

Tabakalı Hibrit Kompozit Profillerin Doğal Frekanslarının Sonlu Elemanlar Metodu ile Belirlenmesi

Hamza TAŞ*¹, İbrahim Fadıl SOYKÖK²

¹Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Hasan Ferdi Turgutlu Teknoloji Fakültesi, Makine ve İmalat Mühendisliği Bölümü, 45400, Manisa. (ORCID: 0000-0002-6527-338X)

²Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Hasan Ferdi Turgutlu Teknoloji Fakültesi, Mekatronik Mühendisliği Bölümü, 45400, Manisa. (ORCID: 0000-0001-8392-4505)

(Alınış / Received: 02.05.2018 Kabul / Accepted: 18.07.2018,
Online Yayınlanma / Published Online: 15.09.2018*)

Anahtar Kelimeler
Doğal Frekans,
Sonlu Elemanlar
Metodu,
Hibrit Kompozit,
Kompozit Profil

Özet: Bu çalışmada ilk olarak, dikdörtgen kesitli cam fiber takviyeli kompozit (CFTK) profillerin ve karbon fiber takviyeli kompozit (KFTK) profillerin doğal frekansları çeşitli fiber açıları için sonlu elemanlar metodu (SEM) kullanılarak belirlenmiştir. Sonraki aşamada ise, CFTK tabakaların ve KFTK tabakaların birbiri üzerine farklı açı ve sırada istiflenmesiyle oluşturulmuş dikdörtgen kesitli hibrit kompozit profillerin SEM analizleri gerçekleştirilmiştir. Bu yolla hibritlemenin doğal frekans üzerine etkisi araştırılmıştır. Ayrıca, yapılan analizlerle hibrit kompozit profillerde kesit en boy oranının, sınır koşulunun ve köşe radyüsünün de doğal frekansa etkisi araştırılmıştır. Analizler sonucunda, KFTK profillerin tüm modlardaki doğal frekanslarının CFTK profillerin doğal frekanslarından daha büyük olduğu görülmüştür. Hibrit kompozit profillerin doğal frekansları ise, KFTK profillerin doğal frekanslarından küçük, CFTK profillerin doğal frekansından ise büyüktür.

Determination of Natural Frequencies of Laminated Hybrid Composite Profiles by Using Finite Element Method

Keywords
Natural
Frequency,
Finite Element
Method,
Hybrid
Composite,
Composite Profile

Abstract: In this work, the natural frequencies of rectangular sectioned glass fiber reinforced composite (GFREC) profiles and of carbon fiber reinforced composite (CFREC) profiles are determined by using the finite element method (FEM) for various fiber angles. In the next stage, FEM analyses of rectangular sectioned hybrid composite profiles formed by stacking GFREC plates and CFREC plates at different angles and order are carried out. In this way, the effect of the hybridization on the natural frequency is investigated. In addition, the effect of cross section aspect ratio, boundary

condition and radius on natural frequency of the hybrid composite profiles is investigated. As a result, in all modes, the natural frequencies of the CFREC profiles are found to be higher than that of GFREC profiles. The natural frequencies of hybrid composite profiles are smaller than that of CFREC profiles, higher than that of GFREC profiles.

*Sorumlu yazar: hamza.tas36@gmail.com

1. Giriş

Günümüzde, fiber takviyeli kompozit malzemeler yüksek özgül rijitlik ve yorulma direnci, düşük ağırlık, iyi korozyon direnci ve mükemmel aşınma direnci gibi üstün özellikler göstermesi sebebiyle otomotiv, inşaat, havacılık, askeri, tıp, uzay, robotik, spor malzemeleri ve denizcilik gibi birçok alanda sıklıkla kullanılmaktadır.

Hibrit kompozitler iki veya daha fazla takviye elemanının matris ile bir araya getirilmesiyle oluşmaktadır ve tek elyaf türünden oluşan kompozitlere göre birçok açıdan daha iyi özelliklere sahiptir. Çok farklı matris ve elyaf kombinasyonlarının kullanıldığı hibrit kompozitlerden en çok bilineni cam/karbon fiber takviyeli polimerlerdir.

Çatı konstrüksiyonlarında, taşıtlarda, merdiven iskeletlerinde, yüksek kule konstrüksiyonlarında, köprülerde, iskelelerde vs. kullanılabilir kompozit profiller geleneksel yapı elemanları olan çelik, alüminyum, ahşap ve betona göre üstün kimyasal, fiziksel ve mekanik özelliklere sahiptirler. Yapımında kompozit profillerin kullanıldığı bu yapıların verimli bir şekilde kullanılabilmesi için, statik ve dinamik davranışlarının çok iyi bilinmesi gerekmektedir. Kompozit yapılarda, rezonans etkileri hasara neden olabileceğinden, bu rezonans frekansının (doğal frekans) belirlenmesi oldukça önem arz etmektedir.

Kompozit yapıların doğal frekanslarının belirlenmesi ile ilgili literatürde birçok çalışma mevcuttur. Deneysel doğal

frekans analiz tekniğinin sunulduğu Mota vd. [1] tarafından yapılan çalışmada, bu teknikte titreşim yanıtının Lazer Dopler Titreşim ölçer kullanılarak birçok noktada herhangi bir fiziksel temas olmadan ölçüldüğü vurgulanmıştır. Çalışma sonucunda, deneysel sonuçlar sayısal yöntemlerle elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve oldukça uyumlu sonuçlar verdiği görülmüştür. Günyar vd. [2] tarafından kompozit eğri çubukların doğal frekansları sonlu elemanlar metodu kullanılarak belirlenmiş ve ayrıca eğrilik yarıçapı değişiminin ve tabakalardaki fiber açılarının doğal frekansa etkisi araştırılmıştır. Multifizik esaslı hesaplama tekniğinin kullanıldığı Kwon ve Plessas [3] tarafından yapılan çalışmada, polimer kompozit yapılar için katı-sıvı etkileşiminin doğal frekansa, mod şekline ve dinamik yanıtı olan etkisi araştırılmıştır. Kompozit yapı SEM kullanılarak modellenirken, sıvı ise hücrel otomasyon ve sonlu elemanlar tekniği kullanılarak modellenmiştir. Çalışma sonucunda katı-sıvı etkileşiminin polimer kompozit yapının titreşim karakteristiğini önemli derecede etkilediği görülmüştür. 4 tabakalı kompozit bir tahrik mili için SEM kullanılarak statik ve doğal frekans analizlerinin gerçekleştirildiği Dangora ve Deshmukh [4] tarafından yapılan çalışmada, analizlerden elde edilen sonuçlardan faydalanılarak fiber açılarının gerilme, deformasyon ve doğal frekansa etkisini belirlemek amacıyla regresyon denklemleri oluşturulmuştur. Pingulkar ve Suresha [5], matris malzemesinin, hibritlemenin ve fiber hacim oranının doğal frekansa etkisini SEM kullanarak araştırmışlardır. Çalışma

sonucunda, fiber hacim oranı ve matris malzemesinin değişimi ile kıyaslandığında hibritlemenin doğal frekansı daha fazla etkilediği görülmüştür. Erklığ vd.[6] tarafından yapılan çalışmada, tabakalı kompozit plakaların üzerine açılan delik şekillerinin (dairesel, dikdörtgen, üçgen ve eliptik), delik konumunun ve fiber açılarının (tabaka dizilimi) doğal frekansa etkisi deneysel ve sayısal yöntemlerle araştırılmıştır. Elde edilen deneysel ve sayısal sonuçların birbirleriyle oldukça uyumlu olduğu görülmüştür. Doğal frekansın fiber açısından ve plaka üzerine açılan deliklerden etkilendiği fakat plaka üzerine açılan deliklerin şekillerinden etkilenmediği sonucuna varılmıştır. Liew vd.[7]'nin yaptığı çalışmada, merkezine dikdörtgen şeklinde delik açılmış kompozit bir plakanın titreşim analizleri alan ayrıştırma yöntemi (domain decomposition method) kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Analizler iki farklı sınır koşulu (dört kenarı basit mesnetlenmiş (SSSS) ve karşılıklı iki kenarı ankastre diğer iki kenarı basit mesnetlenmiş (CSCS)) için yapılmıştır. Ayrıca, alan ayrıştırma yöntemi kullanılarak deliklerin en boy oranının frekans parametrelerine etkisi de araştırılmıştır. Çalışma sonucunda elde edilen sonuçlar literatürde var olan deneysel çalışmalardan elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve oldukça uyumlu olduğu görülmüştür. Aydoğdu [8] tarafından yapılan çalışmada, 6 farklı sınır koşulu (serbest-serbest, ankastre-ankastre, basit-serbest, ankastre-basit, basit-basit ve ankastre-basit) için tabakalı kompozit kirişlerin doğal frekansları Ritz metodu kullanılarak belirlenmiş ve elde edilen sonuçlar literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Tabakalı kompozit kirişlerin doğal frekansının belirlenmesinde Ritz metodunun oldukça iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Mishra ve Rourkela [9] tarafından, örgülü fiber takviyeli kompozit plakaların doğal frekansına sınır koşulunun etkisi

deneysel ve sayısal yöntemler kullanılarak belirlenmiştir. Bu amaçla dört farklı sınır koşulu (dört kenarı ankastre mesnetlenmiş (CCCC), dört kenarı basit mesnetlenmiş (SSSS), bir kenarı ankastre diğer üç kenarı serbest mesnetlenmiş (CFFF) ve dört kenarı serbest mesnetlenmiş (FFFF)) kullanılmıştır. Yapılan çalışmalar sonucunda deneysel ve sayısal sonuçlar arasında iyi bir uyum olduğu görülmüş ve CFFF sınır koşulunun diğer sınır koşullarına göre doğal frekansı daha küçük bulunmuştur. Sahu vd. [10] tarafından yapılan çalışmada ise, tabaka ayrılmasına (delaminasyon) uğramış örgülü cam fiber takviyeli epoksi kompozit plakaların doğal frekansları deneysel ve sayısal yöntemlerle belirlenmiştir. Çalışmada, farklı sınır koşulları için doğal frekanslar araştırılmıştır. Dört kenarı ankastre mesnetlenmiş (CCCC) ve dört kenarı basit mesnetlenmiş (SSSS) plakaların doğal frekansı, bir kenarı ankastre diğer üç kenarı serbest mesnetlenmiş (CFFF) plakaların doğal frekansından oldukça yüksek çıkmıştır. Deneysel ve sayısal yöntemlerle elde edilen sonuçların birbirleriyle oldukça uyumlu olduğu görülmüştür. Örgülü fiber takviyeli kompozit plakaların doğal frekanslarının belirlenmesi üzerine bir diğer çalışma da Curtu vd. [11] tarafından yapılmıştır. Deneysel ve sayısal yöntemlerin kullanıldığı bu çalışmada, tabaka sayısının, plaka kalınlığının ve üretim basıncının doğal frekans üzerine etkisi araştırılmış ve sonuç olarak doğal frekansın bu parametrelerden etkilendiği vurgulanmıştır.

Hem yukarıda verilen çalışmalar hem de literatürdeki diğer çalışmalar incelendiğinde, sonlu elemanlar metodunun (sayısal yöntem) deneysel sonuçlarla oldukça uyumlu sonuçlar verdiği görülmektedir. Bu durum, çok küçük hata oranları ile sonlu elemanlar metodunun kompozit malzemelerin doğal

frekansının belirlenmesinde kullanılabileceğini göstermektedir.

Bu çalışmada, dikdörtgen kesitli kompozit profillerin doğal frekans analizlerini gerçekleştirmek amacıyla bir sonlu elemanlar paket programı olan ANSYS® 17.0 kullanılmıştır. İlk aşamada, Erkiğ vd. [6] tarafından yapılan deneysel çalışmada kullanılan tabakalı kompozit plakalar SEM kullanılarak analiz edilmiş ve elde edilen sonuçlarla deneysel sonuçlar karşılaştırılmıştır. Her ne kadar Erkiğ vd. [6] tarafından test edilen numunelerin geometrisi ile bu çalışmada ele alınan numunelerin geometrisi farklı olsa da, yaklaşık aynı sayısal çözüm ağı kalitesi (mesh quality) için SEM'in farklı geometrilere uygulanmasının SEM'in kompozit malzemelerin doğal frekanslarının belirlenmesinde çok yüksek doğrulukta sonuçlar verdiği düşünülmüştür. İkinci aşamada ise, cam fiber takviyeli kompozit (CFTK) profillerin ve karbon fiber takviyeli kompozit (KFTK) profillerin çeşitli fiber açıları (tabaka dizilimi) için doğal frekansları belirlenmiştir. CFTK ve KFTK tabakaların birbiri üzerine farklı açı ve sırada istiflenmesiyle oluşturulan hibrit kompozit profillerin SEM analizleri gerçekleştirilerek hibritlemenin doğal frekansa etkisi araştırılmıştır. Son olarak ise, hibrit kompozit profillerde kesit en boy oranının, sınır koşulunun ve köşe radyüsünün doğal frekans üzerine etkisi araştırılmıştır.

2. Sonlu Elemanlar Metodu

Sonlu elemanlar metodu, karmaşık olan problemlerin daha basit alt problemlere ayrılarak her birinin kendi içinde çözülmesiyle tam çözümün bulunduğu bir çözüm şekli olup, çeşitli mühendislik problemlerini analiz etmek ve çözmek amacıyla kullanılan çok güçlü bir araçtır[5,12].

Kompozit plakalarda gerilme-gerinim arasındaki ilişki aşağıda verilen matris formuyla ifade edilmektedir [9].

$$\begin{pmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \\ M_{xx} \\ M_{yy} \\ Q_{xz} \\ Q_{yz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & S_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{45} & S_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{yy}^0 \\ \epsilon_{xy}^0 \\ \kappa_{xx}^0 \\ \kappa_{yy}^0 \\ \kappa_{xy}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

(1) numaralı eşitlikle verilen $[A]$, $[B]$, $[D]$ ve $[S]$ matrisleri sırasıyla uzama rijitliğini (extensional stiffness), uzama-eğilme rijitliğini (bending-stretching coupling stiffness), eğilme rijitliğini (bending stiffness) ve enine rijitliği (transverse stiffness) ifade etmektedir ve aşağıda verilen eşitlikler yardımıyla belirlenmektedir [9].

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (2)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (3)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (4)$$

$$S_{ij} = \alpha \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (5)$$

(2), (3), (4) ve (5) numaralı eşitliklerle verilen z_k ve z_{k-1} , k'nci ve k-1'inci tabakaların orta düzlemlerinden olan uzaklıklarıdır. α , kesme düzeltme faktörü olup sayısal çözümlerinde 5/6 olarak alınabilmektedir [9].

Küçük deformasyonlara maruz kalan ayrıklaştırılmış elastik yapılarda denge denklemi en genel haliyle aşağıdaki formda verilmektedir [9]. Burada $[M]$, eleman kütle matrisi $[c]$, eleman sönüm matrisi ve $[k]$, eleman rijitlik matrisidir.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\} = \{F(t)\} \quad (6)$$

Sönümsüz ve serbest titreşim durumunda (6) numaralı denklem aşağıdaki duruma indirgenmektedir.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [k]\{u\} = \{0\} \quad (7)$$

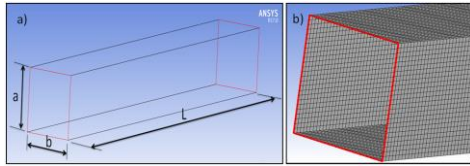
(7) numaralı eşitliğin düzenlenmesiyle,

$$[[K] - \omega^2[M]]\{\phi\} = \{0\} \quad (8)$$

eşitliği elde edilmektedir. Burada ω , doğal frekansı ϕ ise özdeğer vektörleri ifade etmektedir [9].

3. Geometrik Model ve Malzeme Tanımlama

Geometrik model ANSYS® Workbench 17.0 paket programı içerisinde bulunan DesignModeler isimli geometri çizim aracı kullanılarak yüzey gövde (surface body) olarak oluşturulmuştur. Analizler 28836 düğüm noktasına ve 28728 dörtgen elemana sahip sayısal çözüm ağı için gerçekleştirilmiştir. Analizlerde kullanılan sayısal çözüm ağını oluşturan elemanların ortalama kalitesi 0,99'dur. Oluşturulan geometrik model ve sayısal çözüm ağı Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. a) Geometrik model b) Çözüm ağı

Geometrik model ve sayısal çözüm ağının oluşturulmasından sonra, ANSYS® Workbench 17.0 paket programı içerisinde bulunan ACP (Pre) modülü kullanılarak dikdörtgen kesitli 8 tabakalı kompozit profiller Tablo 1'de verilen fiber açıları (tabaka dizilimleri) için oluşturulmuştur. Her bir tabakanın kalınlığı 0,625 mm olup, profilin et kalınlığı 5 mm'dir. Tablo 1'de verilen c ve g indisleri sırasıyla karbon ve elyaf takviyeli kompozit tabakaları ifade etmektedir. Anlatımda kolaylık olması açısından farklı fiber dizilimine sahip her bir kompozit profil kodlanmıştır. Tablo 1'de verilen kompozit profiller için yapılan tüm analizlerde profillerin

boyutları $50 \times 50 \times 400$ mm³ ($a \times b \times L$) ölçüsünde alınmış ve ankastre mesnet kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir. Analizlerde kullanılan profillerin piyasada standart olarak üretilen ölçülerde olmasına dikkat edilmiştir. Böylelikle bu çalışma ile tasarımcılara tasarımlarında faydalanabilecekleri daha gerçekçi sonuçların sunulması amaçlanmıştır.

Tablo 1. Oluşturulan kompozit profillerin fiber açıları (tabaka dizilimleri)

Kod	Fiber Açılı (Tabaka Dizilimleri)
G ₁	[0° _g /90° _g /0° _g /90° _g] _S
G ₂	[0° _g /45° _g /-45° _g /90° _g] _S
G ₃	[0° _g /30° _g /-60° _g /90° _g] _S
G ₄	[0° _g /15° _g /-75° _g /90° _g] _S
C ₁	[0° _c /90° _c /0° _c /90° _c] _S
C ₂	[0° _c /45° _c /-45° _c /90° _c] _S
C ₃	[0° _c /30° _c /-60° _c /90° _c] _S
C ₄	[0° _c /15° _c /-75° _c /90° _c] _S
H ₁₋₁	[0° _c /90° _g /0° _c /90° _g] _S
H ₁₋₂	[0° _g /90° _c /0° _g /90° _c] _S
H ₁₋₃	[0° _c /90° _g /0° _g /90° _c] _S
H ₁₋₄	[0° _g /90° _c /0° _c /90° _g] _S
H ₂₋₁	[0° _c /45° _g /-45° _c /90° _g] _S
H ₂₋₂	[0° _g /45° _c /-45° _g /90° _c] _S
H ₂₋₃	[0° _c /45° _g /-45° _c /90° _g] _S
H ₂₋₄	[0° _g /45° _c /-45° _g /90° _c] _S
H ₃₋₁	[0° _c /30° _g /-60° _c /90° _g] _S
H ₃₋₂	[0° _g /30° _c /-60° _g /90° _c] _S
H ₃₋₃	[0° _c /30° _g /-60° _c /90° _g] _S
H ₃₋₄	[0° _g /30° _c /-60° _g /90° _c] _S
H ₄₋₁	[0° _c /15° _g /-75° _c /90° _g] _S
H ₄₋₂	[0° _g /15° _c /-75° _g /90° _c] _S
H ₄₋₃	[0° _c /15° _g /-75° _c /90° _g] _S
H ₄₋₄	[0° _g /15° _c /-75° _g /90° _c] _S

Tablo 1'de verilen G kodlu kompozit profillerde tek yönlü cam fiber takviyeli kompozit (CFTK) tabakalar kullanılırken, C kodlu kompozit profillerde tek yönlü karbon fiber takviyeli kompozit (KFTK) tabakalar kullanılmıştır. Kullanılan bu tabakaların mekanik özellikleri Tablo 2'de sunulmuştur. H kodlu kompozit profiller ise, cam takviyeli kompozit tabakaların ve karbon fiber takviyeli kompozit tabakaların birbirleri üzerine farklı fiber açısı ve sırada istiflenmesiyle

oluşturulmuştur. Bu yolla hibritlemenin doğal frekansa etkisi analiz edilmiştir.

Dikdörtgen kesitli hibrit kompozit profillerin, Tablo 1'de verilen H₂₋₂ kodlu tabaka dizilimi esas alınarak kesit en boy oranının (AR) doğal frekansa etkisi araştırılmıştır. İncelenen en boy oranları Tablo 3'te verilmiştir. İncelenen tüm profiller için et kalınlığı 5 mm olarak alınmıştır.

Tablo 2. Kullanılan kompozit tabakaların mekanik özellikleri [13]

	CFTK	KFTK
Yoğunluk(kg/m ³)	2000	1490
Elastisite modülü: E _x (MPa)	50000	121000
Elastisite modülü: E _y (MPa)	8000	8600
Elastisite modülü: E _z (MPa)	8000	8600
Poisson oranı: ν_{xy}	0,3	0,27
Poisson oranı: ν_{yz}	0,4	0,4
Poisson oranı: ν_{xz}	0,3	0,27
Kesme modülü: G _{xy} (MPa)	5000	4700
Kesme modülü: G _{yz} (MPa)	3846,2	3100
Kesme modülü: G _{xz} (MPa)	5000	4700

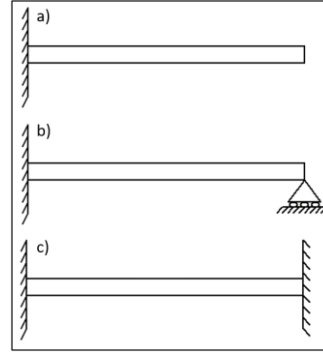
Tablo 3. İncelenen en boy oranları

Kod	Fiber Açılımları (Tabaka Dizilimleri)	a kenarı (mm)	b kenarı (mm)	En-boy oranı (AR):b/a
K ₁	[0° _g /45° _c /-45° _g /90° _c] _s	50	50	1
K ₂	[0° _g /45° _c /-45° _g /90° _c] _s	50	62,5	1,25
K ₃	[0° _g /45° _c /-45° _g /90° _c] _s	50	75	1,5
K ₄	[0° _g /45° _c /-45° _g /90° _c] _s	50	100	2

Köşe radyüsünün doğal frekans üzerine etkisini belirlemek amacıyla Tablo 1'de verilen H₂₋₂ kodlu tabaka dizilimi esas alınmış ve köşe radyüs değeri 0, 5, 7,5 ve 10 mm için analizler gerçekleştirilmiştir.

Son olarak sınır koşulunun doğal frekansa etkisinin belirlenmesi amacıyla SEM analizleri gerçekleştirilmiştir. Analizler 3

farklı sınır koşulu (bir ucu ankastre diğer ucu serbest mesnetlenmiş(CF), bir ucu ankastre diğer ucu kayar mesnetlenmiş (CS) ve iki ucu ankastre mesnetlenmiş (CC)) için gerçekleştirilmiştir. Sınır koşulları Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. Sınır koşulları a)CF b)CS c) CC

4. Bulgular

4.1. Sonlu Elemanlar Metodunun Doğrulanması

Bu çalışmada kullanılan sonlu elemanlar yönteminin kullanılabilirliğinin ve doğruluğunun kanıtlanması amacıyla, Erkiğ vd. [6] tarafından yapılan deneysel çalışmada kullanılan kompozit plakalar sonlu elemanlar metodu kullanılarak analiz edilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Kompozit plakaların üzerine açılan delik şekillerinin (deliksiz (w-c), kare delikli (s-c) ve dairesel delikli (c-c)) ve tabaka dizilimlerinin doğal frekans üzerine etkisinin araştırıldığı bu çalışmada, örgülü E-cam fiber takviyeli polyester kullanılmıştır. Deneylerde kullanılan numunelerin elastisite modülleri $E_1=E_2=20,50$ GPa, Poisson oranları $\nu_{12} = \nu_{21} = 0,21$ ve kayma modülleri $G_{12}=G_{21}=3,56$ GPa olarak alınmıştır. Numunelerin boyu, genişliği ve kalınlığı sırasıyla, 150 mm, 20 mm ve 1,6 mm'dir. Üretilen numunelerin tabaka sayısı 8 olup, [(0/90)₄]_s, [(30/-60)₄]_s ve [(45/-45)₄]_s tabaka dizilimleri için deneyler gerçekleştirilmiştir. Numuneler üzerine açılan dairesel deliğin çapı ve kare deliğin bir kenar uzunluğu 10 mm'dir

Tablo 4. Deneysel ve sonlu elemanlar analizleri sonuçlarının karşılaştırılması

Tabaka Dizilimi	Mod 1								
	Deliksiz (w-c)			Kare delikli (s-c)			Dairesel delikli (c-c)		
	Doğrulama çalışması [Hz]	Erklığ vd.[6] [Hz]	Yüzde bağıl hata	Doğrulama çalışması [Hz]	Erklığ vd.[6] [Hz]	Yüzde bağıl hata	Doğrulama çalışması [Hz]	Erklığ vd.[6] [Hz]	Yüzde bağıl hata
[(0/90) ₄] _s	40	40	0	39,3	38	3,4	39,6	39	1,5
[(30/-60) ₄] _s	32,3	35	7,7	31,8	33	3,6	32	32	0
[(45/-45) ₄] _s	30,5	29	5,1	30	30	0	30,3	29	4,4
	Mod 2								
	Deliksiz (w-c)			Kare delikli (s-c)			Dairesel delikli (c-c)		
	Doğrulama çalışması [Hz]	Erklığ vd.[6] [Hz]	Yüzde bağıl hata	Doğrulama çalışması [Hz]	Erklığ vd.[6] [Hz]	Yüzde bağıl hata	Doğrulama çalışması [Hz]	Erklığ vd.[6] [Hz]	Yüzde bağıl hata
[(0/90) ₄] _s	250,5	253	1	237,6	243	2,2	241,6	244	1
[(30/-60) ₄] _s	201,8	218	7,4	193,5	200	3,2	196,7	209	5,9
[(45/-45) ₄] _s	191,4	201	4,8	183,5	196	6,3	186,7	202	7,6

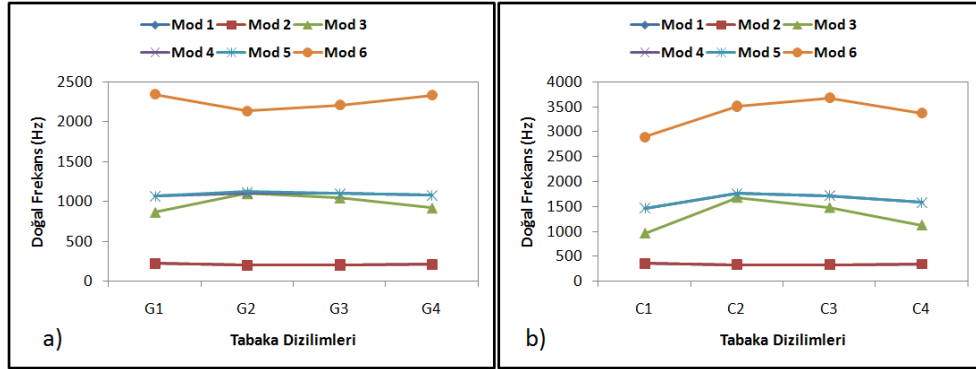
Erklığ vd. [6] tarafından yapılmış olan deneysel çalışmalardan elde edilen sonuçlar ile sonlu elemanlar metodu kullanılarak elde edilen sonuçlar Tablo 4'te karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde, deneysel yöntemlerle elde edilen sonuçlarla sonlu elemanlar analizleri sonucunda elde edilen sonuçlar arasındaki maksimum yüzde bağıl hatanın 7,7 olduğu görülmektedir. Ayrıca, ortalama yüzde bağıl hata 3,6'dır. Deneysel sonuçlarla uyumlu, yüksek doğrulukta bu sonuçlar, tabakalı kompozit profillerin doğal frekansının belirlenmesinde sonlu elemanlar metodunun çok az bir hata payı ile kullanılabileceğini göstermektedir. Her ne kadar şimdiki çalışmada kullanılan geometri ile Erklığ vd. [6] tarafından yapılmış olan çalışmada kullanılan geometri farklı olsa da, bu durumun yaklaşık aynı sayısal çözüm ağı kalitesi için sonlu elemanlar metodunun kompozit malzemelerin doğal frekansını yüksek doğrulukta tahminlediği gerçeğini değiştirmeyeceği düşünülmektedir.

4.2. Tabaka Diziliminin ve Hibritlemenin Etkisi

Tek yönlü tabakalı cam fiber takviyeli kompozit (CFTK) ve tek yönlü tabakalı karbon fiber takviyeli kompozit (KFTK) profillerin doğal frekansının fiber açısı

(tabaka dizilimi) ile değişimi Şekil 3.a ve b'de verilmiştir.

Tabaka dizilimi ile doğal frekansın değişimi hem CFTK hem de KFTK profillerde birinci ve ikinci mod için benzer özellikler sergilemiştir. Her iki kompozit profil tipinde de (CFTK ve KFTK) birinci ve ikinci moddaki doğal frekanslar fiber açısının (tabaka dizilimi) değişiminden önemli derecede etkilenmezken, diğer modlardaki doğal frekanslar fiber açısının değişimi ile değişkenlik göstermiştir. Örneğin, C₁ kodlu tabaka diziliminde üçüncü moddaki doğal frekans 966 Hz, C₂ kodlu tabaka diziliminde aynı moddaki doğal frekans 1681 Hz olup yüzde bağıl fark 42,5'tir. Oysaki, C₁ kodlu tabaka diziliminde birinci moddaki doğal frekans 359 Hz, C₂ kodlu tabaka diziliminde aynı moddaki doğal frekans 339 Hz'tir ve yüzde bağıl fark sadece 5,9 dolaylarındadır. Bu durum, tabaka diziliminin değiştirilerek daha rijit veya daha esnek kompozit profiller elde edilebileceğini göstermektedir. CFTK ve KFTK profillerin her ikisinde de kesit geometrisinin simetri olmasından ötürü birinci ve ikinci moddaki ve dördüncü ve beşinci moddaki doğal frekanslar bütün tabaka dizilimlerinde çakışmıştır. Ayrıca, KFTK profillerin doğal frekansları CFTK profillerin doğal frekanslarından daha yüksek çıkmıştır.

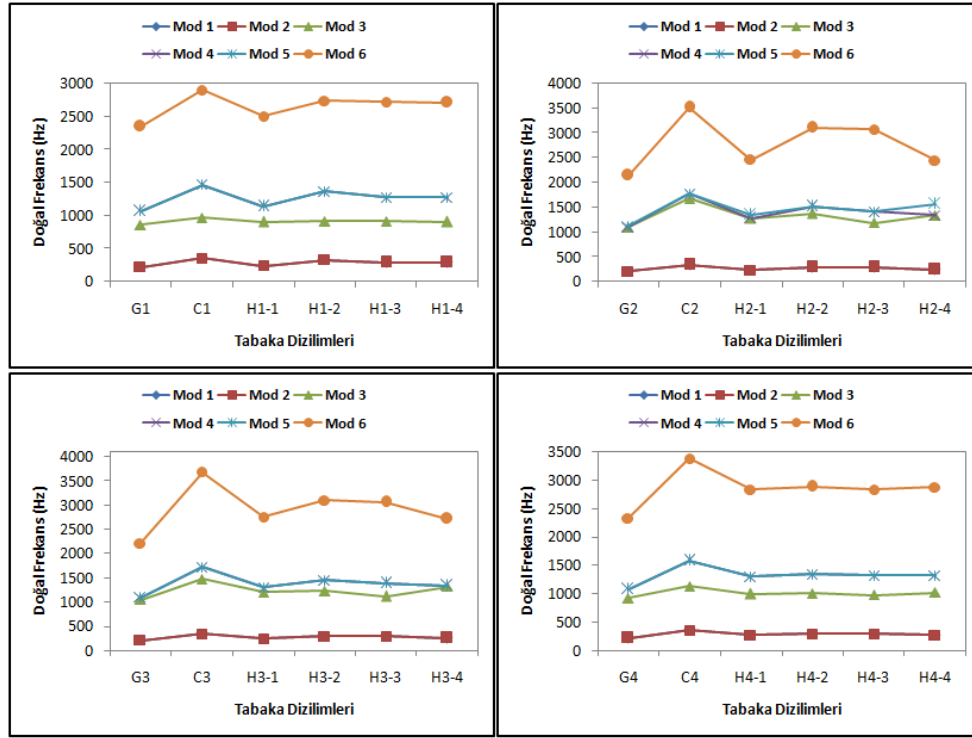


Şekil 3. Doğal frekansın fiber açısı (tabaka dizilimi) ile değişimi a) CFTK b) KFTK

Hibritlemenin doğal frekans üzerine etkisi Şekil 4'te verilmiştir. Buna göre, tüm tabaka dizilimlerinde CFTK profillerin doğal frekansı, KFTK profillerin doğal frekansından küçüktür. Hibrit kompozit profillerin doğal frekansı ise, tüm tabaka dizilimlerinde, CFTK tabakalı profillerin doğal frekansından büyük, KFTK tabakalı profillerin doğal frekansından ise küçüktür. Pingulkar ve Suresha [5] tarafından yapılan çalışmada da benzer nitelikte sonuçların elde edilmesi bu sonucun doğruluğunu kanıtlamaktadır. Şekil 4'ten çıkarılabilecek bir diğer sonuç, hibrit kompozitlerde tabakaların istiflenme sırasının doğal frekansa etkisinin her bir mod için farklı şekilde olduğudur. İstiflenme sırasının her bir mod için doğal frekansı farklı şekilde etkilemesi,

dikdörtgen kesitli hibrit kompozit profillerin uyarılma frekanslarına bağlı olarak uygun fiber açısı ve istifleme sırasıyla üretilmeleri gerektiği sonucunu doğurmaktadır. Hibrit kompozit profil için birinci moddaki en yüksek doğal frekans H₁₋₂ kodlu tabaka diziliminde 333 Hz, altıncı moddaki en yüksek doğal frekans ise H₂₋₂ kodlu tabaka diziliminde 3105 Hz olarak bulunmuştur.

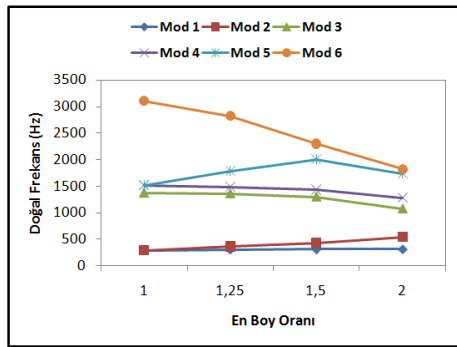
Yukarı da verilen sonuçlar, CFTK profillerin ucuz fakat doğal frekanslarının düşük olması, KFTK profillerin doğal frekanslarının yüksek buna karşın pahalı olması hibrit kompozit profillerin iyi bir alternatif olabileceğini göstermektedir.



Şekil 4. Hibritlemenin doğal frekansa etkisi

4.3. En Boy Oranının Etkisi

Dikdörtgen kesitli hibrit kompozit profillerde kesit en boy oranının (AR) doğal frekansa etkisinin belirlenmesi amacıyla yapılan SEM analizlerinden elde edilen sonuçlar Şekil 5'te verilmiştir.



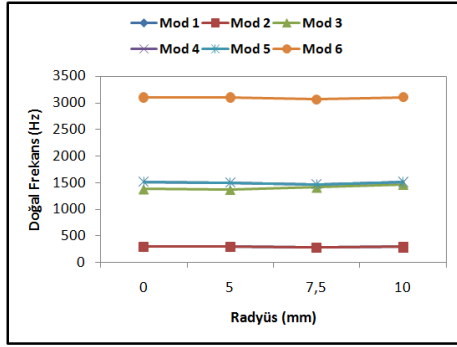
Şekil 5. En boy oranının doğal frekansa etkisi

Dikdörtgen kesitli hibrit kompozit profillerde en boy oranı arttıkça birinci ve ikinci moddaki doğal frekanslar artış göstermektedir. En boy oranı arttıkça

üçüncü, dördüncü ve altıncı moddaki doğal frekanslar azalmaktadır. Altıncı moddaki doğal frekans düşüşü üçüncü ve dördüncü moddaki doğal frekans düşüşünden daha keskindir. Beşinci modda ise doğal frekans, belli bir en boy oranına kadar artmakta daha sonra azalmaktadır. Ayrıca en boy oranının değiştirilmesi kare şeklinde olan profil kesitini değiştirmiş ve böylelikle modların doğal frekans değerlerinin çakışması da engellenmiştir.

4.4. Köşe Radyüsünün Etkisi

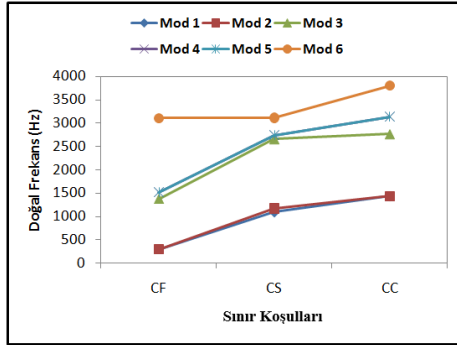
Dikdörtgen kesitli hibrit kompozit profillerde bütün modlardaki doğal frekanslar köşe radyüsünün değişiminden ihmal edilebilecek kadar az miktarda etkilenmiştir. Tüm modlardaki doğal frekansların köşe radyüsünün değişimi ile gösterdiği değişim Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6. Köşe radyüsünün doğal frekansa etkisi

4.5. Sınır Koşullarının Etkisi

Buraya kadar yapılan tüm analizlerde bir ucu ankastre, diğer ucu serbest mesnetlenmiş (CF) kompozit profiller kullanılmıştır. Şekil 7'de farklı sınır koşullarının doğal frekansa etkisi verilmiştir.



Şekil 7. Sınır koşullarının doğal frekansa etkisi

Şekil 7 incelendiğinde, tüm modlardaki en küçük doğal frekansın CF kodlu sınır koşulu için elde edildiği görülmektedir. CC kodlu sınır koşulu için yapılan analizler sonucunda tüm modlardaki en yüksek doğal frekanslar elde edilmiştir. Bu durum, Mishra ve Rourkela [9] ve Sahu vd. [10] tarafından yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçlarla uyumluluk göstermektedir.

5. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada, bir sonlu elemanlar paket programı olan ANSYS® Workbench 17.0 kullanılarak dikdörtgen kesitli hibrit kompozit profillerin doğal frekans analizleri gerçekleştirilmiştir. Cam fiber takviyeli kompozit ve karbon fiber takviyeli kompozit profillerin farklı fiber açıları için sonlu elemanlar analizleri yapılmış ve ardından cam fiber takviyeli kompozit tabakalar ve karbon fiber takviyeli kompozit tabakalar birbiri üzerine farklı açı ve sırada istiflenerek hibrit kompozit profiller oluşturulup analizleri yapılarak hibritlemenin doğal frekansa etkisi araştırılmıştır. Ayrıca, hibrit kompozit profillerin doğal frekansına en boy oranının, köşe radyüsünün ve sınır koşulunun etkisi de incelenmiştir. Çalışma sonucunda elde edilen sonuçlar şöyledir;

- ❖ Tüm tabaka dizilimleri için CFTK profillerin doğal frekansı, KFTK profillerin doğal frekansından daha küçüktür. Hibrit kompozit profillerin doğal frekansı ise, tüm tabaka dizilimleri için, CFTK profillerin doğal frekansından büyük, KFTK profillerin doğal frekansından ise küçüktür. Bu durumun, CFTK ve KFTK tabakaların rijitlikleri ve yoğunluklarıyla açıklanması mümkündür. KFTK tabakalar CFTK tabakalara göre özellikle fiber doğrultusunda olmak üzere daha yüksek elastisite modülüne sahiptirler (Tablo 2), dolayısıyla daha rijittirler ve bu sebeple doğal frekansları daha yüksektir. KFTK tabakalar arasında CFTK tabakaların yerleştirilmesiyle elde edilen hibrit kompozit profillerin ağırlığı KFTK profillere göre, CFTK tabakaların yoğunluğunun KFTK tabakalara nazaran yüksek olması sebebiyle daha yüksektir. KFTK tabakalar arasında CFTK tabakaların yerleştirilmesi kütlenin artmasına elastisite modülünün ise azalmasına

sebepe olmuştur. Bu da, hibrit kompozit profillerin doğal frekansının KFTK profillerin doğal frekansı ile CFTK profillerin doğal frekansı arasında bir değer almasına yol açmıştır.

- ❖ Hibrit kompozit profillerde en boy oranı arttıkça birinci ve ikinci moddaki doğal frekanslar artarken, üçüncü, dördüncü ve altıncı modlardaki doğal frekanslar ise azalmıştır. Beşinci moddaki doğal frekans en boy oranı $AR=1,5$ 'e kadar artış göstermiş daha sonra azalmıştır. Birinci ve ikinci moddaki titreşimler tüm en boy oranları için eğilme mod şeklindedir. En boy oranının artmasıyla birlikte hibrit profillerin eğilme rijitliği ve alan atalet momentindeki artış birinci ve ikinci moddaki doğal frekansların artmasına sebebiyet vermiştir. Bu artış, en boy oranının artmasına paralel olarak gerçekleşen kütledeki artış sebebiyle düşüktür. Üçüncü, dördüncü ve altıncı moddaki frekanslarda hibrit profillerin en boy oranının arttıkça doğal frekanslarının azalması şaşırtıcıdır. Çünkü, hibrit profillerin en boy oranlarının değişmesiyle mod şekillerinde herhangi bir değişme olmamaktadır. Bu sebeple, hibrit kompozit profillerin doğal frekanslarının en boy oranının değişimi ile nasıl değişkenlik gösterdiği yüksek frekanslar için daha detaylı ve deneysel olarak da incelenmelidir. Benzer bir durumun beşinci moddaki frekanslar içinde geçerli olduğu düşünülmektedir.
- ❖ Bütün modlardaki doğal frekanslar, köşe radyüsünün değişiminden etkilenmemiştir. Her ne kadar hibrit kompozit profillerin kütle ve alan atalet momentleri köşe radyüsünün değişiminden kaynaklı değişkenlik gösterse de, bu değişimin doğal frekansları etkilemeyecek kadar küçük olduğu düşünülmektedir.

Ayrıca, köşe radyüslerinin değiştirilmesi profillerin rijitliğinde de önemli bir değişime neden olmadığından köşe radyüsünün değişimi ile doğal frekanslarda önemli bir değişiklik görülmemiştir.

- ❖ Tüm modlardaki en küçük doğal frekanslar CF kodlu sınır koşulu, en büyük doğal frekanslar ise CC kodlu sınır koşulu için elde edilmiştir. Uygulanan sınır koşuluna göre hibrit kompozit profillerin direngenliği değişkenlik göstermektedir. CC kodlu sınır koşulu için profillerin serbestliği en yüksek oranda kısıtlandığından en büyük doğal frekans bu sınır koşulu için elde edilmiştir.
- ❖ Sonlu elemanlar metodunun kullanılmasıyla elde edilen bu sonuçlar, literatürde var olan daha önceden yapılmış çalışmalar [5,9,10] tarafından doğrulanmaktadır. Bu durum sonlu elemanlar metodunun çok küçük hata payı ile tabakalı kompozit profillerin doğal frekansının tahmin edilmesinde kullanılabilir güçlü bir araç olduğunu göstermektedir.

Kaynakça

- [1] Mota, G.M., Sollero, P., Batista, E.L., Albuquerque, A.L. 2008. Modal Analysis Technique for Anisotropic Composite Laminates, ICCES, Cilt. 7, Sayı. 2, s. 95-100.
- [2] Günyar, A., Öztürk, H., Sabuncu, M. 2012. Kompozit Eğri Çubukların Doğal Frekans ve Burkulma Yükü Analizi, DEÜ Mühendislik Fakültesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt. 14, Sayı. 42, s. 33-42.
- [3] Kwon. Y.W., Plessas, S.D. 2014. Numerical Modal Analysis of Composite Structures Coupled with Water, Composite Structures, s. 325-335.
- [4] Dongare, M.P., Deshmukh, S. 2012. Static and Modal Analysis of Composite Drive Shaft and

- Development of Regression Equations, International Journal of Engineering Research and Technology, Cilt. 1, Sayı. 10, s. 2-6.
- [5] Pingulkar, P., Suresha, B. 2016. Free Vibration Analysis of Laminated Composite Plates Using Finite Element Method, Polymers and Polymer Composites, Cilt. 24, Sayı. 10, s. 529-538.
- [6] Erkliğ, A., Bulut, M., Yeter, E. 2012. Effects of Cutouts on Natural Frequency of Laminated Composite Plates, Science and Engineering of Composite Materials, s. 179-185. DOI: 10.1515.
- [7] Liew, K.M., Kitiporchai, S., Leung, A.Y.T., Lim, C.W. 2003. Analysis of The Free Vibration of Rectangular Plates with Central Cut-outs Using The Discrete Ritz Method, International Journal of Mechanical Sciences, s. 941-959. DOI: 10.1016/s.0020-7403(03)00109-7.
- [8] Aydoğdu, M. 2006. Free Vibration Analysis of Angle-Play Laminated Beams with General Boundary Conditions, Journal of Reinforced Plastics and Composites, Cilt. 25, Sayı. 15. s. 1571-1583. DOI: 10.1177/0731684406066752.
- [9] Mishra, I., Sahu, S.K. 2014. Modal Analysis of Woven Fiber Composite Plates with Different Boundary Conditions, International Journal of Structural Stability and Dynamics, Cilt. 15, Sayı. 1, s. 1-17. DOI: 10.1142/s.0219455415400015.
- [10] Sahu, S.K., Mohanty, J., Ray, B.C., Bhanja, I.P., Parhi, P.K. Modal Analysis of Delaminated Woven Fiber Composite Plates.
- [11] Curtu, I., Stanciu, M.D., Ciofoaia, V. 2011. The Modal Analysis of Plates Made of Woven Composite Materials, Buletinul AGIR, Sayı. 1.
- [12] Makine Mühendisliğinde Sonlu Elemanlar Yöntemi. <http://www.yildiz.edu.tr/~cdemir>
- [13] ANSYS® Workbench 17.0, Engineering Data. /sonlu_elemanlar.pdf (Erişim Tarihi: 26.08.2017).