



ZİMBALAMA BOYUT ETKİSİNDE İKİNCİL DEĞİŞKENLERİN İŞLEVİ

Abdullah DÖNMEZ*

İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye

Anahtar Kelimeler

Boyut etkisi,
Kırılma yüzeyi,
Asimptotik ekstrapolasyon,
Beton,
Zımbalama.

Öz

Betonarme döşemelerin zımbalama kırılmalarında boyut etkisi gözlenir. Bu etkinin matematiksel ifadesi konusunda bir fikir birliği bulunmamaktadır. Tartışmalar, yapısal elemanların doğrusal olmayan davranışlarının betonun kırılma yüzeyinin şeklini değiştirdiği ve böylece boyut etkisi asimptotik eğiminin $-1/2$ 'den saptığı konularında yoğunlaşmıştır. Fakat uygulamadaki betonarme elemanların boyutlarının çok büyük boyutlara ekstrapolasyonu bizi lineer elastik kırılma mekaniğinin geçerli olduğu durumlara yaklaştırır. Bu çalışmada zımbalama etkisindeki elemanların boyutlarının artması ile lineerliği bozan ikincil parametrelerin etkilerinin azaldığı gösterilmiştir. Yapı elemanlarının, karakteristik boylarının artması ile elemanın daha gevrek davrandığı hipotezi üzerinde durulmuş olup bu durumun sonuçları üzerinde tartışılmıştır.

THE ROLE OF SECONDARY VARIABLES IN PUNCHING STRENGTH OF SLABS

Keywords

Size effect,
Fracture surface,
Asymptotic extrapolation,
Concrete,
Punching.

Abstract

Punching shear strength of reinforced concrete slabs exhibits size effect. Size effect on punching shear of reinforced concrete slabs has been being discussed since past decades and there has not been any consensus on the subject yet. Most of the discussions focus on the nonlinearity of the structures, of which deviates the size effect slope of the LFM from $-1/2$ to milder slopes. But extrapolation of the practical sizes to very large sizes results in brittle behavior. Diminishing the secondary influencing parameters, makes linear elastic fracture mechanics available to apply. In this study it is intended to demonstrate the structural scaling phenomenon that the large structures behave more brittle and conical fracture surface of slab punch becomes more smooth.

Alıntı / Cite

Dönmez, A., (2018). Zımbalama Boyut Etkisinde İkincil Değişkenlerin İşlevi, *Journal of Engineering Sciences and Design*, 6(4), 606-614.

Yazar Kimliği / Author ID (ORCID Number)

A. Dönmez / 0000-0002-2448-7090

Makale Süreci / Article Process

Başvuru Tarihi / Submission Date	14.05.2018
Revizyon Tarihi / Revision Date	18.09.2018
Kabul Tarihi / Accepted Date	07.10.2018
Yayın Tarihi / Published Date	10.12.2018

1. Giriş

Döşeme elemanlarının zımbalanması sırasında karşılaşılan boyut etkisi hakkında son 30-40 yıldır tartışmalar süregelmektedir (Neth vd., 1981; Bazant

ve Cao, 1987; Regan, 1981). Bu konu hakkında henüz bir fikir birliği oluşabilmiş değildir. ACI Komitesi 446 (American Concrete Institute) kayma kırılmaları için Bazant'ın boyut etkisi kanununu oy birliği ile doğrulamıştır (Bazant vd., 2008). Fakat maalesef ACI

* İlgili yazar / Corresponding author: donmezab@itu.edu.tr, +90-212-285-3704

ve TS 500 zımbalama tasarımı standartlarında hala boyut etkisi faktörünü kullanmamaktadırlar (ACI Committee 318, 2011; TS 500, 2000). Dünyanın birçok ülkesinde kabul edilen standartlarda kesme kuvveti dayanımı boyut etkisi faktörü ile azaltılmıştır. Fakat standartlarda belirtilen boyut etkisi faktörleri birbirlerinden farklı olup çoğu durumda da farklı asimptotik değerlere sahiptirler.

Boyut etkisi faktörüne θ dersek farklı bölgelerin standartlarındaki boyut etkisi faktörleri Eşitlik(1-5)'teki gibi yazılabilir. Denklemlerde, çok küçük karakteristik boylara sahip elemanlar için önerilen dayanımlar standartlarda belirtilen boyut etkisi çarpanı ile azaltılmıştır. Bu durumda kırılma hipotezinden (veya plastisiteden) hesaplanan zımbalama dayanımına v_0 dersek nominal gerilme ifadesi olarak $v_u=v_0\theta$ yazılabilir (Eurocode 2, 2004; CSA A-23.3, 2004; BS8110, 1997; JSCE, 2007). Burada v_0 boyut etkisi ihmal edildiğinde küçük boyutlu elemanlar için önerilen dayanımı ve v_u da nominal dayanımı ifade eder.

$$\theta = 1 + (d/2)^{-1/2} \leq 2.0 \quad [\text{Eurocode 2}] \quad (1)$$

$$\theta = 1300/(1000 + d) \leq 1.0 \quad [\text{CSA A23.3}] \quad (2)$$

$$\theta = (400/d)^{1/4} \leq 1.0 \quad [\text{BS 8110-97}] \quad (3)$$

$$\theta = (1000/d)^{1/4} \leq 1.5 \quad [\text{JSCE}] \quad (4)$$

$$\theta = (1 + d/d_0)^{-1/2} \quad [\text{ACI 446}] \quad (5)$$

Burada d betonarme döşemenin karakteristik boyu, başka bir ifadeyle, etkili kalınlığı olup eğilme donatılarının düşey yöndeki merkezlerinin tabliyenin en üst basınç lifine olan uzaklığına eşittir. Diyagonal donatı düzeni mevcut olan bir döşemede x yönündeki donatıların tabliyenin basınç yüzeyine olan uzaklığı d_x ve y yönündeki donatıların uzaklığına da d_y denilirse döşemenin etkili kalınlığı $d=(d_x+d_y)/2$ olarak hesaplanır. Eşitlik(5)'te görülen ve geçiş boyu olarak isimlendirilen d_0 bir kırılma parametresi olup malzemenin karakteristik boyu ile elemanın şekil parametrelerinin çarpımı olarak tanımlanır.

ModelCode2010'da (MC2010) zımbalama dayanımı hesabı, mekanik bir model olan Kritik Kayma Çatlağı Teorisi (CSCT) baz alınarak yapılır (ModelCode, 2010; Muttoni ve Schwartz, 1991). CSCT'ye göre betonarme plakların kayma dayanımı, esas kayma çatlağının genişliğine bağlıdır. Buna göre kayma gerilmelerinin kritik olduğu bölgelerde esas çatlak genişliği (ω) tabliyenin dönmesi (ψ) ve döşeme etkili kalınlığının (d) çarpımı ile ilişkilendirilir ($\omega \propto \psi d$). Dönme parametresi olan ψ , döşemelerdeki eğilme momentini tanımladığı gibi kritik bölgedeki birim şekil değiştirmeyi de ifade etmektedir (Sigrist vd., 2013). Çatlak genişliğinin plak dönmesine bağlı olması MC2010 formülasyonunda Eşitlik(6-13)'da gösterildiği gibi k_ψ çarpanı içinde ifade edilmektedir (ModelCode, 2010).

$$V = V_c + V_s \quad (6)$$

$$V_c = k_\psi \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} b_0 d \quad (7)$$

$$k_\psi = \frac{1}{1.5 + 0.9k_{dg}\psi d} \leq 0.6 \quad (8)$$

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + k_g} \geq 0.75 \quad (9)$$

$$\psi = k_m \frac{r_s f_y}{d E_s} \left(\frac{m_s}{m_r} \right)^{1.5} \quad (10)$$

$$m_s = V(1/8 + \frac{e_t}{2b_t}) \quad (11)$$

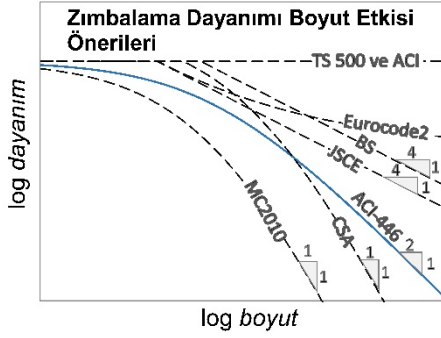
$$m_r = \rho d^2 f_y \left(1 - 0.5\rho \frac{f_y}{f_c} \right) \quad (12)$$

$$V_s = \sum A_{sw,m} \sigma_{sw} \quad (13)$$

Burada; V_c , V_s =betonarme bir döşemede sırası ile betonun ve zımbalama donatısının taşıdığı kayma kuvvetleri [N]; d_g = maksimum agrega çapı [mm]; k_m =LoA I ve II için 1.5 LoA III için 1.2 olan orantılılık katsayısı; γ_c = kısmi güvenlik katsayısı; r_s = sıfır moment çizgisi ile kolon kenarı arasındaki mesafe [mm]; e_t =eksantrik yüklemdeki moment kolu [mm]; b_t =moment kolu genişliği [mm]; f_y =eğilme donatısı akma dayanımı [MPa]; E_s =donatı malzemesi elastisite modülü [MPa]; m_s =mesnette birim boya etkiyen tasarım momenti [N·mm]; m_r =mesnette birim boydaki kesitin moment dayanımı [N·mm]; $A_{sw,m}$ =bir zımbalama donatısının kesit alanı [mm²]; σ_{sw} =zımbalama donatısındaki etkili gerilme [MPa] olarak tanımlanmışlardır.

MC2010 için farklı seviyelerde hesaplamalar vardır. LoA I (Level of Approximation I) için boyut etkisi Eşitlik(7) ile verilen k_ψ çarpanında olup çok büyük boyutlu elemanlar için ($d \rightarrow \infty$) dayanım $1/d$ ile orantılı hale gelir. İkinci ve üçüncü seviyelerdeki hesaplamalarda ise (LoA II, III) MC2010 formülasyonu ikinci dereceden bir denklemin çözümünü gerektirir, Eşitlik(8,10,11). Bu durumda elde edilen boyut etkisi asimptotik eğimi $-1/2.5$ olarak hesaplanır.

MC2010 ve diğer standartların önerdiği boyut etkisi çarpanlarından elde edilen asimptotik eğimler Şekil 1'de gösterilmektedir. Şekil 1'de boyut-nominal dayanım eğrileri çift logaritmik ölçek kullanılarak düzenlenmiştir.



Şekil 1. Zımbalama boyut etkisi için önerilen formüller

Şekil 1'den de görüldüğü üzere ele alınan boyut etkisi eşitlikleri arasında kırılma mekaniği esaslarına uygun olan tek formül Eşitlik(5)'tir. TS 500 ve ACI'da ise boyut etkisi çarpanı betonarme döşemelerin zımbalama dayanımı hesaplarında henüz kullanılmamaktadır.

2. Bilimsel Yazın Taraması

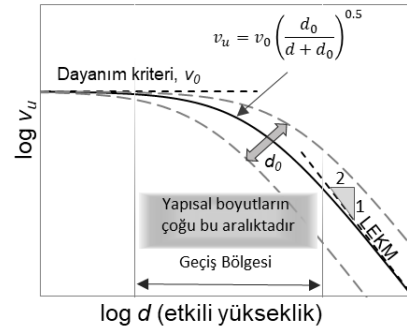
Standartların dışında da birçok araştırmacı farklı boyut etkisi yaklaşımları öne sürmüştür. Marzouk vd. (1998) boyut etkisi çarpanı için $(l_{ch}/h)^{1/3}$ gibi bir faktör önermiştir. Burada l_{ch} malzemenin karakteristik boyu olup bir malzeme özelliğidir. Formülde verilen h döşeme toplam yüksekliği olarak tanımlanmıştır. Yazarlar yaptıkları başka bir çalışmada betonarme elemanların boyutlarının artması ile daha gevrek davrandıklarını gözlemlemişlerdir (Marzouk ve Hussein, 1991). Bu durum kırılma mekaniği prensiplerine uygun olmaktadır. Fakat önerilen eğim (-1/3) Ruiz ve Muttoni (2017) tarafından önerilen eğimle aynı olup LEKM'nin boyut etkisi asimptotik eğimi olan -1/2'den farklıdır. Burada davranışların doğrusal olmayan davranışa uygun olduğu iddiası küçük ve orta ölçekli boyutlar için uygun olsa da büyük boyutlu elemanlar için durum farklı olmaktadır. Bu konu üzerinde daha sonraki bölümlerde daha detaylı durulacaktır.

Ruiz ve Muttoni (2017) sistemin hiperstatiklik derecesi, malzemenin ve elemanın nonlineerlik seviyesi gibi durumların boyut etkisi asimptotik eğimini -1/2'den -1/3'e doğru değiştirdiğini iddia etmektedirler. Bu sonuca varırken de CSCT'ye dayanan Eşitlik(6-13)'deki formülleri kullanmışlardır. Shehata ve Regan (1989) yaptıkları deneysel çalışmalarına dayanarak zımbalama etkisi altındaki betonarme döşemeler için $(500/d)^{1/3}$ gibi bir boyut çarpanının kullanılmasını gerektiğini belirtmişlerdir. Broms (2016), adlandırdığı tanjant birim şekil değiştirme teorisi (*Tangential Strain Theory*) kapsamında betonarme döşemelerin zımbalama etkisinde doğrusal olmayan gerilme dağılımlarını göz önünde bulundurarak -1/3 asimptotik eğimini önermiştir. Birkle ve Dilger (2008) ise döşeme donatı oranının, boyut etkisi asimptotik eğiminin -1/2'den saparak -1/3'e çevirdiğini iddia etmektedir.

Betonarme döşemelerin zımbalama davranışlarında gösterdikleri boyut etkisi asimptotik eğiminin -1/4 olduğunu ileri süren araştırmacılar da bulunmaktadır. Matthys ve Tearwe (2000), çalışmalarında boyut etkisi faktörünü $d^{-1/4}$ olarak göstermişlerdir. Bu eğim Britanya ve Kore standartlarındaki eğim ile aynıdır (BS 8110, 1997; KCI, 2012). Theodorakopus ve Swamy (2008) ise FRP ile güçlendirilmiş döşeme tasarımlarında $(100/d)^{1/6}$ gibi bir çarpanın boyut etkisi olarak kullanılmasını önermişlerdir.

Gardner (1996) önerdiği modelde boyut etkisi çarpanını $(1+(250/h)^{1/2})$ olarak göstermiştir. Bu çarpan Eurocode 2 ile çok benzer olup asimptotik eğimi sıfır olmaktadır (Şekil 1). Nguyen-Minh ve Rovk (2012) GFRP donatıları kullanarak yaptıkları deneyler sonucunda boyut etkisi için $(400/d)^{1/2}$ çarpanını önermişlerdir. Fakat bu durumda da bir geçiş bölgesi olmayıp bütün boyutlar için aynı azaltma çarpanı önerilmiştir.

Döşemenin donatı oranının artması veya narinlik katsayısının (a/d) artması veya başka bir ikincil parametrenin değişmesi Eşitlik(5)'te belirtilen, d_0 , geçiş boyu parametresinin artmasına veya azalmasına neden olur (Şekil 2). Fakat boyut arttıkça eleman asimptotik seviyelerde tam gevrek bir davranışa yaklaşıma devam eder. Bu da eğimi -1/2'ye getirmektedir. LEKM'nin eğimi lineerlik bozulduğu ölçüde değişir. Fakat bu durum boyutlar büyüdüğü ölçüde azalır ve Şekil 2'deki gibi eğim LEKM ile uyumla hale gelir.



Şekil 2. ACI-446 tarafından doğrulananan Bazant'ın boyut etkisi kanunu.

Eşitlik(5)'in betonarme döşemelerin zımbalama dayanımlarında kullanılması gerektiği Bazant'ın çalışmalarında yer almaktadır (Bazant ve Cao, 1987; Dönmez ve Bazant, 2017). Bu çalışmalarda çok kalın döşemelerin gösterdiği boyut etkisi asimptotik eğiminin -1/2'ye yaklaştığı gösterilmiştir. Bazant'ın boyut etkisi kanunu (BEK) olarak isimlendirilen Eşitlik(5), zımbalama etkilerinde, Kueres vd. (2017) tarafından da önerilmektedir.

Bu çalışmada betonarme döşemelerin etkili kalınlıklarının, d , artması ile LEKM'nin asimptotik eğimine yaklaşıldığı gösterilmeye çalışılmıştır. Boyutların büyümesi ile yapı daha gevrek davranmaya

başlar. Gevrek malzemeler çatlak ucu için ihmal edilecek düzeyde kırılma proses zonuna sahiptirler. Bu durumda çatlak çevresi gerilme alanları lineer elastik kabul edilebilir. Bu durumda lineerliği bozan tüm diğer faktörler, ikincil faktörler, etkisiz hale gelmeye başlar.

3. Materyal ve Yöntem

Bu çalışmada betonarme döşemelerin boyut etkisi analizleri geometrik benzerlik esasları göz önüne alınarak sayısal yöntemlerle incelenmiştir. Geometrik olarak benzer betonarme döşemeler, bütün boyutların belli bir katsayı ile ölçeklendirilmesi ile oluşmaktadır. Geometrik olarak ölçeklendirilmiş yapı elemanlarında donatı oranları, yükleme koşulları, elastik sınırlar içerisinde benzer noktalardaki gerilmeler ve narinlik katsayıları gibi ikincil parametreler değişmemektedir. Betonarme döşemelerin literatürde bulunan uygun zımbalama deneyleri ele alınarak sayısal modelin kalibrasyonları gerçekleştirilmiştir. Kullanılan sonlu elemanlar modelinin serbest parametrelerinin kalibrasyonları benzer modellerin hesaplamalarında kullanılmıştır.

3.1. Geometrik Benzerlik

Boyut etkisi bütün boyutlu büyüklüklerin aynı oranda ölçeklendirilmesi ile meydana gelir. Boyut etkisinin açığa çıkması için bütün boyutlu parametreler belli bir oranda (λ) ölçeklenirken diğer tüm boyutsuz parametrelerin de sabit olması gerekmektedir, donatı oranı (ρ), narinlik (a/d) gibi.

Referans konfigürasyonun (K) dayanımını v_u , karakteristik boyunu d , ve X_i ($i=1,\dots,3$) noktasındaki gerilme durumunu σ_{ij} , birim şekil değiştirme tensörünü ise ε_{ij} ile gösterelim. Burada statik yükleme durumunu göz önüne alıyoruz. Boyut etkisi analizinde, 3B (3-Boyutlu) ölçeklendirme esasları ele alındığında elemanın tüm ebatlarının aynı katsayı ile çarpılması gerekmektedir. Bu durumda referans konfigürasyonu λ katsayısı ile çarptığımızda $d'=\lambda d$ ölçeklenmiş modelin (k) karakteristik boyuna ulaşılır. Ölçeklenmiş modelde ele alınan noktanın koordinatları ise $X'_i=\lambda X_i$ olarak hesaplanır. Boyutsal analiz göz önünde bulundurulduğunda ve $\sigma_{ij} < \min(v_u, v_u')$ için Eşitlik(14-16) elde edilir (Bazant ve Planas 1997; Marsden ve Hughes, 1994).

$$\sigma_{ij}(X_i, t_0) = \sigma'_{ij}(X'_i, t_0) \quad (14)$$

$$u(X_i, t_0) = u'(\lambda X_i, t_0) = \lambda u(X_i, t_0) \quad (15)$$

$$\varepsilon_{ij}(X_i, t_0) = \frac{u_{i,j}}{2} = \frac{u'_{i,j}}{2} = \varepsilon'_{ij}(X'_i, t_0) \quad (16)$$

Burada $u_{i,j}=du_i/dx_j$ 'yi ifade eder. Buna göre boyutsal analizlerde birim şekil değiştirmeler ve karşı gelen gerilme durumları birbirleriyle uyumlu olmalıdır. Bu durumda asal gerilmeler ve asal birim şekil

değiştirmeler referans ve ölçeklendirilmiş konfigürasyonlar için eşlenik noktalarda meydana gelmektedir. Elastiklik sınırları içerisinde meydana gelen eşit gerilmelere neden olan yüklemelerin oranı 3B geometrik benzerlik için λ^3 olmaktadır. Aynı benzerlik durumu büyük elastik şekil değiştirmeler yapan *neo-hookean* malzemeleri için de geçerlidir.

3.2. Hatalı Boyut Çarpanları ve Hipotezler

Boyut etkisi kanunu, çok küçük boyutlu elemanlar için sıfır eğimle başlayıp çift logaritmik ölçekte (log-log çizimi) asimptotik eğimi $-1/2$ ile biten ve her noktasında sürekli olan bir boyut etkisi eğrisini ifade eder (Şekil 2). Pratikte kullanılan çoğu eleman ise geçiş bölgesi olarak adlandırılan ve iki asimptotun birleşimi ve çevresi olan aralıkta bulunmaktadır (Bazant, 2005).

Termodinamiğin ilk kanunu Eurocode 2'de önerilen boyut etkisi terimini geçersiz kılmaktadır. Kırılma mekaniğine göre enerji korunumu ilkesi gereği boyut etkisi bütün malzemeler için geçerlidir. Fakat gevrek malzemelerde bu durum maksimum olup asimptotik eğimi $-1/2$ 'ye ulaşır. Fakat hiçbir zaman sıfır olamaz. Sıfırda biten asimptotik eğim boyut etkisinin çok büyük boyutlu elemanlarda ihmal edildiğini belirtmektedir. Fakat Şekil 2'den de görüldüğü üzere elemanların boyutları arttıkça sistemin daha gevrek davrandığı ve Eurocode 2'nin aksine LEKM esaslarının daha belirgin hale geldiği bilinmektedir.

MC2010'da farklı seviyelerde hesaplamalar bulunmaktadır (LoAs) LoA I için k_{ψ} ile oluşan boyut etkisi $d \rightarrow \infty$ için -1 olmaktadır. Bu değer kırılma mekaniği açısından enerji korunumu yasasına uymamaktadır. Çünkü çatlak birim ilerleyişinden açığa çıkan enerji boşalan elastik birim şekil değiştirme enerjisine karşı gelmemektedir. Kırılma mekaniğinde bahsedilen enerji korunumu boyut etkisinin de kaynağını oluşturmaktadır. LEKM'ye göre lineer elastik esaslar, kırılma proses zonu (*fracture process zone*) çok küçük olan malzemeler için geçerlidir. Bu tip malzemeler gevrek kabul edilebilir ve gevrek malzemelerin LEKM'ye göre gösterdiği boyut etkisi asimptotik eğimi $-1/2$ 'dir. Fakat MC2010'da LoA I için bu eğim -1 olmaktadır.

Model Code'un boyut etkisi analizi LoA II ve III için biraz daha farklıdır. Bu seviyelerdeki hesaplamalarda iteratif bir yaklaşım veya ikinci dereceden bir denklem çözümü gerekmektedir ve Eşitlik(7)'deki V_c Eşitlik(11)'de V yerine konularak hesap yapılır. Diğer bütün boyutsuz parametreler sabit tutulduğunda ve $(m_r/m_s)^{1.5}$ ve Eşitlik(8)'deki d^1 de dikkate alındığında maksimum nominal gerilmenin $v_u \propto d^{0.4}$ ile doğru orantılı olduğu görülür. Burada iki problem bulunmaktadır. Birincisi, LoA II ve III için elemanın (döşemenin) dönmesi boyut etkisi ile beraber hesap edilmekte ve boyut etkisi yerine aslında daha çok

birim şekil değiştirmenin etkisi hesaplanmaktadır. Bu durumda m_r/m_s oranı sabit değildir.

MC2010'dan elde edilen boyut etkisi asimptotik eğimi kırılma enerjisinden kaynaklanan bir eğim olmayıp lineer elastik esaslar üzerinden hesaplanır. Yani $-1/2.5$ eğimi ne kadar da LEKM'nin eğimi olan $-1/2$ 'ye yakın bir değer olsa da, temel alınan hipotezler kırılma mekaniği esaslarına dayanmamaktadır. Bunun dışında birim şekil değiştirme (veya dönme, ψ) Muttoni ve Ruiz (2008) tarafından belirtildiği gibi çatlak ilerleyişinden kaynaklanan kırılmaların karakterize edilmesinde kullanılmamalıdır. Bu durumlar göz önüne alındığında MC2010'da kullanılan mekanik modelden elde edilen boyut etkisi asimptotik eğimi doğru teorik temellere dayanmamaktadır.

Diğer bazı boyut etkisi faktörleri $-1/3$, $-1/4$, $-1/6$ ve -1 asimptotik eğimlere sahiptirler. Bunlar Kırılma mekaniği esaslarına aykırı davranmaktadır. Bazı çalışmalarda LEKM'den sapmaların sebebi olarak lineerliği bozan etmenlerden bahsedilmektedir (Broms, 2016; Ruiz ve Muttoni, 2017). Lineerliği bozan ikincil parametrelerden bazıları donatı oranı (ρ), maksimum agrega çapı (d_g) ve narinlik (a/d) olarak örnek verilebilir. Bahsedilen parametreler gibi diğer bütün parametreler Şekil 2'deki geçiş bölgesinin şiddetini ayarlamaktadır. Bu geçiş bölgesi doğrusal olmayan kısım ile ilgilidir.

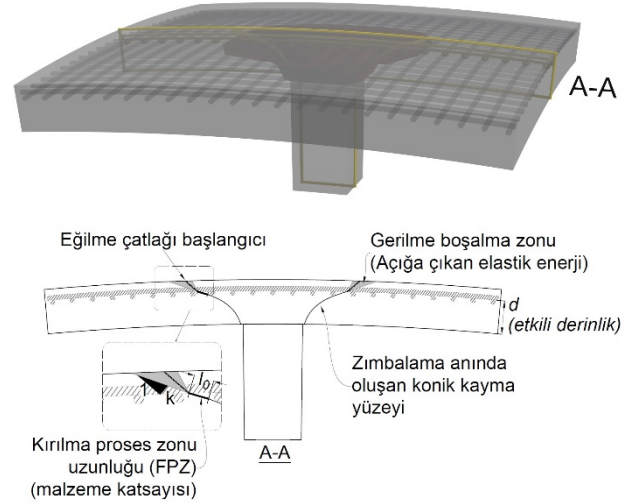
Geçiş bölgesi olarak adlandırılan kısım iki asimptotun arasında kalan bölgedir. Bu bölge plastisite ile LEKM mekaniği malzemeleri arasındaki bütün sistemleri kapsar. Eleman (veya malzeme) ne kadar gevrek olursa o kadar LEKM sınırlarına dahil olur. Malzemeler Süneklik derecesi kadar da sola kayar ve eğim sıfıra yaklaşır. Bu durumda karakteristik boy olan d ne kadar büyürse eleman o derece gevrek davranır ve LEKM'ye yaklaşır. Bunun tersi durumlar içinde de plastisite geçerli olmaya başlar. Bu geçişin sürekli bir eğri olması lineer olmayan kırılma mekaniğinin boyutla beraber lineer elastik kırılma mekaniğine evirildiğinin bir göstergesidir.

Şekil 3'te gösterilen betonarme döşemeyi ele alalım. Zımbalama anında A-A kesiti incelendiğinde çatlak çevresinde $1/k$ gibi bir eğimle oluşan alanın içi elastik enerjisi boşalan gölgeyi ifade eder. Burada k bir malzeme katsayısıdır ve yaklaşık 2 değerini almaktadır. Çatlak ucunda l_0 uzunluğunda kırılma proses zonu lineerliği bozan bütün parametrelerin etkilerini içermektedir. Proses zonunun uzunluğu boyuttan bağımsızdır. Bu uzunluk gevrek malzemeler için sonsuz küçük boyuttur. Bu da lineer elastik kırılma mekaniğine karşı gelir. Kırılma zonunun uzunluğu lineer olmayan kırılma mekaniğinin bir ölçüsüdür. Çok büyük boyutlar için $l_0/d \rightarrow 0$ olduğundan eleman gevrek davranmaya başlayacaktır. Bu durum aslında lineerliği bozan tüm ikincil parametrelerin etkilerinin çok büyük elemanlar

için azalıp ihmal edilecek seviyelere düşeceğini göstermektedir.

Tasarımlarda kullanılan plastik limitler laboratuvar ölçülerindeki elemanlar için gerçekçi sonuç verebilirler. Çünkü beton için l_0 (kırılma proses zonu) çok büyük olup yaklaşık $0.5m$ 'dir. Bu rakam metaller için $1 \mu m$ değerindedir. Bu durum maksimum yüke erişene kadar betonarme döşemelerde çatlakların tek bir bölgede lokalize olmayıp dağınık şekilde ilerlemelerine sebebiyet verir. Fakat elemanın boyu arttıkça çatlaklar tek bir bölgeye lokalize olamaya başlar. Çünkü l_0 bir malzeme özelliği olup boyutla değişmez. Böylece boyut etkisi belirgin hale gelir ve plastik limit analizleri yetersiz kalır.

Sadece laboratuvar ölçülerindeki numuneler üzerinden yapılan bir boyut etkisi regresyonu asimptotik eğimler açısından sakıncalı sonuçlar doğurur. Bu yüzden yarı-ampirik olan BEK hem deney sonuçlarına uyumluluğu hem de kırılma mekaniği temellerinden türetilmesi sebebiyle en uygun boyut etkisi çarpanı olarak düşünülmektedir, Eşitlik (5).



Şekil 3. Zımbalamada kırılma şekli ve parametreleri.

Bunun dışında, diğer standartlarda veya çalışmalarda önerilen ve Eşitlik(5)'e uymayan boyut etkisi çarpanları Şekil 3'te çizilen konik kayma yüzeyinin dayanım üzerindeki etkilerini ancak belirli boyutlar için karşılayabilirler. Asimptotik sınırlara yaklaştıkça dayanım-etkili kalınlık ilişkisi BEK'e uygun hale gelmeye başlar ve konik kayma yüzeyinin *nonlineerlik* derecesi dayanım üzerindeki etkisini kaybeder.

3.3. Sayısal Analizler

Bir önceki bölümde bahsedilen esaslar hatalı boyut etkisi çarpanlarının temel aldığı hipotezleri geçersiz kılmaktadır. Bahsedilen ikincil parametrelerin (boyut harici faktörler) etkilerinin büyük boyutlarda azalması sayısal olarak da kanıtlanabilir.

Sayısal çözümleme aracı olarak sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Hesaplamalarda "ABAQUS"

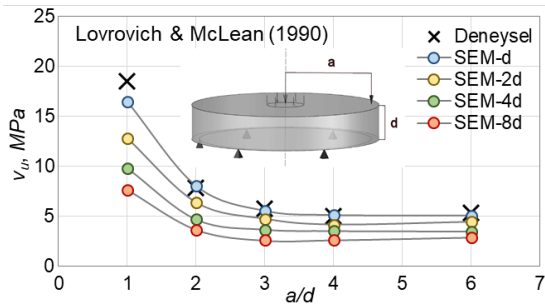
programının *explicit* dinamik çözümleyicisi tercih edilmiştir. Beton malzeme modeli için mikro düzlem (microplane) modeli kullanılmıştır. Bu model M7 *microplane subroutine*'i kullanılarak hesaplanmıştır (Caner ve Bazant, 2012). Beton çeliği için ise bilineer plastik model seçilmiştir.

İkincil parametre olarak narinlik katsayısı ve donatı oranı belli boyutlar aralığında lineerliği bozar. Bu etmenlerin parametrik çalışmaları kalibre edilmiş malzeme modelleri ile gerçekleştirilmiştir. Doğrusallığı bozan ikincil etmenlerin döşeme kalınlığının sonsuz büyük bir boyuta extrapolasyonu ile azaldığı ve boyut etkisi asimptotik eğiminin LEKM'nin önerdiği $-1/2$ eğimine ulaşıldığı gösterilmeye çalışılmıştır. Ayrıca sayısal analizler ile boyut, d , haricindeki etmenlerin BEK'teki geçiş boyu, d_0 , üzerindeki etkileri gösterilmektedir.

Explicit integrasyonla yapılan sayısal analizlerde stabil zaman adımı hataların azalması için daha küçük seçilir fakat yakınsama problemi yaşanmaz. Çünkü mevcut zaman dilimindeki girdiler kullanılarak Δt anındaki sonuçlara ulaşılır. *Implicit* integrasyonda ise zaman dilimi daha büyük seçilebilir fakat bu sefer de yakınsama problemleri ortaya çıkar. Hangi integrasyonun kullanılacağı probleme bağlıdır. Bu çalışmadaki analizlerde yakınsama problemi yaşanmaması için *explicit* integrasyon tercih edilmiştir.

4. Araştırma Bulguları

İlk olarak Lovrovich ve McLean (1990) tarafından yapılan deneyleri göze alalım. Burada zımbalama donatısı olmayan 5 farklı narinlikte betonarme döşemeler kesme kuvvetlerine maruz bırakılmıştır. Bütün numuneler zımbalama etkisi altında kırılmıştır. Şekil 4'te ve diğer tüm şekillerde "x" gösterimi deneysel sonuçları "o" işaretli noktalar ise sonlu elemanlar modeli (SEM) sonuçlarını ifade etmektedir. Şekil 4'te mavi renkli veriler kalibrasyon sonuçlarını diğer renkler ise boyutların ölçeklendiği modellerin farklı narinliklerde (a/d) davranışlarını göstermektedir.



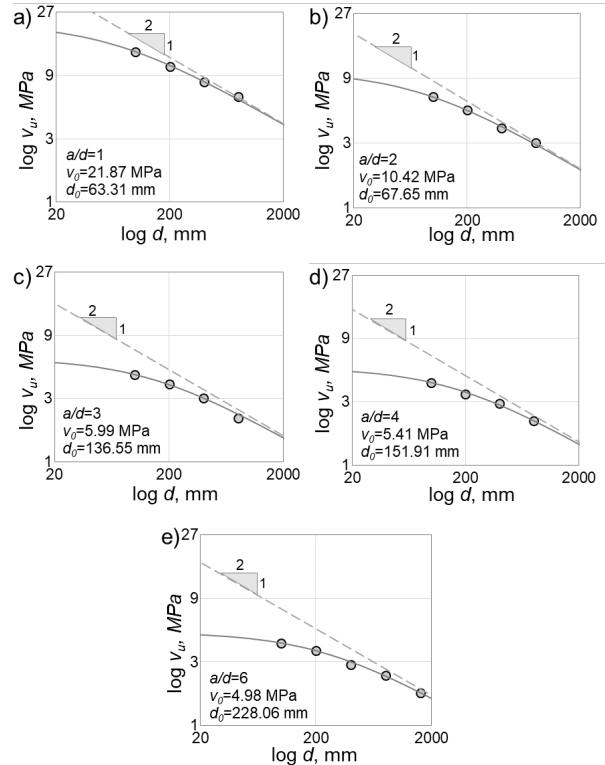
Şekil 4. Farklı narinlik ve boyarlardaki modellerin zımbalama dayanımları ($v_u=P/bd$) (Lovrovich ve McLean, 1990).

Burada narinlik ölçüsü olarak moment kolunun (a) etkili derinliğe oranı (d) ele alınmaktadır (Uçar ve

Merter, 2012). Ölçeklendirme faktörü $\lambda=1,2,4,8$ değerlerini almaktadır. Narinlik arttıkça dayanım azalma eğilimindedir. Fakat bu eğilim belli bir narinlik ($a/d \approx 2.8 \sim 3$) değerini aştığında etkisi azalır.

Şekil 5'te Lovrovich ve McLean (1990)'in deneylerinden kalibre edilmiş model parametreleri ile boyut analizi yapılmıştır. Farklı narinlikler için yapılmış doğrusal olmayan regresyon analizleri, Eşitlik(5) model alınarak gerçekleştirilmiş olup serbest parametreler olan v_0 ve d_0 katsayıları elde edilmiştir. Burada v_0 , boyut etkisinin dahil olmadığı çok küçük numuneler için elde edilen nominal gerilmeyi, başka bir değişle mevcut tasarımlarda kullanılan kırılma hipotezlerini göstermektedir.

Şekil 5a-e'den anlaşılacağı üzere narinliğin artması elemanı lineer elastik kırılma mekaniğinden uzaklaştırmaktadır. Bu durum konik kırılma yüzeyinin nonlineerlik derecesinin artmasından kaynaklanır. Narinlik katsayısının artması maksimum aksenal yük durumunda döşemenin orta kısımlarında yaptığı derhimin artmasına neden olur. Buna karşın boyutların büyümesi elemanı gevreklettiğinden LEKM'nin asimptotik eğimi olan $-1/2$ 'ye yaklaşma eğilimi görülmektedir. Şekil 5'e de bu etkinin daha iyi görülmesi için diğer narinlik seviyeleri dışında 16 çarpan faktörlü model eklenmiştir ($\lambda=16$).



Şekil 5. Farklı narinliklerdeki modellerin boyut etkisi analizleri.

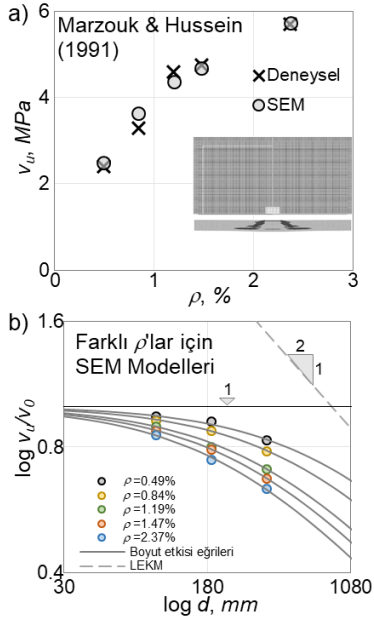
Doğrusallığı bozan etkilerden olan a/d dönmeyi direkt olarak etkiler. Narinlik arttıkça tabliyenin dönme çapı artar. Fakat bu durum asimptotik eğimi Şekil 5'te görüldüğü gibi değiştirmiyor. Narinliğin artması elemanın daha çok yer değiştirme yapması sebebiyle

v_0 'ı düşürmekte ve geçiş boyu olan d_0 'ın artmasına neden olmaktadır.

Döşemelerdeki zımbalama dayanımı hesabında beton donatıları ACI ve TS 500'de dikkate alınmamaktadır. Fakat donatı oranının boyut etkisi analizinde d_0 olan geçiş boyunu değiştirdiği bilinmektedir. Bu durum doğrusal davranışı bozan etmenlerden biri olup boyut etkisi analizinde büyük önemi vardır. Donatı oranı parametresi (ρ) için Marzouk ve Hussein'in (1991) çalışması ele alınmıştır. Bu çalışmada farklı donatı oranları kullanılarak oluşturulan zımbalama numuneleri simetrik yükleme durumuna tabi tutulmuş ve zımbalama kırılmaları yapımaları sağlanmıştır.

Şekil 6a'da kalibrasyon aşaması dayanım-donatı oranı çizimi ile gösterilmiştir. Tahmin edilebileceği gibi donatı oranının artması nominal dayanımları artırır. Beş farklı donatı oranı için ele alınan döşeme modelleri kalibre edilmiş model parametreleri kullanılarak boyut analizlerine tabi tutulmuştur. 3 farklı boy için hesaplanan sayısal sonuçlar Şekil 6b'de gösterilmektedir. Modellerin tamamının aynı logaritmik ölçekte gösterilebilmesi için nominal dayanımlar, v_u , v_0 ile normalize edilerek gösterilmektedir. Bu gösterim ile donatı oranının geçiş boyu, d_0 , üzerindeki etkileri daha net bir şekilde ortaya çıkar.

Donatı oranı arttıkça yapı daha rijit davranmaya başlamaktadır. Bu durum geçiş boyu değerini azaltır. Fakat nihai durumda bütün donatı oranlarına sahip döşemeler, boyutları arttıkça Eşitlik(5) formülüne uygun hale gelmektedir.



Şekil 6. a) Marzouk ve Hussein (1991) deneyleri ile yapılan kalibrasyon, b) boyut etkisi analizleri ve eğrileri.

Şekil 6'da kullanılan sonlu elemanlar modelinde beton yaklaşık 350 bin lineer C3D8R tipinde *hexahedral* eleman kullanılarak oluşturulmuştur. Donatı için *3B kiris* elemanları *gömülü (embedded)* tekniği ile betona

yerleştirilmiştir. Büyük boydaki modeller çoklu işleme (*multi-processing*) tekniği ve 40 sanal işlemci kullanılarak *explicit* dinamik çözümü sonucu elde edilmiştir. Daha büyük numunelerin çözülmesi ise logaritmik ölçekleme göz önüne alındığında haftalar süren bir hesaplama zamanı gerektireceğinden Şekil 6'daki modellerde 3 farklı boyda sınırlı kalınmıştır.

TS 500 aynı ACI gibi döşemelerin hesabında temelleri Moe (1961)'nin çalışmalarına dayanan plastik limit analizine dayanan hesaplar kullanılmaktadır. Bu yüzden her iki standart da yaklaşık olarak aynı denklemleri kullanırlar.

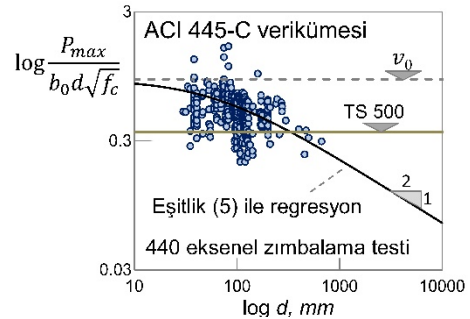
$$v_c = P_{max}/(b_0 d) \quad (17)$$

$$v_c = \chi \sqrt{f_c} \text{ [Mpa]} \quad (18)$$

Eşitlik (17) ve (18)'de χ katsayısı ACI318 için 0.33 olup TS 500 için 0.35'dir.

ACI alt komitesi tarafından hazırlanan 440 adet deneyden oluşan bir verikümesi Eşitlik (17) ve (18)'de belirtilen dayanım koşulları ile Eşitlik (5)'te verilen boyut etkisi kanununun karşılaştırılmasında kullanılmıştır, Şekil (7).

Şekil (7)'de mavi noktalar veri kümesindeki deney sonuçlarını, üstteki yatay çizgi Eşitlik (5)'teki v_0 (plastisite dayanımı)'ı, alttaki yatay çizgi ise TS 500'deki zımbalama dayanımını ifade etmektedir.



Şekil 7. 440 veriye sahip veri kümesi kullanılarak yapılan karşılaştırmalar.

Şekilden de anlaşıldığı gibi boyut etkisi çarpanı olmayan TS 500 ve ACI tahminleri, etkili kalınlığı az olan küçük boyutlu döşemelerde aşırı güvenli tarafta kalıp, büyük etkili kalınlığa (d) sahip döşemelerde ise kaydedilen test dayanımlarının üstünde kalmaktadır. Bu durum çok büyük döşeme yapılarında güvensiz tasarımlara neden olmakla beraber küçük boyutlu yapı sistemlerinde ekonomik olmayan tasarımlara neden olmaktadır.

5. Sonuç ve Tartışma

Mühendisler arasında son 30-40 yıldır süregelen boyut etkisi tartışmasında henüz bir uzlaşmaya varılamamıştır. Bu durum farklı yapı elemanlarının ve farklı malzemelerin gösterdikleri farklı seviyelerdeki

doğrusal olmayan karakteristiklerinden kaynaklanmaktadır. Ayrıca boyut etkisi deneylerinin de oldukça maliyetli olduğu düşünüldüğünde farklı çalışmalarda farklı boyut etkisi çarpanlarının belirtilmesi olağan bir hale gelmiştir. Fakat sonlu elemanlar, çatlak bandı modeli (*crack band model*) ile gerçekçi malzeme modelleri çoğu betonarme yapı elemanlarının boyut etkisi bakımından sayısal olarak incelenebilmesine olanak vermektedir. Bu çalışmada da üzerinde anlaşılamayan boyut etkisi tartışmalarına bir açıklık getirilmeye çalışılmış ve boyut azaltma çarpanını tasarım standartlarına eklenmesi konusunda doğru yaklaşımlar önerilmiştir.

Eşitlik(5) ile verilen boyut etkisi kanunu dayandığı kırılma mekaniği esasları ile matematiksel olarak en doğru formülasyon olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu çarpanın dayandığı enerjinin korunumu ilkesi büyük numunelerde dayanımın LEKM'nin önerdiği asimptotik eğim olan $-1/2$ 'ye karşı gelmesine neden olmaktadır. Bu eğimin istatistiksel ve sayısal olarak doğrulanması Dönmez ve Bazant (2017) tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada ise doğrusallığı bozan etmenlerin boyutların sonsuza ekstrapolasyonu ile etkisiz hale gelmesi açıkça gösterilmiştir. Bu durum l_0/d oranının sıfıra yaklaşması sonucu meydana gelir. Sistemin davranışının doğrusallıktan sapmasına neden olan ve boyut büyüdükçe etkisi azalan ikincil parametreler geçiş bölgesindeki eğrinin şeklini tayin etmektedir. Bu etkiler donatı oranı, narinlik, maksimum agrega çapı ve sınır koşulları olarak sıralanabilir.

İkincil etkilerin asimptotik eğim bakımından etkisizleşmesi narinlik ve donatı oranı örnekleri ele alınarak gösterilmiştir. Kesme kuvvetleri ile gevrek kırılmaya maruz kalan döşeme yapıları, logaritmik boyut-dayanım çizimlerinde, boyutlarının büyümesi ile lineer elastik kırılma mekaniğinden çıkarılan $-1/2$ 'lik asimptotik eğime sahip olurlar.

ACI (American Concrete Institute) ve TS 500'de ileriki safhalardaki muhtemel betonarme yapıların tasarımları ile ilgili düzenlemelerde boyut etkisi faktörleri dahil edilirken matematiksel olarak doğru bir çarpanın kabul edilmesi sonraki yaşanabilecek muhtemel zaman ve optimizasyon kayıplarının önüne geçecektir.

Farklı bölgelerdeki standartlarda yer alan ve araştırmacıların önerdiği boyut etkisi çarpanları LEKM'nin $-1/2$ asimptotik eğimine sahip değilse, boyut etkisi analizi gereksinimlerine göre düzeltilmeleri gerekmektedir.

Çalışmanın bazı konularda devam ettirilmesi mümkündür. Doğrusallığı bozan ikincil faktörlerin büyük boyutlu elemanlar ile etkisinin azalacağını göstermek faydalı olacaktır. Bu konuda gerçekçi bir malzeme modeli ile boyut etkisi analizi şarttır. Ayrıca boyut etkisi tartışmasında ikincil parametrelerin

boyutların artması ile etkisinin azalacağını deneysel olarak göstermek konunun tamamen netleşmesi açısından faydalı olacaktır.

Teşekkür

Bu çalışma İstanbul Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından ID:40860 nolu proje kapsamında desteklenmiştir.

Conflict of Interest / Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

No conflict of interest was declared by the authors.

Kaynaklar

- ACI 318. 2011. Building Code Requirements for Structural Concrete, American Concrete Institute, ACI Committee 318, Detroit, USA, 503.
- Bazant, Z.P., 2005. Scaling of structural strength. Butterworth-Heinemann.
- Bazant, Z.P., ve Planas, J., 1997. Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials (Vol. 16). CRC press.
- Bazant, Z.P., ve Cao, Z., 1987. Size effect in punching shear failure of slabs. ACI Structural Journal, 84(1), 44-53.
- Bazant, Z.P., Yu, Q., Gerstle, W., Hanson, J., ve Ju, J.W., 2008. Justification of ACI 446 Proposal for Updating ACI Code Provisions for Shear Design of Reinforced Concrete Beams. ACI Structural Journal, 105(4), 507.
- Birkle, G., ve Dilger, W.H., 2008. Influence of slab thickness on punching shear strength. ACI Structural Journal, 105(2), 180-188.
- Broms, C.E., 2016. Tangential strain theory for punching failure of at slabs. ACI Structural Journal, 113(1), 95.
- BS 8110, Structural Use of Concrete, Part 1: Code of Practice for Design and Construction, British Standards Institute, London, UK, 1997.
- Caner, F.C., ve Bazant, Z.P., 2012. Microplane model M7 for plain concrete. I: Formulation. Journal of Engineering Mechanics, 139(12), 1714-1723.
- CSA A23.3-04, Design of Concrete Structures, Canadian Standards Association, Rexdale, ON, Canada, 2004, 214 pp.
- Dönmez, A., ve Bazant, Z.P., 2017. Size Effect on Punching Strength of Reinforced Concrete Slabs with and without Shear Reinforcement. ACI Structural Journal, 114(4), 875.

- Eurocode 2. 2004. Design of Concrete Structures Part 1: General rules and rules for building. European Committee for Standardization, Brussels, 241
- Gardner, N.J., 1996. Punching Shear Provisions for Reinforced and Prestressed Concrete Flat Slabs, Canadian Journal of Civil Engineering, V. 23, No. 2, Apr., pp. 502-510.
- KCI (Korea Concrete Institute), 2012. KCI 2012: KCI Concrete Design Code 2012. Korea Concrete Institute, Korea, 548 pp.
- Kueres, D., Siburg, C., Herbrand, M., Classen, M., ve Hegger, J., 2017. Uniform Design Method for punching shear in at slabs and column bases. Engineering Structures, 136, 149-164.
- Lovrovich, J.S., ve McLean, D.I., 1990. Punching Shear Behavior of Slabs with Varying Span-Depth Ratios. Structural Journal, 87(5), 507-512.
- Marsden, J.E., ve Hughes, T.J., 1994. Mathematical foundations of elasticity. Courier Corporation.
- Marzouk, H., Emam, M., ve Hilal, M.S., 1998. Sensitivity of shear strength to fracture energy of high-strength concrete slabs. Canadian Journal of Civil Engineering, 25(1), 40-50.
- Marzouk, H., and Hussein, A., 1991. Experimental investigation on the behavior of high-strength concrete slabs. ACI Structural Journal, 88(6), 701-713.
- Matthys, S., ve Taerwe, L., 2000. Concrete slabs reinforced with FRP grids. II: Punching resistance. Journal of Composites for Construction, 4(3), 154-161.
- ModelCode 2010., 2010. Federation Internationale du Beton: Model Code 2010. Lausanne, 2010.
- Moe, J., 1961. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads. Development Department Bulletin, No. D47, PCA, Skokie, IL.
- Muttoni, A., ve Schwartz, J., 1991. Behavior of beams and punching in slabs without shear reinforcement. In IABSE colloquium, 62, EPFL-CONF-111612, 703-708.
- Muttoni, A., ve Ruiz, M.F., 2008. Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width. ACI Structural Journal, 105(2), 163-172.
- Neth, V.W., de Paiva, H.A.R., ve Long, A.E., 1981. Behavior of Models of a Reinforced Concrete Flat Plate Edge-Column Connection. In Journal Proceedings 78(4), s. 269-275.
- Nguyen-Minh, L., ve Rovk, M., 2012. Punching shear resistance of interior GFRP reinforced slab-column connections. Journal of Composites for Construction, 17(1), 2-13.
- Ospina, C. E., Birkle, G., ve Widiyanto. 2011. ACI 445 Punching Shear Collected Databank. Network for Earthquake Engineering Simulation (database) Dataset. doi: 10.4231 D3TX35618.
- Regan, P.E., 1981. Behaviour of reinforced concrete flat slabs. Construction Industry Research and Information Association.
- Ruiz, M.F., ve Muttoni, A., 2017. Size Effect on Punching Shear Strength: Differences and Analogies with Shear in One-way Slabs. ACI Special Publication, 315, 59-72.
- Shehata, I.A., ve Regan, P.E., 1989. Punching in RC slabs. Journal of Structural Engineering, 115(7), 1726-1740.
- Sigrist, V., Bentz, E., Ruiz, M.F., Foster, S., ve Muttoni, A., 2013. Background to the *fib* Model Code 2010 shear provisions, part I: beams and slabs. Structural Concrete, 14(3), 195-203.
- Subcommittee on English Version of Standard Specifications for Concrete Structures (2007). JSCE Guidelines for Concrete No. 15: Design. Japan Society of Civil Engineering.
- Theodorakopoulos, D.D., ve Swamy, R.N., 2008. A design model for punching shear of FRP-reinforced slab-column connections. Cement and Concrete Composites, 30(6), 544-555.
- TS 500, 2000. Betonarme Yapıların Tasarım ve Yapım Kuralları, Madde 11-Betonarme Döşeme Sistemleri, 52-60.
- Uçar, T., Merter, O. 2012. Narinlik Oranının Yanal Ötelenmeli Betonarme Çerçevelerin Göçme Davranışına Etkisinin Doğrusal Olmayan ve Enerji Esaslı Yöntemlerle Araştırılması. Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi, 2 (1), 13-25.