 1’de basit bir U hattı verilmiştir (Monden, 1983).



Şekil 1. Basit bir U hattı

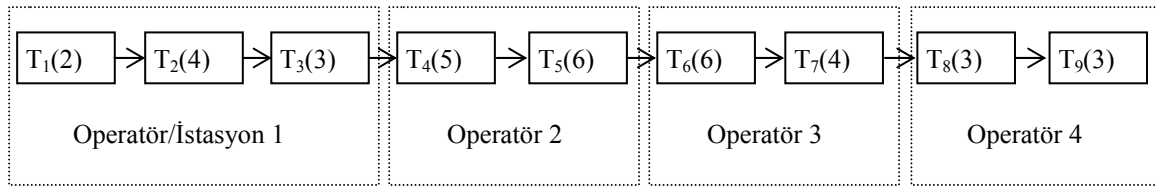
Şekil 1’de görüleceği üzere istasyonlara gruplanan görevler, üretim hattının farklı kısımlarındaki görevleri içerebilmektedir. U tipi yerleşimde, hattın giriş ve çıkışları aynı pozisyondadır. Operatörler (işçiler), montaj hattındaki farklı yerlerdeki görevleri yapacak çoklu yeteneğe sahip olabilmektedirler. U tipi yerleşim bir çok avantaja sahiptir. Bu yerleşimin en dikkat çekici ve önemli avantajı üretim miktarındaki değişimlere uyum sağlamada gerekli işçi sayısının artırılabilme yada azaltılabilme esnekliğini sağlamasıdır. Ayrıca her proste tam zamanında üretim gerçekleştirilir. Bir birim malzeme, bir birim çıktı hattı terk ettiğinde sisteme girebilir. Bu operasyonlar aynı işçi tarafından gerçekleştirildiğinden yerleşimde ara stok miktarı hep sabit kalır. Böylelikle standart bir stokun bulunması, işçiler arasında dengelenmemiş operasyonların fark edilmesine bu ise

proseste geliştirme çabalarına zemin hazırlar. U hatlarında operatörlerin birbirlerine yakın olmalarından dolayı görülebilirlik ve iletişim gelişmiştir. Kalite problemleri ortaya çıktığında operatörler hızlı bir şekilde hareket edip sorunu çözebilirler. Bununla birlikte problemler ortaya çıktığında operatörlerin birbirleri ile yardımlaşmaları daha kolaydır.

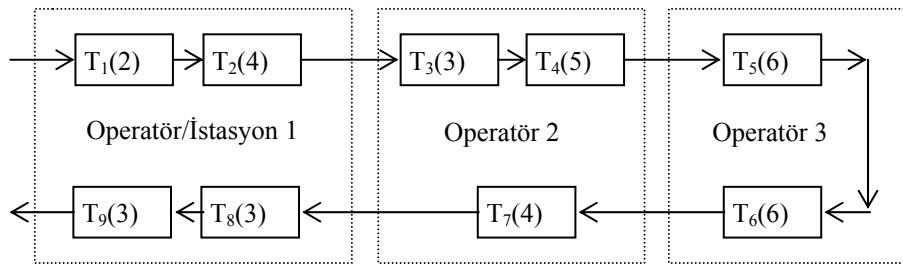
Aynı veriler kullanıldığında U hattı için bulunacak istasyon sayısı, U hattı için işlerin istasyonlarda gruplanma olasılıklarının daha fazla olmasından dolayı, geleneksel bir hat için gerekli istasyon sayısından asla fazla olamaz (Miltenburg ve Wijngaard, 1994).

U hatlarının fonksiyonel yerleşimli geleneksel üretim hatlarına göre bu kadar popüler olmasının daha pek çok sebebi vardır. Bunlardan bazıları; düşük stok seviyeleri, daha basit malzeme taşıma, üretim planlama kolaylığı, takım çalışması ve problem çözme, daha iyi kalite kontrol vs.dir. (Miltenburg vd., 1994).

Şekil 2'de 9 görevden oluşan ve çevrim zamanının 12 olduğu geleneksel montaj hattı ile U şeklindeki montaj hattı dengesi verilmektedir. Buradaki T_i 'ler görevleri, parantez içerisindeki rakamlar ise, ilgili görevlerin görev sürelerini ifade etmektedir. Şekil 2a'da, geleneksel düz hattın dengelenmesi için 4 operatör/istasyonun gerektiği görülmektedir. Hattın etkinliği sırasıyla, 9/12, 11/12, 10/12 ve 6/12'dir. Şekil 2b'de ise, aynı görevler, U tipi montaj hattı kullanılarak sadece 3 istasyonla dengelenmiştir. Herbir istasyonun etkinliği %100 olarak belirlenmiştir. Ancak, U tipi hattaki istasyonlarda yer alacak olan operatörlerin yüksek beceri seviyesine sahip olması gerekmektedir.



(a) Geleneksel düz montaj hattı



(b) U tipi montaj hattı

Şekil 2. 9 Görevli ve $C=12$ için Geleneksel ve U Tipi Montaj Hattı (Ajenblit ve Wainwright, 1998)

Yine Şekil 2'de görüleceği üzere 1,2,8 ve 9 nolu görevler, ikisi hattın başında diğerleri de hattın sonunda olmasına rağmen aynı operatör tarafından yapılmaktadır. Atama esnekliğinden dolayı montaj hatlarının U şeklinde tasarlanarak dengelenmesinin sağladığı etkinlik, Şekil 2'de verilen küçük ölçekli bir problemde dahi net olarak gözükmemektedir.

Bu makalede basit U tipi montaj hatlarının dengelenmesine yönelik bir bulanık tamsayı programlama (U-FP) modeli geliştirilmiştir.

Bu çalışmanın kalan kısmı 4 bölümden oluşmaktadır. 2. bölümde U tipi hat dengeleme problemi incelenmiştir. Sonraki bölümde ise geliştirilen bulanık tamsayı programlama

modeli verilmiştir. 4. bölümde, literatürde bilinen Jackson problemiyle model denenmiş ve son bölümde sonuç ve öneriler sunulmuştur.

2. U TİPİ HAT DENGELEME PROBLEMİ

U tipi montaj hatlarıyla ilgili küçük fakat gelişen bir literatür vardır. Schonberger Japonya'daki üretimde kullanılan U tipi hatlar ile ilgili ilk çalışma olarak dikkat çekmektedir (Schonberger, 1982). Fakat U tipi hatlarla ve uygulamalarıyla ilgili en bilinen çalışmalar Hall ve Monden'e aittir (Hall, 1983; Monden, 1983). Basit U tipi hat dengeleme probleminde optimal çözüm sunan algoritmaların birincisi, Miltenburg ve Wijngaard tarafından ortaya konan ve 20 göreve kadar çözüm sağlayabilen dinamik programlama, diğeri ise Urban tarafından geliştirilen, 45 görev ve 15 istasyona kadar çözüm sunabilen tam sayılı programlama algoritmasıdır (Miltenburg ve Wijngaard, 1994; Urban, 1998). Her iki algoritma da problemin NP-Hard yapıda olması nedeniyle kısıtlı büyüklükteki problem kümeleri için iyi bir performans sağlayabilmektedirler. Yine Miltenburg ve Wijngaard, geleneksel MHD problemleri için geliştirilen sezgiselleri U tipi MHD problemine uyarlamışlardır (Miltenburg ve Wijngaard, 1994). Sparling ve Miltenburg, karışık modellenmiş U tipi hat dengeleme problemi için bir yaklaşık çözüm algoritması sunmuşlardır (Sparling ve Miltenburg, 1998). Miltenburg, belli bir sayıda U hatta sahip tesiste optimal dengeyi bulan bir dinamik programlama algoritması sunmuştur (Miltenburg, 1998). Çalışmada her bir U hattının 22 görevden fazla olmaması gerekmektedir. Scholl ve Klein, U tipi hatları dengelemek amacıyla dal-sınır prosedürünü kullanan ve oldukça etkin sonuçlar üretebilen ULINO (U Line Optimizer) sezgiselini geliştirmişlerdir (Scholl ve Klein, 1999). Yöntem, 45 görevden büyük problemler için oldukça etkin çözümler sunabilen, literatürdeki tek çalışma olarak bilinmektedir. Nakade ve arkadaşları, stokastik U tipi hat dengeleme probleminin genel durumu için hattın beklenen çevrim zamanının alt ve üst sınırlarının tespiti üzerinde çalışmışlardır (Nakade vd., 1997). Nakade ve Ohno, birden fazla çok fonksiyonlu işçinin olduğu ve herbir işçinin, çeşitli makinalardan sorumlu olduğu U tipi montaj hatları üzerinde çalışmışlardır (Nakade ve Ohno, 1997). U tipi hattın konveks özelliği ve geriye dönülebilirliği (reversibility), petri net ve genelleştirilmiş yarı markov prosesi ile gösterilmiştir. Nakade ve Ohno, tek, çok fonksiyonlu U tipi üretim hattını dikkate almışlardır (Nakade ve Ohno, 1997). Birimlerin proses zamanları, işlem zamanları ve operatörün makinalar arasındaki yürüme zamanları sabit alınarak, operatörün bekleme zamanı ve hattın çevrim zamanının çıkarılmasına yönelik çalışmışlardır. Aynı çalışmada, hatta birden fazla operatörün olması durumu da analiz edilmiştir. Ajenblit ve Wainwright, U tipi hat dengeleme problemi için genetik algoritma çözümü geliştirmişlerdir. Nakade ve Ohno, yine birden fazla çok fonksiyonlu işçinin olduğu U tipi montaj hattını analiz etmişlerdir (Ajenblit ve Wainwright, 1998; Nakade ve Ohno, 1999). Talebi karşılayacak en az operatör sayısı altında, tüm çevrim zamanını en küçükleyecek optimal operatör ataması üzerine çalışmışlardır. Çalışmada, tüm proses, işlem ve yürüme zamanları deterministik olarak dikkate alınmıştır. Chen ve arkadaşları, düz ve U tipi hat yerleşimlerinin, hatta üretilen ürünlerin kalitesi üzerindeki etkilerini araştırmışlardır (Chen vd., 2000). Miltenburg, U tipi hatlarda arızaların etkisini incelemiştir (Miltenburg, 2000). Miltenburg, U tipi hatlar ile ilgili olarak pratikteki örneklerini içeren kapsamlı bir çalışması da bulunmaktadır (Miltenburg, 2001). Çalışmada, gerçek 114 Amerikan ve Japon U hatları analiz edilmiştir.

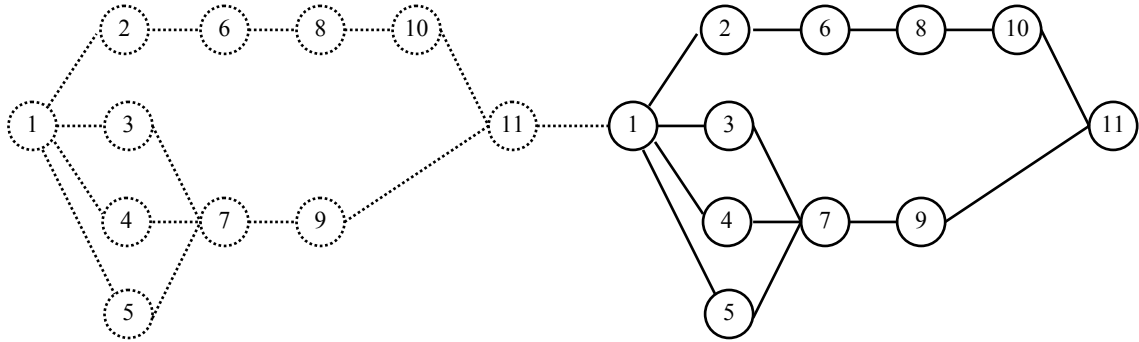
Sınırlı sayıda çalışmaya sahip olan literatürde, U tipi hatlar üzerinde bulanık tamsayılı programlama ile ilgili bir çalışma bulunmamaktadır.

2.1. Deterministik Tek Modelli Basit U Tipi Montaj Hattı Dengeleme Problemi

Geleneksel hat dengeleme problemi ile U hattı dengeleme problemi arasındaki anahtar fark; geleneksel hat dengeleme probleminde atanabilir görevler kümesindeki görevler (öncülleri daha önceden atanmış görevler) seçilerek ilgili istasyona atanması, U hattı dengeleme probleminde ise atanabilir işler kümesinin öncülleri atanmış işler kümesi ile ardılları atanmış işler kümesinin birleşiminden oluşması ve istasyona atanacak işlerin bu kümeden seçilmesidir. Bunun dışında, geleneksel MHD probleminde olduğu gibi U tipi MHD probleminde, yine tüm görevlerin atanması, görevlerin istasyonlar arasında paylaşılmasına izin verilmemesi, yani bir görevin sadece bir istasyona atanması, herhangi bir istasyondaki görev zamanlarının toplamının çevrim zamanını aşmaması ve öncelik ilişkilerinin ihlal edilmemesi gibi kısıtlar sözkonusu olacaktır.

3. BULANIK TAMSAYILI PROGRAMLAMA MODELİ

Geliştirilen U-FP modelinde, Urban'ın tamsayı programlama modeli ve Gökçen'in amaç programlama modelinde sunmuş olduğu tamsayı programlama modeli esas alınmıştır (Urban, 1998; Gökçen ve Ağpak, 2001). U tipi hat dengeleme probleminin özelliğinden dolayı istasyonlara atanacak görevler baştan veya sondan olabilmektedir. Örneğin ilk istasyona ilk ve son görev birlikte atanabilmektedir. Urban bunu sağlamak amacıyla orijinal öncelik diyagramına 'phantom (gölge)' diyagram eklemiştir (Urban, 1998). Şekil 3'de 11 görevli Jackson problemine ait öncelik diyagramı gölge diyagramı ile birlikte gösterilmiştir (Jackson, 1956).



Şekil 3. Jackson öncelik diyagramı (gölge diyagram ile birlikte) (Jackson, 1956)

Geleneksel hat dengeleme probleminde olduğu gibi, U tipi hat dengeleme probleminde de atama ve öncelik kısıtları değiştirilemez kısıtlardır. Bulanık tamsayı programlama modeli geliştirilirken, çevrim zamanı, istasyonlardaki iş yükü ve istasyon sayısı gibi sağ taraf değerleri bulanık değişkenler olarak kabul edilmiştir. Bu değerlerin bulanık olarak düşünülmesinin nedeni, birbiriyle çatışan bu değişkenlerle ilgili karar vericinin net bir değer kanaatinin olmamasıdır. Bu nedenle ilgili değişkenlerin belirsiz olarak düşünülerek karar vericiye çözüm sunabilmektir.

Yukarıda söylenenler doğrultusunda oluşturulan modele ait kısıtlar aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

3.1. Atama Kısıtları

Bu kısıtların nedeni her işin yalnız bir istasyonda yapılmasını sağlamaktadır. x_{ij} ve y_{ij} 0-1 değişkenler olup eğer i görevi j istasyonuna atanmış ise x_{ij} veya y_{ij} 1 değerini, diğer durumlarda ise 0 değerini almaktadırlar. m_{\max} en fazla ihtiyaç duyulabilecek istasyon sayısıdır. Bu değer için önerilen en iyi yol, geleneksel düz hatlar için geliştirilen bir sezgisel yöntemden elde edilen istasyon sayısıdır (Urban, 1998).

$$\sum_{j=OE_i}^{m_{\max}} (x_{ij}) + \sum_{j=FE_i}^{m_{\max}} (y_{ij}) = 1 \quad i=1, \dots, n \quad (1)$$

OE_i ve FE_i orjinal ve gölge diyagrama bağlı olarak i görevinin yapılabileceği en erken istasyonu belirleyen alt sınırlardır ve geleneksel düz hatlar için Patterson ve Albracht tarafından geliştirilen en erken istasyon alt sınırı, Gökçen ve Ağpak tarafından U tipi hatlar için yeniden düzenlenmiştir (Patterson ve Albracht, 1975; Gökçen ve Ağpak, 2001). Bu değerlerin belirlenmesindeki amaç, değişken sayısının mümkün olduğu kadar azaltılmasıdır.

$$OE_i = \left[(t_i + \sum_{j \in OP_i} t_j) / C_{\min} \right]^+ \quad i=1, \dots, n \quad (2)$$

$$FE_i = \left[(t_i + \sum_{j \in FP_i} t_j) / C_{\min} \right]^+ \quad i= n, n-1, \dots, 1 \quad (3)$$

t_i , i görevine ait işlem zamanını ifade etmektedir.

3.2. Öncelik Kısıtları

Öncelik kısıtlarının görevleri arasındaki öncelik, ilişkilerinin bozulmamasını sağlamaktadır. Örneğin, $p=(a,b)$, a işi b işinin hemen öncülü anlamındadır. Urban tarafından ifade edilen öncelik ilişkileri, OE ve FE sınırlarının eklenmesiyle yeniden düzenlenmiş ve aşağıdaki gibi ifade edilmiştir (Urban, 1998).

$$\sum_{j=OE_a}^{m_{\max}} (m_{\max} - j + 1)x_{aj} - \sum_{j=OE_b}^{m_{\max}} (m_{\max} - j + 1)x_{bj} \geq 0 \quad \text{tüm } (a,b) \in P \quad (4)$$

$$\sum_{j=FE_b}^{m_{\max}} (m_{\max} - j + 1)y_{bj} - \sum_{j=FE_a}^{m_{\max}} (m_{\max} - j + 1)y_{aj} \geq 0 \quad \text{tüm } (a,b) \in P \quad (5)$$

3.3. Çevrim Zamanı Kısıtları

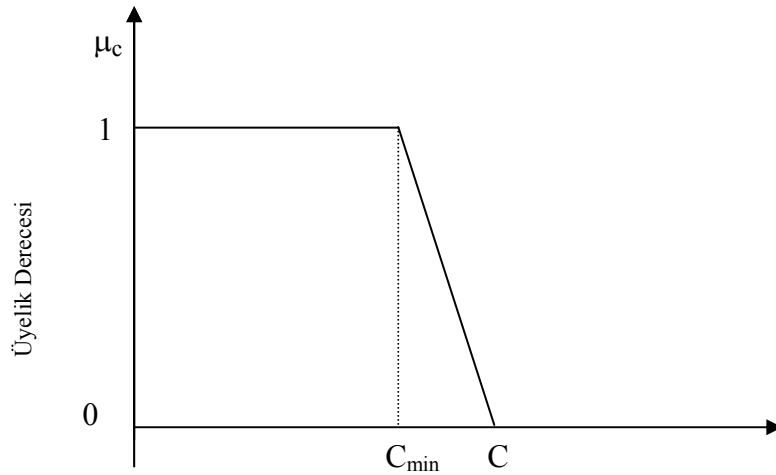
Bu kısıtlar ile her bir istasyondaki görev zamanlarının toplamının çevrim zamanını aşmaması sağlanmaktadır. Yine Patterson ve Albracht'ın düz hatlar için ifade ettiği çevrim zamanı kısıtı Gökçen ve Ağpak tarafından U tipi hatlar için yeniden düzenlenmiştir. 6 nolu eşitlikte bu durum ifade edilmiştir (Patterson ve Albracht, 1975; Gökçen ve Ağpak, 2001).

$$\sum_{i \in W_j} t_i(x_{ij}) + \sum_{i \in FW_j} t_i(y_{ij}) \leq C \quad j=1, \dots, m_{\max} \quad (6)$$

Çalışmanın başında ifade edildiği gibi çevrim zamanı, bulanık değişken olarak dikkate alınmıştır. Bu durum Eşitlik 7’de verilmiştir.

$$\sum_{i \in W_j} t_i(x_{ij}) + \sum_{i \in FW_j} t_i(y_{ij}) \leq \tilde{C} \quad ((A_c x)_j \leq \tilde{C}) \quad j=1, \dots, m_{\max} \quad (7)$$

Burada \tilde{C} , bulanık çevrim zamanını, W_j ve FW_j sırasıyla orjinal ve gölge diyagramdaki j istasyonuna atanabilir görevler kümesini ifade etmektedir. Şekil 4’de, çevrim zamanına ait üyelik fonksiyonu grafiksel olarak verilmiştir. Burada C_{\min} , istenilen istasyon sayısı için gerekli minimum çevrim zamanı, ya da karar vericinin arzu ettiği çevrim zamanı alt sınırını ifade etmektedir. C ise çevrim zamanı üst sınırı yada verilen bir istasyon sayısına göre herhangi bir sezgisel yöntemle sağlanmış çevrim zamanıdır.



Şekil 4. Çevrim zamanı üyelik fonksiyonu

Sürekli ve (C_{\min}, C) aralığında tekdüze azalan olan çevrim zamanı üyelik fonksiyonu, Eşitlik 8’de ifade edilmiştir.

$$\mu_c(x) = \begin{cases} 1 & \text{eğer} & (A_c x)_j < C_{\min} \\ 1 - [(A_c x)_j - C_{\min}] / (C - C_{\min}) & \text{eğer} & C_{\min} \leq (A_c x)_j \leq C \\ 0 & \text{eğer} & (A_c x)_j > C \end{cases} \quad (8)$$

3.4. İstasyon Kısıtları

Patterson ve Albracht’ın düz hatlar için geliştirdiği istasyon kısıtı, Gökçen ve Ağpak tarafından U tipi hatlar için yeniden düzenlenmiştir (Patterson ve Albracht, 1975; Gökçen ve Ağpak, 2001).

$$\left[\sum_{i \in W_j} (x_{ij}) + \sum_{i \in FW_j} (y_{ij}) \right] - \|W_j\| X_j \leq 0 \quad j=1, \dots, m_{\max} \quad (9)$$

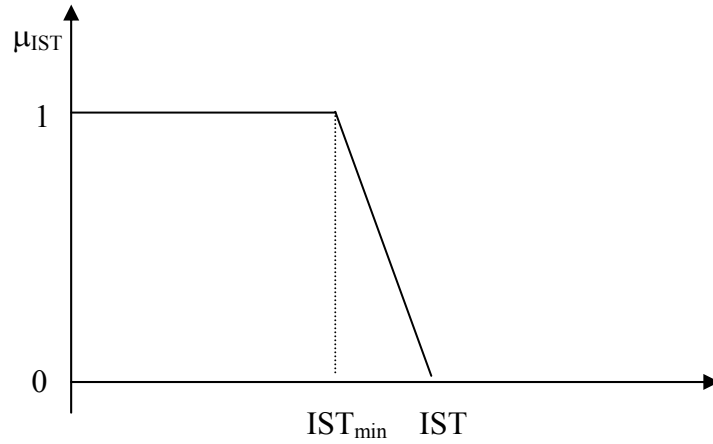
W_j j istasyonuna atanabilir görev kümesidir. $\|W_j\|$ ise W_j içindeki görev sayısıdır. X_j , istasyonu ifade etmekte olup, 0-1 değişkendir. Eğer j istasyonuna en az 1 görev atandıysa 1, diğer durumlarda ise bu değer 0 değerini almaktadır. Eğer istasyon sayısı, karar verici tarafından sınırlandırılmak istenirse, aşağıdaki kısıt yazılabilir.

$$\sum_{j=1}^{m_{\max}} X_j \leq IST \quad (10)$$

Gerekli istasyon sayısı bulanık değişken olarak dikkate alındığı durum, Eşitlik 11'de ifade edilmiştir.

$$\sum_{j=1}^{m_{\max}} X_j \leq \tilde{IST} \quad (11)$$

Burada \tilde{IST} , bulanık istasyon sayısını ifade etmektedir. Şekil 5'de, istasyon sayısına ait üyelik fonksiyonu grafiksel olarak verilmiştir. Burada, IST_{\min} , istenilen çevrim zamanı için gerekli minimum istasyon sayısını, ya da karar vericinin arzu ettiği istasyon sayısı alt sınırını ifade etmektedir. IST ise istasyon sayısı üst sınırı ya da verilen bir çevrim zamanına göre herhangi bir sezgisel yöntemle sağlanmış istasyon sayısıdır.



Şekil 5. İstasyon sayısı üyelik fonksiyonu

Çevrim zamanı üyelik fonksiyonunda olduğu gibi, istasyon sayısı üyelik fonksiyonu da sürekli ve (IST_{\min}, IST) aralığında monoton azalan bir özelliğe sahiptir. Eşitlik 12'de istasyon sayısı üyelik fonksiyonu verilmiştir.

$$\mu_c(x) = \begin{cases} 1 & (A_{IST}x)_j < IST_{\min} \\ 1 - \frac{[(A_{IST}x)_j - IST_{\min}]}{(IST - IST_{\min})} & IST_{\min} \leq (A_{IST}x)_j \leq IST \\ 0 & (A_{IST}x)_j > IST \end{cases} \quad (12)$$

3.5. İstasyon İş Yüğü Kısıtı

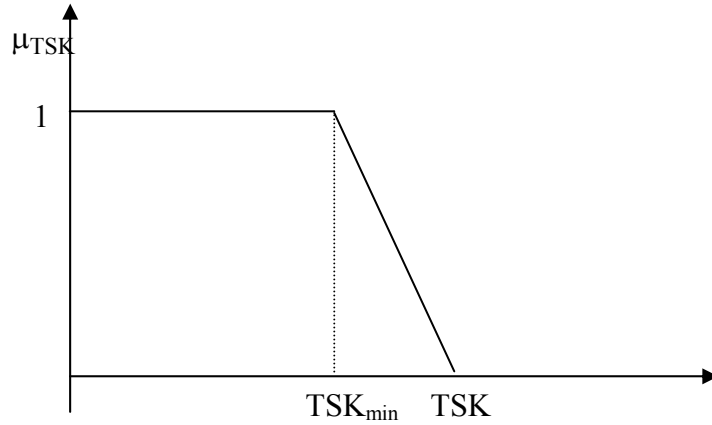
Yine, Patterson ve Albracht'ın düz hatlar için geliştirdiği istasyon kısıtı, Gökçen ve Ağpak tarafından U tipi hatlar için yeniden düzenlenmiş olup Eşitlik 13'de verilmiştir (Patterson ve Albracht, 1975; Gökçen ve Ağpak, 2001).

$$\sum_{i \in W_j} (x_{ij}) + \sum_{i \in FW_j} (y_{ij}) \leq TSK \quad j=1, \dots, m_{\max} \quad (13)$$

Gerekli iş yükü sayısının bulanık değişken olarak dikkate alındığı durum, Eşitlik 14'te verilmiştir.

$$\sum_{i \in W_j} (x_{ij}) + \sum_{i \in FW_j} (y_{ij}) \leq T\tilde{S}K \quad j=1, \dots, m_{\max} \quad (14)$$

Burada $T\tilde{S}K$, bulanık istasyon iş yükü sayısını ifade etmektedir. Şekil 6'da, istasyon iş yükü sayısına ait üyelik fonksiyonu grafiksel olarak verilmiştir. Burada, TSK_{\min} , iş yükü dengesinde belirlenen istasyon sayısına ait iş yükü miktarını, TSK ise her istasyonda olabilecek en fazla iş yükü miktarını ifade etmektedir.



Şekil 6. İş yükü üyelik fonksiyonu

İş yüküne ait üyelik fonksiyonu, çevrim zamanı ve istasyon sayısı üyelik fonksiyonlarıyla aynı özellikleri taşımaktadır. Eşitlik 15'de bu durum ifade edilmektedir.

$$\mu_c(x) = \begin{cases} 1 & \text{eğer } (A_{TSK} x)_j < TSK_{\min} \\ 1 - [(A_{TSK} x)_j - TSK_{\min}] / (TSK - TSK_{\min}) & \text{eğer } TSK_{\min} \leq (A_{TSK} x)_j \leq TSK \\ 0 & \text{eğer } (A_{TSK} x)_j > TSK \end{cases} \quad (15)$$

3.6. Amaç fonksiyonu

İncelenen hat dengeleme problemi tipinde verilen kısıtlar altında amaç enaz istasyon ile dengelemeyi yapabilmektir. Buna göre amaç kısıtı Eşitlik 16'da verilmiştir.

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^{m_{\max}} X_j \quad (16)$$

4. ÖRNEK PROBLEM

Bu makalede geliştirilen bulanık tamsayı programlama modeli, Jackson problemi üzerinde uygulanmış ve oluşturulan model GAMS paket programı ile çözülmüştür (Jackson, 1956) (Bkz. Şekil 3). Planlanan çevrim süresi 11 zaman birimi olup 16 br.'e kadar izin verilmektedir. Her bir istasyonda planlanan görev sayısı 3'tür ve pozitif tolerans 2 olarak belirlenmiştir. Öte yandan istasyon sayısının 4 veya 5 olmasına izin verilmektedir. Örnek probleme ait görev zamanları Çizelge 1'de verilmiştir.

Çizelge 1. Örnek problem için görev zamanları

Görev No	Görev Zamanı	Görev No	Görev Zamanı
1	6	7	3
2	2	8	6
3	5	9	5
4	7	10	5
5	1	11	4
6	2		

Bulanık tamsayı modelin çözümünde Werners'in yaklaşımı kullanılmıştır. Bu yaklaşımla, verilen üyelik fonksiyonlarına bağlı olarak en yüksek üyelik derecesindeki uygun çözüm bulunabilmektedir (Werners, 1987). İlgili yaklaşıma göre model aşağıdaki şekilde oluşturulmuştur.

$$\text{Min } Z = \theta = 1 - \alpha$$

$$\sum_{j=OE_a}^{m_{\max}} (m_{\max} - j + 1)x_{aj} - \sum_{j=OE_b}^{m_{\max}} (m_{\max} - j + 1)x_{bj} \geq 0 \quad \text{tüm}(a,b) \in P \quad (17)$$

$$\sum_{j=FE_b}^{m_{\max}} (m_{\max} - j + 1)y_{bj} - \sum_{j=FE_a}^{m_{\max}} (m_{\max} - j + 1)y_{aj} \geq 0 \quad \text{tüm}(a,b) \in P \quad (18)$$

$$\sum_{j=OE_i}^{m_{\max}} (x_{ij}) + \sum_{j=FE_i}^{m_{\max}} (y_{ij}) = 1 \quad i=1, \dots, n \quad (19)$$

$$\sum_{i \in W_j} t_i(x_{ij}) + \sum_{i \in FW_j} t_i(y_{ij}) - 5 * \theta \leq 11 \quad j=1, \dots, m_{\max} \quad (20)$$

$$\left[\sum_{i \in W_j} (x_{ij}) + \sum_{i \in FW_j} (y_{ij}) \right] - \|W_j\| X_j \leq 0 \quad j=1, \dots, m_{\max} \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^{m_{\max}} X_j - \theta \leq 4 \quad (22)$$

$$\sum_{i \in W_j} (x_{ij}) + \sum_{i \in FW_j} (y_{ij}) - 2 * \theta \leq 3 \quad j=1, \dots, m_{\max} \quad (23)$$

Kullanılan yaklaşıma göre üyelik derecesini maksimum yapan çözüm Çizelge 2’de sunulmuştur.

Çizelge 2. U-FP çözüm sonuçları

Üyelik Derecesi	İstasyon 1	İstasyon 2	İstasyon 3	İstasyon 4
0.8	1,2,6(10)	3,5,8 (12)	4,10 (12)	7,9,11 (12)

Çizelge 2’den görüleceği üzere, çevrim zamanının 12, istasyon sayısının 4 ve herbir istasyonda yer alan en fazla görev sayısının da 3 olarak belirlenmesinin, üyelik derecesini enbüyükleyen sonuçlar olduğu görülmektedir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu makalede, basit U tipi montaj hattı dengeleme problemleri için bir bulanık tamsayı programlama (U-FP) modeli geliştirilmiştir. Amaç çevrim zamanı, istasyon sayısı ve iş yükü gibi sağ taraf değişkenlerin belirsiz olduğu durumlarda karar vericiye çözüm sunabilmektir. Bu amaçla makalede, model GAMS paket programı ile modellenmiş ve Jackson problemi üzerinde denenerak sonuçlar tartışılmıştır (Jackson, 1956).

Geliştirilen bulanık tamsayı programlama modeli, U tipi montaj hattı dengeleme literatüründe yapılan ilk çalışma olarak düşünülmektedir. Bu çalışma, konuyla ilgili çalışma yapacak olan araştırmacılara da ayrıca yol gösterecektir. Konuyla ilgili gelecekte, görev zamanlarının ve amaç fonksiyonunun bulanık olduğu durumlar incelenebilir. Aynı zamanda bulanık yaklaşım kullanılarak stokastik durum için yeni modeller geliştirilmesi üzerine çalışılabilir.

KAYNAKLAR

Ajenblit D.A., Wainwright R.L. (1998): “Applying Genetic Algorithms To The U-Shaped Assembly Line Balancing Problem”, IEEE, pp. 96-101.

- Baybars İ. (1986): "A survey of Exact Algorithms for The Simple Assembly Line Balancing Problem", *Management Science*, Vol. 32, No. 8, pp. 909-932.
- Cheng C.H., Miltenburg J., Motwani J. (2000): "Effect of Straight and U-shaped Lines on Quality", *IEEE Transactions on Engineering Management*, Vol. 47, No. 3, pp. 321-334.
- Erdal E., Sarin S.C. (1998): "A Survey of the Assembly Line Balancing Procedures", *Production Planning and Control*, Vol. 9, No. 5, pp. 414-434.
- Ghosh S., Gagnon J. (1989): "A Comprehensive Literature Review and Analysis of The Design, Balancing and Scheduling of Assembly Systems", *International Journal of Production Research*, Vol. 27, No. 4, pp. 637-670.
- Gökçen H., Ağpak K. (2001): "Goal Programming Approach to Simple U Line Balancing Problem", *Int. Journal of Production Research (Incelemede)*.
- Hall R.W. (1983): "Zero Inventories", IRWIN, Illinois, 1983.
- Jackson J.R. (1956): "A Computing Procedure for a Line Balancing Problem", *Management Science*, Vol. 2, No. 3, pp. 261-271.
- Miltenburg G.J. (1998): "Balancing U-lines in a Multiple U-line Facility", *European Journal of Operational Research*, Vol. 109, pp. 1-23.
- Miltenburg G.J. (2000): "The Effect of Breakdowns on U-shaped Production Lines", *International Journal of Production Research*, Vol. 38, No. 2, pp. 353-364.
- Miltenburg G.J. (2001): "One-piece Flow Manufacturing on U-shaped Production Lines: a Tutorial", *IEE Transactions*, Vol. 33, pp. 303-321.
- Miltenburg G.J., Wijngaard J. (1994): "The U-Line Balancing Problem", *Management Science*, Vol. 40, No. 10.
- Monden Y. (1983): "Toyota Production System", *Industrial Engineering and Management Press*, Institute of Industrial Engineers.
- Nakade K., Ohno K., Shantikumar J.G. (1997): "Bounds and Approximations for Cycle Times of a U-shaped Production Line", *Operations Research Letters*, Vol. 21, pp. 191-200.
- Nakade K., Ohno K. (1997): "Stochastic Analysis of a U-shaped Production Line with Multiple Workers", *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 33, No. 3-4, pp. 809-812.
- Nakade K., Ohno K. (1999): "An Optimal Worker Allocation Problem for a U-shaped Production Line", *International J. of Production Economics*, Vol. 60-61, pp. 353-358.
- Patterson J.H., Albracht J.J. (1975): "Assembly Line Balancing: Zero-One Programming with Fibonacci Search", *Operations Research*, Vol. 23, No. 1, pp. 166-172.
- Scholl A., Klein R. (1999): "ULINO: Optimally Balancing U-shaped JIT Assembly Lines", *International Journal of Production Research*, Vol. 37, No. 4, pp. 721-736.
- Schonberger R.J. (1982): "Japanese Manufacturing Techniques: Nine Hidden Lessons in Simplicity", New York: The Free Press.
- Sparling D., Miltenburg J. (1998): "The Mixed-Model U-line Balancing Problem", *International Journal of Production Research*, Vol. 36, No. 2, pp.485-501.
- Urban T.L. (1998): "Optimal Balancing of U-shaped Assembly Lines", *Management Science*, Vol. 44, No. 5, pp. 738-741.
- Werners B. (1987): "An Interactive Fuzzy Programming System", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 23, pp. 131-147.