Buca Eğitim Fakültesi Dergisi,
Aralık 2018, Sayı 46, s. 176-198

Araştırma Makalesi

The Journal of Buca Faculty of Education,
December 2018, Issue 46, p. 176-198

Research Article

Uzamsal Yönelim Becerilerini İçeren Bir Gerçek Yaşam Probleminin Çözüm Sürecinden Yansımalar: Badana Problemi*

Reflections from the Solution Process of a Real Life Task Including Spatial Orientation Skills: Painting Problem

Ayşe TEKİN DEDE [1]

[1]Dr. Arş. Gör., Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Buca Eğitim Fakültesi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Türkiye, ayse.tekin@deu.edu.tr

***Geliş Tarihi:**12.09.2018* ***Kabul Tarihi**:22.11.2018*

ÖZ

Araştırmanın amacı, öğrencilerin gerçek yaşamdaki bir problemin çözüm sürecindeki uzamsal yönelim becerilerini de içeren modelleme yaklaşımlarını incelemektir. Daha önceden modelleme deneyimi olmayan katılımcılara bir gerçek yaşam problemi verilmiş ve çözümlerini posterler hazırlayarak sunmaları istenmiştir. Öğrencilerin çözümleri probleme özgü bir rubrik ile analiz edilmiş ve çözüm yaklaşımları gerçek model oluşturma, matematiksel model oluşturma, matematiksel olarak çalışma ve sonuçları gerçek yaşama göre yorumlamayı içeren modelleme basamaklarına göre değerlendirilmiştir. Çalışmanın bulguları öğrencilerin gerçek modellerinin kişisel deneyimlerinden ve uzamsal yönelim becerilerinden doğrudan etkilendiğini göstermiştir. Oluşturulan matematiksel modeller gerçek modellere dayalı olmuş ve öğrencilerin matematiksel modelleri oluştururken matematiksel bilgilerini ve farklı gösterimleri göz önünde bulundurdukları görülmüştür. Matematiksel olarak çalışırken, modelleri doğru bir şekilde çözmüşler ancak çoğunlukla birimleri ifade etmekte zorlanmışlardır. Öğrencilerin modelleme deneyimine sahip olmamalarına rağmen matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabilmeleri dikkat çekici bir sonuç olmuştur. Bunun nedenleri, hepsi için anlamlı bir gerçek yaşam bağlamında çalışmış olmaları, okul dışında araştırma yapmış olmaları ve böylece gerçek verilere ulaşabilmeleri olarak belirlenmiştir.

Anahtar kelimeler: Matematiksel modelleme, gerçek yaşam problemi, uzamsal beceri, uzamsal yönelim.

ABSTRACT

The aim of the study to investigate the students' modelling approaches including their spatial orientation skills in the solution process of a real life task. The participants who had not been experienced in modelling before were given a real life task and were asked to explain their solutions by preparing posters. The students' solutions were analysed by using a task-specific rubric and their approaches were evaluated according to the modelling stages which were real model construction, mathematical model construction, working mathematically and interpreting results according to real life. The findings of the study showed that the students' real models were directly affected by their personal experiences and spatial orientation skills. The constructed mathematical models were based on the real models and it was seen that they considered their mathematical knowledge and different representations while constructing them. When they were working mathematically, they solved the models correctly but they mostly had

---

*Bu çalışma 2nd International Conference on Best Practices and Innovations in Education kongresinde sunulan sözlü bildiriden uyarlanmıştır.

difficulty in expressing units. It was noteworthy that the students who had not experience in modelling could interpret the mathematical results in real life context. The reasons of this were the fact that they engaged in a real life context meaningful for all of them, and conducted out-school research and so they had possibility to reach real data.

Keywords: Mathematical modelling, real life problem, spatial ability, spatial orientation.

GİRİŞ

Matematik öğretimini iyileştirmeye yönelik gerçekleştiren tüm çalışmaların başlangıç noktası öğrencilerin okulda öğrendikleri matematiği günlük yaşantılarında kullanabilmeleri düşüncesi üzerine kuruludur. Pollak (1979) buradaki günlük yaşam ifadesini genel anlamda matematiğin dışında kalan tüm dünya olarak tanımlamaktadır. Verschaffel, Greer ve De Corte (2000), okullarda öğretilen matematik bilgilerinin günlük yaşamda karşılaşılan problemlerin çözüm sürecinde kullanılması gerektiğini vurgulamaktadırlar. Uluslararası düzeyde gerçekleştirilen PISA ve TIMSS çalışmaları da, öğrencilerin günlük yaşamda karşılaşabilecekleri durumlar karşısında sahip oldukları bilgi ve becerileri kullanabilme yeteneklerini ölçmektedir. Bu çalışmaların sonucunda genel olarak çoğu ülkede öğrencilerin matematiği günlük yaşama transfer etmede sıkıntı yaşadıkları sonucu ortaya çıkmaktadır. Sadece bu uluslararası değerlendirme sonuçlarına bakılsa bile, söz konusu transfer sürecini sağlayabilecek uygulamaların derslerde kullanılmasının gerekli olduğu anlaşılmaktadır. Söz konusu uygulamalardan bir tanesi öğrencilerin matematik bilgilerini günlük yaşam durumlarında kullanmalarını sağlayacak modelleme etkinlikleridir (Maaß, 2005). Modelleme uygulamaları hangi matematiksel bilginin gerçek dünya ile ilgili olduğunu ve matematiksel bilgilerin gerçek dünyaya nasıl uygulanabilir olduğunu görmeyi sağlamaktadır (Sriraman, 2005). Benzer şekilde Amerika'daki Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi de öğrencilerin gerçek yaşamlarındaki problemleri çözerken matematiği kullanmaları gerektiğini ve bu süreçte matematiksel modellemenin kullanımına vurgu yapmaktadır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000).

Literatürdeki modelleme çalışmaları incelendiğinde, öğrenci seviyesi, sosyo-kültürel yapılar, araştırmanın amacı gibi farklı değişkenlere dayalı olarak çok sayıda modelleme problemi olduğu görülmektedir. Bu modelleme problemleri her ne kadar gerçek yaşamdan alınmış olsa da, söz konusu 'gerçekliğin' öğrenciler için ne kadar anlamlandırılabildiği önemlidir. Bu durum kişisel anlamlılık prensibinin gerekli olduğuyla açıklanmakta ve problemlerin gerçekliğinin sağlanması için öğrencilerin var olan bilgi ve deneyimlerine dayalı olarak anlamlandırabilecekleri durumları içermesi gerektiği ifade edilmektedir (Lesh ve Caylor, 2007; Lesh, Doerr, Carmona ve Hjalmarson, 2003; Lesh, Hoover, Hole, Kelly ve Post, 2000). Bu çalışmada kullanılan badana probleminde, öğrencilerin kendi odalarının duvarlarını boyamak için gerekecek boya miktarını ve yapılacak masrafı hesaplamaları gerekmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin her birinin gerçek yaşamlarında anlamlandırabilecekleri ve çözüme ulaşmak için merak duyacakları bir içeriğe sahip olması sebebiyle badana problemi literatürde ifade edilen 'gerçekliğe' uygun bir modelleme problemidir. Problemi çözerken öğrencilerin gerçek yaşam ve matematik arasındaki transfer sürecinde iki boyut ve üç boyut arasında aktif bir şekilde geçişler yapmaları gerekmektedir. Bu durum da bireyin kendi pozisyonundaki değişimlerden hareketle nesnelerin görüntüsünü zihinde canlandırmak olarak ifade edilen ve iki boyut ile üç boyut arasındaki geçişleri gerektiren uzamsal yönelim becerisine (Clements, 1998) işaret etmektedir. Dolayısıyla bu problemin çözümünde öğrencilerin modelleme yaklaşımlarının uzamsal yönelim becerilerinden etkileneceği düşünülmektedir. Bu bağlamda çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin badana problemine ilişkin uzamsal yönelim becerilerini kullandıkları çözüm yaklaşımlarının incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaca bağlı olarak bir sonraki bölümde matematiksel modelleme ve uzamsal yönelim kavramlarına ve yapılan çalışmalara yer verilmektedir.

1.1. Matematiksel Modelleme

Matematiksel modelleme en genel anlamıyla bir gerçek yaşam problem durumunu matematiksel olarak ifade etme ve bu durumu matematiksel modeller kullanarak açıklama süreci olarak tanımlanmaktadır (Blum ve Niss, 1991). İlgili konuların okul dışındaki gerçek yaşam durumlarında kullanılabilir olduğunu göstermek için modellemeden yararlanılabileceği önerilmektedir (Kaiser, Schwarz ve Tiedemann, 2010; Lesh, Young ve Fennewald, 2010). Aynı zamanda matematik derslerinde modelleme uygulamalarından yararlanıldığında, öğrencilerin matematiği daha iyi anlayıp öğrenecekleri ve kendi yaşamlarında matematiği kullanarak dünyayı daha iyi anlamlandıracakları da ifade edilmektedir (Maaß ve Mischo, 2011).

Eğitim araştırmalarında matematiksel modellemenin kullanım alanlarına ilişkin gerçekçi/uygulamalı, epistemolojik/teorik, eğitimsel, bağlamsal, sosyo-eleştirel ve bilişsel modelleme olmak üzere altı perspektiften söz edilmektedir (Blomhoj, 2008; Borromeo Ferri, Kaiser ve Blum, 2011; Kaiser, 2005; Kaiser ve Sriraman, 2006). Gerçekçi/uygulamalı perspektif gerçek yaşam problemlerine çözüm bulabilen insan gücü, epistemolojik/teorik perspektif gerçekliğin yanında modelleme problemlerinin çözümünde etkili olan matematiksel kavramların ve matematiksel teorilerin önemi, eğitimsel perspektif modelleme sürecindeki öğretimsel ve kavramsal süreçler, bağlamsal perspektif modellemenin bağlamsal temeli, sosyo-eleştirel perspektif gerçek yaşam durumunun modelleme sürecinde eleştirel bir gözle ele alınması ve bilişsel perspektif de modelleme sürecindeki bilişsel yapılar üzerinde durmaktadır (Bukova Güzel, Tekin Dede, Hıdıroğlu, Kula Ünver ve Özaltun Çelik, 2016). Bu çalışmada öğrencilerin gerçek yaşamlarına uygun bir bağlam üzerinden uzamsal yönelime ilişkin kavramsal bilgilerini kullandıkları bir uygulama gerçekleştirildiği için eğitimsel modelleme perspektifi benimsenmektedir. Eğitimsel perspektifte temel amaç, modellemeyi matematik öğretimine entegre etmektir. Bu süreçte matematiksel kavramların öğretiminde modellemenin bir araç olarak ele alınmasının yanında modellemenin kendisini öğretmek bir amaç olarak görülmektedir (Blomhoj, 2008). Bu perspektifte, matematiksel modellemenin öğretim sürecinde kullanılmasının pragmatik (pragmatic), biçimlendirici (formative), kültürel (cultural), eleştirel (critical), araçsal (instrumental) ve psikolojik (psychological) olmak üzere altı gerekçeye dayandırıldığı görülmektedir (Blum, 1991; Blum & Niss, 1991):

• Pragmatik gerekçe matematik öğretiminin öğrencilerin gerçek yaşam durumlarını anlamasına ve bunlarla baş edebilmesine yardımcı olmayı sağladığını içermekte ve modellemenin bu süreçte gerekli olduğunu ifade etmektedir.

• Biçimlendirici gerekçe matematiksel modelleme uygulamalarının öğrencilerin genel yeterlikleri ve davranışlarını geliştirmelerinde yararlı bir araç olduğunu vurgulamaktadır. Modelleme ile öğrenciler problem çözme kapasitelerinin ve özgüvenlerinin farkına varmaktadırlar.

• Kültürel gerekçe matematiğin bir bilim ve kültürün bir parçası olarak kapsamlı bir temsilini sunmak için matematiksel modellemenin bir kaynak olabileceğini ifade etmektedir.

• Eleştirel gerekçe öğrencilere, matematiğin sosyal olarak önemli görülen problemlerin çözümünde kullanılmasını bağımsız bir şekilde görmeleri ve yargılamalarını, sunmalarını, anlamalarını, analiz etmelerini ve değerlendirmelerini sağlamaktadır.

• Araçsal gerekçe öğretim programındaki matematiksel kavramları öğrencilerin kavramaları ve somutlaştırmaları için matematiksel modellemenin önemli bir araç olduğunu vurgulamaktadır.

• Psikolojik gerekçe matematiksel içeriklerin uygun modelleme örnekleri yoluyla oluşturulduğunu ifade etmekte ve matematiğin derinlemesine anlaşılmasına ya da öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarının gelişimine katkı sağlamaktadır.

Çalışmada kullanılan badana probleminin ve uygulanma sürecinin eğitimsel perspektif çerçevesinde tüm gerekçelere hizmet ettiği görülmektedir. Çünkü problemin içeriği öğrencilerin kendi yaşamlarında yansımalarını görebilecekleri bir senaryoyu içermektedir. Öğrencilerin günlerinin büyük çoğunluğunu geçirdikleri ve kendilerine ait olan odalarını boyamak için karar almaları gerekirken matematikten faydalanmaktadırlar (pragmatik gerekçe). Problemi çözerken öğrenciler genel olarak matematiksel becerileri özel olarak da modelleme becerilerini kullanmakta ve kendi deneyimleri ile yaptıkları araştırmalar yoluyla problemi çözmek için gerekli öz güvene ve motivasyona sahip olmaktadırlar (biçimlendirici gerekçe). Öğrenciler matematiğin yaşamlarında gerekli olduğu düşüncesini ilk elden deneyimlemekte ve bu deneyimi modelleme yaparak kazanmaktadırlar. Bu süreçte öğrenciler kültürel olarak ilgileri ve deneyimlerinin bulunduğu bir problem üzerinde çalışmakta ve gerçekçi sonuçlara ulaşmak için okul dışında araştırma yaparak sosyal yaşamın bir parçası olmaktadırlar (kültürel gerekçe). Boya rengini seçme, boya miktarını ve maliyetini belirleme gibi genelde ebeveynler tarafından üstlenilen görevlerin çocuklar tarafından ele alınması sayesinde onlara bazı sorumluluklar yüklenmektedir. Bu sorumluluklar çerçevesinde gerçek yaşam durumuna çözüm bulabilmek için bağımsız olarak yargıda bulunmakta ve eleştirel bir şekilde kararlar almaları gerekmektedir (eleştirel gerekçe). Öğrencilerin odalarının duvarlarını üç boyutlu olarak ele almaları, duvarları iki boyuta yani kağıt üzerine taşımaları, çizimlerine dayalı olarak matematiksel çözümler yapmaları ve elde ettikleri matematiksel sonuçları gerçek yaşamda yorumlayarak kararlara varmaları gerekmektedir. Bu süreçte duvarlara ilişkin çizimlerini kağıda aktarırken üç boyutlu uzaydan düzleme geçiş yapmakta bir başka deyişle uzamsal yönelim becerilerini kullanmaktadırlar. Bunun yanında dikdörtgen, dikdörtgenler prizması, uzunluk, alan gibi matematiksel kavramları da kavramaktadırlar. Bu esnada öğrenciler matematiksel modellemeyi bir araç olarak kullanmaktadırlar (araçsal gerekçe). Problemi çözerken öğrenciler matematiğin gerçek yaşamda kullanılabilir olduğunu ilk elden deneyimleyebilmekte ve bu sayede matematiğin değerini fark ederek matematiğe yönelik olumlu inançlar geliştirmektedirler (psikolojik gerekçe).

1.2. Uzamsal Yönelim

Badana problemi gerçek yaşamdan bir problem olmasının yanında modelleme sürecinde öğrencilerin uzamsal düşünme becerilerini kullanmalarını da gerektirmektedir. Uzamsal düşünme, üç boyutlu uzayda bir ya da daha çok parçadan oluşan cisimleri ve bileşenlerini zihinde hareket ettirebilme veya zihinde canlandırabilme yeteneğidir (Turğut, 2007). NCTM (2000) uzamsal düşünmenin ve uzamsal becerilerin tüm öğrencilerde geliştirilmesi gereken beceriler olduğunu ifade etmektedir. Uzamsal düşünme ile ilgili gerçekleştirilen çalışmalarda uzamsal yeteneğin alt bileşenleri uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelim olarak tanımlanmaktadır (Clements, 1998; Lohman, 1979; McGee, 1979). Uzamsal görselleştirme nesnelerin hareketleri sonucunda oluşan durumun zihinde canlandırılmasını içerirken, uzamsal yönelim ise bireyin kendi pozisyonundan hareketle bir cismin görüntüsünü başka açılardan zihninde canlandırılmasını içermektedir (Clements, 1998). McGee (1979) ikisi arasındaki farkı hareket edenin ne olduğuna bağlı olarak açıklamaktadır. Kişi durduğunda nesneyi hareket ettiriyorsa uzamsal görselleştirme becerisini, kişi hareket ettiğinde nesne duruyor ise uzamsal yönelim becerisi kullanılmaktadır (McGee, 1979). Badana probleminde öğrencilerin odayı geometrik bir cisim şeklinde gözlerinde canlandırarak oda duvarları ve tavanının bu cismin yüzeylerini oluşturduğunu fark etmeleri, duvarları farklı açılardan zihinlerinde canlandırmaları, karşılıklı duvar uzunluklarının birbiriyle benzer olduğunu ve tavan uzunluklarının da duvarlara bağlı olduğunu fark etmeleri ve son olarak da üç boyutlu uzaydan iki boyutlu düzleme geçerek problemi çözmeleri gerekmektedir. Dolayısıyla bu problemin çözümünde öğrencilerin aktif bir şekilde uzamsal yönelim becerilerini kullanmaları gerekmektedir.

Clements (1998) çalışmasında öğrencilerin bulundukları pozisyondan hareketle çevresindeki nesneleri yerleştirmelerinde uzamsal yönelim becerilerinden yararlandıklarını ve bu becerilerin ileride yön bulma gibi gündelik işlerinde faydalı olacağını ifade etmektedir. Bu bağlamda öğrenciler badana probleminde gerçek yaşamdan bir duruma çözüm bulmaya çalışırlarken, yaşadıkları bu çözüm deneyimi aslında gelecekte kendilerinde yer-yön duygusu gibi bazı becerilerin gelişmesine de zemin sağlayacaktır.

Uzamsal yönelim becerisini ölçmeyle ilgili çalışmaların öncüsü Guilford ve Zimmerman'ın (1948) çalışmasıdır. Bu araştırmacılar birey teknenin içindeyken görünen manzaranın değişmesi yani bir başka manzaraya geçilmesi durumunda neler değiştiğinin açıklanması için bir uzamsal yönelim testi geliştirmişlerdir (Hegarty ve Waller, 2004). Sonraki çalışmalarda da farklı testlerle bu beceri ölçülmeye çalışılmıştır. Bunun yanında araştırmalarda üç boyutlu resmi verilen bir nesnenin iki boyuttaki ya da iki boyuttaki bir görüntünün üç boyutlu haline ilişkin farklı açılardan görünümünü belirleme (Diezmann ve Lowrie, 2011; Eryaman, 2009; Kozhevnikov ve Hegarty, 2001) çalışmalarının olduğu görülmektedir. Ayrıca farklı bilgisayar yazılımları ile oyunlarının uzamsal yönelim becerilerine etkisinin incelendiği çalışmalar da mevcuttur (Gagnon, 1985; akt. Okagaki ve Frensch, 1996; Kalay, 2015; Lin, Chen ve Lou, 2014). Literatürdeki çalışmaların çoğunlukla somut nesnelerin farklı açılardan görünümlerini iki boyutta ifade edebilme, bilgisayar yazılımları ya da oyunlarının uzamsal yönelim becerileri üzerindeki etkilerini inceleme ya da uzamsal yönelim becerilerinin akademik başarı ya da demografik özellikler gibi farklı değişkenlerle ilişkisini inceleyen çalışmalardan oluştuğu görülmektedir. Buna karşılık öğrencilerin uzamsal yönelim becerilerini kullanarak gerçek yaşam durumlarını modellemelerini gerektirecek hiçbir çalışma olmadığı dikkati çekmektedir. Bu bağlamda söz konusu çalışmanın ilgili alanda bir ilk olacağı düşünülmektedir.

YÖNTEM

Sekizinci sınıf öğrencilerinin bir modelleme problemine ilişkin çözüm yaklaşımlarını belirlemeyi amaçlayan bu çalışma özel durum çalışması olarak yürütülmüştür. Araştırılan olgunun kendi gerçek yaşam çerçevesinde incelendiği, olgu ve içinde bulunduğu ortam arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı ve birden fazla veri kaynağından yararlanılması (Yin, 1987) sebebiyle özel durum çalışmasından yararlanılmıştır.

2.1. Katılımcılar

Çalışmanın katılımcıları İzmir ilinin Buca ilçesindeki bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan 8. Sınıf öğrencileri arasından gönüllülük ilkesi ile çalışmaya katılmayı kabul eden 25 öğrenciden oluşmaktadır. Katılımcıların on ikisi kız, on üçü erkek öğrencidir ve öğrencilerin daha önceden modelleme deneyimleri olmamıştır. Modelleme çalışmalarında çoğunlukla grup çalışmasının önerilmesine rağmen bu çalışmada öğrencilerin bireysel çalışmalarının sebebi problem bağlamının bireysel çalışmayı gerektirmesindendir. Bir başka deyişle her öğrencinin kendi odasını boyaması söz konusu olduğundan, grup çalışmasında hangi öğrencinin odasının ele alınacağı sıkıntı oluşturabilirdi. Aynı zamanda öğrencilerin kendi odalarına ilişkin bir bağlam üzerinde çalışmaları sayesinde bireysel tercihlerini problem çözme sürecine yansıtabilmeleri ve böylece herhangi bir odanın boyanmasına ilişkin akıl yürütmelerine göre daha motive edici bir çözüm sürecinin sağlanabilmesi hedeflenmektedir. Böylelikle kişisel anlamlılık prensibinin (Lesh ve Caylor, 2007; Lesh ve diğ., 2000; Lesh ve diğ., 2003) daha iyi sağlanabilmesi amaçlanmaktadır.

2.2. Veri toplama aracı

Çalışmanın veri toplama araçları badana probleminin (bkz Ek 1) çözümüne ilişkin öğrencilerin hazırladıkları posterlerden oluşmaktadır.

Badana problemi geliştirilirken öncelikli olarak her bir öğrencinin gerçek yaşamında anlamlı olabilecek bir senaryonun seçilmesi gerektiği düşünülmüştür. Her öğrencinin hayatında en azından bir kez evinde badana yapılmış olabileceği ya da yapılma ihtimali olabileceği varsayımından hareketle problemin içeriğine karar verilmiştir. Geliştirilen içerik modelleme alanında uzman olan bir akademisyen ile iki ortaokul matematik öğretmenine sunularak modelleme bilgisi ve 8. Sınıf ortaokul öğrencilerine uygunluğu açısından görüşler alınmıştır. Bu görüşler doğrultusunda problem metninin son hali verilmiştir. Ardından uygulamanın gerçekleştirileceği öğrencilerin daha önce bir gerçek yaşam durumu üzerinde çalışmamış olmaları sebebiyle, görüşleri alınan matematik öğretmenlerinin önerileri doğrultusunda bazı yönergeler yazılmıştır. Bu yönergeler sayesinde öğrencileri çözüm sürecinde aktif kılmak ve her bir aşamada zengin yaklaşımlar sergilemelerini sağlamak amaçlanmıştır. Bunun yanında öğrenciler okul dışında araştırma yapmaya ve gerçek verileri kullanarak problemi çözmeye teşvik edilmişlerdir. Çözümlerini sunarken ise dikkat edilmesi gereken hususları bir başka deyişle nasıl değerlendirileceklerini bilmeleri için gerekli değerlendirme kriterleri açık olarak problem metni ile birlikte yazılı olarak verilmiştir.

Öğretimsel açıdan ele alındığında badana problemi geometri ve ölçme alt öğrenme alanının uzunluk ölçme, alan ölçme, dikdörtgenin alanını hesaplama, santimetrekare ve metrekareyi kullanma, dikdörtgenler prizmasını tanıma ve temel elemanlarını belirleme ile dikdörtgenler prizmasının farklı yönlerden iki boyutlu görünümlerini çizme gibi becerilerin kullanımını içermektedir. Ayrıca öğrencilerin uzamsal yönelim becerilerini kullanarak üç boyuttan iki boyuta geçiş yapmalarını gerektirmektedir. Öğrencilerin söz konusu öğrenmelere sahip oldukları ve daha önce birim küplerle çalışarak uzamsal düşünmeyi gerektiren uygulamalar gerçekleştirmiş oldukları sınıfın matematik öğretmeninden öğrenilmiştir.

2.3. Verilerin analizi

Problemin çözümlerini içeren posterleri analiz etmek için bir rubrik geliştirilmiştir (bkz Tablo 1). Söz konusu rubrik geliştirilirken öncelikle modelleme alanında öğrenci çözüm yaklaşımlarının rubrik ile değerlendirildiği çalışmalar (Anhalt ve Cortez, 2015; Berry ve O'Shea, 1982; Chan, Ng, Widjaja ve Seto, 2012; Galbraith ve Clatworthy, 1990; Keck, 1996; Leong, 2012) incelenmiştir. Bunlardan hareketle bilişsel modelleme becerilerinin değerlendirilmesini amaçlayan bir rubrik (Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2018) temele alınmıştır. Böylelikle modelleme süreci göz önünde bulundurularak taslak bir rubrik oluşturulmuştur. Ardından taslak ile ilgili matematiksel modelleme alanında çalışmaları olan matematik eğitimi alanında uzman araştırmacılardan görüşler alınmıştır. Bu görüşlere dayalı olarak yapılandırılan rubrik ile öğrencilerin hazırladıkları posterler değerlendirilmiştir. Doğrudan literatürdeki rubriklerden birinin alınmama sebebi probleme özgü bir rubrik kullanmayı tercih etmek ve ilerleyen kısımda açıklandığı gibi bazı basamakların rubrikte ifade edilmemiş olmasıdır.

Rubrik geliştirilirken öğrencilerin çalışmalarını incelemek için modelleme süreci doğrultusunda gerçek model oluşturma, matematiksel model oluşturma, matematiksel olarak çalışma ve sonuçları gerçek yaşama uygun olarak yorumlama alt basamaklarına ayrılmıştır. Söz konusu basamaklar belirlenirken, Blum ve Leiß'in (2005) modelleme döngüsünün basamakları problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama göz önünde bulundurulmuştur. Çalışmada öğrencilerin problemi anlayıp anlamadıkları çözüm sürecine doğrudan yansıyacağı için problemi anlama basamağı değerlendirmeye alınmamıştır. Bunun yanında öğrencilerin modellerini ve çözümlerini doğrulama yaklaşımları da hazırlanan posterden görülemeyeceği varsayıldığı için doğrulama basamağı da göz ardı edilmiştir. Burada üzerinde durulması gereken bir husus doğrulama basamağının değerlendirmede yer almamasının veri kaybına sebep olabileceği yanılgısının oluşabileceğidir. Öğrencilerin çözümlerini okul dışında gerçekleştirmeleri sebebiyle hazırladıkları posterler üzerinden doğrulama yaklaşımlarının görülmesi mümkün değildir. Ancak yanlış çözüm yapanların doğrulama yapmadığı veya eksik/yanlış bir doğrulama gerçekleştirdikleri varsayılabilir. Doğrulama yaklaşımına ilişkin tahmini ifadeler hem modelleme hem de uzamsal yönelim becerilerine ilişkin veri analizinin güvenirliğini azaltacağı için rubrik değerlendirmesine alınmamıştır. Problemi sadeleştirme basamağında verilen gerçek yaşam durumu yapılandırılmakta ve bu basamakta öğrenciler problemin çözümü için gerekenleri belirleyerek gerçek modeller oluşturmaktadırlar (Blum ve Borromeo Ferri, 2009;

Borromeo Ferri, 2006). Rubriğin ilk kriterinin problemi sadeleştirme yerine gerçek model oluşturma olarak adlandırılmasının nedeni budur. Öğrencilerin oda duvarlarının gerçek uzunluklarıyla ilgili bilgilere ulaşmak mümkün olmayacağı için, gerçek model oluşturmadaki yeterli yaklaşımlar oda duvarlarının boyutlarının birbirleriyle uyumlu olması bir başka deyişle karşılıklı duvarların en ve boy uzunluklarının aynı olması dikkate alınarak değerlendirme yapılmıştır. Yukarıda ifade edilen modelleme basamaklarına göre öğrenci çalışmaları değerlendirilirken, öğrencilerin okul dışında yaptıkları araştırmalar, kullandıkları matematiksel dil gibi faktörler de göz önünde bulundurularak her bir basamağı hangi yönde etkilediği de tartışılmıştır.

Tablo 1. Badana Problemine İlişkin Çözüm Yaklaşımlarını Değerlendirme Rubriği

	Yetersiz	Bir Ölçüde Yeterli	Yeterli
Gerçek model oluşturma	Duvar çizimlerini yapamama. Tüm duvarları yanlış çizme. Duvar uzunluklarını belirleyememe.	Duvarların çiziminde ve uzunluklarının belirlenmesinde eksiklikler içerme.	Duvarların çizimini yapma ve uzunluklarını doğru olarak belirleme.
Matematiksel model oluşturma	Duvar çizimlerine dayalı olarak alan modellerini oluşturmama ya da yanlış modeller oluşturma.	Bazı duvarların çizimlerine dayalı alan modelleri oluşturma veya tüm duvarların çizimlerine dayalı eksik alan modelleri oluşturma.	Tüm duvar çizimlerine dayalı olarak doğru alan modelleri oluşturma.
Matematiksel olarak çalışma	Duvar uzunluklarına dayalı olarak modelleri çözememe veya yanlış çözüme ulaşma.	Duvar uzunluklarına dayalı olarak modelleri çözerken bazı hatalar yapma ve boyanacak alanı eksik/yanlış olarak hesaplama.	Duvar uzunluklarına dayalı olarak modelleri çözme ve boyanacak alanı hesaplama.
Sonuçları gerçek yaşama uygun olarak yorumlama	Boyanacak alana bağlı olarak gereken boya miktarını ve yapılacak masrafları belirleyememe veya yanlış belirleme.	Boyanacak alana bağlı olarak gereken boya miktarını ve yapılacak masrafları belirlerken bazı hatalar yapma.	Boyanacak alana bağlı olarak gereken boya miktarını ve yapılacak masrafları doğru belirleme.

Öğrencilerin çözüm yaklaşımları Tablo 1'deki rubrik kullanılarak değerlendirilirken, yetersiz, bir ölçüde yeterli ve yeterli olmak üzere üç boyutta ele alınmıştır. Yetersiz olma durumu söz konusu basamağa ilişkin herhangi bir yaklaşım sergilememe ya da yanlış yaklaşımlar sergilemeyi içermektedir. Bir ölçüde yeterli olma durumu basamağa ilişkin bir ölçüde doğru veya eksik yaklaşımları içerirken, yeterli olma durumu ise tamamen doğru ve eksiksiz çözüm yaklaşımlarını ele almaktadır.

Veri analizinin güvenirliğini sağlamak için önerilen yöntemlerden bir tanesi olan kararlılık yöntemine göre, verilerin ilk analizinden belli bir süre sonra aynı kişi tarafından ikinci bir analizin gerçekleştirilmesi gerektiği belirtilmektedir (Krippendorff, 1980; Weber, 1985). Bu yönteme göre araştırmacı ilk değerlendirmenin üzerinden yaklaşık bir yıl sonra tekrar tüm posterleri rubrik kullanarak analiz edilmiştir. Her iki analiz sonuçları karşılaştırılmış ve Miles ve Huberman'ın (1994) uyuşum yüzdesi hesabına göre %70'in üzerinde bir değere ulaşılmıştır. Bu şekilde veri analizinin güvenirliği sağlanmaya çalışılmıştır.

Bulgular sunulurken katılımcıların isimleri S1, S2, …, S25 olarak kodlanmıştır.

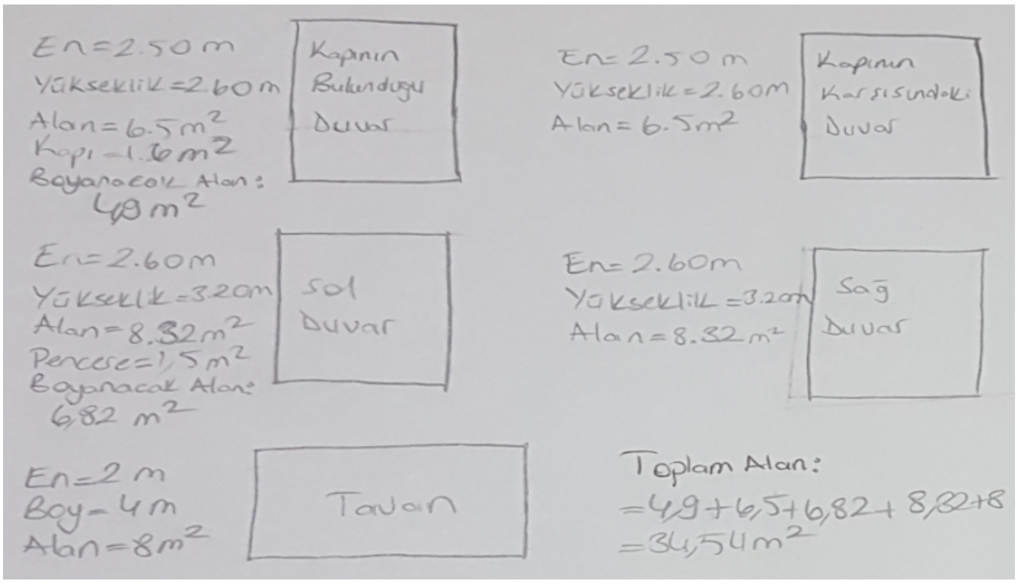
BULGULAR

Öğrencilerin hazırladıkları posterlerin incelenmesiyle Badana Problemi'ne ilişkin modelleme yaklaşımlarının yeterlik düzeyleri Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Badana Problemine İlişkin Öğrencilerin Çözüm Yaklaşımları

	Yetersiz	Bir Ölçüde Yeterli	Yeterli
Gerçek model oluşturma	S3, S6, S10	S1, S4, S5, S11, S12, S19, S22, S23, S24	S2, S7, S8, S9, S13, S14, S15, S16, S17, S18, S20, S21, S25
Matematiksel model oluşturma	S3, S6, S8, S10, S12, S22	S4, S5, S11, S19, S22, S23	S1, S2, S7, S9, S13, S14, S15, S16, S17, S18, S20, S21, S24, S25
Matematiksel olarak çalışma	S3, S6, S8, S10, S12	S1, S5, S7, S13, S17, S19, S24	S2, S4, S9, S11, S14, S15, S16, S18, S20, S21, S23, S25
Sonuçları gerçek yaşama uygun olarak yorumlama	S1, S6, S10, S12, S17, S18, S19	S3, S5, S8, S11, S13, S14, S20, S21, S22, S24	S2, S4, S7, S9, S15, S16, S23, S25

Tablo 2 incelendiğinde öğrencilerin üçü dışında hepsinin gerçek modeli oluşturabildiği bir başka deyişle odalarının duvarlarının çizimlerini yaparak duvar ölçülerini belirleyebildikleri görülmüştür. Öğrencilerin neredeyse yarısı gerçek model oluştururken hiçbir sıkıntı yaşamazken geri kalanı özellikle duvarların çiziminde ve kenar uzunluklarını belirlemede problem yaşamışlardır. Bu problemlerin kaynağı öğrencilerin oda duvarları ile tavan arasında ilişki kuramamasından bir başka deyişle uzamsal yönelim becerilerini göz önünde bulundurmamalarından kaynaklanmıştır. Dolayısıyla öğrenciler odalarını bir prizma olarak hayal edememişlerdir. Örneğin S3'ün oda duvarları ve tavanına ilişkin çizimleri incelendiğinde, kapının bulunduğu ve karşısındaki duvarlar ile sol ve sağ duvarların yüksekliklerinin farklı olduğu görülmüştür (bkz Şekil 1). Bunun yanında dört duvarın enlerinin uzunlukları göz önünde bulundurulduğunda tavanın kenar uzunluklarının da yanlış olduğu anlaşılmıştır. Aynı zamanda duvarlarda kapı veya pencere olmaması da çözümü gerçeklikten uzaklaştırmıştır. Dolayısıyla öğrencinin oluşturduğu gerçek modellerin yetersiz olduğu düşünülmüştür.

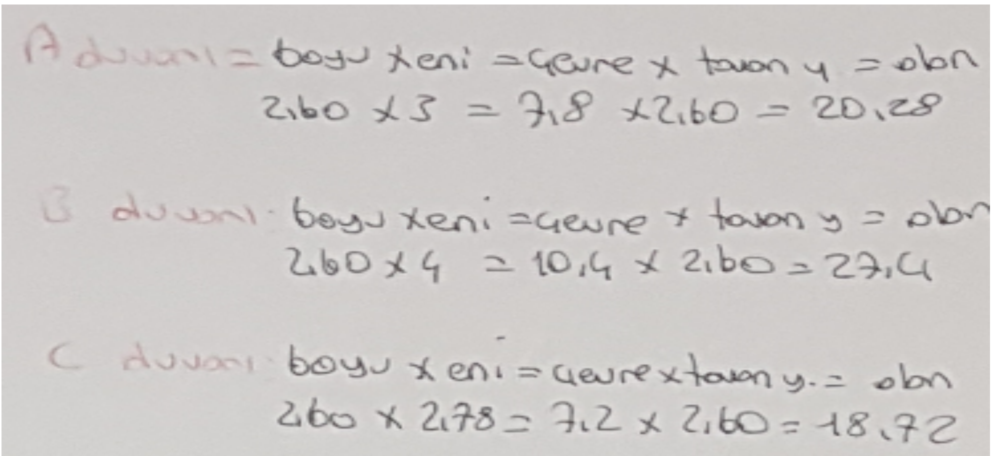


Şekil I. S3'ün Oluşturduğu Gerçek Modeller (Yetersiz)

Bunun yanında gerçek modelleri tamamen doğru bir şekilde oluşturulan öğrenciler de olmuştur. Özellikle bazı öğrencilerin duvar üzerindeki tüm girinti ve çıkıntıları da belirleyerek model kurmaya çalışmaları dikkati çekmiştir (bkz Şekil II).

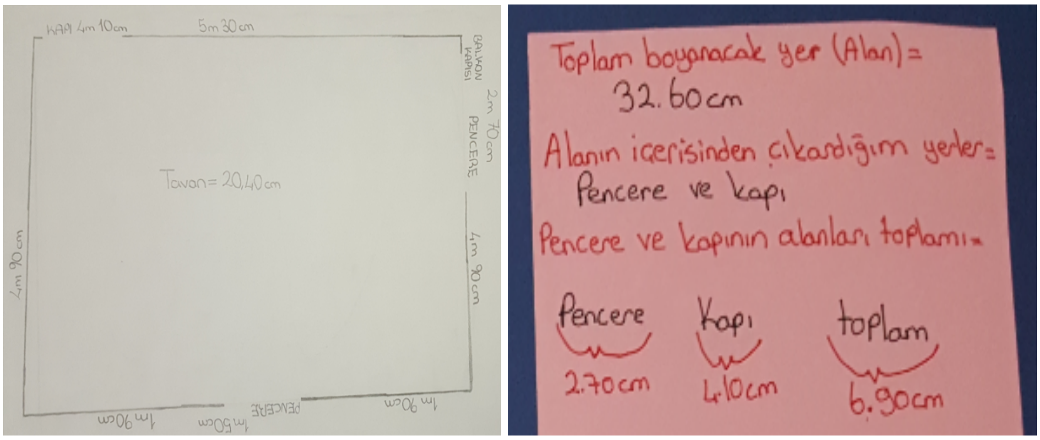
Şekil II. S15'in Oluşturduğu Gerçek Modeller (Yeterli)

Öğrencilerin matematiksel model oluşturma yaklaşımları incelendiğinde, beş öğrenci dışında tüm öğrencilerin kısmen ya da tamamen matematiksel modelleri oluşturabildikleri belirlenmiştir (bkz. Tablo 2). Öğrenciler matematiksel modellerini doğrudan gerçek modellere bir başka deyişle yaptıkları çizimlere dayandırmışlardır. Her bir duvar ve tavanın alanını hesaplamak için dikdörtgenin alan formülünden yararlanmışlardır. S3 ve S6 yanlış çizim yaptıkları ve çizimlerinde pencere veya kapıların yerlerini belirtmedikleri için yanlış modeller oluşturmuşlardır. S22 hepsinden farklı olarak bir duvarın alanına ilişkin modeli "boyu x eni = çevre x tavan yüksekliği = alan" olarak tamamen yanlış bir şekilde ifade etmiştir (bkz. Şekil III).



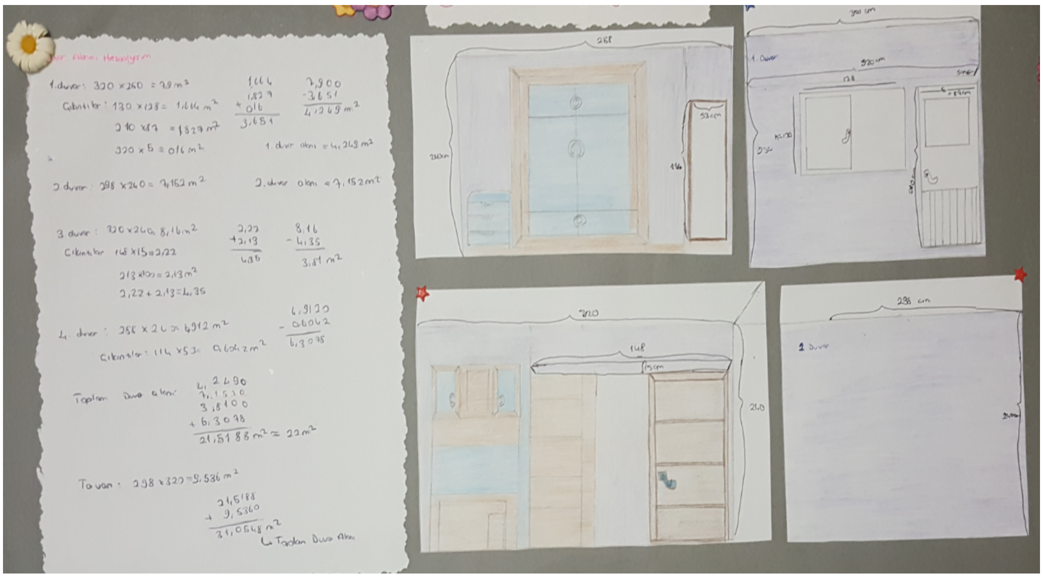
Şekil III. S22'nin Oluşturduğu Yanlış Matematiksel Modeller (Yetersiz)

Bunlardan farklı olarak S8, S10 ve S12 ne duvar çizimini doğru bir şekilde yapabilmiş ne de duvarların alan modellerini oluşturabilmiştir. Hatta çözümleri incelendiğinde alan hesabı yapmak yerine duvarların çevre uzunluklarını hesapladıkları görülmüştür (bkz. Şekil IV).



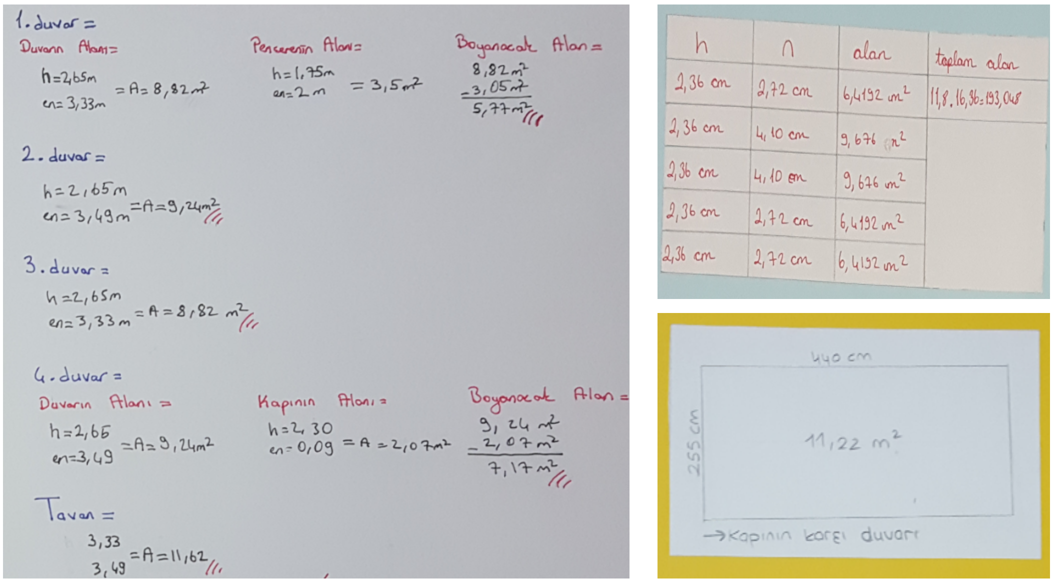
Şekil IV. S10'un Çözüm Yaklaşımı (Yetersiz)

Matematiksel modelleri bir ölçüde doğru oluşturabilen öğrenciler, pencere ve kapıların alanlarını belirlerken hata yaptıkları, bazı duvarların alanını hesaba katmadıkları ya da gerçek modellere tam olarak uygun alan hesabı yapmadıkları için doğru modeller kuramamışlardır. Doğru matematiksel model oluşturan öğrencilerin ayrıntılı bir şekilde pencere, kapı, duvar kağıdı ve klima gibi boyanmayacak kısımları alandan çıkardıkları görülmüştür (bkz. Şekil V).



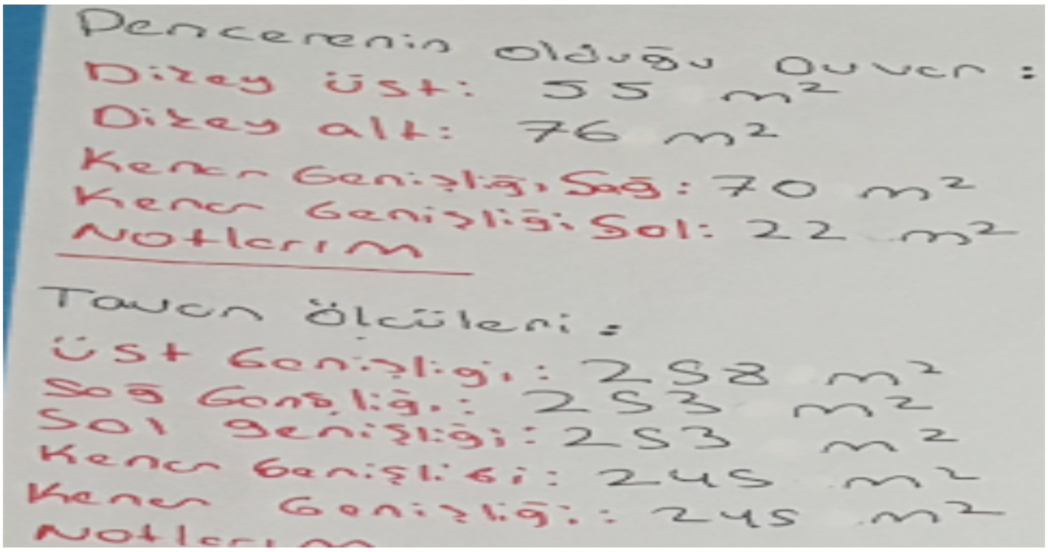
Şekil V. S16'nın Oluşturduğu Matematiksel Modeller (Yeterli)

Matematiksel model oluşturma sürecinde öğrenciler farklı gösterimlerden yararlanmışlardır (bkz. Şekil VI). Öğrenciler (S1, S2, S5, S9, S13, S14, S16, S17, S19, S20, S21, S23, S24) çoğunlukla cebirsel gösterimlerden yararlanarak dikdörtgenin alanının uzun ve kısa kenar uzunluklarının çarpımı olarak açık bir şekilde ifade etmişlerdir. Geri kalan öğrenciler (S4, S7, S11, S15) ise duvar çizimleri üzerinde doğrudan alan hesabının nasıl yapılacağını ifade ederek şekilsel gösterimleri kullanmışlardır. Diğerlerinden farklı olarak yalnızca iki tane öğrenci (S18, S25) de tablo ile gösterimi kullanarak alanı belirlemişlerdir.



Şekil VI. S1'in Cebirsel (Yeterli), S4'ün Şekilsel (Bir Ölçüde Yeterli) ve S18'in Tablo (Yeterli) ile Gösterimlerinden Kesitler

Aynı zamanda öğrenciler matematiksel model oluştururlarken kullandıkları matematiksel dil de onların modelleme yaklaşımlarını doğrudan etkilemiştir. Örneğin tüm modelleme yaklaşımları yetersiz olarak değerlendirilen S6, hem kenar uzunluklarını ifade ederken hem de uzunlukların birimlerini gösterirken hatalar yapmıştır. Duvar kenarlarına ilişkin dikey üst, dikey alt, kenar genişliği sağ, kenar genişliği sol, vb. ifadeler kullanmış ve uzunluk birimlerini de m^2 olarak ifade etmiştir (bkz. Şekil VII).

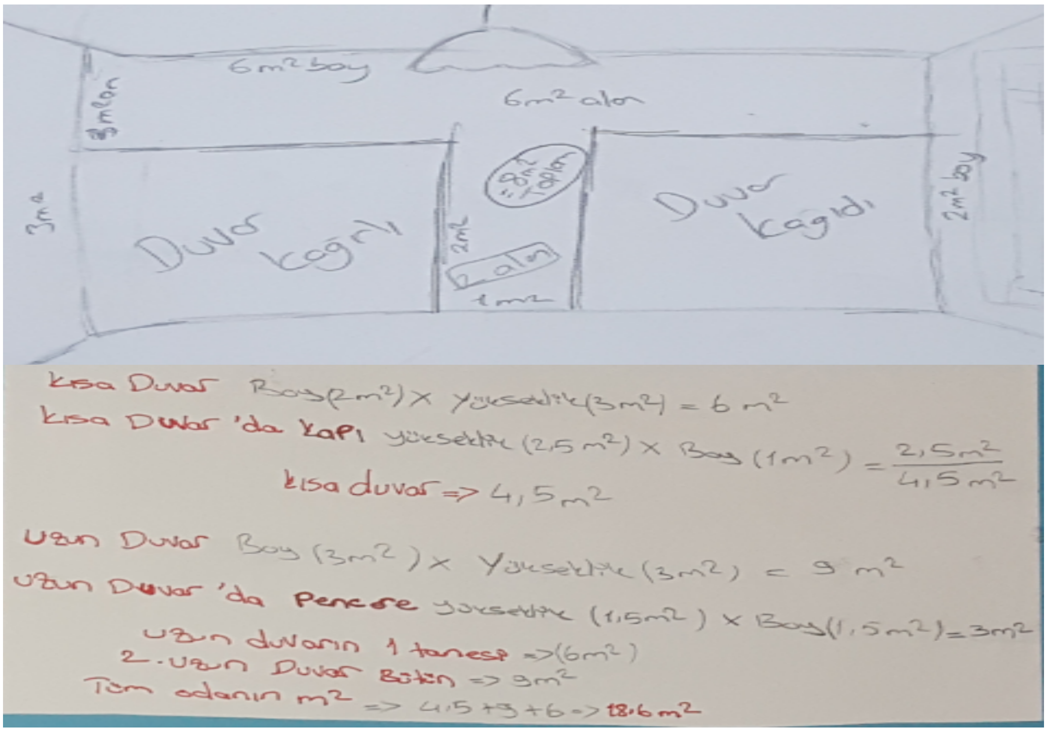


Şekil VII. S6'nın Matematiksel Dil Kullanımına İlişkin Kesit

Yanlış matematiksel model kuran öğrencilerin hepsi ya yanlış modeller üzerinde çalıştıklarından ya da işlem hataları yaptıklarından matematiksel olarak çalışma yaklaşımları yetersiz olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 2). Yetersiz yaklaşım sergileyenlere göre daha az işlem hatası yapmış olan öğrenciler bir ölçüde yeterli olarak değerlendirilmiştir. Örneğin S24 doğru modeller kurmuş olmasına ve neredeyse hepsini doğru bir şekilde çözmüş olmasına rağmen, yalnızca kapının alanını hesaplarken çarpma yerine toplama işlemi yapmış ve bunu da “100 x 200 = 300 cm^2” olarak ifade etmiştir (bkz. Şekil XIII).

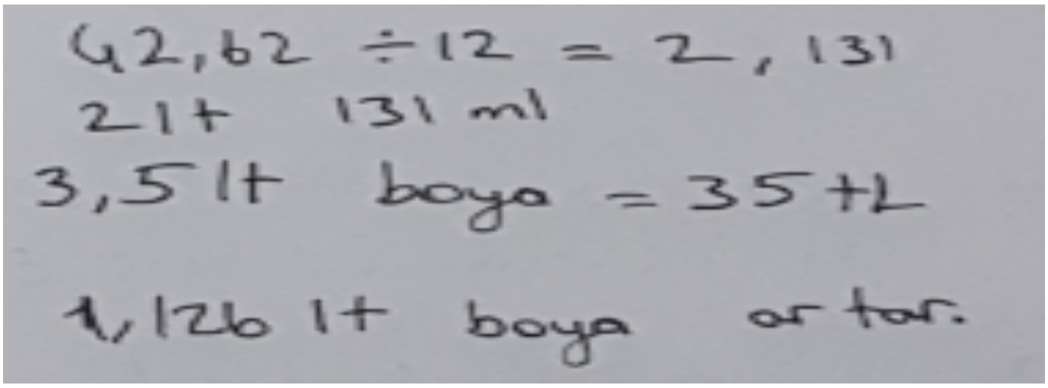
Şekil VIII. S24’ün Matematiksel Olarak Çalışma Yaklaşımından Bir Kesit (Bir Ölçüde Yeterli)

Bunun yanında gerek model oluştururken gerekse modelleri çözerken öğrenciler uzunluk birimlerini ifade etmede sıkıntı yaşamışlardır. Bu sıkıntılar uzunluk birimlerini hiçbir şekilde ifade etmeme veya uzunluk birimleri ile alan birimlerini birbiriyle karıştırma olarak karşımıza çıkmıştır. Şekil IX’da uzunluk birimi ile alan biriminin her ikisini de m^2 olarak ifade eden S11 ve S17’nin çözümünden kesitler verilmiştir.



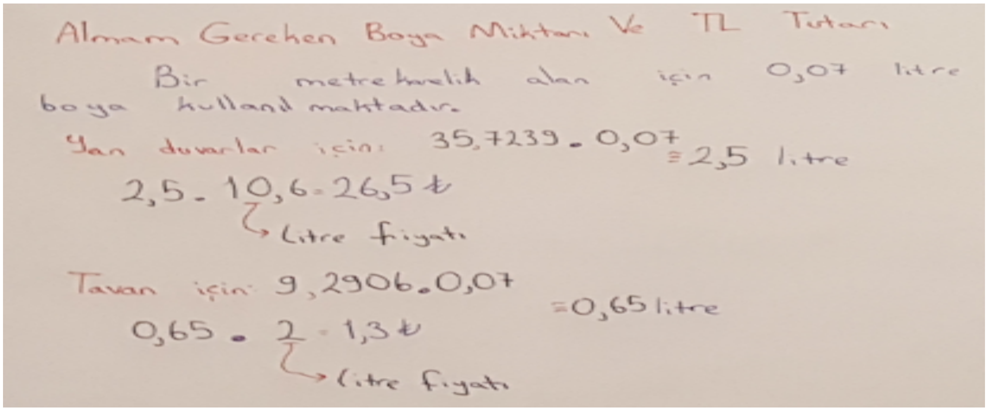
Şekil IX. S11 ve S17’nin Matematiksel Dil Kullanımına İlişkin Kesitler

Öğrencilerin çözüm yaklaşımları matematiksel olarak değerlendirilirken en fazla yetersiz yaklaşım sergileyen öğrencinin olduğu basamağın sonuçları gerçek yaşama uygun olarak yorumlama olduğu görülmüştür (bkz. Tablo 2). Söz konusu yetersizlik, alan ile boya miktarını ilişkilendirememe ya da yanlış ilişkilendirmeden kaynaklanmıştır. Dolayısıyla boya masrafları da yanlış olarak belirlenmiştir. Örneğin S1 yaptığı bölme işleminde 2,131 sonucuna ulamış ve bu sonucu yorumlarken 2 lt 131 ml boya gerekeceğini ifade etmiştir (bkz. Şekil X).


42,62 ÷ 12 = 2,131
2 lt 131 ml
3,5 lt boya = 35 tL
1,126 lt boya artar.

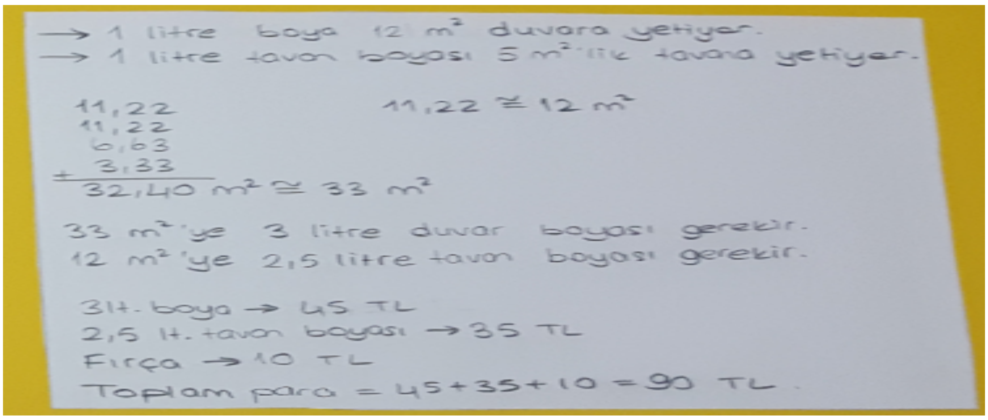
Şekil X. S1'in Yorumlama Yaklaşımı (Yetersiz)

Kimi öğrenciler alana bağlı olarak boya miktarını belirlerken standart boya kutuları ve miktarlarını göz önünde bulundurmamış bunun yerine doğru orantı yaparak çok da gerçekçi olmayan yorumlarda bulunmuşlardır. Bu sebeple öğrencilerin yorumlama yaklaşımları bir ölçüde yeterli olarak değerlendirilmiştir. Örneğin S14 1 m^2lik alanın 0,07 lt boya ile boyanabileceği varsayımından hareketle yorumlama yapmış ve buna dayalı olarak boya miktarı ve masraflarını belirlemiştir (bkz. Şekil XI).


Almam Gereken Boya Miktarı Ve TL Tutarı
Bir metrekarelik alan için 0,07 litre boya kullanılmaktadır.
Yan duvarlar için: 35,7239 . 0,07 ≅ 2,5 litre
2,5 . 10,6 = 26,5 ₺
Litre fiyatı
Tavan için: 9,2906 . 0,07 = 0,65 litre
0,65 . 2 = 1,3 ₺
Litre fiyatı

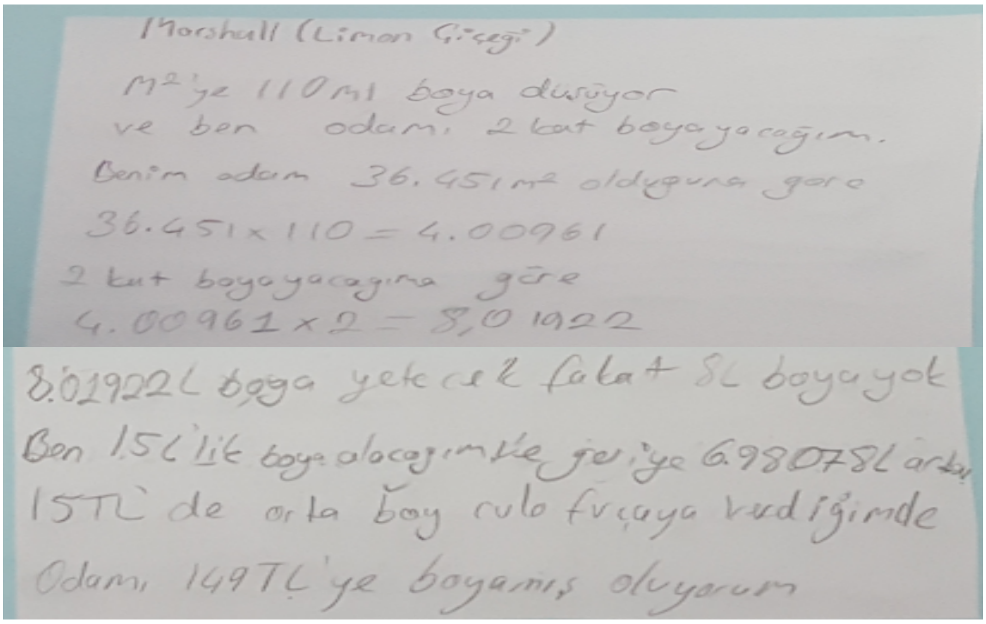
Şekil XI. S14'ün Yorumlama Yaklaşımı (Bir Ölçüde Yeterli)

Bazı öğrenciler ise piyasada satılan boya miktarlarına bağlı olarak elde ettikleri sonuçları yorumlamışlar ve bu yaklaşımlar yeterli olarak değerlendirilmiştir. Örneğin S4 1 lt boyanın yaklaşık 12 m^2lik bir alanı boyamak için yeterli olacağı varsayımından hareketle boya miktarını ve masrafını Şekil XII'deki gibi belirlemiştir.


→ 1 litre boya 12 m² duvara yetiyor.
→ 1 litre tavan boyası 5 m²'lik tavana yetiyor.
11,22 ≅ 12 m²
11,22
11,22
6,63
+ 3,33
32,40 m² ≅ 33 m²
33 m²'ye 3 litre duvar boyası gerekir.
12 m²'ye 2,5 litre tavan boyası gerekir.
3lt. boya → 45 TL
2,5 lt. tavan boyası → 35 TL
Fırça → 10 TL
Toplam para = 45+35+10 = 90 TL.

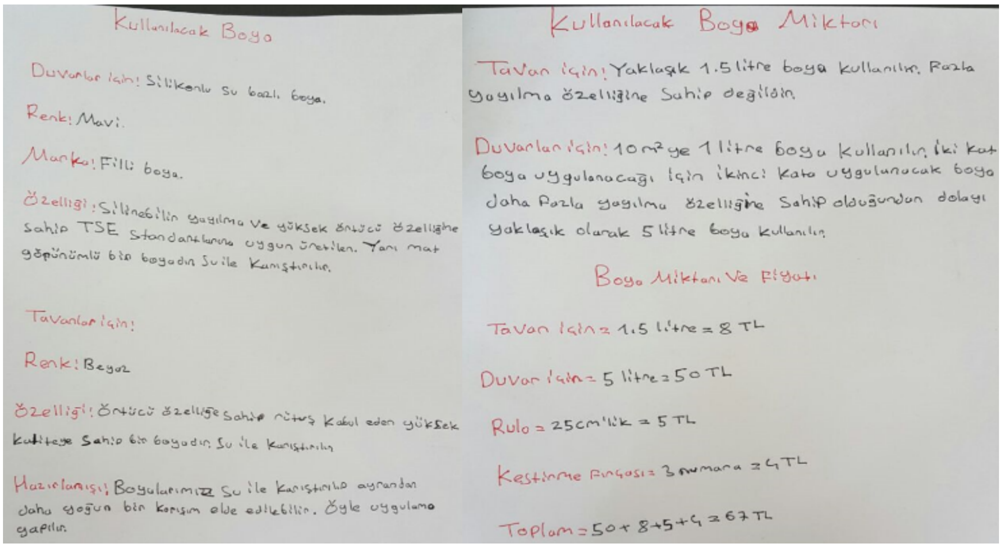
Şekil XII. S4'ün Yorumlama Yaklaşımı (Yeterli)

S2 ise boyanacak duvar alanını 36,451 m^2 olarak hesaplamış ve orantı kurarak 8,01922 lt boyaya ihtiyacı olduğunu belirtmiştir. Fakat piyasada 8 lt'lik boya satılmadığı gerekçesiyle en az miktar olan 15 lt'lik boyadan alacağını belirterek gerçekçi yorumlarda bulunmuştur (bkz. Şekil XIII).



Şekil XIII. S2'nin Yorumlama Yaklaşımları (Yeterli)

Öğrencilerin genel olarak yorumlama yaklaşımları incelendiğinde, yaptıkları araştırmalara dayalı olarak boya miktarının yanı sıra tek kattan fazla boyama, tavan ve duvar boyalarının ayrı tutma ile fırça, rulo, boya örtüsü, merdiven ve boyacı ustası gibi masrafları da göz önünde bulundurmuş olmaları nedeniyle gerçek yaşama uygun yaklaşımlar sergiledikleri görülmüştür. Örneğin S23 oluşturduğu matematiksel modellerin çözümüne dayalı olarak boya miktarını ve masrafı belirlemiş ayrıca kullanılacak boya malzemelerin her birinin özelliklerini ve nasıl kullanılması gerektiğini de ayrıntılı bir şekilde ifade etmiştir (bkz. Şekil XIV).



Şekil XIV. S23'ün Araştırma Sürecini Gösteren Kesit

Öğrencilerin çözüm yaklaşımları genel olarak ele alındığında, problemin gerçek yaşamda çalışılmasını gerektirmesi sebebiyle posterlerini hazırlarken gerçekçi ögelerden yararlandıkları dikkat çekmiştir. Bu gerçekçi ögeler de öğrencilerin modelleme yaklaşımlarının yeterliğini desteklemiştir.

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Sekizinci sınıf öğrencilerinin Badana Problemi'ne ilişkin çözümlerinin incelendiği bu çalışmada, hazırlanan posterler göz önünde bulundurularak öğrencilerin modelleme yaklaşımları değerlendirilmiştir. Bu bölümde bulgulardan elde edilen sonuçlar tartışılırken öğrencilerin modelleme yaklaşımları temel alınmıştır ve bu yaklaşımların ortaya çıkmasını sağlayan durumlar literatürle tartışılarak ele alınmıştır.

Problemin çözümü için gerekli olan gerçek modeller öğrencilerin odalarının duvarlarına ve boyutlarına uygun olarak gerçekleştirdikleri çizimlerden oluşmaktadır. Bu durum Borromeo Ferri'nin (2006) de ifade ettiği gibi, bireylerin deneyimlerine dayalı olarak çizim veya formül gibi gösterimleri kullanarak gerçek modelleri oluşturduklarını göstermektedir. Söz konusu çizimlerin aslında bir dikdörtgenler prizmasının tabanı dışındaki tüm yüzeylerini içermesi gerekmektedir. Öğrenciler odanın bir dikdörtgenler prizması olduğunu hissetmesi halinde, duvarları gösteren dikdörtgenleri çizerken kenar uzunluklarının birbirleriyle uyumlu olmasına dikkat etmişlerdir. Bir başka deyişle doğru gerçek modeller oluşturan öğrenciler, odanın dört duvarının yüksekliklerinin aynı olmasına ve tavanın kenar uzunluklarının da bu dört duvar ile uyumlu olmasına dikkat etmişlerdir. Bunu gerçekleştiren öğrenciler uzay ile düzlem arasındaki geçişlerde zorlanmamışlardır. Dolayısıyla öğrencilerin uzamsal yönelim becerilerinin oluşturdukları gerçek modellerin yeterliklerini doğrudan etkilediği söylenebilir. Bu durum araştırmacıların (Clements ve McMillen, 1996; Kurtuluş & Yolcu, 2013; Olkun, 2003; Yolcu ve Kurtuluş, 2010) belirttiği gibi somut nesneler üzerinde çalışan öğrencilerin uzamsal becerilerini daha iyi bir şekilde kullanabilmeleri bulgusuyla paralellik göstermektedir. Fakat bu çalışmalarda ele alınan somut nesnelerin çoğunlukla birim küpleri kapsadığı unutulmamalıdır. Bu çalışmada özellikle öğrencilerin içinde yaşadıkları odanın duvarları basit somut nesnelerden ziyade gerçek yaşamdan somut nesneler olarak ele alınmalıdır. Bu bağlamda hem çalışmada kullanılan problemin iki ve üç boyut arasında geçişleri gerektirmesi hem de gerçek bir yaşam durumunu içermesi, öğrencilerin uzamsal yönelim becerilerini kullanmalarını sağlamıştır. Burada dikkat edilmesi gereken bir diğer husus ise söz konusu uzamsal becerilerin gerçek model oluşturma aşamasında kullanılıyor olmasıdır. Modelleme süreci gerçek modellerin oluşturulmasıyla başladığı için, uzamsal becerilerin bu aşamada kullanılıyor olması, sonrasında ortaya çıkacak olan matematiksel modellerin oluşturulması, bunların çözülmesi ve çözümlerin yorumlanması ile doğrulanmasını gerektiren tüm basamaklarda da uzamsal becerilerin etkili olduğunu göstermektedir. Schwarz ve Kaiser (2007) ile Blum (2011) öğrencilerin kimi zaman modelleme problemini çözerken problemde verilenleri önceden bildikleri tanıdık kavramlara uydurma ve bunları kullanarak çözüme ulaşma eğiliminde oldukları için gerçek model oluşturmadıklarını ifade etmektedirler. Bu durumun önlenmesi için de daha açık uçlu ve farklı çözümleri içerebilecek problemlerin kullanılmasını önermektedirler. Bu çalışmada problem durumunun her öğrenci için farklı çözümleri içerecek nitelikte olması sayesinde öğrencilerin etkili bir şekilde gerçek modeller oluşturabildikleri düşünülmektedir.

Öğrenciler matematiksel modelleri yani dikdörtgenlerin alan modellerini oluştururlarken, gerçek modelleri dikkate almışlardır. Dolayısıyla oluşturulan matematiksel modellerin yeterliği ve etkililiği doğrudan öğrencilerin çizimleri ve ölçümlerine dayalı olmuştur. Öğrencilerin çoğu bir ölçüde ya da tamamen yeterli matematiksel modeller oluştursalar da, bu konuda yetersiz kalan öğrencilerin sıkıntıları alan yerine çevre modelini kullanmalarından kaynaklanmıştır. Bir yüzeyi boyama o yüzey alanını kaplamayı gerektirdiğinden, bu konuda zorluk yaşayan öğrencilerin dikdörtgenin alanına ilişkin kavramsal bilgi eksiklikleri olduğu düşüncesi ortaya çıkmıştır. Benzer şekilde Doig, Cheeseman ve Lindsay (1995) ile Reys, Suydam ve Lindquist

(1984) de öğrencilerin çevre ve alanı karıştırdıklarını ve bunun yaygın bir durum olduğunu ifade etmiştirler.

Özaltun, Hıdıroğlu, Kula ve Bukova Güzel (2013) modelleme sürecinin basamaklarında kullanılan gösterim şekillerini belirledikleri çalışmalarında, matematiksel model oluşturmaya karşılık gelen matematikselleştirme ve üst matematikselleştirme basamaklarında cebirsel ve sözel gösterimlerin tercih edildiğini ifade etmiştirler. Bu çalışmada ise öğrencilerin matematiksel modelleri oluştururken sözel gösterimden ziyade, cebirsel, tablo ile ve şekilsel olmak üzere üç farklı gösterimden yararlanmış olması da dikkat çekici bir bulgu olmuştur.

Matematiksel olarak çalışma yaklaşımları oluşturulan alan modellerinin doğru bir şekilde çözülerek doğru sonuçlara ulaşılmasını gerektirmektedir. Bu süreçte öğrencilerin birimleri yanlış ifade ettikleri görülmüş ve bu durum kullandıkları matematiksel dili olumsuz etkilemiştir. Genel olarak uzunluk, çevre ve alan birimlerini birbiriyle karıştıran öğrencilerin en çok alanı hesapladıktan sonra alan yerine uzunluk birimini kullandıkları görülmüştür. Hatta benzer durum gerçek model oluştururken duvar kenarlarının uzunluklarını cm^2 cinsinden ifade etmelerinde de ortaya çıkmıştır. Bu bulguya paralel olarak yapılan çalışmalar öğrencilerin alanı doğrusal ölçümlerle ilişkilendirme eğiliminde olduklarını belirtmektedirler (Dicksons, 1989; Marshall, 1997; Nunes, Light, ve Mason, 1993; Simon ve Blume, 1994; Tan Şişman ve Aksu, 2016). Dolayısıyla öğrencilerin modellemenin ötesinde alanı doğrusal ölçümlerle ilişkilendirmeye bağlı yanılgılara sahip oldukları düşünülmektedir.

Öğrencilerin hepsi matematiksel sonuçları yorumlarken bir şekilde gerçek yaşam ile ilişkilendirme yapmaya çalışmış fakat söz konusu ilişkilendirmenin yeterlik düzeyleri her bir öğrenci için değişiklik göstermiştir. Söz konusu ilişkilendirmede her ne kadar piyasadaki boya fiyatları göz önünde bulundurulsa da, en büyük sıkıntı öğrencilerin boya miktarını ve fiyatını belirlerken sadece matematiksel bağlamı ele almalarından kaynaklanmıştır. Öğrenciler elde ettikleri sayısal sonuçlara dayalı bir orantı kurmaya çalışmışlardır. Bu durum, modelleme sürecindeki yorumlama eyleminin gereği olarak sayısal sonuçları gerçek yaşam bağlamında sorgulayamadıklarını göstermiştir. Bunun yanında öğrencilerin piyasadaki boya fiyatları ve gerekli malzemeleri belirlemek için yaptıkları araştırmaların doğrudan yorumlama yaklaşımlarını etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenciler ne kadar gerçekçi verilere ulaştılarsa o kadar etkili yorumlamalar yapmışlardır. Bu durum Borromeo Ferri'nin (2006) yorumlamanın öğrenciler tarafından genellikle göz ardı edildiği ifadesiyle çelişmektedir. Benzer şekilde farklı seviyede öğrenci gruplarıyla çalışmalar gerçekleştiren araştırmacıların (Blum, 2011; Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula ve Bukova Güzel, 2014; Maaß, 2006; Tekin Dede ve Yılmaz, 2013; Peter Koop, 2004; Sekerak, 2010) yorumlamanın en çok zorlanılan ve çoğu zaman es geçilen bir süreç olduğu bulgusuyla da tezat oluşturmaktadır. Çalışmanın birçok modelleme araştırmasından farklı olan bu sonucu, modelleme probleminin bağlamının öğrencilerin "gerçekten" gerçek yaşamlarında anlamlandırabildikleri bir durumu içermesi ve araştırma yaparak gerekli bilgilere ulaşabilmelerinden kaynaklanmıştır. Dolayısıyla modelleme sürecinde gerçek yaşam deneyimine sahip olma veya söz konusu deneyim yoksa araştırma yaparak gerekli bilgi ve donanıma ulaşabilme olanağına sahip olma önemlidir. Bunun yanında öğrencilerin yorumlamayı etkili bir şekilde yapabilmiş olmaları sekizinci sınıf öğrencilerinin kolayca oluşturmaları beklenen bir model (alan modeli) oluşturmalarından da kaynaklanmış olabilir. Çalışmada modelleme probleminin kısıtlı bir ders saatinde uygulanması yerine, öğrencilerin okul dışında araştırma yapmalarına imkan tanıyan uzun süreli bir uygulamayı içermesi de önemli görülmektedir. Bu durum Carlson, Larsen ve Lesh'in (2003) de ifade ettiği gibi, modelleme uygulamalarında herhangi bir kısıtlama yapılmaksızın öğrencilere gereksinim duydukları kadar zaman verilmesi durumunda daha başarılı yaklaşımlar sergileyecekleri ifadesiyle paralellik göstermektedir.

Herhangi bir gerçek yaşam problemi üzerinde çalışmamış ya da modelleme süreci deneyimi kazanmamış öğrencilerin, modelleme basamaklarında doğru ve uygun bir şekilde çalışmış olmaları dikkat çekicidir. Bu durumun sebepleri problem bağlamının öğrenciler için anlamlı bir senaryoyu içermesi, araştırma yaparak gerçekçi verilerden faydalanma olanağına sahip olmaları, problem metninde aşama aşama öğrencilerden beklenenlerin belirtilmiş olması ve araştırmalara dayalı olarak çözüm üretmek için yeterli zamana sahip olmaları olarak düşünülmektedir. Bu bağlamda gelecek çalışmalarda öğrenciler için "gerçekten" gerçek yaşamlarında anlamlandırabilecekleri durumları içeren problemler üzerinde çalışmaları, zaman kısıtlaması olmadan farklı veri kaynaklarından araştırma yapmaları ve hatta doğrudan okul dışı uygulamaların gerçekleştirilmesi yoluyla öğrencilerin etkili ve zengin modelleme yaklaşımları sergileyebilecekleri düşünülmektedir. Bunun yanında üç boyut ve iki boyut arasındaki geçişlerin aktif olarak sağlandığı gerçekçi bağlamların sunulmasıyla, uzamsal becerilerinin modelleme sürecinde daha çok etkili olmasının sağlanabileceği ve hatta söz konusu bağlamlar sayesinde uzamsal becerilerin de geliştirilebileceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

Anhalt, C., & Cortez, R. (2015). Mathematical modeling: A structured process. *Mathematics Teacher, 108*(6), 446–452.

Berry, J., & O'Shea, T. (1982). Assessing mathematical modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 13*(6). 715-724.

Blomhøj, M. (2008). Different perspectives on mathematical modelling in educational research – Categorising the TSG21 papers. *Electronic Proceedings of the Eleventh International Congress on Mathematical Education ICME 11*(pp. 1-13). Mexico.

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (pp. 222-231). Chichester: Hollywood

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied Mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 37-68.

Blum, W. (1991). Applications and modelling in mathematics teaching – A review of arguments and instructional aspects. In M. Niss, W. Blum, & I. Huntley (Eds.), *Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (pp. 10-29). Chichester: Ellis Horwood.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 15-30). New York: Springer.

Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be thought or learned?. *Journal Of Mathematical Modelling And Application, 1*(1), 45-58.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, *38*(2), 86-95.

Borromeo Ferri, R., Kaiser, G., & Blum, W. (2011). Mit dem taxi durch die welt des mathematischen modellierens. In T. Krohn, E. Malitte, G. Richter, K. Richter, S. Schöneburg, & R. Sommer (Eds.), *Mathematik für Alle. Wege zum Öffnen von Mathematik – Mathematikdidaktische Ansätze* (pp. 35-47). Franzbecker: Hildesheim.

Bukova Güzel, E. (Ed.). (2016). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme.* Ankara: Pegem Akademi.

Carlson, M., Larsen, S., & Lesh, R. (2003). Integrating a models and modeling perspective with existing research and practice. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.). *Beyond Constructivism:*

Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching (pp. 465-478). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Chan, C. M. E., Ng, K. E. D., Widjaja, W., & Seto, C. (2012). Assessment of primary 5 students' mathematical modelling competencies. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, 35*(2), 146-178.

Clements, D. (1998). *Geometric and spatial thinking in young children*. State University of New York, Buffalo, New York.

Clements, D. H., & Mcmillen, S. (1996). Rethinking “concrete” manipulatives. *Teaching Children Mathematics, 2(5)*, 270-279.

Dicksons, L. (1989). Area of a rectangle. In K. Hart, D. Johnson, M. Brown, L. Dickson, & R. Clarkson (Eds). *Children’s mathematical frameworks 8-13* (pp. 89-125). Slough, England: NFER-Nelson.

Diezmann, C. M., & Lowrie, T. (2011). Learning to think spatially: What do students ‘see’ in numeracy test items?. *International Journal of Science and Mathematics Education, 10*, 1469-1490.

Doig, B., Cheeseman, J., & Lindsay, J. (1995). The medium is the message: Measuring area with different media. In B. Atweh, & S. Flavel (Eds.), *Galtha: Proceedings of the 18th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australia*, Vol. 1 (pp. 229-240). Darwin, Australia: Mathematics Education Research Group of Australia.

Eryaman, Z. (2009). *A study on sixth grade students’ spatial reasoning regarding 2D representations of 3D objects*. (Unpublished masters’ thesis), Middle East Technical University, Ankara.

Galbraith, P. L., & Clatworthy, N. J. (1990). Beyond standard models: meeting the challenge of modelling. *Educational Studies in Mathematics, 21*(2), 137-163.

Guilford, J. P., & Zimmerman, W. S. (1948). The Guilford-Zimmerman aptitude survey. *Journal of Applied Psychology, 32*(1), 24-35.

Hegarty, M., & Waller, D. (2004). A dissociation between mental rotation and perspective-taking spatial abilities. *Intelligence, 32*, 175–191.

Hıdıroğlu, Ç. N., Tekin Dede, A., Kula, S. ve Bukova Güzel, E. (2014). Öğrencilerin kuyruklu yıldız problemine ilişkin çözüm yaklaşımlarının matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelenmesi. *E-Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31*, 1-17.

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM, 38*(3), 302-310.

Kaiser, G. (2005). Introduction to the working group “Applications and Modelling”. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the 4th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 4* (pp. 1611-1622). Spain: FUNDEMI IQS – Universitat Ramon Llull.

Kaiser, G., Schwarz, B., & Tiedemann, S. (2010). Future teachers’ professional knowledge on modeling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students’ Mathematical Modeling Competencies* (pp. 433-444). New York: Springer.

Kalay, H. (2015). *7. sınıf öğrencilerinin uzamsal yönelim becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Keck, H. L. (1996). *The development of an analytic scoring scale to assess mathematical modelling projects*. (Unpublished doctoral dissertation). Missoula (MT): University of Montana.

Kozhevnikov, M., & Hegarty, M. (2001). A dissociation between object manipulation spatial ability and spatial orientation ability. *Memory & Cognition, 29*, 745–756.

Krippendorff, K. (1980). *Content analysis: An introduction to its methodology*. Beverly Hills, CA: Sage Publications.

Kurtuluş, A. ve Yolcu, B. (2013). A study on sixth-grade Turkish students' spatial visualization ability. *The Mathematics Educator, 22*(2), 82-117.

Leong, K. E. (1998). Assessment of mathematical modeling. *Journal of Mathematics Education at Teachers College, 3*(1), 61-65.

Lesh, R., & Caylor, B. (2007). Introduction to special ıssue: Modeling as application versus modeling as a way to create mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 12*(3), 173-194.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought revealing activities for students and teachers. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 591-646). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R., Doerr, H. M., Carmona, G., & Hjalmarson, M. (2003). Beyond constructivism. *Mathematical Thinking and Learning, 5*(2), 211-234.

Lesh, R., Young, R., & Fennewald, T. (2010). Modeling in K-16 mathematics classrooms and beyond. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 275 –283). New York: Springer.

Lin, C.-H., Chen, C.-M., & Lou, Y.-C. (2014). Developing spatial orientation and spatial memory with a treasure hunting game. *Educational Technology & Society, 17*(3), 79–92.

Lohman, D. F. (1979). *Spatial ability: individual differences in speed and level (Technical report No:9)*. Stanford, CA: Aptitude Research Project, School of Education, Stanford University.

Maaß, K. (2005). Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematic classes- results of an empirical study. *Teaching Mathematics and its Applications, 2*(3), 1-16.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM, 38*(2), 113-142.

Maaß, K., & Mischo, C. (2011). Implementing modelling into day-to-day teaching practice-the project STRATUM and its framework. *Journal Für Mathematik-Didaktik, 32*(1), 103-131.

Marshall, L. (1997). *Year 7 students' understanding of the relationship between area and perimeter.* Retrieved from http://ro.ecu.edu.au/ theses/900 Master of Education, Faculty of Education, Edith Cowan University.

McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal and neurological ınfluences. *Psychological Bulletin*, *86*(5), 889-918.

Miles, M. B., & Huberman, M. A. (1994). *Qualitative analysis: An expanded sourcebook*. Thousand Oaks, CA: Sage.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Nunes, T., Light, P., & Mason, J. (1993). Tools for thought: the measurement of length and area. *Learning and Instruction, 3*, 39-54.

Okagaki, L. R., & Frensch, P. A. (1996). Effects of video game playing on measures of spatial performance: Gender effects in late adolescents. In P. Greenfield & R. Cocking (Eds.), *Interacting with video* (pp. 115-140) Norwood, NJ: Ablex Corporation.

Olkun, S. (2003). Making connections: improving spatial abilities with engineering drawing activities. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, 1–10.

Özaltun, A., Hıdıroğlu, Ç. N., Kula, S. ve Bukova Güzel, E. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının modelleme sürecinde kullandıkları gösterim şekilleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(2), 66-88.

Peter Koop, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms: pupils' interactive modelling processes. In I. Putt, R. Farragher, & M. McLean (Eds.), *Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010 (Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australia*) (pp. 454-461). Townsville, Queensland: MERGA.

Pollak, H. (1979). *The interaction between mathematics and other school subjects*. UNESCO (Ed.). New Trends in Mathematics Teaching IV. Paris.

Reys, R., Suydam, M., & Lindquist, M. (1984). *Helping children learn mathematics*. New Jersey: Prentice-Hall.

Schwarz, B., & Kaiser, G. (2007). Mathematical modelling in school – Experiences from a project integrating school and university. In D. Pitta-Pantazi, & G. Philippou (Eds.), *CERME 5 – Proceedings of the fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2180-2190). Larnaca, Cyprus.

Simon, M. A., & Blume, G. W. (1994). Building and understanding multiplicative relationships: a study of prospective elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(5), 472-494.

Tan Şişman, G. ve Aksu, M. (2016). A study on sixth grade students' misconceptions and errors in spatial measurement: Length, area, and volume. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *14*, 1293–1319.

Tekin Dede, A. ve Bukova Güzel, E. (2018). A rubric development study for the assessment of modeling skills. *The Mathematics Educator*, in press.

Tekin Dede, A. ve Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(3), 185-206.

Turğut, M. (2007). *İlköğretim II. kademede öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin incelenmesi.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse: The Netherlands: Swets & Zeitlinger.

Weber, R. P. (1985). *Basic content analysis, quantitative applications in the social sciences.* Beverly Hills, CA: Sage Publications.

Yin, R. K. (1987). *Case study research design and methods*. London: Sage Publications Inc.

Yolcu, B. ve Kurtuluş, A. (2010). A study on developing sixth-grade students' spatial visualization ability. *Elementary Education Online, 9*(1), 256-274.

EXTENDED ABSTRACT

Instruction

NCTM (2000) emphasizes the need for students to use mathematics in solving real life problems and the use of mathematical modelling in this process. When the modelling studies in the literature are examined, it is seen that many modelling tasks are developed. Although these modelling tasks are claimed as taken from real life, it is important to discuss how this reality is perceived by students. This perception is explained by Lesh and his colleagues that the necessity of personal meaningfulness in modelling (Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000). To ensure the reality of the problems, it is stated that problems should include situations that can be understood by students based on their existing knowledge and experiences (Lesh, & Caylor, 2007; Lesh, et al., 2003; Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000). In the painting problem used in this study, students need to calculate the amount of paint and the cost to paint the walls of their rooms. Therefore, the painting problem is a kind of modelling task appropriate to the 'reality' expressed in the literature because its content can be meaningful for students and they will have a curiosity to reach a solution. In addition to this, this problem also requires students to use their spatial orientation skills (Clements, 1998) effectively. In this context, the aim of the study is to reveal students' solution approaches to a real life problem by considering their modelling and spatial orientation skills.

Method

The participants of this case study consist of twenty-five 8th grade students who do not study on any modelling problem before. The data collection tool of the study is the painting problem developed by the researcher. The problem contains the use of skills such as measuring length, measuring area, calculating the area of the rectangle, using square centimetre and square meter, recognizing the rectangular prism and determining its basic elements, and drawing two dimensional views of rectangular prism in different directions. It also requires students to switch from two dimensions to three dimensions by using their spatial orientation skills. A task-specific rubric was developed to analyse the students' solutions. In the rubric, the students' posters were examined towards the stages of the modelling process as real model construction, mathematical model construction, working mathematically and interpreting results according to real life.

Results

All students except for three could construct the real model, that is, they could determine the wall lengths by drawing the walls of the rooms. While almost half of the students did not have any problems in creating the real model, the rest experienced problems especially in drawing the walls and determining the side lengths. These problems stemmed from the fact that they could not relate the room walls to the ceiling, in other words, they could not consider their spatial orientation skills. Therefore, students could not imagine their rooms as a prism. All students, except for six students, could construct mathematical models partially or completely. They based their mathematical models directly on their real models, in other words, on their drawings. They used the rectangle area formula to calculate the area of each wall and ceiling. Since some students made mistakes in determining the areas of the windows and doors, did not consider some wall areas, and did not calculate the areas appropriate to the real models, they were evaluated as constructing partly adequate mathematical models. It was observed that the students who constructed the correct mathematical models removed the areas that would not be painted. All of the students who constructed wrong mathematical models were considered to have inadequate working mathematically approaches either because they worked on the wrong models or because they made calculation errors. In addition, they had difficulty in expressing the length units while both constructing and solving models. These difficulties came to the contrary by not expressing the length units at all or by mixing the length units with the area units. When the students' solution approaches were evaluated, it was found that the most inadequate approach was to interpret the results according to the real life. This inadequacy was caused by not associating or misidentifying the amount of paint with the area. Therefore, the cost of painting was also determined to be incorrect. Some students, while determining the amount of paint depending on the area, made a rather unrealistic interpretation by making a direct proportion instead of considering the standard paint boxes and their quantities. For this reason, the interpretation approaches of the students were evaluated as partly adequate. Some students interpreted the obtained results based on the amount of paint sold on the market, and these realistic approaches were evaluated as adequate.

Discussion and Conclusion

The real models required for the solution of the problem consisted of the drawings that the students made in accordance with the walls of the rooms. When the focus was the real models, it was understood that the students working on concrete objects could better use their spatial skills as the literature stated. The adequacy and effectiveness of the constructed mathematical models were based directly on the drawings and measurements of the students. While they constructed mathematical models, they used three different representations which were algebraic, tabular and graphical rather than verbal representations in this study. In the working mathematically process, the students were seen to misrepresent the units and this affected negatively the mathematical language they used. Generally, the students who mixed length, perimeter and area units used length unit instead of area unit after calculating the area. While they could not justify the numerical results in the context of real life as a consequence of the interpretation in the modelling process, the out-school research which the students conducted to determine the paint prices and materials in the market affected their interpretation approaches directly. The more realistic data the students got, the more effective interpretations were made.

Ek 1. Badana Problemi

Sevgili öğrenciler,
Sizden odanızı boyamanız istenmektedir. Bunun için öncelikle odanızın duvarlarını ölçerek, boyanacak toplam alanı hesaplamanız gerekmektedir. Bu hesaplamaları yaparken odanızın her bir duvarını ayrı ayrı göz önünde bulundurup bir kağıda çizmeniz gerektiğini ve her bir çizim üzerinde uzunlukları göstermeniz gerektiğini unutmayınız.

Odanızı hangi renge boyamak istersiniz?
Boyamanız gereken toplam duvarın alanını hesapladıktan sonra ne kadar boya almanız gerektiğine karar vermelisiniz. Bu kararı verdikten sonra istediğiniz rengi ve boya özelliklerini seçerek hangi boyadan ne kadar almanız gerekeceğini hesaplayınız. Son olarak kaç para harcayacağınızı da hesaplamalısınız!

Tüm hesaplamalarınızı yaptıktan sonra, tüm **çizim**lerini, **hesaplama**larını, seçtiğiniz boyanın **özellikleri ile fiyatı**nı, almanız gereken **boya miktarı**nı ve toplam yapacağınız **harcama**yı gösteren bir poster hazırlamanız beklenmektedir.

Bu çalışmayı başarılı bir şekilde tamamlamanız için aşağıdaki açıklamalara mutlaka dikkat etmelisiniz:1. 1. Çalışmanızı nasıl gerçekleştireceğinizi adım adım planlayınız.
2. Öncelikle odanızın birkaç açıdan fotoğrafını, sonra da tüm duvarların ayrı ayrı fotoğraflarını çekiniz. Çekiğiniz fotoğrafları ödevinize eklemeyi unutmayınız.
3. Tüm duvarların gerçeğine uyacak şekilde ayrı ayrı çizimlerini yaparak, üzerinde ölçtüğünüz uzunlukları gösteriniz. Bu ölçümleri yaparken aile bireylerinizden yardım alabilirsiniz.
4. Seçeceğiniz boyanın rengi ile özelliklerini ve bu boyanın resmini de eklemeyi unutmayınız. Kullanacağınız boyanın seçimi ve fiyatıyla ilgili araştırma yapmak için, yapı marketlere ve boyacılara gidebilir ya da internet üzerinden araştırma yapabilirsiniz. Bu araştırmaları yaparken aile bireylerinizden yardım alabilirsiniz.
5. Çalışmanızı görsel materyallerle desteklemeyi unutmayınız.
6. Çalışmanızda kullandığınız kaynakları mutlaka belirtiniz.

Çalışmanın Değerlendirilmesi

Çalışmanız aşağıdaki kriterlere göre değerlendirilecektir:

- İçerik (Problemi doğru anlama, gerçek verileri matematiksel olarak sunma, matematiksel işlemler yapma, elde edilen sonuçları gerçek yaşama uygun olarak yorumlama),
- Çizim (Her bir oda duvarının çizimi, uzunluklarının üzerinde gösterimi),
- Gerçeklik (Çizimlerin, uzunlukların, boya miktarının, boya fiyatlarının gerçek verilere uygun olması),
- Araştırma süreci (Boya seçimiyle ilgili araştırma yapma, bilgiyi toplama ve bir araya getirme),
- Yazım ve noktalama (Yazım ve noktalama kurallarına uyma ve sözcükleri doğru yazma),
- Çalışmanın ilgi çekiciliği (Akıcılık, özgünlük, gerçek yaşama uygunluk ve görsel materyallerden yararlanma),
- Poster hazırlama (Açıklayıcı bilgilere yer verme, görsel ve içeriksel açıdan yeterli olma),
- Zaman kullanımı (Görevi verilen sürede tamamlama).