

## Wiener sistemlerinin gradyan tabanlı tanımlaması Gradient based identification of wiener systems

İbrahim ALIŞKAN<sup>1\*</sup> 

<sup>1</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Zonguldak, Türkiye.  
ialiskan@beun.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 26.01.2018, Kabul Tarihi/Accepted: 18.10.2018

\* Yazışılan yazar/Corresponding author

doi: 10.5505/pajes.2018.65392

Özel Sayı Makalesi/ Special Issue Article

### Öz

Tek bir bloktan oluşan sistemlerde geribesleme ile kontrol ve giriş-çıkış ilişkisinin kurulması klasik kontrolde yaygın olarak görülmektedir. Fakat doğal sistemler göz önüne alındığında çok bloklu yapılar ve bu bloklar içerisinde de lineer olmayan fonksiyonlar görülür. Bu çalışmanın konusu, giriş işaretinin lineer bloka uygulandığı ve çıkışın lineer olmayan fonksiyondan alındığı sistem yapısı olan Wiener tipi sistemlerin tanımlamasıdır. Durum geribeslemenin mümkün olmadığı bu sistem tipinde tanımlama ile farklı kontrol algoritmalarının kullanımı mümkündür. Sistem tanımlamada harici girişli otoregresif ağ (ARX)-polinom kaskad bağlantısı tercihi ile en küçük kareler yöntemi ve eğim bilgileri sayesinde sistemin giriş-çıkışı arasındaki matematiksel ilişki elde edilmiştir. Üç farklı örnek sistem üzerinde çalışmalar yapılmış, MATLAB/Simulink ortamında veri kümeleri elde edilmiş ve yapılan sistem tanımlamalarının başarımları grafikler ile sunulmuştur.

**Anahtar kelimeler:** Wiener sistemleri, Sistem tanımlama, Doğrusal olmayan sistemler

### Abstract

In systems consisting of a single block, the establishment of feedback control and input-output relationship is common in classical control. However, considering natural systems, there are many block structures and non-linear functions within these blocks. The subject of this study is the identification of Wiener type systems, which is the system structure in which the input signal is applied to the linear block and its output is taken from the nonlinear function. It is possible to use different control algorithms with identification in this type of system where state feedback control is not possible. In system identification, the mathematical relationship between the input and output of the system has been obtained by the choice of auto regressive with exogenous inputs (ARX)-polynomial cascade connection with using the least squares method and gradient information. Three different benchmark systems have been studied in MATLAB/Simulink and the performances of the identifications made with the dataset are presented graphically.

**Keywords:** Wiener systems, System identification, Nonlinear systems.

## 1 Giriş

Kontrol edilmek istenilen sistemin giriş-çıkış parametreleri arasındaki ilişkinin matematiksel olarak ortaya konulması gereklidir. Bu ilişki basit lineer denklemlerden oluşabileceği gibi lineer olmayan denklemlerden de oluşabilir. Doğal sistemler için ise durum biraz daha karmaşık yapıya bürünmektedir. Artık karşımıza kaskad bağlı bloklar (alt sistemler-matematiksel ifadeler) çıkmaktadır. Olayı daha da ileriye götürmemiz durumunda ardışık bağlı bloklar arasında lineer olmayan fonksiyonların var olduğu görülür. Kaskad bağlı sistem yapıları lineer fonksiyon-lineer olmayan fonksiyon bloklarının birbirlerine göre konumlarına bağlı olarak isimlendirilirler. Giriş işaretinin doğrudan lineer olmayan bloka uygulandığı ve çıkışın lineer olan bloktan alındığı yapılar Hammerstein sistem yapısı olarak adlandırılır [1]-[3]. Eğer giriş işareti lineer olan bloka uygulanır ve çıkış lineer olmayan fonksiyondan alınır, bu defa Wiener tipi sistem söz konusu olur [4]-[6]. Bunlarında ötesinde iki lineer blok arasına sıkıştırılmış lineer olmayan fonksiyondan oluşan Wiener-Hammerstein modeli veya iki lineer olmayan fonksiyon arasına sıkıştırılmış Hammerstein-Wiener modeli doğal sistemler için kullanılan kaskad yapılarıdır [7],[8]. Bu yapılardan özellikle Wiener modeli hakkında şu durum ifade edilebilir, tersi alınamayan lineer olmayan fonksiyonlar söz konusu olduğunda istenilen her sistem değişkenine doğrudan ölçüm veya ölçülebilen değişkenler üzerinden ulaşmak mümkün olamaz. Bu nedenle de geribesleme anlamında bir sorunla yüz yüze gelinmektedir.

Yukarıda bahsedilen sistem yapıları söz konusu olduğunda mekanistik modeller yerine sistemin giriş-çıkış verilerinden elde edilen deneysel modeller tercih edilir. Özellikle proses kontrol alanında deneysel modeller tercih edilmektedir [9],[10]. Benzer şekilde ölçüm zorlukları nedeni ile elektrik-elektronik alanında da deneysel model yapıları kullanılır [11]. Deneysel veriden Wiener sistem eşdeğerinin elde edilmesine yönelik çalışmalarda farklı yaklaşımlar mevcuttur. Sistemin mekanistik modelinde mevcut olan bloklara eşdeğer matematiksel fonksiyonlar ile zaman serilerinin kaskad bağlantısı oldukça tercih edilen bir yöntemdir [12],[13]. Tahmin söz konusu olduğunda adı geçmesi beklenen yapay zeka içerikli deneysel modeller de literatürde görülebilir. Yapay sinir ağı ile zaman serisinin ardışık bağlantısı veya çoklu paralel yapay sinir ağları model oluşturma yolunda farklı çalışmalarda kullanılmıştır [14],[15]. Yine petrol rafinerisi gibi karmaşık bir prosesin modellenmesinde matematiksel modele ihtiyaç duymayan bulanık mantıktan faydalanılmıştır [16]. Bu çalışmaların tümünde modellenmek istenilen sistemin karmaşık içyapısı harekete başlangıç nedeni olarak sunulmuştur.

Bu çalışmada, zaman serisi ile lineer olmayan fonksiyonun kaskad bağlantısından oluşan model yapısı tercih edilmiştir. Literatürde örnekleri mevcut olan model yapısının özgün yazılımla uygulaması yapılırsa, gömülü sistemlere adaptasyon ve nesnel yazılımlara modül olarak ekleme olanaklarına kavuşulur. Yazılımdan beklentimiz, model yapısını oluşturan hem zaman serisinin hem de lineer olmayan fonksiyonun katsayılarını gerçek sistemi ifade edecek şekilde optimize

edilebilmesidir. Temel yaklaşım olarak, en küçük kareler yönteminin kullanıldığı çalışmalar literatürde rahatlıkla bulunabilir [12],[13],[17],[18]. Oluşturulmak istenilen deneysel modelin katsayıları maliyet fonksiyonu üzerinden hataya yol açma oranlarına bağlı olarak cezaya tabi tutulurlar. Geçmişe bakıldığında, deneysel modeli oluşturmada işlem yükünün azaltılmasına ve performansı arttırmaya yönelik çalışmalar görülür [19],[20]. Buna karşılık, özellikle lineer olmayan fonksiyonda gerçek modele uygun dereceli fonksiyon seçimi en küçük kareler yöntemi ile yeterli düzeyde başarıyı sağlamaktadır [20],[21]. Üretilen deneysel modellerin temel amacı, bu modelleri denetleyici sisteminin bir parçası haline getirmektir. Deneysel model destekli model öngörülü kontrol (MÖK), uyarlamalı kontrol ve adaptif-PID kontrol Wiener sistem modellerine uygulanmıştır [4],[12],[19],[22].

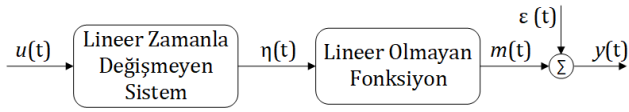
Çalışmanın kalan kısmında ilk olarak Wiener sistem yapısı sunulmuştur. Devamında ise Wiener sistem modelinin eşdeğeri olarak zaman serisi-lineer olmayan fonksiyon kaskad serisi ve bunların en küçük kareler yöntemi ile gradyan tabanlı optimizasyonu ortaya konulmuştur. Sunulan algoritmanın üç farklı örnek sistem üzerinde performansı Bölüm 3'te incelenmiştir. Son olarak, yaklaşımın başarıyı ve uygulanabilirliği ifade edilmiştir.

## 2 Wiener sistem modeli ve sistem tanımlama

Sistemin giriş ve çıkış işaretleri haricindeki işaretlerin doğrudan ölçülemediği sistem yapısıdır. Sistemin girişinde lineer blok ve bu bloğun çıktılarını kullanan lineer olmayan fonksiyonun seri bağlantısından oluşan yapıdır. Bu bölümde ilk olarak Wiener modelinin sistem dinamiğine göre hazırlanmış modeli ve daha sonrasında ise sistem tanımlama için kullanılacak olan ARX-lineer olmayan fonksiyon yapısı sunulmuştur. Devamında ise ARX modelin ve tanımlamada kullanılacak olan lineer olmayan fonksiyona ait katsayıların optimizasyonu matematiksel olarak ifade edilmiştir.

### 2.1 Wiener model yapısı

Wiener sistem modelinde giriş işareti veya işaretleri blok yapılı sistemin lineer sistem bloğuna uygulanır. Şekil 1'den görüldüğü gibi çıkış lineer olmayan fonksiyonun ürünüdür.



Şekil 1: Wiener modeli blok diyagramı.

Görseli verilen sistemin matematiksel ifadeleri aşağıda sunulmuştur.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$\eta(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2)$$

$$m(t) = f(\eta(t)) \quad (3)$$

$$y(t) = m(t) + \varepsilon(t) \quad (4)$$

Eşitliklerde  $x(t) \in R^{n \times 1}$  lineer zamanla değişmeyen altsistemin durum değişkenlerini,  $\eta(t) \in R^{1 \times 1}$  lineer sistemin çıkış işaretini,  $m(t) \in R^{1 \times 1}$  lineer olmayan fonksiyon çıkışı,  $\varepsilon(t) \in R^{1 \times 1}$  bozucuları ve ölçüm hatalarını ve  $y(t) \in R^{1 \times 1}$  lineer olmayan fonksiyonun çıkışı ile bozucuların toplamından oluşan Wiener model çıkışı temsil etmektedir. Şekilden görüldüğü

gibi bu tip bir sistemin durum geribesleme ile kontrol edilebilmesi için  $f^{-1}(\eta(t))$  mevcut olmalıdır. Ancak geçmiş çalışmalar incelendiğinde, derecesi birden büyük fonksiyonlar için bu durumun mümkün olmadığı ve sistem tanımlamanın tercih edildiği görülür [12],[19],[23].

### 2.2 Wiener modelinin parametre tanımlaması

Kara kutu olarak düşünülen Wiener sisteminin iç yapısındaki kaskad bağlı blokların özellikleri bilinmektedir. Sistem tanımlama yapabilmek için bu bloklara eşdeğer özellikli fonksiyonlar kullanılır ve matematiksel olarak veri kümesi üzerinden optimizasyona gidilir [12],[14],[23].

Lineer blok için eşdeğer fonksiyon olarak ARX modeli seçilmiştir. Modele ilişkin matematiksel ifadeler,

$$x(t) = b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + \dots + b_{lb} u(t-lb) - a_1 x(t-1) - a_2 x(t-2) + \dots + a_{la} x(t-la) \quad (5)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{la} q^{-la} \quad (6)$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{lb} q^{-lb} \quad (7)$$

$$x(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \quad (8)$$

eşitlikleri ile sunulur. İfadelerde  $la$  seri içerisinde kullanılan geriye dönük çıkış değişkeni sayısını ve  $lb$  seri içerisinde geriye dönük kontrol değişkeni sayısını vermektedir. ARX modelinde görülen  $q^{-1}$  zaman ekseninde geriye dönük kaydırma operatörüdür [12],[19],[24]. Tanımlama işlemleri örneklere dayalı olarak ilerlemektedir. Bu nedenle tanımlama eşitliklerinde  $t$  ayrık zamanı sembolize etmektedir.

Wiener modeli incelendiğinde sistem tanımlama için lineer bloka seri bağlanmış olan lineer olmayan fonksiyona karşılık fonksiyon atamasına da ihtiyaç olduğu görülür. Bu ihtiyacı giderme amaçlı olarak polinomlardan faydalanılır [13],[23],[24].

$$y(t) = \sum_{i=1}^k \gamma_i \left( \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \right)^i + \xi(t) \quad (9)$$

Denklem (9)'daki gibi bir polinom lineer olmayan fonksiyon olarak kullanılabilir [12],[13],[24]. Eşitlikte görülen  $\xi(t)$  beyaz Gaussian gürültüdür ve Şekil 1'de görülen  $\varepsilon(t)$ 'ye karşılık olarak tanımlama modeline alınmıştır.  $\gamma_i$  değerleri ise polinomun katsayılarıdır.

Zaman serisi ve lineer olmayan fonksiyon kaskad bağlantısı ile gerçek sistemin (bu çalışma için (1)-(4) ile verilen Wiener modelin) yalnızca giriş çıkış verileri kullanılarak matematiksel modeli kolaylıkla elde edilebilir. Ayrıca model öngörülü kontrol uygulamalarında kontrolör programı döngü süresi ARX modelin basit yapısı sayesinde kısaltılmış olur [12],[23],[25].

### 2.3 Sistem tanımlamada parametre optimizasyonu

Bu bölümde sistem tanımlama amaçlı olarak oluşturulan ARX serisinin ve polinom ifadesinin en küçük kareler yönteminden faydalanılarak optimizasyonu yapılmıştır. Maliyet fonksiyonunda kullanılabilmesi için  $A(q^{-1})$  ve  $B(q^{-1})$  serilerinin katsayılarını da içeren Denklem (10) ve Denklem (11) vektörleri üretilmiştir. Denklem (10)'da görüldüğü gibi

$\gamma_1 = 1$  seçimi ile ARX modelinin katsayıları  $\theta$ -vektörü içerisine alınmıştır.

$$\theta = [a_1 \quad \dots \quad a_{la} \quad b_1 \quad \dots \quad b_{lb} \quad \gamma_2 \quad \dots \quad \gamma_k]^T \quad (10)$$

$$\varphi = [-x(t-1) \quad \dots \quad -x(t-la) \quad u(t-1) \quad \dots \quad u(t-lb) \quad x^2(t) \quad \dots \quad x^k(t)]^T \quad (11)$$

Verilen eşitliklere göre oluşturulan tanımlama modelinin çıkış işaretini,

$$\hat{y}(t) = \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1) + \xi(t) \quad (12)$$

olarak sunulur [24]. Son eşitlikte sunulan  $\hat{y}(t)$  tanımlama modelinin çıkışıdır ve tahmini çıkış olarak da adlandırılır.

Tanımlama modelinin çıkışını ve veri kümesinde var olan gerçek sistem çıkışını içerisine alacak olan bir maliyet fonksiyonu ile en küçük kareler metodu optimizasyon için kullanılır. Buna göre; hata ve maliyet fonksiyonları sırasıyla Denklem (13) ve Denklem (14) ile sunulur.

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (13)$$

$$J(\hat{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e^2(t, \hat{\theta}) \quad (14)$$

Denklem (14)'ten görüldüğü gibi geriye dönük N-adet çıkış işaretini maliyet fonksiyonunda kullanılmıştır.

Hatayı minimize edebilmek için  $\hat{\theta}$  optimize edilmelidir. İteratif olarak optimize edilen katsayılar vektörü [24],

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \delta(k) R^{-1}(\hat{\theta}) h(\hat{\theta}) \quad (15)$$

eşitliği ile sunulur. Adım uzunluğu,  $\delta(t)$ , sabit değerli olabileceği gibi tasarımcıya bağlı olarak değişken değerli de olabilir. Maliyet fonksiyonunun Hessian matrisi olan  $R(\hat{\theta})$ , Denklem (16) ile hesaplanır. Denklemde sunulan yaklaşık eşitlik durumu hesaplamalarımıza ek kısıtlama getirmez.

$$R(\hat{\theta}) \approx \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{\partial e(t, \hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} \frac{\partial e^T(t, \hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} \quad (16)$$

Maliyet fonksiyonu gradyanı olan  $h(\hat{\theta})$ , Denklem (17) ile hesaplanır. Hatanın katsayılarına göre kısmi türevleri Denklem (18)-(20) eşitliklerinden elde edilir [12],[24].

$$h(\hat{\theta}) = \frac{\partial J}{\partial \hat{\theta}} = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N e(t) \frac{\partial e}{\partial \hat{\theta}} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \hat{y}(t)}{\partial a_i} = \left( \frac{B(q^{-1})}{A^2(q^{-1})} u(t-l) \right) \sum_{i=1}^k i \gamma_i \left( \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \right)^{i-1} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \hat{y}(t)}{\partial b_l} = \left( \frac{1}{A(q^{-1})} u(t-l) \right) \sum_{i=1}^k i \gamma_i \left( \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \right)^{i-1} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \hat{y}(t)}{\partial \gamma_i} = \left( \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \right)^i \quad (20)$$

Yukarıda verilen işlemler iteratif olarak belirlenen sayıda veya maliyet fonksiyonunun belirlenen değerin altına düşmesine kadar

tekrarlanarak sistem tanımlama gerçekleşir. Hataya bağlı olarak ilerleyen algoritma;

- i. Rassal olarak başlangıç  $\theta_0$ -vektörü atanır ve küçük değerli adım uzunluğu,  $\delta(0)$ , seçilir,
- ii. Veri kümesi ve  $\hat{\theta}$ -vektörü kullanılarak tahmini çıkış, hata ve maliyet fonksiyon değerleri hesaplanır,
- iii. Gradyan ve Hessian hesaplamaları yapılır,
- iv. Yeni  $\hat{\theta}$ -vektörü hesaplanır,
- v. Eğer  $J(\hat{\theta}(t)) < J(\hat{\theta}(t-1))$  ise adım uzunluğu küçültülür,
- vi. Eğer  $J(\hat{\theta}(t)) > J(\hat{\theta}(t-1))$  ise adım uzunluğu artırılır,
- vii. Hata istenilen değerin altına düşmüş veya maliyet fonksiyonu belirlenen değerin altına düşmüş ise sistem tanımlama sonlandırılır, aksi takdirde ikinci adıma dönülür

adımları ile özetlenir.

### 3 Model benzetimleri

Bu bölümde üç farklı sistem üzerinde MATLAB/Simulink ortamında yapılan benzetim çalışmaları ile yukarıda verilen iteratif sistem tanımlama algoritmasının başarımı test edilmiştir. İlk olarak Wiener sistem modeli ile sunulan proseslerin giriş-çıkış ölçüm değerlerinden oluşan veri kümeleri elde edilmiştir. Bu veriler ile sistem tanımlama algoritması kullanılarak eşdeğer modele (sistem tanımlama modeline) ulaşılmıştır. Rassal girişlere karşı gerçek sistemin (Wiener modeli) ve eşdeğer modelin çıkışları incelenerek hedeflediğimiz gibi aynı değerlerin elde edilip edilmediği gözlemlenmiştir.

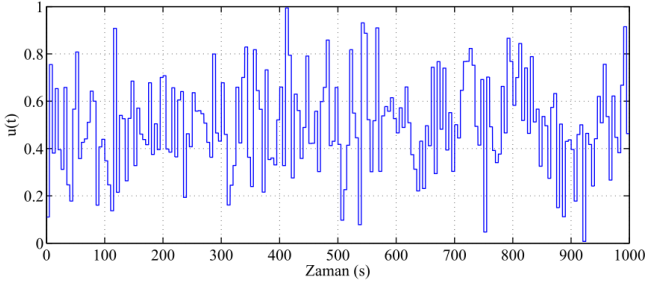
#### 3.1 Örnek sistem 1

İlk sistem olarak sıvı akış hızı kontrol valfi seçilmiştir. Sistemin lineer zamanla değişmeyen altsistemi ve lineer olmayan fonksiyon bileşenleri sırasıyla Denklem (21) ve Denklem (22) eşitliklerinde sunulmuştur [20].

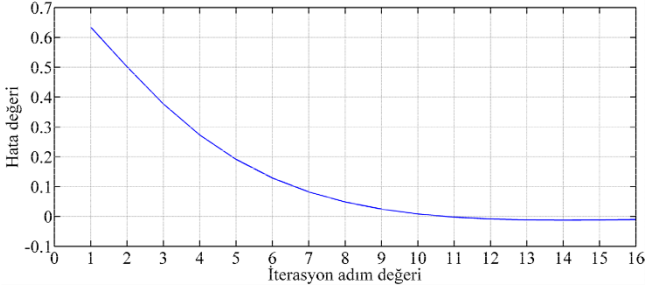
$$x(t) - 1.4138x(t-1) + 0.6065x(t-2) = 0.1044u(t-1) + 0.0883u(t-2) \quad (21)$$

$$y(t) = \frac{x(t)}{\sqrt{0.10 + 0.90x^2(t)}} \quad (22)$$

Örnekleme zamanı olarak 0.1 s seçilmiş ve 10.000 adet giriş-çıkış veri çifti elde edilmiştir. Veri kümesindeki 7.500 adet giriş-çıkış bilgisi kullanılarak Bölüm 2.3'te sunulan algoritma ile sistem tanımlaması yapılmıştır. Tanımlama için sabit adım uzunluk değeri,  $\delta = sbt$ , seçilmiştir. Şekil 2'de sisteme uygulanan giriş işaret değişimi verilmiştir. Şekil 3'te tanımlama süreci boyunca Denklem (13) ile verilen hatanın mutlak değer değişimi sunulmuştur. Şekil 4 ve Şekil 5'te valf bilgisi ile sistem çıkışı (Wiener modeli) ve tanımlama bilgisi ile de sistem tanımlama sonuçları verilmiştir. Ölçüm hataları ve bozucular göz önüne alınarak sıvı akış kontrol valfi çıkış işaretine beyaz Gaussian gürültü eklenmiştir. Şekil 5'te sunulan grafiksel yapı ile önerilen tanımlama algoritmasının başarımı görselleştirilmiştir. Bir başka performans göstergesi olarak ortalama karesel hata değeri de kullanılabilir. Şekil 4'teki valf ve tanımlama işaretleri arasındaki ortalama karesel hata değeri 0,0022'dir.

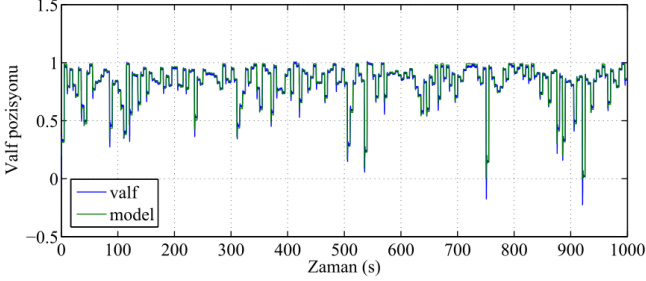


Şekil 2: Sıvı akış kontrol valfi giriş işareti.

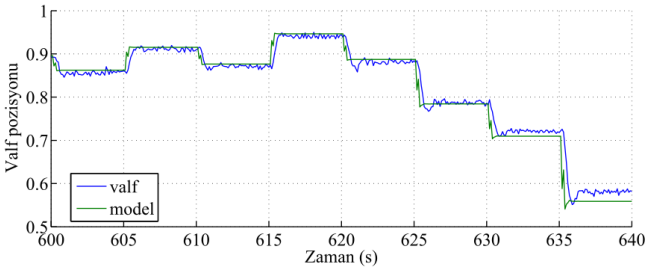


Şekil 3: Sıvı akış kontrol valfi tanımlama süreci hata işareti mutlak değeri değişimi.

Şekil 3'teki eğri incelendiğinde sabit değerli adım uzunluğunun etkisini görmek mümkündür. Eğrinin eğimine doğrudan etki eden parametre adım uzunluğu olduğuna göre, herhangi bir noktada (iterasyon adımında) kırılma (ani ve yüksek değerli eğim değişimi) mevcut değildir.



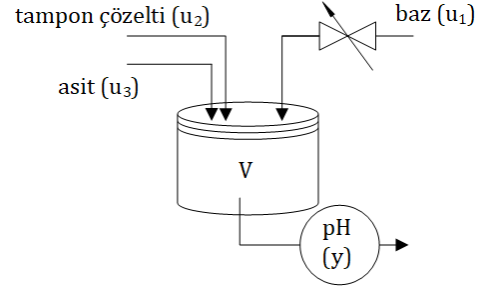
Şekil 4: Sıvı akış kontrol valfi tanımlama sonuçları.



Şekil 5: Sıvı akış kontrol valfi tanımlama sonuçları 600-640 s zaman dilimi yakından görünüm.

### 3.2 Örnek sistem 2

İkinci Wiener sistemi olarak pH nötralizasyon prosesi seçilmiştir [19],[23]. Proses, HNO<sub>3</sub> asidinin NaOH bazı ile NaHCO<sub>3</sub> tampon çözeltisi de kullanılarak nötralize edilmesi olarak verilebilir. Şekil 6 ile nötralleşme sürecinin görseli sunulmuştur.



Şekil 6: Asit-baz nötralizasyon süreci şematik gösterim.

Sistem girişleri; baz akış hızı ( $u_1$ ), tampon çözelti akış hızı ( $u_2$ ) ve asit akış hızı ( $u_3$ ) ile ifade edilmiştir. Nominal çalışma parametre değerleri Tablo 1 ile özetlenmiştir [23].

Tablo 1: Prosesle ait nominal çalışma koşulları.

Prosesle ait Parametre	Sayısal Değer
$u_1$	15.55 ml/s
$u_3$	0.55 ml/s
$u_3$	16.60 ml/s
$V$	2900 ml
$W_a$	$-4.32 \times 10^{-4}$ mol
$W_{a1}$	$-3.05 \times 10^{-3}$ mol
$W_{a2}$	$-3 \times 10^{-2}$ mol
$W_{a3}$	$3 \times 10^{-3}$ mol
$W_b$	$5.28 \times 10^{-4}$ mol
$W_{b1}$	$5 \times 10^{-5}$ mol
$W_{b2}$	$3 \times 10^{-2}$ mol
$W_{b3}$	0 mol
$pK_1$	6.35
$pK_2$	10.25

Baz akıntısı reaksiyon sabitleri  $W_{a1} - W_{b1}$ , tampon çözelti akıntısı reaksiyon sabitleri  $W_{a2} - W_{b2}$ , asit akıntısı reaksiyon sabitleri  $W_{a3} - W_{b3}$  ve atık su reaksiyon sabitleri  $W_a - W_b$  olarak verilmiştir. Asitin birinci ve ikinci çözünme sabitleri  $pK_1$  ve  $pK_2$  ile ifade edilmiştir. Atık su pH değerinin proses çıkışı,  $y(t)$ , olarak kabul edilmesi durumunda ortaya çıkan Wiener model fonksiyonları,

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u_1 + p(x)u_2 \quad (23)$$

$$h(x, y) = 0 \quad (24)$$

$$x = [x_1 \ x_2]^T = [W_a \ W_b]^T \quad (25)$$

$$f(x) = \left[ \frac{u_3}{V} (W_{a3} - x_1) \quad \frac{u_3}{V} (W_{b3} - x_2) \right]^T \quad (26)$$

$$g(x) = \left[ \frac{1}{V} (W_{a1} - x_1) \quad \frac{1}{V} (W_{b1} - x_2) \right]^T \quad (27)$$

$$p(x) = \left[ \frac{1}{V} (W_{a2} - x_1) \quad \frac{1}{V} (W_{b2} - x_2) \right]^T \quad (28)$$

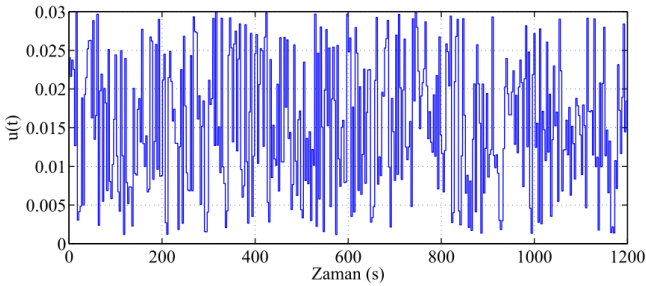
$$h(x, y) = x_1 + 10^{y-14} - 10^{-y} + x_2 \frac{1 + 2 \times 10^{y-pK_2}}{1 + 10^{pK_1-y} - 10^{y-pK_2}} \quad (29)$$

eşitlikleri ile sunulur.

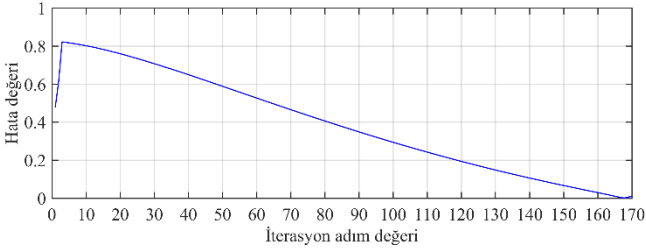
Tanımlama çalışmaları için 0.1 s örnekleme zamanı ile 12.000 adet giriş-çıkış veri çifti oluşturulmuştur. Toplam veri kümesi içerisindeki 9.000 adet giriş-çıkış veri çifti kullanılarak



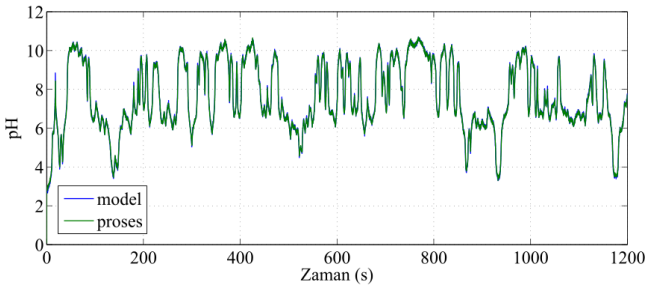
tanımlama yapılmıştır. Örnek verileri elde etme amaçlı rassal üretilmiş giriş işaret (baz akıntısı) değişimi Şekil 7'de görülebilir. Üçüncü iterasyona geçildiğinde adım uzunluk değeri değiştirilmiştir. Bu durum Şekil 8'de verilen hata değişimi grafiğinde üçüncü iterasyonda karşımıza çıkan kırılmadan tespit edilebilir. Toplam 168 iterasyon ile sistem tanımlama yapılmıştır. Şekil 9 ve Şekil 10'da proses ile Denklem (23)-(29) kullanılarak ifade edilmiş olan Wiener sistem çıkışı ve model ile iteratif çalışma sonucunda elde edilmiş olan tanımlama modelinin çıkışı görselleştirilmiştir. Benzetim sonuçları ortalama karesel hata değeri 0,0157'dir. Örnek Sistem 1 çalışmasında olduğu gibi Wiener sistem çıkışına bozucu ve ölçüm hatalarını temsilen beyaz Gaussian gürültü yüklenmiştir. Özellikle Şekil 10'a bakılarak tanımlama başarımı yakından görülebilir.



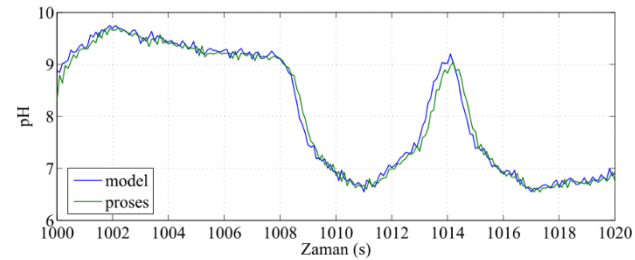
Şekil 7: Kimyasal nötralizasyon süreci giriş işareti.



Şekil 8: Kimyasal nötralizasyon prosesi tanımlama süreci hata işareti mutlak değeri değişimi.



Şekil 9: Reaktör çıkışı (atık su) pH değişimi.



Şekil 10: Reaktör çıkışı (atık su) pH değişimi 1.000-1.020 s zaman dilimi yakından görünüm.

### 3.3 Örnek sistem 3

Son olarak literatürde üzerinde çalışmalar yapılan farklı bir Wiener sistemi incelenmiştir. Bu sisteme ait lineer dinamik altsistemi Denklem (30)-(32) ve lineer olmayan fonksiyon Denklem (33) ile sunulmuştur [26].

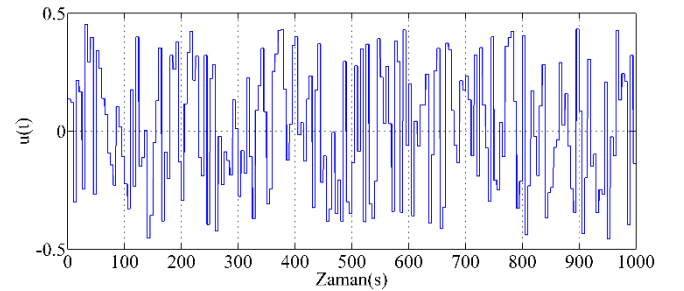
$$x(t) = \frac{B(z)}{A(z)}u(t) \quad (30)$$

$$A(z) = 1 - 0.2z^{-1} + 0.34z^{-2} \quad (31)$$

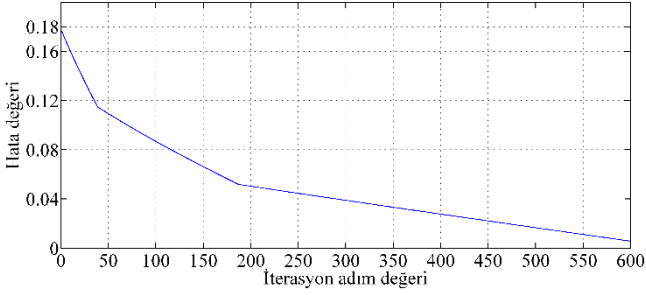
$$B(z) = 0.88z^{-1} + 0.51z^{-2} \quad (32)$$

$$f(x) = 1 + 0.5x^2(t) + 0.25x^3(t) \quad (33)$$

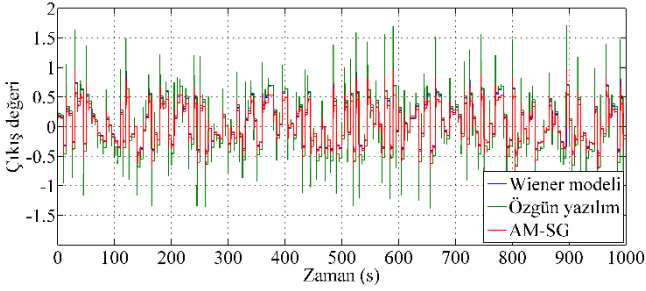
Sistem blokları arasında kalan  $x(t)$  değerleri ölçülemeyen veri (bilgi) durumundadır. Bu durumda sistem tanımlama ile gerçek sistemi taklit edebilecek bir model elde edilme yolu tercih edilebilir. Tanımlama için önceki örnek çalışmalarda olduğu gibi örnek veriye ihtiyaç duyulmaktadır. Genlikleri  $[-0.5,0.5]$  bandında yer alan 200 farklı rassal giriş işareti üretilmiştir. Şekil 11 ile üretilen rassal giriş işareti değişimi sunulmuştur. Örnek zamanı olarak 0.1 s seçilerek giriş işaretleri sisteme uygulanmış ve 10.000 giriş-çıkış örnek veri seti elde edilmiştir. Örnek verilerin 7.500 çifti gradyan tabanlı sistem tanımlamada kullanılmıştır. Bölüm 2.3'te sunulan algoritma ile sistem tanımlaması yapılmıştır. Tanımlama için değişken adım uzunluk değeri,  $\delta \neq sbt$ , seçilmiştir. Adım uzunluğunun değişim noktaları Şekil 12 ile sunulan hata işareti mutlak değeri değişimi grafiğinde görülen kırılma noktalarıdır. Örneğin iterasyon adımı 48'te  $\delta$ -değer değişimine gidilmiştir. Şekil 13 ve Şekil 14'te Wiener sistemi, yardımcı model-stokastik gradyan (AM-SG) sistem tanımlama modeli ve önerilen sistem tanımlama modeli (özgün yazılım) çıkış işaretleri verilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre; AM-SG yöntemi-Wiener modeli arasındaki ortalama karesel hata değeri 0,0177 ve Özgün yazılım-Wiener modeli arasındaki ortalama karesel hata değeri 0,0168'dir. Benzetim çalışmalarında ölçüm hatalarını ve bozucuları temsilen Wiener sistemi çıkışına beyaz Gaussian gürültü eklenmiştir. Şekil 14'ten pozitif değerli giriş işaretlerinde özgün yazılımın literatürde mevcut AM-SG tanımlamadan daha başarılı olduğu görülür. Aynı şekilde negatif değerli giriş işaretlerinde ise AM-SG tanımlama yönteminin daha başarılı olduğu anlaşılmaktadır. Özgün yazılım ve AM-SG yöntemi ile yapılan tanımlama çalışmalarının her ikisinde de 600 adımlık iteratif çalışma gerçekleştirilmiştir [26].



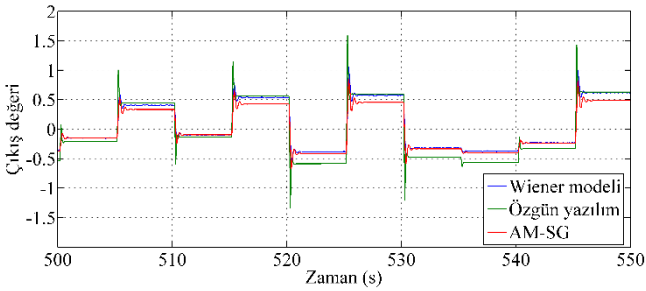
Şekil 11: Wiener sistemi giriş işareti zamanla değişimi.



Şekil 12: Sistem tanımlama süreci hata işareti mutlak değer değişimi.



Şekil 13: Wiener sistemi ve farklı tanımlama yöntemlerine ait çıkış işaretleri değişimi.



Şekil 14: Wiener sistemi ve farklı tanımlama yöntemlerine ait çıkış işaretleri 500-550 s zaman dilimi yakından görünüm.

#### 4 Tartışma

Günümüz benzetim programlarında, örneğin MATLAB, sistem tanımlama araç kutusu mevcuttur ve program kullanıcı tanımladığı model yapısının parametrelerini bu araç kutusunu kullanarak optimize edebilir. Program kullanıcı elinde var olan deney verilerini kullanarak bahsi edilen parametre optimizasyonunu yapacaktır. Ancak değişken çalışma koşulları ve yaşlanma durumunda araç kutusu ile elde edilen modelin hatası da artacaktır. MÖK sistem tanımlama ile elde edilen modelin üzerine kurulu bir denetleme tekniğidir. MÖK tipi bir denetleyici sistem tanımlama ile elde edilen modeli kontrol ufku boyunca ürettiği kontrol parametre değişimleri ile tahmin ufku boyunca çalıştırır ve elde edilen tahmini hatalara bağlı olarak ilk örnekleme anındaki kontrol parametre değişimini belirler [12],[14],[19]. Görüldüğü gibi elde ettiğimiz model tahmini hataları ve dolayısıyla da bu hatalara bağlı olarak kontrol işaretinde değişiklik yapacak olan MÖK tipi denetleyicinin performansını belirleyecektir. Eğer çalışma süresince model optimize edilebilirse, yaşlanma veya çalışma koşullarına bağlı ortaya çıkabilecek denetleyici performans hataları giderilebilir. Çalışma sırasında modelin optimize edilebilmesi için de özgün yazılıma ihtiyaç duyulur. Gelişen teknoloji ile birlikte çalışma sırasında modelin optimize edildiği

uyarlamalı MÖK çalışmaları literatürde yerini almıştır. Örneğin [27]'de sistem parametrelerindeki belirsizliklerle mücadele etme amacı ile adaptif yapay sinir ağı geliştirilmiş ve MÖK içerisinde tahmin modeli olarak kullanılmıştır. Başka bir çalışmada ise götüt prosesine ağırlıklı sürekli karıştırma reaktörü modeli uygulanmış ve Lyapunov fonksiyonu kullanılarak sistem tanımlama ile elde edilen model çalışma sırasında özgün yazılım ile optimize edilmiştir [28]. Her iki çalışmada MÖK performans artışı sayısal ve görsel veriler ile ortaya koyulmuştur. Literatür çalışmalarından anlaşılacağı üzere, şunmuş olduğumuz özgün yazılım ile uyarlamalı (adaptif) MÖK'lerin geliştirilmesine zemin hazırlanmıştır.

#### 5 Sonuçlar

Blok yapıli sistemlerde bir sorun olan sisteme ait tüm durumların ölçülememesi meselesini içeren bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Tahmin hataları üzerinden yürütülen iteratif sistem tanımlama yöntemi ile çıkışı lineer olmayan sistem modeli (Wiener sistem modeli) için giriş-çıkış ilişkisini veren eşdeğer modeller üretilmiştir. Bölüm 2.3'te verilen katsayılar matrisinin her bir parametresinin hesabında en küçük kareler yöntemi ve Levenberg-Marquardt metodundan yararlanılmıştır. Örnek Sistem 1-3 çalışmaları ile lineer olmayan fonksiyonları yapısında barındıran sistemlerin tanımlamaları yapılmış ve başarılı sonuçlara ait grafikler sunulmuştur. Örnek Sistem 3 çalışmasına literatürde mevcut yöntem olan AM-SG dahil edilerek geliştirilen özgün yazılım uygulama için yeterliliği gösterilmiştir. Ayrıca elde edilen model yapıları ile öngörülü kontrol ve uyarlamalı kontrol gibi tekniklerin ilgili sistemlere uygulanabilirliğine yönelik ilk adımlar bu çalışma ile atılmıştır.

#### 6 Kaynaklar

- [1] Jafari M, Salimifard M, Dehghani M. "Identification of multivariable nonlinear systems in the presence of colored noises using iterative hierarchical least squares Algorithm". *ISA Transactions*, 53 (4), 1243-1252, 2014.
- [2] Salhi H, Kamoun S. "A recursive parametric estimation algorithm of multivariable nonlinear systems described by Hammerstein mathematical models". *Applied Mathematical Modelling*, 39(16), 4951-4962, 2015.
- [3] Chang F, Luus R. "A nonlinear method for identification using Hammerstein model". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(5), 464-468, 1971.
- [4] Figueroa L, Cousseau JE, Werner S, Laakso T. "Adaptive control of a Wiener type system: application of a pH neutralization reactor". *Internasional Journal of Control*, 80(2), 231-240, 2007.
- [5] Chi Q, Fei Z, Liu K, Liang J. "Latent-variable nonlinear model predictive control strategy for a pH neutralization process". *Asian Journal of Control*, 17(6), 2427-2434, 2015.
- [6] Guo J, Yin LY, Zhao Y, Zhang JF. "Identification of Wiener systems with quantized inputs and binary-valued output observations". *Automatica*, 78, 280-286, 2017.
- [7] Kibangou AY, Favier G. "Wiener-Hammerstein systems modeling using diagonal Volterra kernels coefficients". *IEEE Signal Processing Letter*, 13(6), 381-384, 2006.
- [8] Lawrynczuk M. "Nonlinear predictive control for Hammerstein-Wiener systems". *ISA Transactions*, 55, 49-62, 2015.

- [9] Kazemi M, Arefi MM. "A fast iterative recursive least squares algorithm for Wiener model identification of highly nonlinear systems". *ISA Transactions*, 67, 382-388, 2017.
- [10] Kalafatis A, Arifin N, Wang L, Cluett W. "A new approach to the identification of pH processes based on the Wiener model". *Chemical Engineering Science*, 50(23), 3693-3701, 1995.
- [11] Zhang O, Ma Z, Li G, Qian Z, Guo X., "Temperature-dependent demagnetization nonlinear Wiener model with neural network for PM synchronous machines in electric vehicle". *19th International Conference on Electrical Machines and Systems*, Chiba, Japan, 13-16 November 2016.
- [12] Norquay SJ, Palazoglu A, Romagnoli JA. "Model predictive control based on Wiener models". *Chemical Engineering Science*, 53(1), 75-84, 1998.
- [13] Kazemi M, Arefi MM. "Nonlinear generalized minimum variance control and control performance assessment of nonlinear systems based on a Wiener model". *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, <https://doi.org/10.1177/0142331216685395>.
- [14] Li S, Li Y. "Model predictive control of an intensified continuous reactor using a neural network Wiener model". *Neurocomputing*, 185, 93-104, 2016.
- [15] Yu W, Pineda FJ. "Chemical process modelling with multiple neural networks". *European Control Conference*, Porto, Portugal, 4-7 September 2001.
- [16] Zeydan M. "Bir petrol rafinerisi (TÜPRAŞ) akışkan yataklı katalitik parçalama ünitesinin (FCCU) bulanık modelleme uygulamaları". *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 10(1), 101-110, 2002.
- [17] Ding F, Liu X, Liu M. "The recursive least squares identification algorithm for a class of Wiener nonlinear systems". *Journal of The Franklin Institute*, 353(7), 1518-1526, 2016.
- [18] Liu M, Xiao Y, Ding R. "Iterative identification algorithm for Wiener nonlinear systems using the Newton method". *Applied Mathematical Modelling*, 37(9), 6584-6591, 2013.
- [19] Lawryjnczuk M. "Modelling and predictive control of a neutralisation reactor using sparse support vector machine Wiener models". *Neurocomputing*, 205(12), 311-328, 2016.
- [20] Tang Y, Han Z, Liu F, Guan X. "Identification and control of nonlinear system based on Laguerre-ELM Wiener model". *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 38, 192-205, 2016.
- [21] Mahmoodi S, Poshtan J, Jahed-Motlagh MR, Montazeri A. "Nonlinear model predictive control of a pH neutralization process based on Wiener-Laguerre model". *Chemical Engineering Journal*, 146(3), 328-337, 2009.
- [22] Chan LLT, Chen T, Chen J. "PID based nonlinear processes control model uncertainty improvement by using Gaussian process model". *Journal of Process Control*, 42, 77-89, 2016.
- [23] Gomez JC, Jutan A, Baeyens E. "Wiener model identification and predictive control of a pH neutralisation process". *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 151(3), 329-338, 2004.
- [24] Ljung L. *System Identification*, New Jersey, USA, Prentice Hall, 1999.
- [25] Gerksic S, Juricic D, Strmcnik S, Matko D. "Wiener model based nonlinear predictive control". *International Journal of Systems Science*, 31, 189-202, 2010.
- [26] Zhou L, Li X, Pan F. "Gradient based iterative parameter identification for Wiener nonlinear systems". *Applied Mathematical Modelling*, 37, 8203-8209, 2013.
- [27] Vatankhah B, Farrokhi M. "Nonlinear model-predictive control with disturbance rejection property using adaptive neural networks". *Journal of the Franklin Institute*, 354, 5201-5220, 2017.
- [28] Xie S, Xie Y, Gui W, Yang C. "Weighted-coupling CSTR modeling and model predictive control with parameter adaptive correction for the goethite process". *Journal of Process Control*, 68, 254-267, 2018.