SATHA PARALEL SONSUZ BİR KABLODAN GEÇEN DEĞİŞKEN AKIM MUVACEHESİNDE İKİ TABAKALI BİR ORTAMIN ELEKTROMANYETİK REAKSİYONU VE TURAM ANOMALİLERİ

Mehmet DİZİOĞLU

Maden Tetkik ve Arama Enstitüsü, Ankara

ÖZET. — İki tabakalı bir ortam üzerinde satha paralel ve iki ucu topraklanmış sonsuz uzunluktaki bir kablodan geçen değişken bir akımın, satıhta meydana getirdiği şakuli manyetik alan için bir formül çıkarılmış ve bu alanın kabloya dik istikametteki profiller boyunca faz ve amplitüd orantısının değişimi incelenmiştir. Tatbikatla raslanan geçirgen üst tabakaların kondüktivite ve kalınlık mertebeleri nazarı itibara alındığı takdirde, fazın mesafeyle mühimce miktarda ve amplitüd orantısının ise vakum halindeki gibi değişim arzettiği bulunmuştur.

Turam ve ona mümasil diğer bazı elektromanyetik prospeksiyon metodlarında, etüd edilecek sahanın üzerine, satha paralel bir doğru boyunca yayılan bir kablodan muayyen frekansta akım geçirilmekte ve husule gelen manyetik alanın kabloya dik profiller boyunca mücavir noktaları arasındaki faz farkları ve amplitüd orantıları ölçülmektedir. Bu iki kantite incelenirken, aranan kondüktif süreksizliğin içinde bulunduğu ortamın, elektromanyetizm bakımından homogen veya vakum olduğu farzedilmekte ve bu vasatlara ait parametrelerle hesaplar yapılarak, amplitüd orantısının normal değişmesi bulunmakta ve indirgeme yapılmaktadır. Fazın normal değişimi ise yok farzedilmektedir.

Şimdiye kadar elde ettiğimiz neticelere göre ölçü sahaları elektromanyetik prospeksiyon bakımından, umumiyetle iki tabaka durumu arzetmektedir. Bu tabakalardan birincisi nispeten ince ve yüksek kondüktiviteli (1-30 ohm-m) toprak veya genç sedimentlerden teşekkül etmekte, diğeri ise yüksek rezistiviteli alt formasyonlardır. Böyle bir durum karşısında fazın değişme kaydetmesi ve amplitüd orantısının üniform ortamdakinden farklı olması varittir. Bu iki kantitenin profiller boyunca nasıl değiştiğinin ve hangi büyüklük mertebesinde olduğunun bilinmesi, böyle ortamlar üzerinde yapılan Turam ölçülerinin ircaına ve tefsirine yardımcı olacağı mülâhazasiyle bu etüd yapılmış bulunmaktadır.

Bu maksatla evvelâ iki tabakalı bir ortamın sathından h kadar yukarda, satha paralel sonsuz bir doğru boyunca geçen (I exp. iwt) akımının tevlit ettiği düşey manyetik alanın formülü çıkarılacaktır. Bu neticeye ulaşmak için, ilk hamlede (I exp. ivvt, ds) dipolunun husule getirdiği düşey manyetik alan bulunacak ve sonra netice kablo boyunca entegre edilerek total alan elde edilecektir.

Dipolun x eksenine paralel olduğunu ve merkezinin $z=h;\ y=o;\ x=o$ noktasında olduğunu farzedelim. O, 1 ve 2 alt endisleri sırasiyle hava, üst ve alt tabakalarını göstersinler, d üst tabakanın kalınlığı olsun.

Saha x—2 düzlemine göre simetrik olup, x—y düzlemine göre simetrik değildir. Bu itibarla, sınır şartlarını tahkik etmek için II_X ve II_Z Hertz fonksiyonlarım kullanmak icabetmektedir.

Bu üç vasatta, Hertz fonksiyonları şu şekilde gösterilecektir :

$II_0 = II_{0X}, \ II_{oz;} \quad II_1 = II_{1x}, \ II_{1z;} \quad II_z = II_{2x} \ II_{2z}$

$z=o$ ve $z=-d$ sınırlarında E ve H nın tanjansiyel (x, y) bileşenleri süreklidirler (E.M. Theory, Stratton, 1941):

$z = o$ da

$$\gamma_0^2 II_{oz} = \gamma_1^2 II_{1z} \quad \text{(1)}$$

$$\gamma_0^2 \frac{\partial II_{ox}}{\partial z} = \gamma_1^2 \frac{\partial II_{1x}}{\partial z} \quad \text{(2)}$$

$$\frac{\partial II_{ox}}{\partial x} + \frac{\partial II_{oz}}{\partial z} = \frac{\partial II_{1x}}{\partial x} + \frac{\partial II_{1z}}{\partial z} \quad \text{(3)}$$

$$\gamma_0^2 II_{ox} = \gamma_1^2 II_{1x} \quad \text{(4)}$$

$z = -d$ de

$$\gamma_1^2 II_{1z} = \gamma_2^2 II_{2z} \quad \text{(1')}$$

$$\gamma_1^2 \frac{\partial II_{1x}}{\partial z} = \gamma_2^2 \frac{\partial II_{2x}}{\partial z} \quad \text{(2')}$$

$$\frac{\partial II_{1x}}{\partial x} + \frac{\partial II_{1z}}{\partial z} = \frac{\partial II_{2x}}{\partial x} + \frac{\partial II_{2z}}{\partial z} \quad \text{(3')}$$

$$\gamma_1^2 II_{1x} = \gamma_2^2 II_{2x} \quad \text{(4')}$$

Burada $\gamma^2 = i \omega \mu (\sigma + i \omega k)$

2, 2′ ve 4, 4′ denklemlerinden x-bileşenleri tâyin edilir ve bunlar vasıtasiyle z-bileşenleri bulunur.

II nin genel halli şöyledir :

$$II = \begin{pmatrix} A_\phi \cos n\phi \\ + \\ B_\phi \sin n\phi \end{pmatrix} \int_0^\infty \begin{pmatrix} p_1(v) e^{-\beta z} \\ + \\ q_1(v) e^{\beta z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_2(v) J_n(rv) \\ + \\ q_2(v) Y_n(rv) \end{pmatrix} dv \quad \text{(5)}$$

Problemimizde aranan saha $r = o$, $z \neq o$ için sonlu ve x—z düzlemine göre simetrik olduğundan, (5) ten $Y_n (rv)$ ve $\sin n\phi$ terminlerini kaldırmamız lâzımdır.

Böylece

$$II = \cos n\phi \int_0^\infty \left[p(v) e^{\beta z} + q(v) e^{-\beta z} \right] J_n(rv) \, dv \quad \text{(6)}$$

Burada n bir nümerik ve $\cos \phi = \frac{x}{r}$, $\beta = (v^2 + \gamma^2)^{1/2}$ dır.

x-bileşenleri için $n = o$ olduğundan :

$$\Pi_{ox} = \int_o^\infty \left(p_o e^{\beta_o z} + q_o e^{-\beta_o z} \right) J_o (r v)\, dv \qquad o \leq z < h \quad \dots\dots\dots \quad (7)$$

$$\Pi_{1x} = \int_o^\infty \left(p_1 e^{\beta_1 z} + q_1 e^{-\beta_1 z} \right) J_o (rv)\, dv \qquad -d \leq z < o \quad \dots\dots\dots \quad (8)$$

$$\Pi_{2x} = \int_o^\infty p_2 e^{\beta_2 z} \cdot J_o (rv)\, dv \qquad z \leq -d \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (9)$$

Arbitrer fonksiyonlar 2, 2′ ve 4, 4′ denklemleri vasıtasiyle tâyin edilerek şu sonuçlar elde edilir :

$$\gamma_o^2\, \beta_o\, (p_o - q_o) = \gamma_1^2\, \beta_1\, (p_1 - q_1)$$

$$\gamma_o^2\, (p_o + q_o) = \gamma_1^2\, (p_1 + q_1)$$

$$\gamma_1^2 \beta_1 \left(p_1 e^{-\beta_1 d} + q_1 e^{\beta_1 d} \right) = \gamma_2^2\, \beta_2\, p_2 e^{-\beta_2 d}$$

$$\gamma_1^2 \left(p_1 e^{-\beta_1 d} + q_1 e^{\beta_1 d} \right) = \gamma_2^2\, p_2 e^{-\beta_2 d}$$

Bu denklemlerden,

$$p_1 = p_o^2 \cdot \frac{\gamma_o^2 \cdot 2\, \beta_o\, (\beta_1 + \beta_2)}{\gamma_1^2 \cdot T}$$

$$q_1 = p_o \cdot \frac{\gamma_o^2 \cdot 2\, \beta_o\, (\beta_1 - \beta_2)}{\gamma_1^2 \cdot T}\, e^{-2 d \beta_1}$$

$$T = (\beta_o + \beta_1)\, (\beta_1 + \beta_2) + (\beta_o - \beta_1)\, (\beta_1 - \beta_2)\, e^{-2d\,\beta_1}$$ bulunur.

Burada $\beta_i^2 = v^2 + \gamma_1^2$ dır.

p_o fonksiyonunu tâyin etmek için, problemi sonsuz vasat (hava) haline irca edelim. Bu vaziyette $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_o$ olur ve $q_1 = o$, ve $p_1 = p_o$ bulunur. $z = -h$ da

$$\Pi = \frac{i\, \omega\, \mu\, I\, ds}{4\, \pi\, \gamma_o^2} \int_o^\infty \frac{v}{\beta_o} \cdot e^{-\beta_o z} \cdot J_o (rv)\, dv$$

Burada $\beta_o^2 = v^2 + \gamma_o^2$, $\gamma_o = i\, \omega\, (\mu_o \cdot k_o)^{1/2}$

fonksiyonundan da aynı saha formülünü bulabilmemiz icabeder. Bunun için p_0 fonksiyonunun

$$I \cdot ds \cdot e^{-\beta_0 h} \cdot i \omega v / 4 \pi \gamma_0^2 \beta_0$$

ifadesine eşit olması gerekmektedir. Yukarda II Hertz dipol fonksiyonudur ve hava ortamı için caridir. Dolayısiyle,

$$p_1 = I \cdot ds \cdot \frac{i \omega \mu}{4 \pi} \cdot \frac{2 v (\beta_1 + \beta_2)}{\gamma_1^2 \cdot T} \cdot e^{-\beta_0 h} \qquad (10)$$

$$q_1 = I \cdot ds \cdot \frac{i \omega \mu}{4 \pi} \cdot \frac{2 v (\beta_1 - \beta_2)}{\gamma_1^2 \cdot T} \cdot e^{-2d \beta_1} \cdot e^{-\beta_0 h} \qquad (11)$$

Şimdi II_{1x}, (8) den ve II_{ox} ile II_{2x} de (4) ve (4′) den elde edilir.

z-bileşenleri için sınır şartları (6) da $n = 1$ alınarak tahkik edilebilir. Böylece

$$II_{oz} = \cos \phi \int_0^\infty l_o \, e^{-\beta_o z} \cdot J_1 (rv) \, dv \qquad (12)$$

$$II_{1z} = \cos \phi \int_0^\infty \left(l_1 e^{\beta_1 z} + w_1 e^{-\beta_1 z} \right) J_1 (rv) \, dv \qquad (13)$$

$$II_{2z} = \cos \phi \int l_2 \, e^{\beta_2 z} \cdot J_1 (rv) \, dv \qquad (14)$$

(1), (1′) ve (3), (3′) sınır şartları ve x-bileşenlerinin ifadeleri vasıtasiyle l_1 ve w_1 fonksiyonları şu şekilde tâyin edilmişlerdir:

$$l_1 = \frac{(\gamma_o^2 - \gamma_1^2) \; T_1' \; (p_1 + q_1) - (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) \, T_o'' \left(p_1 \, e^{-2d \beta_1} + q_1 \right)}{T_o' \; T_1' + T_o'' \; T_1'' \, e^{-2 d \beta_1}} \cdot v$$

$$w_1 = \frac{(\gamma_o^2 - \gamma_1^2) \; T_1'' \; (p_1 + q_1) \; e^{-2 d \beta_1} + (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) \; T_o' \; (p_1 \, e^{-2 d \beta_1} + q_1)}{T_o' \; T_1' + T_o'' \; T_1'' \, e^{-2 d \beta_1}} \cdot v$$

Burada T lerin ifadeleri şöyledir:

$$T_o' = \beta_o \gamma_1^2 + \beta_1 \gamma_o^2 \qquad T_o'' = \beta_o \gamma_1^2 - \beta_1 \gamma_o^2$$

$$T_1' = \beta_1 \gamma_2^2 + \beta_2 \gamma_1^2 \qquad T_1'' = \beta_1 \gamma_2^2 - \beta_2 \gamma_1^2$$

Şimdi, $H_z = -\dfrac{\gamma^2}{i\,\omega\,\mu} \cdot \dfrac{\partial\,\Pi_z}{\partial\,y}$

olduğundan $z = o$ da şakuli manyetik alan

$$H_z = -\frac{\gamma^2}{i\,\omega\,\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \int_o^\infty (p_1 + q_1)\, J_o\,(rv)\, dv \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

bulunur.

(10) ve (11) den,

$p_1 = p_1' \cdot ds = p_1' \cdot dx$

$q_1 = q_1' \cdot ds = q_1' \cdot dx$ dır.

(15), x istikametinde entegre edilerek total şakuli manyetik alan bulunur:

$$H_z = -\frac{\gamma^2}{i\,\omega\,\mu} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\partial}{\partial y} \cdot \int_o^\infty (p_1' + q_1')\, J_o\,(rv)\, dv \right] dx$$

$\displaystyle\int_o^\infty J_o\,(rv) \cdot dx = \frac{\cos\,yv}{v}$ olduğundan

$$H_z = -\frac{2\,\gamma^2}{i\,\omega\,\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \int_o^\infty (p_1' + q_1') \frac{\cos\,yv}{v}\, dv \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Homogen ortam hali

Kablo homogen bir arazi üzerinde ise

$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$

$\beta_1 = \beta_2 = \beta$

(16) da yerlerine koyarak,

$$H_z = -\frac{I}{\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \int_o^\infty \frac{\cos\,y\,v}{\beta_o + \beta}\, dv$$

$$H_z = -\frac{I}{\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{l}{(\gamma^2 - \gamma_o^2)\, y^2} \left[\gamma_o\, y\, K_1\,(\gamma_o\, y) - \gamma\, y\, K_1\,(\gamma\, y) \right] \right\}$$

elde edilir. Burada K_1 $(\gamma\, y)$ birinci mertebeden ikinci çeşit kompleks argümanlı modifiye Bessel fonksiyonudur.

Havada deplasman akımları ihmal edildiği takdirde,

$\gamma_o = 0$ olur ve

$$Hz = -\frac{I}{\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{1}{\gamma^2 y^2}\left[1 - \gamma y\, K_1(\gamma y)\right]\right\}$$

$\gamma y < 0.25$ için bu ifade şu şekilde açılabilir :

$$Hz \simeq -\frac{I}{\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{2} \log_e \frac{2}{\gamma y} + \frac{1}{4} - \text{Euler Sabiti}\right]$$

$$Hz \simeq -\frac{I}{2\pi} \cdot \frac{1}{y}$$

Bu son formüllerden görülüyor, ki ortam homogen ve düşük kondüktiviteli ise, faz mesafe ile değişmemektedir. Amplitüd orantısı da vakumda olduğu gibi yalnız mesafelerin orantısıyla değişmektedir.

İki tabakalı ortam

Kablonun üzerinde bulunduğu ortam iki tabakadan müteşekkil ve bunlardan birincisi nispeten ince olup yüksek kondüktiviteli, kalın olan diğeri ise sonsuz rezistiviteli ise,

$\gamma_o = 0 \qquad \gamma_2 = 0$

$\beta_o = v \qquad \beta_2 = v$ olur.

$exp \cdot -2\beta_1 d \simeq 1 - 2\beta_1 d$ takribiyetini kullanarak

$$Hz = -\frac{I}{\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial y}\int_o^\infty \frac{\cos vy}{2v + \gamma_1^2 d} \cdot dv$$

$$Hz = -\frac{I}{\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial y}\left[e^{\eta y} Ei(\eta y) + e^{-\eta y} Ei(-\eta y)\right]$$

Burada $\eta = \dfrac{\omega \mu \sigma_1 d}{2}$

ve *Ei* eksponansiyel entegral fonksiyonudur.

$\eta y < 0.25$ ise

$$Hz \simeq -\frac{I}{2\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial y}\left[-i\frac{\pi}{2} e^{-\eta y} + \log_e \frac{1}{\eta y} - \text{Euler Sabiti}\right]$$

$$Hz \simeq -\frac{I}{2\pi}\left[i\frac{\pi}{2}\eta e^{-\eta y} - \frac{1}{y}\right]$$

Düşey manyetik alanın (H_z) faz (ϕ) ve amplitüd orantısını teşkil edersek,

$$\phi = -Arctg\frac{\pi}{2} \cdot \eta y \cdot e^{-\eta y} \qquad (17)$$

$$\frac{Hz_1}{Hz_2} = \frac{\left[\left(\frac{\pi}{2} \cdot \eta e^{-\eta y_1}\right)^2 + \frac{1}{y_1^2}\right]^{1/2}}{\left[\left(\frac{\pi}{2} \cdot \eta e^{-\eta y_2}\right)^2 + \frac{1}{y_2^2}\right]^{1/2}} \qquad (18)$$

formülleri bulunur.

Faz. — Pratikte raslanan tabaka durumlarında **faz** değişmesinin büyüklük mertebesini tâyin etmek üzere rezistivitesi 5 ohm-m, kalınlığı 20 m ve manyetik permeabilitesi 1 c.g.s. olan bir üst tabaka nazarı itibara alınmış ve 660 c.p.s. frekansında şu neticelere varılmıştır:

y	ηy	ϕ
36 m	0.03	— 2.33 derece
60 m	0.05	— 4.17 »
120 m	0.10	— 7.58 »
180 m	0.15	— 11.19 »
240 m	0.20	— 14.35 »

Bu tablodan fazın muntazam bir şekilde mesafeyle değiştiği görülmektedir. Bu muntazam değişme Turam ölçülerinden ifna edilebilir. Ancak üst kondüktif tabaka kalınlık değişmesi arzettiği takdirde profiller boyunca faz değişiminin gayri muntazam ve yüksek genli olabileceği gene aynı tablodaki kıymetlerden görülmektedir. Bu hal ise böyle bir ortam içinde aranan cismin anomalisinin örtülebileceğine işaret etmektedir.

Amplitüd orantısı- — Formül (18) vasıtasiyle gösterilen orantı, eksponansiyel terimi seriye açarak, ikinci mertebeden yukarı terimleri atarak ve sonra binom teoremini kullanıp tekrar ikinci mertebeden yukarı terimleri atarak basitleştirilebilir. Bu ameliyeleri tatbik ettikten sonra, şu takribi formül bulunmuştur :

$$\frac{Hz_1}{Hz_2} = \frac{\frac{1}{y_1}}{\frac{1}{y_2}} \cdot \frac{1 + \frac{\pi}{4}\eta y_1}{1 + \frac{\pi}{4}\eta y_2}$$

Sağ taraftaki ikinci faktör, homogen ortam halinden yüzde fark miktarını göstermektedir. Bu faktör, pratikte raslanan ekseri yüzey tabakalarının kondüktivite ve kalınlıkları muvacehesinde ihmal edilecek kadar küçük kalmaktadır.

Neşre verildiği tarih 8 Ekim, 1961

B İ B L İ Y O G R A F Y A

JAHNKE, E. & EMDE, R. (1944) : Tables of Functions. Dover.

STRATTON, J.A. (1941) : Electromagnetic Theory. McGravv-Hill.