eefdergi

Cilt 20 Sayı 3 | Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi

e-ISSN 2148-7510

http://eefdergi.erzincan.edu.tr | eefdergi@erzincan.edu.tr

Doi numarası: 10.17556/erziefd.441732

Prospective Mathematics Teachers' Actions in Technology-Aided Mathematical Modeling Process: Distance Problem

Çağlar Naci HIDIROĞLU*, Aytuğ ÖZALTUN ÇELİK, Semiha KULA ÜNVER, Esra BUKOVA GÜZEL

Received date: 09.07.2018 | **Accepted date: 21.11.2018**

Abstract

The aim of the study is to investigate the actions of prospective mathematics teachers while solving Distance Problem in the technology-aided mathematical modeling process. The study was conducted with twenty-one secondary prospective mathematics teachers. The participants selected by the criteria sampling method were divided into seven study groups of three persons an worked on the Distance Problem. The data were gathered from written response papers and GeoGebra solution files that included the approaches of the participants while solving the Distance Problem. The analysis of the data was carried out by means of content analysis based on the theoretical framework. The results showed that the participants used mathematics and physics knowledge in solution. GeoGebra played a role in solution from the second stage of the modeling process. GeoGebra was been important in establishing algebraic and geometric representations of mathematical models and establishing relations between them to arrive at mathematical solutions and results. In validation, only one group compared the data on the written paper with the data in GeoGebra. The students should encouraged to in overcome their difficulties during the modeling process and to include to the rich learning environments in which they can organize their knowledge of technology, mathematics and physics.

Keywords: GeoGebra, mathematical modeling, prospective mathematics teachers, technology-aided mathematical modeling process.

* Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi, chidiroglu@pau.edu.tr.

Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Eylemleri: Uzaklık Problemi

Çağlar Naci HIDIROĞLU*, Aytuğ ÖZALTUN ÇELİK, Semiha KULA ÜNVER, Esra BUKOVA GÜZEL

Geliş tarihi: 09.07.2018 **Kabul tarihi: 21.11.2018**

Öz

Çalışmanın amacı, matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki eylemlerini Uzaklık Problemi'nin çözümü sürecinde incelemektir. Çalışma, yirmi bir ortaöğretim matematik öğretmen adayıyla gerçekleştirilmiştir. Ölçüt örnekleme yöntemi ile seçilmiş katılımcılar üçer kişilik yedi çalışma grubuna ayrılmışlar ve araştırmacılar tarafından hazırlanan Uzaklık Problemi üzerinde çalışmışlardır. Araştırmanın verileri, öğretmen adaylarının Uzaklık Problemi'nin çözümüne ilişkin yaklaşımlarını içeren yazılı cevap kağıtları ve GeoGebra çözüm dosyalarından derlenmiştir. Verilerin analizi, kuramsal çerçeveye bağlı içerik analizi yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar, öğretmen adaylarının matematik ve fizik bilgilerini çözümde kullandıklarını göstermiştir. GeoGebra çözümde modelleme sürecinin ikinci basamağından itibaren rol oynamıştır. Bu çalışmada, GeoGebra matematiksel modellerin cebirsel ve geometrik gösterimlerinin oluşturulmasında ve bunlar arasındaki ilişkilerin kurularak matematiksel çözüm ve sonuçlara ulaşılmasında önemli olmuştur. Modeli doğrulamada yalnızca bir grup yazılı cevap kağıdındaki veriler ile GeoGebra'daki verileri karşılaştırılmıştır. Katılımcıların modelleme sürecinde sıkıntı yaşadıkları basamaklarda desteklenmeleri ve onlara teknoloji-matematik-fizik bilgilerini organize edebilecekleri zengin öğrenme ortamlarının sağlanması önerilmektedir.

Anahtar kelimeler: GeoGebra, matematiksel modelleme, matematik öğretmeni adayları, teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci.

* Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi, chidiroglu@pau.edu.tr.

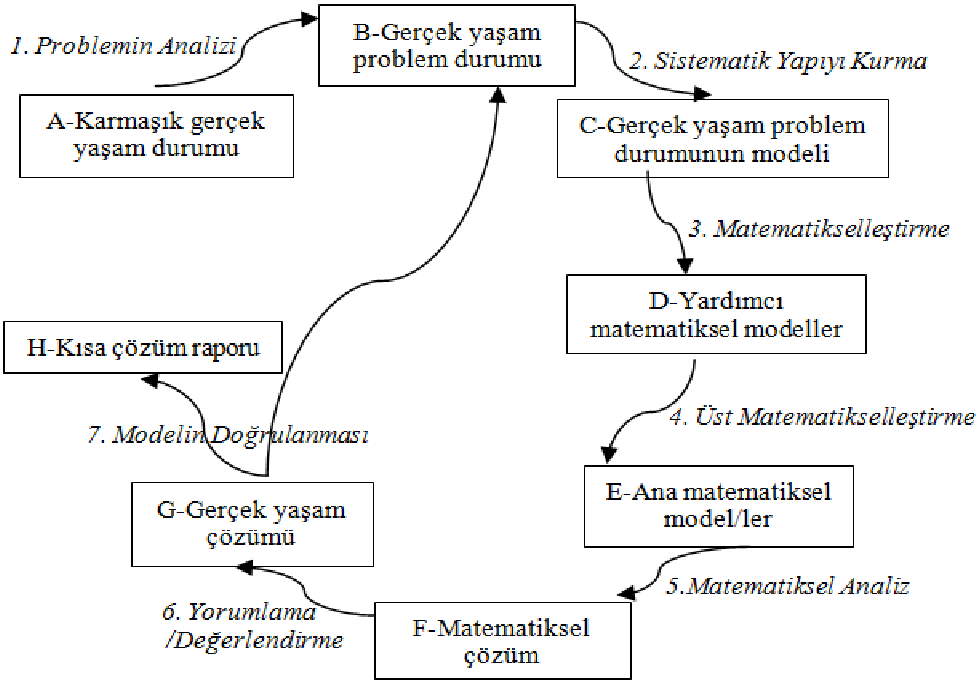
1. Giriş

Günümüzde teknolojinin matematik eğitimine birçok açıdan etkisini görmekteyken, modelleme sürecine de çeşitli teknoloji uygulamalarının öğrencilerin eylemlerini nasıl çeşitlendirdiği araştırılması gereken bir husus olarak ortaya çıkmaktadır. Lise matematik dersi öğretim programlarında, bireylere istenen bilgi ve beceriler kazandırılırken gerçek yaşam problemlerine çözüm üretilmesi ve teknoloji ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının düzenlenmesine de büyük önem verildiği anlaşılmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2006; 2013 ve 2017). Öğretme ve öğrenme ortamına bireylerin gerçek yaşamda karşılaşabilecekleri problemlerin yanı sıra teknolojinin sunduğu olanakların da dahil edilmesi büyük önem taşımaktadır (Lingefjärd, 2000). Ang (2010) eğitimde başarı için, insanların gerçek yaşam problemlerine çözüm üretirken koşullara göre stratejiler belirlemeleri gerektiğini belirtmektedir. Gerçek yaşam problemlerine çözüm üretirken belirlenen stratejiler matematik ve matematiksel yöntemler ile şekillenmektedir. Bu süreçte matematik ve gerçek yaşam etkileşimini sağlayan matematiksel modelleme ön plana çıkmaktadır. Modelleme süreci, gerçek yaşam problemlerine çözüm üretirken gerçek yaşam ve matematik dünyası arasındaki sürekli geçişleri gerektirmektedir. Teknolojinin eğitimdeki etkililiği düşünüldüğünde, öğrencilerin farklı zihinsel eylemler gerçekleştirdiği modelleme sürecine teknolojinin entegrasyonu ile bu zihinsel eylemlerin niteliği ve niceliği artırabilir. Nitekim Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel (2014) teknoloji ile desteklenmiş modelleme ortamları ile zengin zihinsel süreçlerin ortaya çıkarılması sağlanarak, öğrencilerin becerilerinin gelişebileceği öğrenme süreçlerinin oluşturulacağını ifade etmektedir. Bu düşünceler dikkate alındığında, eğitimde hakim olan yeni anlayışların matematik eğitiminde matematiksel modelleme ve teknoloji kullanımını ön plana çıkardığı görülmektedir. Bu çalışmada öğrencilerin Uzaklık Problemi üzerinde teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecini gerçekleştirirlerken ortaya çıkan yaklaşımları incelenmektedir.

1.1. Matematiksel Modelleme ve Bilişsel Yaklaşım

Mason'a (1988) göre matematiksel modelleme, gerçek yaşam probleminin matematiksel sembollerle formüle edildikten sonra analiz edilmesi ile elde edilen sonuçlar yardımıyla gerçek yaşam durumunun açıklanmasını içeren karmaşık bir süreçtir. Matematiksel modelleme süreci, gerçek yaşam ve matematiksel dünya arasında yoğun etkileşimi içermektedir (Abrams, 2001; Ang, 2010; Berry ve Houston, 1995; Borromeo-Ferri, 2006).

Alan yazın incelendiğinde araştırmacıların felsefi görüşlerine, ilgi alanlarına, hedeflerine göre matematiksel modellemeye ilişkin çalışmalarda farklılıklar görülmektedir. Kaiser ve Sriraman (2006) modelleme çalışmalarını gerçeğe uygun modelleme, eğitimsel modelleme, bağlamsal modelleme, teorik modelleme, sosyo-eleştirel modelleme ve bilişsel modelleme olmak üzere altı farklı kategoride ele almaktadır. Kaiser ve Sriraman'ın (2006) üst perspektif olarak gördükleri bilişsel modellemenin en temel hedefi, matematiksel modelleme sürecinde gerçekleşen zihinsel süreçlerin analiz edilmesi ve anlaşılmasıdır. Bilişsel modelleme son zamanlarda fazlasıyla çalışılan bir alan olmakla birlikte halen bu yaklaşımla gerçekleştirilecek çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır (Kaiser ve Sriraman, 2006). Hıdıroğlu (2012) da, yüksek lisans tez çalışmasında modelleme sürecindeki zihinsel eylemleri yedi temel basamak, sekiz temel bileşen ve 47 alt basamak ile açıklayan bir model önermiştir (bkz. Şekil 1).



Şekil 1. Matematiksel Modelleme Sürecinin Temel Bileşenleri ve Temel Basamakları

Hıdıroğlu (2012) tarafından ortaya koyulan bu modelleme sürecinde, öncelikle problemin anlamlandırılması için sadeleştirme yapılmakta ve problemdeki verilenler ve istenenler ile ilgili ön görüşler ifade edilmektedir. Bir sonraki aşamada, gerekli matematiksel kavramlar ve kullanılabilecek teknolojik araçlar düşünülerek genel çözüm stratejisi oluşturulmaktadır. Varsayımlar belirlenerek sistematik yapı kurulmakta ve gerçek yaşam problem durumunu temsil eden modele ulaşılmaktadır. Matematikselleştirme basamağında, ana matematiksel model için gerekli yardımcı matematiksel modeller (YMM) elde edilmektedir. Söz konusu yardımcı modeller doğrultusunda, ana matematiksel modele (AMM) ulaşmak için üst matematikselleştirme aşaması gerçekleştirilmektedir. Matematikselleştirmede bilgiden matematiksel modele ulaşılırken, üst matematikselleştirmede yardımcı modellerden ana modele ulaşılmaktadır. Ortaya çıkan AMM'den yararlanılarak matematiksel çözüm ve sonuçlar elde edilmektedir. Ardından, matematiksel dünya ile gerçek yaşam arasındaki ilişki yorumlanarak gerçek yaşam çözümüne ve sonuçlarına ulaşılmaktadır. Sonrasında da, gerçek yaşam deneyimlerinden, problemlerin içerdiği animasyon, video ve fotoğraflardan ve çözüm sırasında yapılan ölçümlerden yararlanılarak gerçek yaşam sonuçlarının doğruluğu irdelenmektedir. Bu süreçte elde edilen modelin geçerliliğinin gerçek yaşam bağlamında tatmin edici olması halinde, süreci açıklayan kısa çözüm raporu oluşturulmaktadır. Buna karşın model doğrultusunda ulaşılan gerçek yaşam sonuçlarının gerçekçi olmadığı sonucuna ulaşılması halinde, problem tekrar gözden geçirilmekte ve önceki basamaklara dönülüp gerekli revizyonlar yapılarak modelin geçerliliği sağlanmaya çalışılmaktadır.

Bilişsel modelleme çalışmaları doğrudan öğretim hedeflerine hizmet etmeseler de, dolaylı bir şekilde hem gerekli becerilerin neler olduğunun ortaya çıkarılmasında hem de bu becerilerin nasıl geliştirilebileceğinin açıklanmasında önemli bir yol gösterici olmaktadır. Ortaöğretim matematik dersi öğretim programında (Milli Eğitim Bakanlığı, 2013), matematik öğretimindeki temel becerilerden ilki "matematiksel modelleme ve problem çözme" olarak ifade edilmekte ve matematiksel modellemenin birçok zihinsel becerinin geliştirilmesi için uygun bir öğrenme ortamının yaratılmasında ve öğrencilerin gerçek yaşamda başarılı olmasında önemli bir yöntem olduğu aşağıdaki gibi belirtilmektedir:

> Matematiksel modelleme bir yandan öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirirken diğer yandan matematiğin gerçek hayattaki rolünü görmelerini ve matematiğe değer vermelerini sağlar. Matematiksel modelleme, hayatın her alanındaki problemlerin doğasındaki ilişkileri çok daha kolay görebilmemizi, matematik terimleriyle ifade edebilmemizi, sınıflandırabilmemizi, genelleyebilmemizi ve sonuç çıkarabilmemizi kolaylaştıran dinamik bir yöntemdir. Matematiksel modelleme yoluyla, öğrencilerin matematiği gerçek hayattan izole edilmiş bir disiplin olarak görme eğilimleri giderilmiş, matematiğin bir boyutunun da, gerçek hayat problemlerine modelleme yoluyla çözüm üreten sistematik bir düşünme tarzı olduğunu fark etmeleri sağlanmış olur. (MEB, 2013: 4)

Matematiksel modelleme gerçek yaşamdaki problemlerle ilgilendiğinden hem farklı disiplinlerden hem de çağın araç ve gereçlerinden süreç içerisinde etkilenmektedir (Hıdıroğlu, 2015). Günümüzün eğitiminde kullanılan en temel araç ve gereçlerinin bilgisayar ve gelişmiş teknolojik araçlar olduğu düşünüldüğünde, öğrencilerin bu araçlarla karşılaştıkları problemleri çözmeye çalışmaları oldukça doğaldır. Bu durum öğrencilerin yaşamlarında gerekli olacak becerilerini geliştirmesi için de bir fırsat olup matematiksel modelleme, disiplinler arası etkileşim ve teknoloji arasındaki ilişkiyi önemli hale getirmektedir.

1.2. Matematiksel Modelleme ve Disiplinler Arası Etkileşim

Matematiksel modelleme doğası gereği kendi içerisinde disiplinler arası bir yapıya sahiptir (Lesh ve Zawojewski, 2007). Bu nedenle, eğitimde disiplinler arası bilgileri ve kavramları içerisinde barındıran matematiksel modelleme problemlerine veya etkinliklerine yer verilerek daha zengin zihinsel süreçlerin ortaya çıkacağı öğrenme ortamları tasarlanmalıdır (Berry ve Houston, 1995; Schoenfeld, 1994). Hıdıroğlu'na (2015) göre, matematiksel modelleme problemleri kullanılırken eğer çözüm disiplinler arası bilgileri de gerektiriyorsa öğrencilerin bu disiplinlerdeki ön bilgileri de dikkate alınmalıdır. Bu sayede matematiksel modelleme ile öğrencilere disiplinler arası zengin deneyimler kazandırılarak üst düzey matematiksel düşünme becerilerini geliştirecek ortamlar sağlanacaktır (English, 2009). Modelleme sürecinde problemin çözümü için genel çözüm stratejisinin kurulduğu sistematik yapıyı kurma basamağından itibaren disiplinler arası bilgiler etkin bir rol oynayarak matematiksel modelleri ve sonuçları etkilemekte ve problem durumunun analizinde bile stratejik etkenlerin ortaya koyulmasında yol göstermektedir (Hıdıroğlu, 2012 ve 2015). Carrejo ve Marshall (2007) matematiksel modelleme problemleri ile öğrencilerin özellikle matematik ve fizik kavramlarını ilişkilendirmelerini ve matematiksel modelleme becerilerini geliştirmelerini sağlayacak matematik ve fizik kavramlarını içeren öğrenme ortamlarına derslerde yer verilebileceğini ifade etmektedir. Matematiksel modellemenin disiplinler arası doğası ile öğrenciler matematikteki ve fizikteki birçok kavramın çıkış noktasını ve gerçek yaşam uygulamasını daha iyi öğrenebilecekleri belirtilmektedir (Berry ve Houston, 1995). Dolayısıyla öğrencilerin matematik ve fizik bilgilerini kullanarak teknoloji ile desteklenmiş bir modelleme sürecine yansıtmaları önemlidir.

1.3. Matematiksel Modelleme ve Teknoloji

Birçok ülkenin matematik dersi öğretim programı incelendiğinde, yapılan araştırmalarda matematiksel modelleme ve teknoloji arasında güçlü ilişkilerin açıklandığı görülmektedir (Abramovich, 2007; Ang, 2006 ve 2010; Barbosa, 2008; Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel, 2014 ve 2015;

Galbraith, Stillman, Brown ve Edwards; 2007; Lingefjärd, 2000, 2002 ve 2012; Siller ve Greefrad, 2010). Türkiye'deki matematik dersi öğretim programında teknolojinin matematiksel modellemedeki işlevi ve önemi şu şekilde ifade edilmektedir:

Farklı teknolojiler, özellikle de farklı yazılımlar modelleme ve problem çözme sürecinin değişik aşamalarını desteklemekte, çoklu temsillere (sayısal, cebirsel, grafik) imkan sağlayarak öğrencilerin matematiksel durumları daha iyi anlamalarına ve farklı düşünme yollarını tecrübe ederek bunların sonuçlarını daha hızlı bir şekilde değerlendirmelerine imkan sağlamaktadır. Diğer bir deyişle, bilgi ve iletişim teknolojilerinin etkili kullanımıyla öğrenciler gerçek/gerçekçi matematik problemleri üzerinde çalışabilir ve uzun işlemler yapmak için harcayacakları zamanlarını akıl yürütmede ve yaratıcı düşünmede kullanabilirler (MEB, 2013: 16).

Ülkemiz alanyazınında, matematik eğitimi alanında matematiksel modelleme çalışmalarında artış olduğu ve teknolojinin modelleme sürecine entegrasyonu çalışmalarının da yapılmaya başlandığı (Akgün, 2015; Çiltaş, 2012; Çiltaş ve Işık, 2013; Deniz, 2017; Deniz ve Akgün, 2014; Güç ve Baki, 2016; Güder ve Gürbüz, 2017; Kertil ve Güler, 2016; Mumcu ve Baki, 2017; Şahin ve Eraslan, 2017; Tekin Dede, 2016) görülmektedir. Teknolojinin matematiksel modelleme sürecine entegrasyonu ile öğrencilerin bilişsel becerileri desteklenmekte, işlemsel güçlükler ortadan kaldırılarak kavramsal anlamaları kolaylaştırılmakta ve matematiksel modellerin grafiksel ve cebirsel gösterimlerinin ilişkilendirilmesine fırsat verilmektedir (Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel, 2014). Bu bağlamda, bu çalışmanın modelleme sürecine entegre edilebilecek teknolojiler ve bunların etkilerinin araştırılması önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

Matematik öğretiminde teknoloji entegrasyonu için farklı dinamik yazılımlar (Matlab, Cabri, Derive, Sketch, GeoGebra vb.) bulunmaktadır. Bu yazılımlardan biri olan GeoGebra en yaygın kullanılan dinamik cebir ve geometri yazılımı olarak karşımıza çıkmaktadır. GeoGebra'nın benzer matematik yazılımlardan ayrılan en önemli özelliği geometrik ve cebirsel gösterimler arasındaki ilişkileri karşılaştırma imkanı sağlamasıdır (Kabaca ve Aktümen, 2010). Buna paralel olarak, GeoGebra yazılımını tasarlayan araştırmacılar olan Hohenwarter, Hohenwarter, Kreis ve Lavicza (2008), GeoGebra yazılımının eğitimde kullanılmasıyla, öğrencilerin farklı matematiksel modeller oluşturarak değişkenler arasındaki ilişkiyi daha kolay anlamalarının sağlanacağını vurgulamaktadırlar.

Türkiye'deki modelleme ve teknolojiyi ilişkilendiren çalışmalara bakıldığında, Aydın (2008) öğretmenlerin teknoloji ile modellemeyi nasıl ilişkilendirdiklerini ortaya çıkarmayı amaçladığı çalışmasında Londra'daki ikisi İngiliz, biri Türk olan matematik öğretmenlerinin derslerinde kullandıkları teknoloji ve hareketli nesne modellemelerini günlük yaşamla etkili bir şekilde ilişkilendiremediklerini ifade etmiştir. Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel (2013) matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli modelleme sürecindeki modelin doğrulanmasına ilişkin düşünme süreçlerini inceledikleri çalışmada, zengin bilişsel süreçlerin ortaya çıktığını ve öğretmen adaylarının matematiksel modellerinden elde ettikleri gerçek yaşam sonuçlarındaki beklenmeyen durumları irdeleyerek ve bu sonuçları deneyimlerine dayalı tahmin/ölçümleriyle, problem verileriyle ve video ve resimlerdeki durumlarla karşılaştırarak gerçek yaşam problem durumuna ilişkin AMM'nin yeterli olup olmadığı hakkında karara varmaya ilişkin düşünceler sergilediklerini vurgulamışlardır. Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel (2014), matematiksel modelleme sürecinde GeoGebra'nın nasıl kullanılabileceğini örnekledikleri çalışmalarında, tasarladıkları Boy-Ayak Uzunluğu Problemi çerçevesinde GeoGebra'nın çözüm için sürecin her basamağında etkili olabileceğini, öğrencilerin farklı stratejilerini, yaklaşımlarını ve becerilerini ortaya çıkararak zengin ve karmaşık bir süreci destekleyeceğini ifade etmektedirler. Özaltun, Hıdıroğlu, Kula ve Bukova-Güzel (2014) matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli modellemeye ilişkin çözümlerini inceleyerek sürecin farklı basamaklarında kullandıkları gösterim şekillerini ortaya koymuşlardır. Çalışmada, matematiksel modelleme sürecinin tüm basamakları kapsamında öğretmen adaylarının en fazla sözel ve cebirsel gösterimlerden yararlanmalarının yanı sıra cebirsel, grafiksel, sözel, şekilsel, tablo ve dinamiksel olmak üzere pek çok gösterimden yararlandıkları belirlenmiştir. Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel (2015) tarafından yapılan teknoloji destekli modelleme sürecindeki üstbilişsel yapıların açıklandığı, Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel (2016) tarafından yapılan teknoloji destekli modellemedeki bilişsel ve üst bilişsel geçişleri açıkladıkları çalışmalarda, teknolojinin modelleme sürecinde temel basamakları değiştirmese de, alt basamakları zenginleştiren ve basamaklar arasındaki geçişleri etkileyen aktif bir görev üstlenildiği açıklanmıştır. Saka ve Çelik (2016) ise, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin görüşlerini açıkladıkları çalışmada teknolojinin modellemeye olumlu etkilerini kısa sürede modele ulaştırma, gerçek hayat verileri ile çalışma nedeniyle hesaplama yapmayı kolaylaştırma, daha güvenilir sonuçlara ulaşma ve verileri grafiğe aktarma kolaylığı olarak ifade etmişlerdir. Teknolojinin modellemeye olumsuz etkilerini ise teknolojinin problem üzerinde düşünmeyi azaltmasından (ezbere çözüm yapmaya yol açma) ve teknolojiyi kullanmada yaşanan güçlüklerin çözüme ulaşmayı engellemesi olarak belirtmişlerdir. Aydoğan-Yenmez (2017) de, teknolojinin matematiksel modelleme sürecine etkisini araştırdığı çalışmada, teknolojinin modelleme sürecinde alternatif stratejileri belirlemede kolaylık sağladığını ve teknolojinin, değişik ifade biçimlerinin birbirini destekleyecek biçimde sunulmasında, verilerin ilişkilendirilmesinde ve anlamlandırılmasında önemli bir rol oynadığını ifade etmiştir. Bu çalışmalar dikkate alınarak yapılacak olan bu çalışmada da, öğrencilerin hem teknolojiye ilişkin bilgi ve becerilerini kullanabilecekleri hem de disiplinler arası etkileşimlerle zihinsel eylemler sergileyebilecekleri bir çözüm süreci yaratılmak istenmiştir. Bu çözüm sürecinde öğrencilerin tüm modelleme sürecindeki eylemlerine odaklanılarak teknolojinin süreci ilerletmek için öğrencilerin bilişsel eylemlerini ve çözüm yaklaşımlarını nasıl desteklediği sorusuna yanıt aranmıştır. Bu süreçte ortaya çıkan zihinsel eylemler açıklanarak, modelleme sürecinde ihtiyaç duyulan becerilere ve bilgilere ilişkin ayrıntılı açıklamalar getirilmeye çalışılmıştır. Bu doğrultuda, bu çalışmanın amacı ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki eylemlerini Uzaklık Problemi'ne ilişkin çözümleri sürecinde incelemektir.

2. Yöntem

Bu bölümde çalışmanın dayandırıldığı araştırma deseni, çalışmaya katılımcıları ve bu katılımcıların seçilme yöntemi, veri toplama ve veri analizi süreçleri ayrıntılandırılmaktadır.

2.1. Araştırmanın Deseni

Bu araştırmada, ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki eylemleri Uzaklık Problemi'ne ilişkin çözümleri boyunca ayrıntılı bir şekilde inceleneceğinden, nitel paradigmaya dayalı *durum çalışması*ndan yararlanılmıştır. Bu doğrultuda, belli bir olay kendi şartları içerisinde bütüncül olarak analiz edilmeye çalışılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2015).

2.2. Çalışma Grubu

Bu araştırma, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile seçilen ve Matematiksel Modelleme dersini alan 21 ortaöğretim matematik öğretmeni adayıyla gerçekleştirilmiştir. Örneklem ölçütü, "modelleme sürecindeki zengin yaklaşımları ortaya çıkarmayı sağlayacak matematiksel modellemeye ve GeoGebra yazılımına yönelik gerekli bilgi ve beceriye sahip olma" olarak belirlenmiştir. Dördüncü sınıfta öğrenim gören katılımcılar Matematiksel Modelleme dersi kapsamında model, modelleme, matematiksel model, matematiksel modelleme, matematiksel modelleme süreçleri ve matematiksel modelleme problemlerinin yapısına ilişkin bilgileri edinmişlerdir. Bununla birlikte, ders boyunca farklı modelleme problemlerini çözmüşler ve grupların çözümleri sınıf ortamında tartışılarak farklı çözüm yaklaşımlarını görme şansı elde etmişlerdir. Katılımcılar "Bilgisayarda Matematik Uygulamaları" dersini de almışlar ve bu ders kapsamında GeoGebra yazılımını öğrenmişlerdir. Matematiksel modelleme dersi boyunca kendi istekleri doğrultusunda oluşturdukları üçer kişilik çalışma grupları ile (yedi grup) birlikte çalışmışlardır. Çalışma kapsamında, Uzaklık Problemi'nin çözümü de aynı gruplarda gerçekleştirilmiştir. Bulgular sunulurken, her bir grubu temsil eden G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7 kodlamasından yararlanılmıştır.

2.3. Verilerin Toplanması

Araştırmanın veri toplama aracı, araştırmacılar tarafından hazırlanan ve Dünya'nın Güneş etrafındaki hareketini Kepler Yasaları bağlamında ele alınan Uzaklık Problemi'dir (bkz. Ek 1). Veriler, öğretmen adaylarının ayrıntılı sözel açıklamalarıyla desteklenmiş çözümlerini içeren yazılı cevap kağıtlarından ve GeoGebra çözüm dosyalarından derlenmiştir. Gruplardan problemi çözerken matematiksel modelleme sürecini dikkate almaları ve düşüncelerini ve yaklaşımlarını ayrıntılı bir şekilde açıklamaları istenmiştir. Araştırmacılar tarafından Uzaklık Problemi hazırlanırken problemin,

- öğrencilerin ön bilgilerine uygun bilgi ve becerileri içermesine,
- açık ve anlaşılır olmasına,
- açık uçlu olmasına,
- ilgi çekici ve gerçek dünyada var olan bir durumu açıklamasına,
- gerçek ve zengin verilerden oluşmasına,
- içerisinde birden fazla değişkeni, parametreyi, sabiti, matematiksel ve fiziksel kavramı barındırmasına,
- öğrencilerin kendilerinin veri oluşturmasını gerektirmesine,
- çözüm için gerekli/ gereksiz verilere problem durumunda yer verilmesine,
- disiplinler arası ilişkilendirmeye olanak sağlamasına,
- öğrencilerin teknoloji bilgisini, deneyimlerini matematik-fizik bilgileriyle ilişkilendirerek kullanmalarına olanak sağlamasına,

dikkat edilmiştir (Ärlebäck, 2009; Berry ve Houston, 1995; Blomhøj ve Jensen, 2006; Borromeo Ferri, 2006; Fox, 2006; Hıdıroğlu, 2015; Maaß, 2006; Schoenfeld, 1994).

Geliştirilen Uzaklık Problemi'nin yapısına ilişkin uzman görüşleri alınmış ve bu görüşler doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Ardından, problemin katılımcı grubu dışında daha önceden modelleme dersini almış bir grup son sınıf matematik öğretmeni adayına önce okutulup daha sonra çözüm üretmeleri istenerek pilot uygulaması gerçekleştirilmiştir. Bu esnada problemdeki anlaşılmayan kısımlar ve çözüm sürecinde olumsuz durum yaratan etkenler gözden geçilerek probleme son hali verilmiştir.

2.4. Verilerin Analizi

Veriler analiz edilirken, teorik çerçeve olarak kabul edilen yedi basamak ve bu basamaklara bağlı 47 alt basamağı içeren, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinden (Hıdıroğlu, 2012) yararlanılmış ve içerik analizi yöntemi (Yıldırım ve Şimşek, 2015) kullanılmıştır. İçerik analizi ile birbirine benzeyen veriler belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirilerek analiz edilip kodlanmaktadır (Fraenkel ve Wallen, 2000). Uzaklık Problemi'ne ilişkin veriler dört farklı araştırmacı tarafından ayrı ayrı analiz edilmiştir. Bu kapsamda, öncelikle her bir araştırmacı öğretmen adaylarının yazılı cevap kağıtlarını modelleme sürecinin basamaklarına göre alt bölümlere ayırmış, her bir bölümün hangi basamağa/basamaklara ait olacağına karar vermişlerdir. Böylece, basamakları belirleyen araştırmacılar ikinci aşamada yanıt kağıtlarındaki alt bölümleri alt basamaklara göre adlandırmışlardır. Eş zamanlı olarak öğretmen adaylarının çözüm sürecinde oluşturdukları GeoGebra dosyalarını inceleyen araştırmacılar modelleme sürecine göre yapılanları kodlamışlardır. Analizin ilk basamağını oluşturan bu aşamadan sonra, araştırmacılar kodlamalarını karşılaştırmışlardır. Kodlayıcı güvenirliği için yedi grubun çözümlerine ilişkin dört araştırmacı tarafından yapılan analizlerdeki görüş birliklerinin ve ayrılıklarının sayısı belirlenerek kodlayıcı güvenirliği formülü (Miles ve Huberman, 1994) yardımıyla güvenirlik % 88,8 olarak hesaplanmıştır. Analizin ikinci basamağında ise, öğretmen adaylarının eylemleri her bir grup için tekrar içerik analizi ile kodlanmıştır. Bu kodlamalarda ise modelleme sürecinin her basamağı için gerçekleştirilen eylemlerin uygunluk düzeyine karar verilmiştir. Bir başka deyişle bu esnada teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin her bir alt basamağı için grupların sergiledikleri eylemlerin niteliği ele alınmıştır. Eğer ilgili alt basamak için herhangi bir eylem sergilenmedi ise "hiç uygun yaklaşım sergilenmedi" şeklinde kodlanmıştır. Böylece verilerin analizinden elde edilen bulgular, modelleme sürecinin her bir basamağı doğrultusunda tablolara aktarılmıştır. Tablolar her bir basamak için "hiç yaklaşım sergilememe", "bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme" ve "uygun yaklaşım sergileme" sütunlarından ve basamaklara ve alt basamaklara ilişkin satırlardan oluşmaktadır. Kategorilerden *hiç yaklaşım sergilememe*, modelleme sürecinin ilgili basamağında öğrencinin beklenen zihinsel eylemlerin hiç birisini göstermediği; b*ir ölçüde uygun yaklaşım sergileme*, modelleme sürecinin ilgili basamağında öğrencinin beklenen zihinsel eylemlerden bazılarını gösterdiği ve *uygun yaklaşım sergileme*, modelleme sürecinin ilgili basamağında öğrencinin beklenen zihinsel eylemleri gösterdiği anlamına gelmektedir. Tablolarda, grupların söz konusu basamak ve alt basamaklara yönelik sergiledikleri yaklaşımlar grup kodları yardımıyla G_1, G_2, … , G_7 açıklanmıştır. Ayrıca, bulgular sunulurken grupların yazılı cevap kağıtlarından ve bilgisayarda oluşturdukları GeoGebra çözüm dosyalarından alınan kesitlere yer verilmiştir.

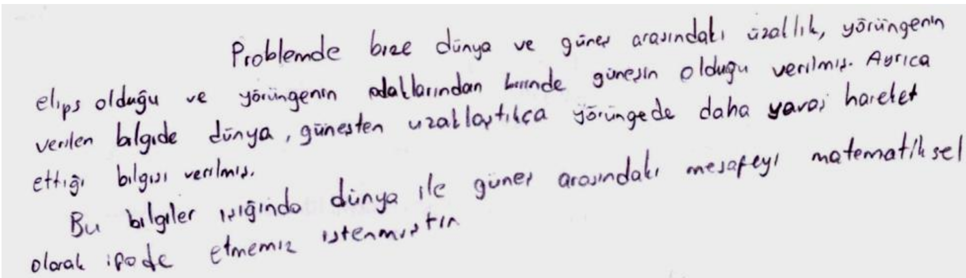
3. Bulgular

Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının Uzaklık Problemi'ne ilişkin çözümlerinin teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelendiği çalışmada, öğretmen adaylarının probleme ilişkin GeoGebra destekli çözümleri; problemin analizi, sistematik yapıyı kurma, matematikselleştirme, üst matematikselleştirme, matematiksel analiz, yorumlama/ değerlendirme ve modelin doğrulanması temel basamakları ve bu basamakların alt basamakları çerçevesinde açıklanmış, çözümdeki stratejilerden ve yaklaşımlardan bazı örneklere yer verilmiştir. Çözümün ilk aşaması olan problemin analizi basamağında, genel olarak grupların problemi okudukları, inceleyerek onu anlamaya ve problemdeki stratejik etkenleri açığa çıkarmaya çalıştıkları görülmüştür. Problemin analizi basamağına ilişkin bulgular Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1. Uzaklık Problemi'nin Analizine İlişkin Bulgular

A. Problemin Analizi	Hiç uygun yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
A_1-Problemi okuma	-	-	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7
A_2-Problemi basit ifadelerle açıklama ve sadeleştirme	-	G_6	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_7
A_3-Problemdeki stratejik etkenleri düşünme	G_6	G_1, G_7	G_2, G_3, G_4, G_5
A_4-Problemdeki verileri inceleme ve içeriği yorumlama	G_6	G_2, G_7	G_1, G_3, G_4, G_5
A_5-Basit varsayımlarda bulunma	G_6	G_7	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5

Problemin analizi basamağında G_3, G_4 ve G_5 her alt basamak için uygun yaklaşımlar sergilemişlerdir. G_6'nın, bu basamakta problemdeki stratejik etkenleri düşünmediği, problemdeki verileri incelemediği, içeriği yorumlamadığı ve basit varsayımlarda bulunmadığı görülmüştür. G_6 sadece problemi okuyarak problemi anladığı kadarıyla bir ölçüde kendi cümleleriyle ifade etmiştir. Bu nedenle, G_6 problemin analizi basamağından sonraki basamaklarda uygun yaklaşımlar sergileyemediği düşünülmüştür. G_1 çözüm için gerekli olmayan "Dünya Güneş'ten uzaklaştıkça yörüngede daha yavaş hareket eder." fizik bilgisini dikkate alması nedeniyle ilk başlarda problemin çözümündeki stratejik etkenleri düşünmede sorunlar yaşamıştır (bkz. Şekil 2). Ancak çözümün devamında G_1 bu bilginin çok önemli olmadığını ve istenene ulaşmak için farklı bilgilere ihtiyaç duyulacağını fark etmiştir.


Problemde bize dünya ve güneş arasındaki uzaklık, yörüngenin
elips olduğu ve yörüngenin odaklarından birinde güneşin olduğu verilmiş. Ayrıca
verilen bilgide dünya, güneşten uzaklaştıkça yörüngede daha yavaş hareket
ettiği bilgisi verilmiş.
Bu bilgiler ışığında dünya ile güneş arasındaki mesafeyi matematiksel
olarak ifade etmemiz istenmiştir.

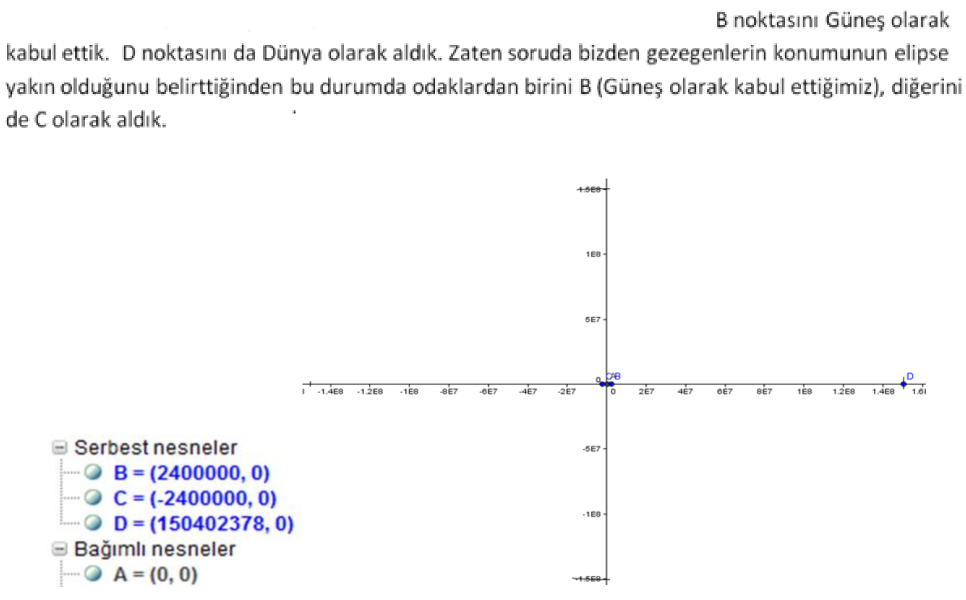
Şekil 2. G_1'in Stratejik Etkenleri Düşünmeye İlişkin Çözümünden Bir Kesit

Gruplar sistematik yapıyı kurarken, problem çözme deneyimlerinden yararlanmaya yönelik yaklaşımlar sergilememişlerdir. Fakat bu basamağa ait diğer alt basamaklarda G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 grupları uygun yaklaşımlar sergilemişlerdir. G_6 bu basamakta hiç uygun yaklaşım sergilemezken, G_7 ise sadece üç alt basamakta bir ölçüde uygun yaklaşım sergilemiş ve diğer alt basamaklardan hiç uygun yaklaşımda bulunmamıştır. Grupların çözümleri modelleme sürecinin ikinci temel basamağı olan sistematik yapıyı kurma basamağı açısından incelendiğinde ortaya çıkan bulgular Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Sistematik Yapıyı Kurmaya İlişkin Bulgular

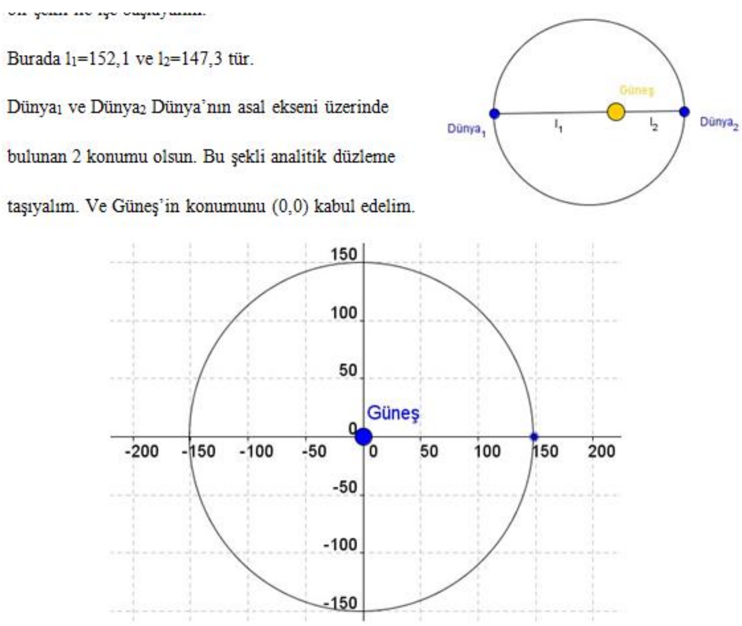
B. Sistematik Yapıyı Kurma	Hiç uygun yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
B_1-Genel çözüm stratejisini belirleme	G_6	G_7	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5
B_2-Gerekli/Gereksiz verileri belirleme	G_6	G_7	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5
B_3-Verileri gruplandırma	G_6	G_7	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5
B_4-Üst düzey varsayımlarda bulunma	G_6, G_7	-	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5
B_5-Problem çözme deneyimlerinden yararlanma	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7	-	-
B_6-Teknoloji tabanlı gösterim ile matematiksel gösterim arasında geçiş yapma	G_6, G_7	-	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5

Sistematik yapıyı kurmadan itibaren gruplar, GeoGebra'yı çözüm süreçlerine aktif olarak dahil etmişlerdir. Gerçek yaşam problem durumunun bir modelini GeoGebra'da oluşturmaları ve GeoGebra'nın cebir ve geometri ekranından yararlanmaları grupların ileriki basamaklardaki yaklaşımlarını olumlu yönde etkilemiştir. Bu basamakta G_4 çözüm için gerekli stratejik etkenlerin farkına vararak problem durumunun bir modelini GeoGebra'da elde etmiştir (bkz. Şekil 3). Bu doğrultuda G_4 Dünya'nın Güneş etrafındaki hareketini temsil eden elipsi asal ekseni x ekseninde, merkezi de orijinde olacak şekilde GeoGebra'da oluşturmuştur.



Şekil 3. G_4'ün Genel Çözüm Stratejisini Belirlemeye İlişkin GeoGebra Kesiti

G_3 Dünya'nın ve Güneş'in konumlarını GeoGebra'da belirlemiş ve matematikselleştirmede YMMleri ortaya çıkarmak için değişkenleri belirleyerek aralarındaki ilişkiyi bulabileceği gerçek yaşam problem durumu modelini oluştururken GeoGebra'dan yararlanmıştır (bkz. Şekil 4). Bir başka ifade ile G_3, genel çözüm stratejisini GeoGebra üzerinden belirlemiş ve gerekli stratejik etkenleri analitik düzleme aktarmıştır. Verileri ve stratejik etkenleri gruplandırarak GeoGebra'da gerçek yaşam durumunun modelini yapılandırmış ve uzaydaki hareketi $\mathcal{R}^2$'ye indirgeyerek gerçek modelini yapılandırmıştır. Ayrıca öğretmen adayları sıralı ikili, nokta, doğru gibi matematiksel gösterimleri düzleme oturtma, eksenleri belirleme, noktaları GeoGebra'ya uygun tanımlama gibi teknoloji destekli modelleme yaklaşımları sergilemişlerdir.



Şekil 4. G_3'ün Teknoloji Tabanlı Gösterim ile Matematiksel Gösterim Arasında Geçiş Yapmaya İlişkin GeoGebra Kesiti

Matematikselleştirmede G_6 dışındaki gruplar çözüm için gerekli YMMlerin hem cebirsel hem de geometrik gösterimlerine GeoGebra yardımıyla ulaşmışlardır. Gruplar bu basamakta, problemde verileri bulunmayan değişkenler için tahminlerde bulunmamışlar veya ölçümler yapmamışlardır. Bu durumun problemdeki mevcut verilerin öğrenciler için yeterli olmasından kaynaklandığı düşünülmüştür. Matematikselleştirmeye ilişkin bulgular Tablo 3'de verilmektedir.

Tablo 3. Matematikselleştirmeye İlişkin Bulgular

C. Matematikselleştirme	Hiç uygun yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
C_1-Bağımlı-Bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme	G_6	G_7	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5
C_2-YMMlerin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma	G_6	G_7	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5
C_3-Stratejik etkenleri matematiksel sembollerle ifade etme	G_6	G_7	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5
C_4-Stratejik etkenleri yorumlama ve YMMlere ilişkin ön tahminlerde bulunma	G_1, G_2, G_3, G_4, G_6, G_7	-	G_5
C_5-Teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma	G_6, G_7	-	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5
C_6-Problemde verileri bulunmayan değişkenler için tahminlerden veya ölçümlerden yararlanma	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7	-	-

C_7-Matematiksel ve teknolojik bilgiden yararlanma	G_6, G_7	-	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5
C_8-Teknoloji tabanlı gösterim ile matematiksel gösterim arasında geçiş yapma	G_6, G_7	-	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5

G_3 matematikselleştirmede problem için gerekli YMMlere GeoGebra yardımıyla ulaşmış ve yardımcı modellerden birinin elips denklemi, diğerinin ise iki nokta arasındaki uzaklığı veren fonksiyon olduğunu ifade etmiştir (bkz. Şekil 5). G_3 stratejik etkenleri matematiksel sembollerle ifade ederek aralarındaki ilişki ortaya çıkarmış ve GeoGebra'nın cebir penceresinden hareketle YMMlerin cebirsel gösterimlerine ulaşmıştır.

Geogebra programı sayesinde bu görüntüyü elde ettik.Bu elipsin denklemini de;

$$\frac{(x+1704000)^2}{22411.9996138789}+\frac{y^2}{22409.0959978789}=1$$

Şeklinde bulduk. Bu denklem bizim 1.yardımcı modelimizdir.

Şimdi de Dünya ile Güneş arasındaki doğru parçasının uzunluğunu bulalım;

Dünya'nın konumu : (x_1,y_1) olsun. Güneş'i de $(0,0)$ almıştık. O halde bu iki nokta arasındaki uzaklık

$$d=\sqrt{{x_1}^2+{y_1}^2}$$

Bulunur. Bu ifade de bizim 2.yardımcı modelimizdir.

Şekil 5. G_3'ün YMMleri Oluşturmasına İlişkin Çözümünden Kesit

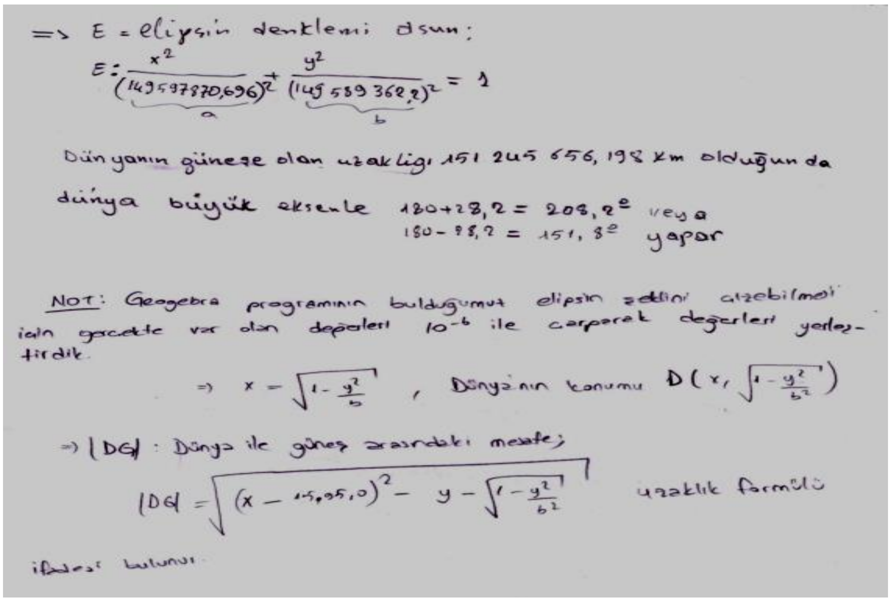
Üst matematikselleştirmede grupların GeoGebra yardımıyla buldukları YMMleri ilişkilendirmeye çalıştıkları görülmüştür. Gruplar her alt basamak için istenilen düzeyde yaklaşım sergileyemeseler de genel olarak G_2, G_3 ve G_5 bu basamakta beklenilen düzeyde yani çözümde ilerlemelerini sağlayacak doğruya yakın yaklaşımları içeren çözümler gerçekleştirmişlerdir. Üst matematikselleştirmeye ilişkin bulgular Tablo 4'de verilmektedir.

Tablo 4. Üst Matematikselleştirmeye İlişkin Bulgular

D. Üst Matematikselleştirme	Hiç uygun yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
D_1-AMMnin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma	G_4, G_6, G_7	G_1, G_2, G_3	G_5
D_2-Bağımlı-Bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme	G_4, G_6, G_7	G_1	G_2, G_3, G_5
D_3-Teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma	G_6, G_7	-	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5
D_4-Gerekli YMMleri belirleme	G_6, G_7	G_4	G_1, G_2, G_3, G_5
D_5-YMMerin grafiksel gösterimlerinden yararlanma	G_6, G_7	G_4	G_1, G_2, G_3, G_5

D_6-YMMlerin yorumlanmasına olanak sağlayan teknolojik sistemi kurma	G_6, G_7	-	G_2, G_3, G_4, G_5
D_7-AMM için gerekli verileri YMMlerden elde etme	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7	-	-
D_8-Stratejik etkenleri yorumlama ve AMMye ilişkin ön tahminlerde bulunma	G_4, G_6, G_7	G_1, G_2, G_3, G_5	-
D_9-Üst düzey matematiksel ve teknolojik bilgiden yararlanma	G_4, G_6, G_7	G_1, G_2, G_3, G_5	-
D_{10}-YMMlerin cebirsel gösterimlerinden yararlanma	G_4, G_6, G_7	G_1, G_2, G_3, G_5	-
D_{11}-Teknoloji tabanlı gösterim ile matematiksel gösterim arasında geçiş yapma	G_6, G_7	G_4	G_1, G_2, G_3, G_5

G_1, YMMleri uygun bir şekilde bulmasına rağmen doğru ilişkilendirmeler yapamadığı için bu basamakta AMMyi tam olarak bulamamış ve sürecin devamında da istenen çözüme ulaşmada bazı sorunlar yaşamıştır (bkz. Şekil 6). Fakat bunun yanında G_1'in AMMyi oluştururken GeoGebra'dan yararlanarak teknolojik gösterimleri matematiksel gösterimler haline getirdiği ve teknolojinin görsel olanaklarından yararlandığı görülmüştür.



=> E = elipsin denklemi olsun:

$$E: \frac{x^2}{(\underbrace{149597870{,}696}_{a})^2} + \frac{y^2}{(\underbrace{149589362{,}2}_{b})^2} = 1$$

Dünyanın güneşe olan uzaklığı 151 245 656,198 km olduğunda

dünya büyük eksenle $180+28{,}2 = 208{,}2^\circ$ veya
$180-28{,}2 = 151{,}8^\circ$ yapar

NOT: Geogebra programının bulduğumuz elipsin şeklini çizebilmesi için gerçekte var olan değerleri 10^{-6} ile çarparak değerleri yerleştirdik.

$$\Rightarrow x = \sqrt{1-\frac{y^2}{b}} \quad , \quad \text{Dünyanın konumu } D\left(x, \sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}}\right)$$

=> |DG| : Dünya ile güneş arasındaki mesafe;

$$|DG| = \sqrt{(x - 1{,}5{,}95{,}0)^2 - y - \sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}}} \quad \text{uzaklık formülü}$$

ifadesi bulunur.

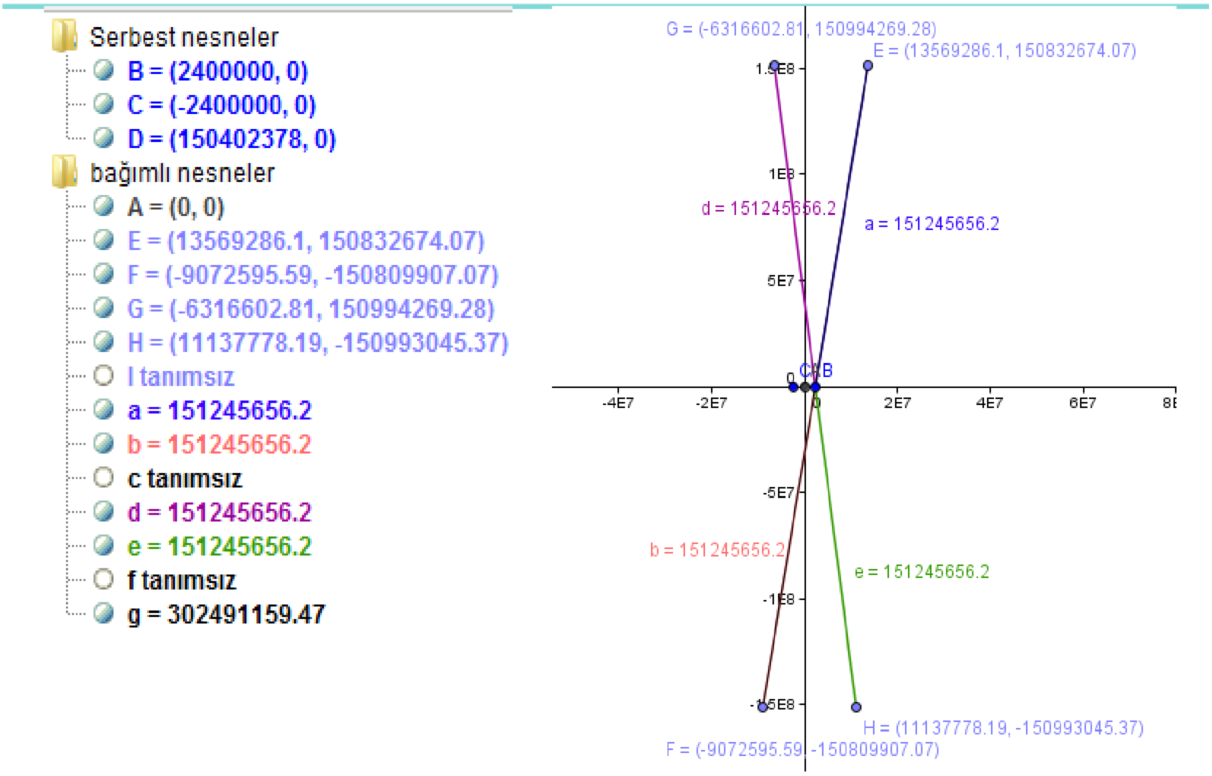
Şekil 6. G_1'in AMMnin Cebirsel Gösterimlerini Bulmaya İlişkin Çözümünden Kesit

Matematiksel analiz basamağında gruplar genel olarak GeoGebra'da çizdikleri grafiksel gösterimlerden yararlanarak Dünya'nın Güneş'e en uzak ve en yakın olduğu noktaları belirlemeye çalışmışlardır. Böylelikle Dünya'nın Güneş'e olan uzaklığının 151.245.656,198 km olduğu durumdaki konumunu ulaştıkları cebirsel ifadelerden yararlanarak grafik üzerinde bulmuşlardır. Ulaştıkları değerler onların matematiksel çözümleri olmuştur. Gruplar Dünya'nın Güneş'e göre hareketini veren matematiksel model yardımıyla Dünya'nın konumu ve Güneş'e uzaklığı arasındaki farklı değerleri incelemişlerdir. Farklı değerler onların matematiksel sonuçları olarak karşımıza çıkmıştır.

Tablo 5. Matematiksel Analize İlişkin Bulgular

E. Matematiksel Analiz	Hiç uygun yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
E_1-Y/AMM(ler)in grafiksel veya cebirsel gösterimlerinden yararlanma	G_6, G_7	G_1	G_2, G_3, G_4, G_5
E_2-Teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma	G_6, G_7	-	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5
E_3-Matematiksel çözüme ulaşmayı sağlayan hesaplamayı yapma	G_6, G_7	G_1	G_2, G_3, G_4, G_5
E_4-Y/AMM(ler)in grafiksel gösterimi yardımıyla çoklu durumların çözümünü sunan teknolojik sistemi kurma	G_6, G_7	G_1	G_2, G_3, G_4, G_5
E_5-Y/AMM(ler)in kritik noktalarına dair matematiksel sonuçlar elde etme	G_1, G_6, G_7	-	G_2, G_3, G_4, G_5
E_6-Matematiksel ve teknolojik bilgiden yararlanma	G_6, G_7	G_1	G_2, G_3, G_4, G_5
E_7- Teknoloji tabanlı gösterim ile matematiksel gösterim arasında geçiş yapma	G_6, G_7	G_1	G_2, G_3, G_4, G_5

GeoGebra'da oluşturulan simülasyonun, grupların matematiksel analiz basamağında; matematiksel çözüm ve sonuçlara ulaşmalarına katkı sağladığı görülmüştür. Örneğin, G_4 AMMnin grafiksel gösterimi yardımıyla çoklu durumların çözümünü sunan teknolojik sistemi kurarak söz konusu hareketi simüle etmiş ve Dünya'nın konumuna göre Güneş'e olan uzaklığı veren bir bilgisayar modeli ortaya koymuştur (bkz. Şekil 7).



Şekil 7. G_4'ün YMM/AMM(ler)in Grafiksel Gösterimi Yardımıyla Çoklu Durumların Çözümünü Sunan Teknolojik Sistemi Kurmaya İlişkin Simülasyon Kesiti

G_4 matematiksel çözüme ulaşmasının yanında farklı durumları (tanımlı olma veya olmama) açıklayan matematiksel sonuçlara da ulaşmıştır. Ayrıca matematiksel ve teknolojik gösterim arasında 1:1 oran olduğundan dolayı yorumlama ve değerlendirme basamağına ilişkin gerçek yaşam çözümü ve sonuçlarına da direkt olarak ulaşabilmiştir. Bu durum onun kurduğu teknolojik sistemin desteklediği matematiksel dünyanın gerçek yaşama oldukça uygun bir şekilde yapılandırılmasından kaynaklanmıştır.

G_2, G_3, G_4 ve G_5'in yorumlama/değerlendirme basamağında matematiksel çözümlerini ve sonuçlarını gerçek yaşam çözümlerine ve sonuçlarına dönüştürdükleri ve çözümlerini gerçek yaşam bağlamında yorumladıkları görülmüştür. Bunun yanında G_5 dışında hiçbir grup varsayımlarını elde ettikleri gerçek yaşam sonuçları doğrultusunda irdelememiştir. Yorumlama/Değerlendirmeye ilişkin bulgular Tablo 6'da verilmektedir.

Tablo 6. Yorumlama/Değerlendirmeye İlişkin Bulgular

F. Yorumlama/Değerlendirme	Hiç uygun yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
F_1-Gerçek yaşam problem durumunun modeli ile gerçek yaşam problem durumu arasındaki ilişkiyi ortaya koyma	G_6, G_7	G_3	G_1, G_2, G_4, G_5
F_2-Matematiksel çözümlerin ve sonuçların gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesi	G_1, G_6, G_7	G_3	G_2, G_4, G_5
F_3-AMMnin kritik noktalarının gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesi	G_1, G_6, G_7	G_2, G_3	G_4, G_5

F_4-Matematiksel çözümleri/sonuçları gerçek yaşam durumu açısından irdeleme	G_1, G_6, G_7	G_2, G_3	G_4, G_5
F_5-Varsayımların elde edilen gerçek yaşam sonuçları doğrultusunda irdelenmesi	G_1, G_2, G_3, G_4, G_6, G_7	-	G_5

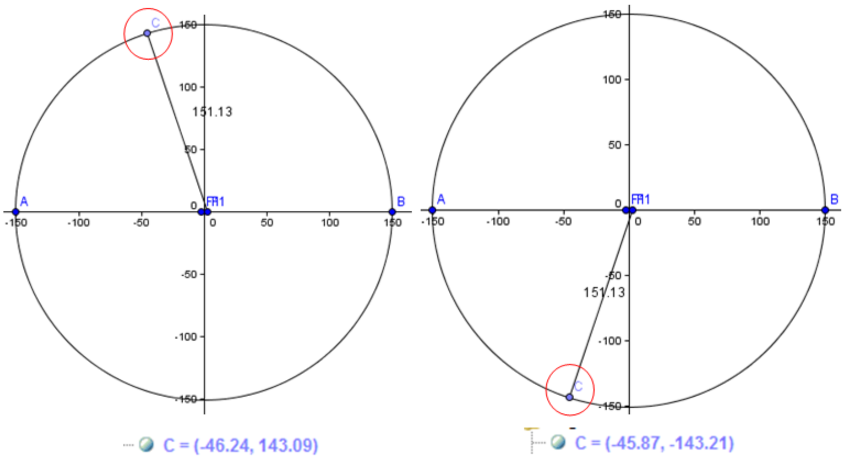
G_6, G_7 bu basamağın tüm alt basamakları için hiç uygun yaklaşım sergilememiş iken, G_1 sadece bir alt basamakta uygun yaklaşım sergilemiş, fakat diğer alt basamaklarda hiç uygun yaklaşımda bulunmamıştır. Bu üç grup gerçek yaşam çözümüne ulaşamamışlardır. G_3 gerçek yaşam çözümünü ortaya koyarken istenen uzaklıkta Dünya'nın tek bir konumunun var olduğunu ifade etmiştir (Bkz. Şekil 8).

Bulmuş olduğumuz model ile Dünya'nın konumunun (x,y) koordinatlarından x bileşeni verildiğinde Dünya ile Güneş arasındaki uzaklığı bulabiliyoruz. Ve Dünya ile Güneş arasındaki uzaklığın 151.245.656,198km olduğu konumu

(-114.4215708363 , 98.9088097498) şeklinde olduğunu söyleyebiliyoruz.

Şekil 8. G_3'ün Matematiksel Çözümlerin ve Sonuçların Gerçek Yaşam Karşılıklarının Belirlenmesine İlişkin Çözümünden Kesit

G_3 gerçek yaşam çözümünü ortaya koymada, istenen uzaklıkta Dünya'nın konumu ile ilgili tek konumun varlığını ifade etmiştir. Oysa ki verilen uzaklıktayken Dünya Güneş'e göre iki farklı konumda olabilmektedir. Bu nedenle G_3'ün sergilediği yaklaşım bir ölçüde uygun olarak değerlendirilmiştir. G_1, G_2, G_4, G_5 gerçek yaşam çözümlerini yansıtan iki farklı durumu çözümlerinde ifade etmişlerdir. Örneğin, G_5 çözümünde iki farklı durumu GeoGebra dosyasında Şekil 9'daki gibi göstermiş ve bu iki farklı durumun da problemde istenen gerçek yaşam çözümleri olduğunu vurgulamıştır.



Şekil 9. G_5'in Gerçek Yaşam Problem Durumunun Modeli ile Gerçek Yaşam Problem Durumu Arasındaki İlişkiyi Ortaya Koymaya İlişkin GeoGebra Kesiti

Modelin doğrulanması basamağında, G_3 dışındaki grupların uygun yaklaşım sergileyemedikleri görülmüştür. Bir başka ifade ile G_3 dışındaki gruplar gerçekleştirdikleri çözümlerinde elde ettikleri modelleri, onları nasıl ortaya çıkardıklarını ve onlardan neler elde etiklerini sorgulamamışlardır. Modelin doğrulanmasına ilişkin bulgular Tablo 7'de verilmektedir.

Tablo 7. Modelin Doğrulanmasına İlişkin Bulgular

G. Modelin Doğrulanması	Hiç uygun yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
G_1- Y/AMMlerin gerçek yaşam sonuçlarındaki beklenmeyen durumların irdelenmesi	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7	-	-
G_2- Y/AMMlerin gerçek yaşam sonuçlarının deneyimlere dayalı tahminlerle veya ölçümlerle karşılaştırılması	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7	-	-
G_3- Y/AMMlerin gerçek yaşam sonuçlarının problem verileri ile karşılaştırılması	G_1, G_2, G_4, G_5, G_6, G_7	G_3	-
G_4- Y/AMMlerin gerçek yaşam sonuçlarının video ve resimlerdeki durumlarla karşılaştırılması	G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7	-	-
G_5- Gerçek yaşam problem durumuna dair AMM'nin yeterliliği hakkında karara varma	G_1, G_2, G_4, G_5, G_6, G_7	G_3	-

Bu basamakta sadece G_3 GeoGebra'da oluşturduğu matematiksel modellerden elde ettiği gerçek yaşam çözümlerini ve sonuçlarını, kağıt kalemle ulaştığı çözümlerle ve sonuçlarla karşılaştırmıştır. Diğer gruplar ise modellerini ve modelden elde ettikleri sonuçları doğrulama yoluna gitmeden çözümlerini sonlandırmışlardır. Bu durumun oluşmasında problem durumu ve problem durumunda öğrencilere verilen/verilmeyenlerin etkili olduğu düşünülebilir. Çünkü bu haliyle problem durumu öğrencilerin gerçek yaşam deneyimlerinden yararlanabilecekleri bir ortam sağlayamamış olabilir.

4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada, ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının Uzaklık Problemi'ne ilişkin çözümleri teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelenmiştir. Kuramsal çerçeveye bağlı içerik analizinde, Hıdıroğlu'nun (2012) teknoloji destekli modelleme süreci ele alınmış ve bu sayede süreçteki yaklaşımlar daha ayrıntılı ve sistematik olarak ifade edilmeye çalışılmıştır. Çalışmada kullanılan çerçeve dışında benzer çalışmalarda Ang (2010) ve Galbraith, Stillman, Brown ve Edwards (2007) gibi farklı kuramsal çerçevelerle de çalışma yürütülebilir. Bu kuramsal çerçeveler modellemedeki yaklaşımları ve düşünme süreçlerini farklı açılardan ele almakta ve sağladıkları zengin bakış açısıyla süreci inceleme fırsatı sunmaktadırlar. Bu çalışma kullanılan kuramsal çerçeve GeoGebra yazılımı, video, animasyon ve fotoğraflar yardımıyla desteklenmiş teknoloji destekli modelleme süreci doğrultusunda yapılandırıldığı için, çalışmanın veri toplama sürecine daha uygun ve yakın bir çözüm ortamı göstermesi ile ön plan çıkmıştır. Kullanılan çerçevede yer verilen temel basamaklar, alt basamaklar ve temel bileşenler sürecin ayrıntılandırılarak incelenmesine olanak sağlamıştır. Ayrıca, çalışmada kullanılan kuramsal çerçevede modelleme sürecinin etkili bir şekilde ilerlemesi için her alt basamağın gerçekleştirilmesinin gerekmediği vurgulanmıştır. Ortaya çıkan bulgulardan da benzer sonuçlar elde edilmiştir. Öğrenci ön bilgi-becerileri, problemin yapısı ve teknoloji ile yapılabilecekler dikkate alındığında farklı alt basamaklar farklı durumlarda daha ön plana çıkabilmektedir veya o alt basamak ile hiç karşılaşılmayabilir (Hıdıroğlu, 2012). Bu nedenle, farklı modelleme problemleriyle ilgili kuramsal çerçevede başka alt basamakların belirlenmesi olasıdır. Bu çalışmada, alt basamaklar haricinde yeni bir alt basamak ile karşılaşılmamış ve kuramsal çerçevede yer alan her alt basamakla karşılaşılmamıştır.

Araştırmanın bulguları doğrultusunda, matematiksel modelleme sürecinin üç temel dünyadan (matematiksel dünya, gerçek yaşam ve teknolojik dünya) önemli derecede etkilendiği görülmüştür. Benzer şekilde, Barbosa (2008) ve Hıdıroğlu (2012) da yaptıkları çalışmalarda teknoloji destekli ortamda matematiksel, teknolojik ve dönüşümlü olmak üzere üç farklı tartışma alanının bulunduğunu vurgulamaktadırlar. Galbraith, Stillman, Brown ve Edwards (2007) da, teknoloji ve matematiksel modelleme entegrasyonunda sergilenen yaklaşımların ve ortaya çıkan düşüncelerin, matematik, teknoloji ve gerçek yaşam durumu etkileşimi altında şekillendiğini ifade etmektedir.

Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan yaklaşımlar doğrultusunda teknolojinin öğrencilerin farklı stratejilerini, yaklaşımlarını ve becerilerini destekleyerek sürecin tüm basamaklarında zengin ve karmaşık bir süreç ortaya çıkarabileceği görülmüştür. Ang (2010) de, çözüm sürecinde teknolojik yazılımların matematiksel modellerin davranışlarını ve eğilimlerini incelemede zengin bir ortam sağladığını belirtmiştir. Teknoloji destekli ortamlar, öğrencilerin olaylara teknolojiye uygun ve verimli bir şekilde adapte olmalarını sağlamıştır. Bu nedenle, matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecine teknoloji destekli ortamların da entegre edilmesinin göz ardı edilmemesi gerektiği düşünülmektedir.

Bu çalışma ile GeoGebra yazılımının matematiksel modelleme sürecinde etkili bir rol üstlendiği ve stratejileri önemli derecede etkilediği görülmüştür. Özellikle sistematik yapıyı kurma basamağından itibaren gerçek yaşam durumunun bir modeli GeoGebra üzerinden tasarlanmış, yardımcı matematiksel modeller GeoGebra üzerinde cebirsel ve grafiksel olarak ifade edilmiştir. Bunun yanında, GeoGebra modelin gerçek yaşam durumunun her anına ilişkin karşılıklarını ayrıntılı olarak sunarak matematiksel analizin ve yorumlama/değerlendirmenin kapsamlı olarak yapılmasına olanak sağlamıştır.

Modelleme sürecindeki temel basamaklardaki yaklaşımlara bakıldığında, gruplardan sadece biri problemin analizinde problemi okumuş ve bir ölçüde problemi basit ifadelerle açıklayarak sadeleştirmiştir. Fakat o grup bunun dışında özellikle problemdeki stratejik etkenleri düşünmemiş, problemdeki verileri inceleyerek içeriği yorumlamamış ve basit varsayımlar oluşturamamıştır. Bu durum, grubun diğer basamaklara geçmesinde yeterli olmamıştır.

Sistematik yapıyı kurma basamağında, grupların problem çözme deneyimlerinden yararlanmamalarının nedeninin, öğrencilerin daha önce fizik ve matematik arasında ilişki kurmalarını gerektiren benzer problem durumlarıyla karşılaşmamalarının olduğu düşünülmektedir. Çözümlerde problem durumunda yer alan bazı bilgilerin gerekli olmasa bile ilk başlarda kullanılmaya çalışıldığı fakat çözümün devamında bu bilgilerin gereksiz oldukları fark edilerek dikkate alınmadığı görülmüştür. Bu nedenle, matematiksel modelleme problemi ifadelerinde öğrencilere çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgilerin birlikte verilerek modelleme sürecinde daha zengin stratejilerin sergilenmesi sağlanabilir. Bu doğrultuda, problemler tasarlanırken model oluşturma etkinliklerinin (Lesh ve Doerr, 2003) temel bileşenlerinden biri olan tanıtıcı makalenin yapısının dikkate alınabileceği düşünülmektedir. Sistematik yapıyı kurma basamağında çözümün yapısının deneyimlere uzak olması veya farklı stratejilerin bu basamakta daha etkin olmasından dolayı, katılımcıların problem çözme deneyimlerinden yararlanmamış olabilecekleri düşünülmektedir. YMM'leri etkili bir şekilde ilişkilendirememe ya da işlem hatası yapma gibi nedenler de nitelikli bir ana matematiksel modelin bulunmasına engel olmuştur. Modelleme sürecinde problemin çözümü için genel çözüm stratejisinin kurulduğu sistematik yapıyı kurma basamağından itibaren disiplinler arası bilgiler etkin bir rol oynayarak matematiksel modelleri ve sonuçları etkilemekte ve problemin analizinde stratejik etkenlerin açığa çıkarılmasında yol göstermektedir (Hıdıroğlu, 2012 ve 2015).

Gruplar özellikle matematiksel modelleri oluşturma aşamasında teknolojiden aktif olarak yararlanmışlar ve teknoloji yardımıyla yardımcı matematiksel modellerin hem cebirsel hem de grafiksel gösterimlerine ulaşabilmişlerdir. Matematikselleştirme basamağında gruplar "*Problemde verileri bulunmayan değişkenler için tahminlerden veya ölçümlerden yararlanma*" alt basamağına ilişkin hiçbir yaklaşımda bulunmamışlardır. Bunun nedeninin söz konusu problem durumundaki mevcut verilerin öğrencilerin problemi çözmesi için yeterli olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Hıdıroğlu'nun (2015) ifade ettiği gibi öğrencilerin değişkenleri belirlemek için tahminler ya da ölçümlerden yararlanmamaları bir başka ifadeyle bu alt basamaktaki eylemleri gerçekleştirmemeleri onların ileriki basamaklara geçmesine engel olmamıştır. Problemin yapısının ve içerdiği bilgilerin öğrencilerin modelleme sürecindeki yaklaşımlarını değiştirebileceğini söylenebilir. Bunun yanında, problem durumlarında çözüm için gerekli her değişkenin verilmemesi öğrencilerin çözüm sürecinde tahmin ve ölçüm yapabilecekleri daha zengin zihinsel süreçler ortaya çıkarabilir.

Grupların ileriki basamaklarda istenilen yaklaşımları sergileyebilmesi için üst matematikselleştirmedeki her alt basamağa yönelik yaklaşım sergilemeleri gerekmemiştir. Grupların çözümleri incelendiğinde, sadece birinin bu basamaktan itibaren çözümde başarısız olduğu (hiç uygun yaklaşım sergilememe) belirlenmiştir. Bunun en temel nedeninin bir önceki basamakta nitelikli yardımcı matematiksel modeller oluşturmada zorlanmaları ve üst matematikselleştirmede de bu matematiksel modelleri ilişkilendirememeleri olmuştur.

Matematiksel analiz basamağında, iki grubun bu basamakta hiç uygun yaklaşım sergilemedikleri ve gruplardan birinin de bir ölçüde uygun yaklaşımlar sergilediği belirlenmiştir. Matematiksel analizde GeoGebra yardımıyla grupların Y/AMM(ler)in grafiksel gösterimi yardımıyla çoklu durumların çözümünü sunan teknolojik sistemi kurmaları onların ileriki basamaklarda da modelleme sürecini etkili bir şekilde ilerletmelerine yönelik zengin eylemler gerçekleştirmelerine fırsat sağlamıştır.

Grupların matematiksel analiz basamağı ile yorumlama ve değerlendirme basamağı karşılaştırıldığında, uygun yaklaşımlar sergileyen grup sayısında azalma göze çarpmıştır. Öğrenciler matematiksel dünyada elde ettikleri sonuçları gerçek yaşam durumunu açıklarken etkili bir şekilde kullanmamışlar, matematiksel sonuçları gerçek yaşamda anlamlandıramamışlar ve sadece çözüme odaklandıkları için çözümlerine ilişkin farklı açıklamalara yer vermemişlerdir. Özellikle bir grubun dışındaki gruplar varsayımlarını elde ettikleri gerçek yaşam sonuçları doğrultusunda irdelememişlerdir. Bu yaklaşımı sergilememeleri onların çözümlerine eleştirel bir gözle bakmadıklarını göstermiştir. Dolayısıyla, öğrenciler modelin doğrulanmasında da çözümlerini eleştirel bir gözle ele almamış ve uygun yaklaşımlar sergilememişlerdir.

Modelin doğrulanması basamağında, beklenen düzeyde yaklaşımlar sergilenmemiştir. Öğrencilerin bu tür problemlere yönelik deneyimlerinin yetersiz olması, problemin yapısının ölçümlere veya tahminlere çok fazla imkan tanımaması bu durumun nedenlerinden biri olarak düşünülebilir. Öğrencilerin daha önceki problem çözme deneyimlerinde ise, doğrulamaya ilişkin yaklaşım sergilemelerinin çok fazla ön plana çıkarılmadığı ve öğrencilerin bu yönde daha fazla yönlendirmeye ihtiyaç duydukları ifade edilebilir. Bu doğrultuda, bu tür problemlere doğrulamayı sağlayacak ekstra yönlendirmelerin veya video-animasyonların eklenmesi yararlı olabilir. Bu soruna bir diğer çözüm ise, öğrencilerin günlük yaşamlarında daha çok karşılaştıkları modelleme problemleriyle onların baş başa bırakılmasını sağlamaktır (Peter-Koop, 2004). Ayrıca, öğrencilerin çözüm sürecinde doğrulama yapmaları için araştırabilecekleri (internet gibi) farklı ortamlar sağlanabilir.

Elde edilen bulgulara göre, çözücülerin ileriki basamaklarda uygun yaklaşımlar sergilemeleri için önceki temel basamakların her alt basamağında uygun yaklaşım sergilemeleri gerekmediği görülmüştür. Benzer şekilde, Hıdıroğlu (2015) da öğrencilerin çözümde veya ileriki basamaklarda başarılı olmaları için temel basamaklara ait her alt basamakta başarılı olmaları ve uygun yaklaşım sergilemeleri beklenmemektedir. Bunun yanında, basamaklarda sergilenen zengin yaklaşımlar ileriki basamaklardaki yaklaşımları da zenginleştirebilir. Modelleme süreci öğrencilerin ne kadar çok alt basamağa ilişkin düşünceleri destekleyici bir rol üstlenirse öğrencilerin sahip olacakları modelleme yeterlikleri de o derece nitelikli ve üst düzeyde olması beklenebilir.

Öğretmen, öğretmen adayları, ortaokul ve lise öğrencilerinin matematiksel modelleme problemleriyle baş başa bırakılarak bu becerilerini geliştirmeleri (Ang, 2000; Maaß, 2006) ve süreçte teknolojiyi de kullanabilecekleri zengin bir öğrenme ortamlarının oluşturulması (Hıdıroğlu, 2015; Lingefjärd, 2000) çağımızın şartları ve öğretim programlarının temel hedefleri doğrultusunda bir ihtiyaç değil, gereklilik olarak görülmelidir. Bu doğrultuda, öğrencilerin ve öğretmenlerin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde sıkıntı yaşadıkları basamaklara ilişkin de desteklenerek parçalı (atomistik) ve bütüncül (holistik) yaklaşım ile modelleme becerilerinin geliştirilmesi (Brand, 2014; Flegg, Mallet ve Lupton, 2013) önerilmektedir.

Matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli modelleme sürecindeki zihinsel eylemlerinin geliştirilen Uzaklık Problemi kapsamında incelendiği bu çalışmanın sonuçları doğrultusundaki öneriler aşağıdaki gibidir:

- Öğretmen adaylarının farklı disiplinlere ilişkin bilgilerini kullanmalarını gerektiren problemler üzerinde çalışmaları sağlanarak zihinsel eylemleri incelenebilir. Bu süreçte, öğretmen adaylarının zorlukları ve bu zorluklarının nedenleri araştırılabilir.
- Modelleme sürecine teknoloji entegrasyonu GeoGebra dışındaki yazılımlar, Android ve İOS uygulamaları vb. ile sağlanarak modelleme sürecindeki zihinsel eylemlere etkisi araştırılabilir.

Kaynaklar

Abramovich, S. (2007). Modeling as isomorphism: Using new technologies in mathematics teacher education. In Electronic Proceedings of the *13th International Conference on Teaching Mathematical Modeling and Applications*. 1 Kasım 2013 tarihinde http://site.educ.indiana.edu/Portals/161/Public/Abramovich.pdf adresinden erişilmiştir.

Abrams, J. P. (2001). Mathematical modeling: Teaching the open-ended application of mathematics. A. A. Cuoco ve F. R. Curcio (Eds.). *The Teaching Mathematical Modeling and the of Representation*, (ss. 269-282). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Akgün, L. (2015). Prospective mathematics teachers' opinions about mathematical modeling method and applicability of this method. *International Journal of Progressive Education, 11*(2), 57-75.

Ang, K. C. (2006). Mathematical modelling, technology and H3 mathematics. *The Mathematics Educator. 9*(2), 33-47.

Ang, K. C. (2010). *Teaching and learning mathematical modelling with technology*. W. Yang, M. Majewski, T. Alwis ve W. P. Hew (Eds.), *Proocedings of the Fifteenth Asian Technology Conference in Mathematics* (ss. 1-11). ABD: Mathematics and Technology. 20 Mart 2012 tarihinde http://atcm.mathandtech.org/ep2010/invited/3052010_18134.pdf adresinden erişilmiştir.

Ärlebäck, J. B. (2009). On the use of realistic Fermi problems for ıntroducing mathematical modelling in school. *The Montana Mathematics Enthusiast, 6*(3), 331-364.

Aydın, H. (2008). İngiltere'de öğrenim gören öğrencilerin ve öğretmenlerin matematiksel modelleme kullanımına yönelik fenomenografik bir çalışma (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.

Aydoğan-Yenmez, A. (2017). Teknolojinin matematiksel modelleme sürecine etkileri. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 26*, 602-646.

Barbosa, J. C. (2008). *What do students discuss when developing mathematical modelling activities?*. Electronically published, State University of Feira de Santana. 20 Mart 2012 tarihinde http://site.educ.indiana.edu/Portals/161/Public/Barbosa.pdf adresinden erişilmiştir.

Berry, J., & Houston K. (1995). *Mathematical modelling*. Bristol: J.W. Arrowsmith Ltd.

Blomhøj, M., & Jensen T. H. (2006). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. W. Blum, P.L. Galbraith and M. Niss (Eds), *Modelling and Applications in Mathematics Education*, (ss. 45-56)**.** New York, NY: Springer.

Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling pro-cess. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*(2), 86-95.

Brand, S. (2014). Effects of a holistic versus an atomistic modeling approach on students' mathematical modeling competencies. P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle ve D. Allan (Eds), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36, 2*, (ss. 185-192). Vancouver: PME.

Carrejo, D. J., & Marshall, J. (2007). What is mathematical modelling? Exploring prospective teachers' use of experiments to connect mathematics to the study of motion. *Mathematics Education Research Journal, 19*(1), 45–76.

Çiltaş, A. (2012). The effect of the mathematical modelling method on the level of creative thinking. *The New Educational Review, 30*(4), 103-113.

Çiltaş, A., & Işık, A. (2013). Matematiksel modelleme yoluyla öğretimin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme becerileri üzerine etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 13*(2), 1177-1194.

Deniz, D. (2017). Öğretmen adaylarının uyguladıkları model oluşturma etkinliklerinin onuncu sınıf öğrencilerinin üstbiliş farkındalıklarına etkisi. *Bartin Üniversitesi Egitim Fakültesi Dergisi, 6*(2), 580-595.

Deniz, D., & Akgün, L. (2014). Ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel modelleme yönteminin sınıf içi uygulamalarına yönelik görüşleri. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 4*(1), 103-116.

English, L. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education, 41*(1-2), 161-181.

Flegg, J., Mallet, D., & Lupton, M. (2013). Students' approaches to learning a new mathematical model. *Teaching Mathematics Applications, 32*(1), 28-37.

Fox, J. (2006). A justification for Mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. P. Grootenboer, R. Zevenbergen, and M. Chinnappan (Eds). *Proceedings 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia 1*, (ss. 221-228). Sydney: MERGA.

Fraenkel, J. R., & Wallen, N. (2000). How to design and evaluate research in education (4th ed.). NY: McGraw-Hill.

Galbraith, P., Stillman, G., Brown, J., & Edwards I. (2007). Facilitating middle secondary modelling competencies. C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan (Eds), *Mathematical Modelling: ICTMA 12: Education, Engineering an Economics*, (ss. 130-140). Chichester, Horwood Publishing.

Güç, F. A., & Baki, A. (2016). Matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirme ve değerlendirme yaklaşımlarının sınıflandırılması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 7*(3), 621-645.

Güder, Y., & Gürbüz, R. (2017). Disiplinler arası modelleme problemi yoluyla kavram öğretimi: enerji tasarrufu problemi. *İlköğretim Online, 16*(3), 1101-1119.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Hıdıroğlu, Ç.N. (2015). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analizi: Bilişsel ve üstbilişsel yapılar üzerine bir açıklama*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Hıdıroğlu, Ç. N., & Bukova Güzel, E. (2013). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede modelin doğrulanmasındaki yaklaşımların ve düşünme süreçlerinin kavramsallaştırılması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, 13*(4), 2487-2508.

Hıdıroğlu, Ç. N., & Bukova Güzel, E. (2014). Matematiksel modellemede GeoGebra kullanımı: Boy-ayak uzunluğu problemi. *Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi, 36*(2), 29-44.

Hıdıroğlu, Ç. N., & Bukova Güzel, E. (2015). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede ortaya çıkan üst bilişsel yapılar. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *6*(2), 179-208.

Hıdıroğlu, Ç. N., & Bukova Güzel, E. (2016). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasındaki geçişler. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 10*(1), 313-350.

Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). *Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra*. 17 Ocak 2015 tarihinde https://archive.geogebra.org/static/publications/2008-ICME-TSG16-Calculus-GeoGebra-Paper.pdf adresinden erişilmiştir.

Kabaca, T., & Aktümen, M. (2010). Using GeoGebra as an expressive modeling tool: Discovering the anatomy of the cycloid's parametric equation. *GeoGebra The New Language For The Third Millennium. 1*(1), 63-82.

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *38*(3), 302-310.

Kertil, M., & Gurel, C. (2016). Mathematical modeling: A bridge to STEM education. *International Journal of Education in mathematics, science and Technology, 4*(1), 44-55.

Lesh, R., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. F. Lester (Ed.). The Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, (ss. 763 - 804). Reston, VA/Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics.

Lesh, R., & Doerr, H. M. (Eds.). (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics teaching, learning, and problem solving*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Lingefjärd, T. (2000). *Mathematical modeling by prospective teachers using technology*. (Unpublished doctoral dissertation), University of Georgia, ABD. 28 Kasım 2010 tarihinde http://ma-serv.did.gu.se/matematik/thomas.htm adresinden erişilmiştir.

Lingefjärd, T. (2002). Mathematical modeling for preservice teachers. a problem from anesthesiology. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *7*, 117-143.

Lingefjärd, T. (2012). Learning mathematics through mathematical modelling. *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(5), 41-49.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. 38*(2), 113-142.

Mason, J. (1988). Modelling: What do we really want pupils to learn?. D. Pimm (Ed.), *Mathematics, Teachers and Children*. (ss. 201-215), London: Hodder & Stoughton.

MEB (2006). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Basımevi.

MEB (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Basımevi.

MEB (2017). M*atematik dersi (Lise 9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Basımevi.

Miles, H. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis* (2. edition). Thousand Oaks, CA: Sage.

Mumcu, H. Y., & Baki, A. (2017). Matematiği kullanma aktivitelerinde matematiksel modellemenin yorumlanması. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 36*(1), 7-33.

Özaltun, A., Hıdıroğlu, Ç. N., Kula, S., & Bukova Güzel, E. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının modelleme sürecinde kullandıkları gösterim şekilleri. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitim Dergisi, 4*(2), 66-88.

Peter-Koop, A. (2004). Fermi Problems in primary mathematics classrooms: pupils' ınteractive modelling processes. I. Putt, R. Farragher ve M. McLean (Eds), *Mathematics education for the Third Millenium: Towards 2010. Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, (ss. 454-461). Townsville, Queensland: MERGA.

Şahin, N., & Eraslan, A. (2017). Cognitive modeling competencies of third-year middle school students: The Reading Contest Problem. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science & Mathematics Education, 11*(2), 19-51.

Saka, E., & Çelik, D. (2016). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin görüşleri. *Caucasian Journal of Science, 1*, 7-20.

Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. A. Schoenfeld, H. Hillsdale (Eds.), Mathematical Thinking and Problem Solving, (ss. 53-69). NJ, Lawrence Erlbaum Associates.

Siller, H. S., & Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. *CERME 6 – Proceedings of the sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (ss. 108-117), Lyon, France.

Tekin Dede, A. (2016). Modelling difficulties and their overcoming strategies in the solution of a modelling problem. *Acta Didactica Napocensia, 9*(3), 21-34.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2015). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Extended Summary

1. Introduction

In the teaching and learning environment, it is important to incorporate the possibilities of technology as well as the problems that individuals may encounter in real life (Lingefjärd, 2000). Ang (2010) stated that for success in education, people need to identify strategies according to the circumstances, while providing solutions to real-life problems. Strategies that are determined while providing solutions to real life problems are shaped by mathematics and mathematical methods. In this process, mathematical modeling, which provides interaction between mathematics and real life, emerges as the forefront. The modeling process requires continuous transitions between the real world and the mathematical world while providing solutions to real-life problems. When considering the effectiveness of technology in education, with the integration of technology into the modeling process in which students perform different mental activities the quality and quantity of these mental activities can be increased. Hıdıroğlu and Bukova Güzel (2014) stated that technology-aided modeling environments will create rich mental processes of learners and create learning processes that their skills can develop. When these considerations are taken into consideration, it is seen that the new insights prevailing in education put mathematical modeling and the use of technology in the forefront in mathematics education. This study examines the activities of prospective mathematics teachers in the context of solution a modeling problem during technology aided modeling process. The aim of the study is to examine the solutions of the Distance Problem of prospective mathematics teachers in the frame of technology-aided mathematical modeling process. As a theoretical framework, Hıdıroğlu's (2012) model of technology-aided modeling process was selected and the prospective mathematics teachers' activities in this process was tried to be expressed in more detail and systematically.

2. Method

In the research, qualitative case study design was used because it was desired to investigate in detail the solutions of the Distance Problem of prospective mathematics teachers in the frame of technology-aided mathematical modeling process. The study was conducted with twenty-one secondary school prospective mathematics teachers. The participants selected by the criteria sampling method were divided into seven study groups of three persons in accordance with their wishes. The data were gathered from written response papers and GeoGebra solution files that included the approaches of prospective mathematics teachers to solve the Distance Problem. The analysis of the data was carried out by means of content analysis based on the theoretical framework.

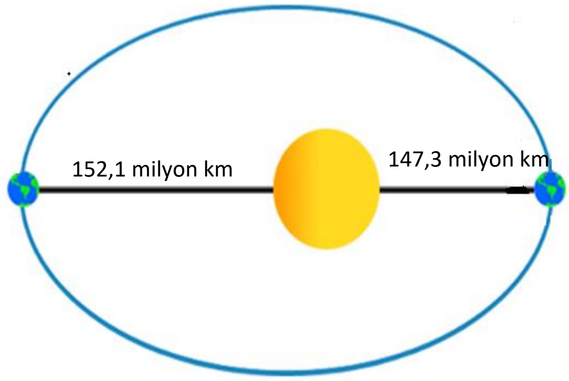
3. Findings, Discussion and Results

In the analysis of the problem, in general, it was seen that groups read the problem, and try to understand the problem and determine the strategic factors in the problem. When establishing systematic structure, the groups did not show approaches to take advantage of problem-solving experiences. Since the stage of establishing systematic structure, the groups actively incorporated GeoGebra into their solution processes. Creating a model of the real-life problem of the groups in GeoGebra and benefiting from GeoGebra's algebra and geometry display positively influenced the steps in following modeling stages. In mathematicalization, the groups outside a group reached to both algebraic and geometric representations of mathematical models by GeoGebra. In this step, the groups did not estimate or measure the variables that were not included in the problem. This is thought to be due to the fact that the available data in the problem was sufficient for them. In the meta-mathematicalization stage, the groups tried to relate mathematical models they found with the help of GeoGebra. In the mathematical analysis step, the groups generally used the shapes they configured in GeoGebra to determine the Earth's closest and closest points to the Sun. Thus they reached where the position of the Earth was 151,245,656,198 km away from the Sun. These values were their mathematical solutions. Through the mathematical model of the Earth's movement according to the Sun, they examined different values between the world's position and the distance to the Sun. These also emerged as their mathematical consequences. In the validation stage, it was seen that other groups outside the group did not have the appropriate approach. In the direction of the research findings, it was seen that the mathematical modeling process was influenced significantly from three basic worlds (mathematical world, real life and technological world). Similarly, Barbosa (2008) and Hıdıroğlu (2012) emphasized that there were three different areas of discussion (mathematical, technological and rotational) in the technology-supported environment. Galbraith, Stillman, Brown and Edwards (2007) also stated that in the integration of technology and mathematical modeling, ideas were shaped under the interaction of technology, mathematics and real life situations. Given the approaches presented in the process of mathematical modeling in a technology-supported environment, it was shown that at each step of the solution process, technology could be effective, and different strategies, approaches and skills that students possess could lead to a rich and complex process. Similarly, Hıdıroğlu and Bukova Güzel (2014) achieved this result. Ang (2010) stated that in the solution process, technological software provided a rich environment for examining the behavior and trends of mathematical models. Technology-aided environments have made it possible for students to adapt to events in a technology-efficient and efficient manner. For this reason, it is considered that the integration of mathematical modeling problems into the solution process as well as the technology-supported environments should be ignored.

Ek 1: UZAKLIK PROBLEMİ

Sir Isaac Newton'un henüz 23 yaşındayken yer çekimi yasasını bulmasında elbette daha önceki bilim adamlarının çalışmaları büyük rol oynamıştır. Bunların başında ise, Kepler yasaları gelmektedir. Kepler yasaları, ilk ikisi 1609'da, üçüncüsü ise 1618'de yayınlanmış 3 yasadan oluşmaktadır. Bu yasalara göre:

1) Dünya (çapı; Ekvator'da 12756 km, kutuplar arasında 12712 km) Güneş'in (mükemmel bir küre ve yaklaşık çapı $1{,}392\times10^9$ m) etrafında bir elips çizerek döner ve Güneş bu elipsin iki odağından birindedir. (Dünyamızın gerçek yörüngesi çembere daha yakın bir elipstir.)



2) Dünya'nın merkezini Güneş'in merkezine birleştiren ışın, Dünya Güneş'in etrafında döndükçe eşit zamanda eşit alan süpürür.
3) Bir Dünya yılı ile yörüngenin büyüklüğü arasında bir ilişki vardır.

Tarihte birçok gökbilimci, Güneş ile Dünya arası mesafeyi ölçmeye çalışmıştır. Ancak, 20. yüzyılın sonlarına doğru, bilim adamları bu mesafeyi ölçebilmişlerdir. Bu mesafeden yararlanılarak daha uzak mesafeleri ifade etmek amacıyla da *Astronomik Birim* tanımlanmıştır. Bir astronomik birim, Güneş'in merkeziyle Dünya'nın merkezi arasındaki ortalama uzaklık olan 149.597.870,696 km. ya da 92,9 milyon mil'dir. Aynı zamanda, 1 astronomik birim, Dünya'nın Güneş çevresinde çizdiği eliptik yörüngenin büyük ekseninin yarısı olarak kabul edilmiştir. Elbette ki, Kepler yasalarında ifade edildiği gibi Güneş ve Dünya arasındaki bu düzeni sağlayan bir temel etken olmalıydı. Newton'u yerçekimi yasasına yönlendiren önemli faktörlerden biri de Dünya ve Güneş arasındaki ilişkiydi. Dünya'nın uzaydaki hareketi Dünya'daki yaşam için birçok sonuç doğurmaktaydı ve Dünya'nın Güneş'e olan uzaklığı şu an olduğu düzenin dışına çıksaydı; Dünya bu durumdan olumlu veya olumsuz bir şekilde etkilenecekti.

Dünya'daki yaşamın bu denli kusursuz bir düzen içinde olmasında dünyanın konumunun önemli bir faktör olduğunu düşünerek,

- Dünya ve Güneş arasındaki uzaklığı matematiksel olarak ifade ediniz
- Dünya'nın Güneş'e olan uzaklığının 151.245.656,198 km olduğu durumdaki konumu hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Araştırma makalesi: Hıdıroğlu, Ç. N., Özaltun, Çelik, A., Kula, Ünver, Z. & Bukova, Güzel, E. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki eylemleri: Uzaklık problemi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 20* (3), 782-809.