

GRİ TAHMİN YÖNTEMİ: BİREYSEL EMEKLİLİK SİSTEMİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Dr. Öğr. Üyesi Eylem BAYRAKÇI¹

Arş. Gör. Esra AKSOY²

ÖZET

Bir ülkede var olan finansal sistemin en temel özelliği; tasarruf sahiplerinin elinde bulunan fonları, fon ihtiyacı olan kesime ulaştırmaktır. Aynı zamanda toplanan fonların verimli bir biçimde ülke ekonomisi için kullanılmasını sağlamaktır. Özellikle gelişmiş ve gelişen ülke ekonomilerinde, bu iki etkenin bir araya getirilmesi için oldukça profesyonel yapılara ihtiyaç vardır. Bireysel Emeklilik Sistemleri (BES) ise aktif olarak piyasalara uzun vadeli fon sağlaması için tasarlanmış bir sistemdir. BES'in ülke ekonomisi açısından en temel işlevi bu fonların toplanmasında artış sağlamaktır. Bireysel açıdan bakıldığında ise yatırım yapan bireylerin emeklilik dönemlerinde rahat bir hayat sürmesi; elde edilecek ek gelire bağlı olarak refah seviyesinin artmasıdır. Genel bir ifadeyle bir ülkede iyi bir finansal sistemin var olması ve verimli bir şekilde işlemesi hem ülke hem de birey tarafından oldukça önem arz etmekte olup o ülkedeki ekonomik gelişmenin ise itici bir gücü olmaktadır. Bu çalışmanın amacı ise Türkiye de var olan BES sistemine bağlı katılımcı sayılarını ve yatırıma yönlendirilen tutarların gelecek dönem için tahmininin yapılmasıdır. Uygulama için Gri Teori'nin bir dalı olan Gri Tahmin G(1,1) modeli kullanılmıştır. Çalışmada 2011-2016 yılları arasındaki veriler yıllık olarak alınmıştır ve 2020 yılına kadar 4 yıllık tahmin yapılmıştır. Ele alınan 6 yıllık veriler için öncelikle test tahmini yapılarak uygulamadaki test tahmininin hata payı oranları hesaplanmıştır. Daha sonra elde edilen hata payı oranlarının güvenilirliği test edilerek, gelecek yıllar için katılımcı sayısı ve yatırıma yönlendirilen tutarların tahminleri yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bireysel Emeklilik Sistemi, Gri Teori, Gri Sistem, Tahminleme

GREY ESTIMATION METHOD: AN APPLICATION ON INDIVIDUAL PENSION SYSTEM

ABSTRACT

The most basic feature of the financial system in a country is; to transfer the funds in the hands of the savings owners to those who need funds. At the same time it is ensuring that the funds collected are used efficiently for the country's economy. Especially in developed and developing country economies, there is a need for highly professional structures to bring these two factors together. The Individual Pension System (IPS) is a system designed to provide long-term funding actively. The main function of IPS in terms of the country's economy is to increase the collection of these funds. From an individual perspective, a comfortable life is spent during the retirement periods of the investing individuals; is the increase of the level of wealth depending on the additional income to be obtained. Generally speaking, the existence of a good financial system in a country and its efficient operation is very important for both the country and the individual, and the economic development in that country is a driving force. The purpose of this study, depending on the BES system in Turkey the number of participants and the amount to be invested are estimated for the next period. For the application, Gray Estimation G (1,1) model, which is a branch of Gray Theory, is used. In the study, data between years 2011-2016 were taken annually and a 4 year forecast was made until 2020. For the 6-year data, the test estimates were first made and the error share ratios of the test estimates in the application were calculated. Then, the reliability of the error margin ratios obtained is tested and the number of participants for the coming years and the amounts to be invested are estimated.

Keywords: Individual Pension System, Grey Theory, Grey System, Forecasting

¹Isparta Uygulamalı Bilimler Üniversitesi Yalvaç Büyükkutlu Uygulamalı Bilimler Yüksekokulu, eylembayrakci@isparta.edu.tr

²Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, esraaksoy@sdu.edu.tr

GİRİŞ

Bireysel Emeklilik Sistemi (BES) kavramı; bireylerin düzenli bir şekilde tasarruflarda bulunup, ilerleyen yani emeklilik dönemlerini iyi bir şekilde geçirmelerine katkı sağlayacak bir sistem olarak tanımlanabilir (Polat ve Kekeç: 2017: 178). BES sistem olarak uygulanan ülkeler arasında uygulama açısından farklılık göstermektedir. Yani BES uygulanan bazı ülkelerde sosyal güvenliğin alternatifi durumunda iken bazı ülkelerde ise sosyal güvenliği tamamlayıcı konumundadır. BES'e katılım ise yine aynı şekilde ülkeden ülkeye farklılık gösterip; zorunlu ya da gönüllü olarak işlemektedir. Türkiye'de ise BES'e katılım şekli gönüllülük esasına dayanmakta olup; son dönemlerde otomatik katılım gündemdedir. Otomatik katılım, zorunlu bir katılım şekli olarak algılansa da hala sisteme girişler gönüllüdür, istendiği durumda birey sistemden çıkışlar yapılabilmektedir (Polat ve Kekeç: 2017: 178). Türkiye'de BES; bireysel katkı paylarının toplanma işlemi ve özel emeklilik ürünlerinin satışı ile ilgili emeklilik dalında faaliyette bulunma ruhsatı almış emeklilik şirketlerinin yetkilendirildiği bir sistem olarak çalışmaktadır (Apak ve Taşçıyan, 2010: 121).

Türkiye'de toplam tasarruf seviyesi henüz yetersiz olup, finansal piyasalar ve araçlar ise hala büyüme evresindedir. Bireyler tarafından finansal araçlara talebin yetersiz ve az olması buna bağlı olarak finansal piyasaları da sığ bırakmaktadır. Ülkemizde tasarrufların yastık altı olarak saklanması, yatırımlara kaynak sağlayacak ve bu alandaki düzenli akış sağlayacak yeterli tasarruf birikiminin elde edilmesini sınırlamaktadır. Bu hususta ülkede bireylere ait tasarrufların toplanarak tasarrufların artmasına imkân sunmak ülkedeki finansal yapıyı da olumlu yönde etkileyecektir (Can, 2010: 141).

BES'in uygulandığı devletlerde sosyal güvenlik sistemi sorunları için alternatif çözüm olarak büyük rol oynamaktadır. Aynı zamanda, tutar açısından az miktardaki tasarrufları, düzenli prim ödeme aracılığıyla büyük çaplı fon havuzlarında biriktirip, uzun vadeli fon kaynağı olarak finansal piyasalarda kullanılarak; istihdamın artmasına, finansal yapının gelişmesinin de ve ülke kalkınmasında kurumsal yatırımcı olarak büyük fark yaratmaktadır (Polat ve Kekeç: 2017: 179).

BES Türkiye'de başarısını kanıtlayarak, 2017 yılı itibarıyla 14 yıllık bir geçmişe sahiptir. Bunun yanında 2016 yılı, özellikle Ocak 2013 tarihi ile uygulanan devlet katkısı teşviğiyle beraber sistemin asıl amacına hızlı bir şekilde yol aldığı görülmektedir. Katılımcı sayısı 2016 yılı itibarıyla sonuna kadar yaklaşık bir önceki yılsonuna göre %10 artış göstermiştir. Buna bağlı olarak emeklilik yatırım fonu büyüklüğü %24 oranında artış göstermiştir. Bu mevcut durum sistemin gelişiminin birer göstergesi niteliğindedir. Yaşanılan bu gelişme, ülkenin ve sistemin planladığı amaçlara ulaşma yolunda olumlu bir adım olarak ifade edilebilir (Emeklilik Gözetim Merkezi (EGM), Gelişim Raporu: 2016: 11).

Bireysel Emeklilik Sisteminde; ulusal tasarruf oranlarının artış göstermesi, ekonomiye ve bunun yanında sermaye piyasalarına uzun vadede tasarrufa kaynak olması için büyük çaba gösterilmektedir. Aynı zamanda istenilen bir düzeyde sistemin var olması; dış finansmana duyulan gereksinimin azaltılmasında da büyük rol oynayacağı öngörülmektedir (EGM, Gelişim Raporu: 2016: 7). Bu çerçevede, gelecek dönemlerde sisteme ne kadar katılımcı dâhil olacak ve ne kadar fon yatırıma yönlendirilecek tahmin edilmesi sistemin ilerleyen dönemler için gerçekleştireceği çalışmalar ve yapacağı planlar üzerinde çok büyük etkisi olacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda yapılacak olan bu çalışmada da gelecek dönem katılımcı sayısı ve buna bağlı olarak gerçekleştirilecek yatırıma yönlendirilen tutarların tahmini amaçlanmıştır.

Çalışmada bireysel emeklilik sistemi gelişim raporuna göre 2011-2016 yılı arası katılımcı sayıları ve buna bağlı olarak yatırıma yönlendirilen tutarların ileriye dönük

tahminlemesi yapılmıştır. Tahmin için Gri Teori temel GM(1,1) yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada öncelikle GT yöntemi ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Daha sonra ise 2011-2016 arasındaki veriler GT yöntemi ile analiz edilerek simülasyon değerleri hesaplanmıştır. Hesaplanan simülasyon değerleri ile gerçek değerleri arasındaki hata payı oranları hesaplanmış ve güvenilirliği test edilmiştir. Elde edilen güvenilirlik testinden sonra ise ileriye dönük tahminler yapılmıştır.

1. LİTERATÜR TARAMASI

Gri tahminleme yöntemi ile yerli ve yabancı literatürde yer alan ve birçok alanda yapılan çalışmalar bulunmaktadır. Bu çalışmalardan bazıları uygulama alanı ve yazarlar olarak Tablo. 1'de ele alındığı gibidir.

Tablo 1: Gri Tahminleme İle Yapılan Bazı Çalışmalar

Uygulama Alanı	Yazar(lar)
Elektrik Talep Tahmini	(Yao vd, 2003)
Yedek Parçaların Tahmini	(Chiou, Tzeng and Cheng, 2004)
Tank Tabanının Aşınma Tahmini	(Liu ve Zhang, 2007)
Hisse Senedi Tahmini	(Huang ve Jane, 2009)
Gri Tahmin Uygulama	(Tien,2009)
Enerji Tüketim Tahmini	(Yu ve Lu, 2012), (Feng, Ma, Song and Ying, 2012), (Suo, 2017)
Gri Tahmin Modeli'nin Enerji Tedarik Yönetimi Mühendisliği'ne Uygulanması	(Chen ve Wang, 2012)
CO ₂ Emisyon Tahmini	(Yılmaz ve Yılmaz, 2013)
İnternet İş Pazarları Tahmini	(Huang vd., 2014).
Kredi Kartı Kullanım İstatistiklerinin Tahmini	(Yıldırım ve Keskintürk, 2015)
Maliyet Tahmini	(Zhao, 2016), (Özer Keçe, Ömürbek ve Acar, 2016)
Lojistik Şirketlerinin Sürdürülebilirlik Performansı İçin Gri Tahmin	(Yu, Wang ve Ho, 2016).
Doğal Gaz Talep Tahmini	(Oruç ve Çelik Eroğlu, 2017)
Yabancı Turist Tahmini	(Hu, 2017)
Banka Karlılık Tahmini	(Ömürbek vd., 2018), (Ömürbek ve vd.,2018)
Araç Titreşim Tahmini	(Zhao ve Yin, 2018)

2. GRİ TEORİ

Gri Sistem Teori, 1980'lerde Çinli araştırmacı Profesör Deng Julong tarafından başlatılan bir tür sistematik ve bilimsel teoridir. Teori, tüm rastgele örnek çeşitlerinin bir aralıktaki değişen gri çeşitler olduğunu kabul etmektedir, yani tüm rastgele süreç belirli bir aralıktaki değişen gri çeşitlilik olarak kabul edilir. Geçmişe ve günümüze kadar bilinen ya da belirsiz bilgilere ve veri üretme yaklaşımına göre, ham veriler oldukça düzenli bir üretim serisine dönüşebilir ve daha sonra ilgili araştırma ve modelleme yapılabilir (Shen ve Lu, 2014: 82).

Genellikle, mevcut gri ilişkilerin gerekçesiyle, gri elemanlar, gri sayılar; hangi gri sisteminin tanımlandığını belirleyebilir, burada "gri", zayıf, eksik, belirsiz vb. anlamına gelmektedir (Julong, 1989: 1). Gri sistemin amacı ve uygulamaları, sosyal bilim ve doğa bilimleri arasındaki mevcut boşluğu kapatmaktır. Böylece, Gri Sistem teorisinin disiplinler arası olduğu ve çeşitli uzmanlık alanlarını içerdiği söylenebilir (Julong, 1989: 1).

Gri sistem teorisinin temel içeriği ve konuları gri ilişkisel alan, gri üretim alanı, gri tahmin, gri karar verme, gri kontrol, gri matematik, gri teori alanlarını kapsamaktadır (Julong, 1989: 2-3).

2.1.Gri Tahmin Yöntemi; Temel Gri Tahmin GM(1,1) Yöntemi

Gri tahmin yöntemi, sistemlerin ileriki dönemlerde söz konusu durumları hakkında tahminler yapmak ve sistemlerin belirsiz özelliklerini kavrayabilmek için ham veri setleri üzerinde dizi operatörlerinden yararlanarak tahmin yapmaktadır (Liu ve Lin, 2010: 133). Gri sistemler teorisi birçok alanda başarıyla kullanılmıştır ve gri tahmin teorisi, gri sistem teorisinin önemli bir dalıdır. Zaman serileri tahmini, afet tahmini, mevsimsel afet tahmini, topolojik tahmin ve sistematik tahmin olarak beş temel gri tahmin kategorisi bulunmaktadır. GM(1,1) modeli, tahmin teorisinin ana modelidir, yani az miktarda veri (en az dört veya daha fazla) ile oluşturulan ve yine de yüksek hassasiyetli sonuçlar alabilen tek değişken birinci dereceden gri modeldir. GM(1,1) modeli gri sistemde en çok kullanılan tekniklerden biridir. Son yıllarda, çeşitli alanlarda başarılı bir şekilde kullanılmıştır ve tatmin edici sonuçlar göstermiştir (Xie ve Liu, 2009: 1174).

Literatürdeki çalışmalara bakıldığında yaygın olarak kullanılan Temel Gri Tahmin Modeli GM(1,1) tanımı ve aşamaları aşağıdaki gibidir.

Temel Gri Tahmin GM(1,1) metodu, birinci dereceden tek değişkenli gri modeli olarak tanımlanmaktadır (Liu ve Lin, 2010: 107). GM(1,1) modelinin diferansiyel denklemleri ile zamanla değişen katsayılarla sahip olmaktadır (Mostafaei ve Kordnoori, 2012: 97). Temel GM(1,1) modeli sırasıyla aşağıdaki adımdan oluşmaktadır. Bunlar; (Xie ve Liu, 2009: 1174-1175; Liu ve Lin, 2010: 107-108; Shen ve Lu, 2014: 82-83).

➤ Ham veri seti aşağıdaki gibi oluşturulur ve $X^{(0)}$ negatif olmayan orijinal veri serisidir.

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$$

➤ Bu adımda birinci dereceden toplam üretim operatörü yardımıyla $X^{(1)}$ serisi oluşturulur.

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)), \quad X^{(1)} \text{ serisi oluşturularak}$$

$X^{(0)}k + ax^{(1)}(k) = b$ eşitliği elde edilir ve GM (1,1) modelinin orijinal biçimi olarak adlandırılır.

➤ Elde edilen $X^{(1)}$ serisi ile $Z^{(1)}$ serisi oluşturulur.

$$Z^{(1)}(k) = \frac{1}{2}(x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)), \quad k = 2, 3, \dots, n.$$

$Z^{(1)}$ serisi ile birlikte; $x^{(0)}k + az^{(1)}(k) = b$ GM (1,1) modelinin temel biçimi elde edilir.

➤ $X^{(1)}$ ve $Z^{(1)}$ serilerinden sonra eğer $\hat{a} = (a, b)^T$ parametrelerinin bir dizilimiye ve

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

ise en küçük kareler yöntemi ile tahmin etmek için $x^{(0)}k + az^{(1)}(k) = b$ eşitliği yardımıyla GM(1,1)' in parametrelerine karşılık gelen \hat{a} vektörü hesaplanır.

$$\hat{a} = (a, b)^T;$$

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y$$

➤ Eğer $(a, b)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$ ise,

$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$, biçiminde gösterilen birinci dereceden türevlenebilir eşitlik elde edilir;

$x^{(1)}(t) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-at} + \frac{b}{a}$ ile verilir. Yani;

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad k=1,2,3\dots n$$

➤ Elde edilen birinci dereceden türevlenebilir eşitliğe ters kümülatif işlemi uygulanır ve ardından tahmin değerleri aşağıda gösterilen model ile elde edilir.

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = a^{(1)} \hat{x}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = (1 - e^a) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak}, k=1,2,\dots n$$

➤ Üretilen tahmin değerleri için hata payı hesaplanır ve modelin gelecek tahmini için kullanıp kullanılmayacağı test edilir. Burada, $X^{(0)}$ ham veri setinin herhangi bir k elemanı için tahmin hatası $\varepsilon^{(0)}(k)$ ile ifade edilir ve aşağıdaki denklem kullanılarak hesaplanır (Liu ve Lin, 2010: 133-134).

$$\varepsilon^{(0)} = (\varepsilon(1), \varepsilon(2), \dots, \varepsilon(n)) = (x^{(0)}(1) - \hat{x}(1), x^{(0)}(2) - \hat{x}(2), \dots, x^{(0)}(n) - \hat{x}(n))$$

$X^{(0)}$ ham veri setinin herhangi bir k elemanı için hata oranı ise Δ_k ile ifade edilir ve aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır ve yüzdesi alınarak tanımlanır.

$$\Delta_k = \left(\left| \frac{\varepsilon(1)}{x^{(0)}(1)} \right|, \left| \frac{\varepsilon(2)}{x^{(0)}(2)} \right|, \dots, \left| \frac{\varepsilon(n)}{x^{(0)}(n)} \right| \right) = \{\Delta_k\}_1^n$$

Model için ortalama görelî hata $\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \Delta_k$ olarak hesaplanır. Ortalama görelî hata oranı hesaplandıktan sonra modelin güvenilirliği test doğruluk ölççeği ile kontrol edilir (Tablo 4.). Eğer ki $\bar{\Delta} < \alpha$ ise gelecek tahmini yapılabilir. $1 - \bar{\Delta}$ ise modelin güvenilirlik oranını vermektedir.

3. BİREYSEL EMEKLİLİK SİSTEMİNDE KATILIMCI SAYILARI ve YATIRIMA YÖNLENDİRİLEN TUTARLARIN GRİ TAHMİN YÖNTEMİ İLE ANALİZİ

Ülkemizde 2017 yılı itibari ile 14 yıllık geçmişe sahip olan Bireysel Emeklilik Sistemi her geçen gün daha da iyi bir uygulama sergilemektedir. Çalışmada BES’de oldukça önemli bir yere sahip olan “katılımcı sayısı” ve “yatırıma yönlendirilen tutar” faktörleri dikkate alınmıştır. Yatırıma yönlendirilen tutar adı altındaki veriler; yürürlükteki sözleşmelere ait toplam katkı payının, içinden belli bir kısmı yönetim gideri kesintisi olarak düşüldükten sonra kalan tutarlardır (EGM, Gelişim Raporu 2016: 12). Uygulamada Türkiye’deki BES’in güvenli ve etkin biçimde işletilmesini sağlamak için kurulan Emeklilik Gözetim Merkezinin sitesinde yer alan BES gelişim raporlarından elde edilen verilerle (www.egm.org.tr) katılımcı sayısı ve yatırıma yönlendirilen tutarların 2017-2020 yılları için; ileri dönem 4 yıllık tahminlemesi yapılmıştır. Çalışmada kullanılan veriler; “katılımcı sayısı” ve “yatırıma yönlendirilen tutar”

2011 ile 2016 yılları arası son 6 yıllık veriler (son yayınlanan faaliyet raporu 2016 yılı olmak üzere) kullanılmıştır. Oluşturulan veri Tablo 2.'de görüldüğü gibidir.

Tablo 2: Bireysel Emeklilik Sistemi Gelişim Raporuna Göre Katılımcı Sayıları ve Yatırıma Yönlendirilen Tutar Verileri

Yıllar	Katılımcı Sayısı (ADET)	Yatırıma Yönlendirilen Tutar TL
2011	2641843	12.028,485,722
2012	3128130	15.741,037,013
2013	4153055	21.455,900,238
2014	5092871	27.842,765,911
2015	6038432	36.549,379,287
2016	6627025	43.733,162,043

Analiz için öncelikle elde edilen verilerle GM (1,1) modeli kurulmuştur. Burada tahmin modeli; GM(1,1) modeli zaman serileridir. Modelde öncelikle ham veriler ile uygulama sonucu bulunan simülasyon verileri karşılaştırılarak tahmindeki hata payları hesaplanacaktır. Ardından hesaplama sonucunda modelin güvenilirliği test edilerek elde edilen güvenilirlik testleri doğruluk test ölçeği için uygun aralıkta ise model için ileriye dönük tahminler yapılacaktır.

BES katılımcı sayıları tahmini için çözüm adımları sırası ile aşağıdaki gibidir,

➤ Ham veri dizisi:

$$X^{(0)} = (2641843, 3128130, 4153055, 5092871, 6038432, 6627025)$$

➤ $X^{(0)}$ dizisinin kümülatif toplamı alınarak $X^{(1)}$ dizisi oluşturulmuştur;

$$X^{(1)} = (2641843, 5769973, 9923028, 15015899, 21054331, 27681356)$$

Oluşturulan setler için $X^{(0)}$ dizisi için yarı düzgünlük (quasi-smooth) kontrolü aşağıdaki gibi yapılmıştır (Liu ve Lin, 2010: 113),

$$p(4) = \frac{x_{(4)}^{(0)}}{x_{(3)}^{(1)}} = \frac{6627025}{21054331} \cong 0.31476$$

$$p(5) = \frac{x_{(5)}^{(0)}}{x_{(4)}^{(1)}} = \frac{6038432}{15015899} \cong 0.40214$$

Yarı düzgünlük kontrolü için koşul: $k > 3$ olduğu durumlarda bulunan değerler 0,5'den küçük olmak zorundadır.

Bakıldığında, $p(5) < 0.5$ şartını sağladığı için $X^{(0)}$ yarı düzgünlük kuralına uygundur.

➤ Aynı şekilde, $X^{(1)}$ dizisi için yarı üssellik (quasi exponentiality) kontrolü aşağıdaki gibi yapılmıştır (Liu ve Lin, 2010: 133),

$$\sigma^{(1)}(4) = \frac{x_{(4)}^{(1)}}{x_{(3)}^{(1)}} = \frac{27681356}{21054331} \cong 1.31476$$

$$\sigma^{(1)}(5) = \frac{x_{(5)}^{(1)}}{x_{(4)}^{(1)}} = \frac{21054331}{15015899} \cong 1.40214$$

Yarı üssellik kontrolü için koşul: $k > 3$ olduğu durumlarda $\sigma^{(1)}(k) \in [1, 1.5]$ olmalıdır ve bakıldığında $\sigma^{(1)}(4) \in [1, 1.5]$ olduğu için $X^{(1)}$ dizisi yarı üssellik kuralına uygundur.

Model için yarı düzgünlük ve yarı üssellik koşulları sağlandığından GM(1,1) modeli kurulabilir.

➤ $X^{(1)}$ dizisindeki veriler kullanılarak $Z^{(1)}$ dizisinin oluşturulmuştur;

$$Z^{(1)} = (2641843, 4205908, 7846500.5, 12469463.5, 18035115, 24367843.5)$$

➤ GM(1,1) parametreleri ise aşağıdaki görüldüğü gibidir;

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ x^{(0)}(5) \\ x^{(0)}(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3128130 \\ 4153055 \\ 5092871 \\ 6038432 \\ 6627025 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ -z^{(1)}(5) & 1 \\ -z^{(1)}(6) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4205908 & 1 \\ -7846500.5 & 1 \\ -12469463.5 & 1 \\ -18035115 & 1 \\ -24367843.5 & 1 \end{bmatrix}$$

➤ a ve b parametreleri;

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} -0.17242 \\ 2700117 \end{bmatrix}$$

Elde edilen parametreler kullanılarak model kurulmuştur;

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.17242x^{(1)} = 2700117.00700$$

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a} = 18302299e^{0.17242k} - 15660456$$

➤ Oluşturulan model kullanılarak tahmin değerlerinin hesaplanması aşağıda gösterildiği gibidir;

$$\hat{X}^{(1)} = (\hat{x}^{(1)}(1), \hat{x}^{(1)}(2), \hat{x}^{(1)}(3), \hat{x}^{(1)}(4))$$

$$\hat{X}^{(1)} = (2641843, 6085829, 10177877, 15039936, 20816899, 27680927)$$

➤ Bu adımda ise ters kümülatif işlemi yapılarak tahmini değerleri hesaplanmıştır ve bu değerler;

$$\hat{x}^{(0)} = (2641843, 3443986, 4092048, 4862059, 5776963, 6864028)$$

Tahmin değerlerinin hesaplanmasından sonra hata payının ve oranının belirlenmesi elde edilen sonuçlarına göre modelin doğruluk kontrolünün yapılması Tablo 3.'de gösterildiği gibidir.

Tablo 3: Katılımcı Sayısı İçin Kurulan Modelin Hata Payı ve Görelî Hata Oranının Hesaplanması

	Ham veri	Tahmini Veri	Hatalar	Görelî Hatalar %
	$x^{(0)}(k)$	$\hat{x}^{(0)}(k)$	$\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}(k)$	$\Delta_k = \frac{ \varepsilon(k) }{x^{(0)}(k)}$
2012	3128130	3443986	-315856	0,10097
2013	4153055	4092048	61007	0,01469
2014	5092871	4862059	230812	0,04532
2015	6038432	5776963	261469	0,04330

2016	6627025	6864028	-237003	0,03576
------	---------	---------	---------	---------

➤ Ortalama görelî hata;

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{5} \sum_{k=2}^6 \Delta_k = \%4,80094$$

Model doğruluk testi için yaygın olarak kullanılan ölçek Tablo 4.'de gösterilmiştir (Liu ve Lin, 2010: 135; Ömürbek vd, 2018: 83).

Tablo 4: Model Testi İçin Doğruluk Ölçeği

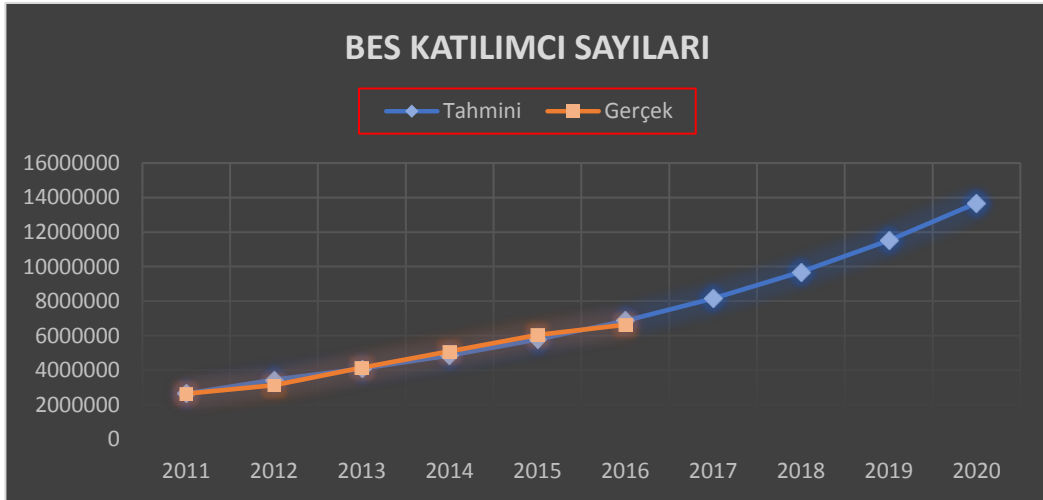
Eşik Değeri	Görelî Hata
Doğruluk Ölçeği	α
1. seviye	0.01
2.seviye	0.05
3.seviye	0.10
4.seviye	0.20

Tablo 4.'e bakıldığında $\bar{\Delta} < \alpha$ olduğundan bu model için gelecek tahmin değerleri üretilebilir. Tablo 5.'de ise 2020 yılına kadar tahmin değerleri hesaplanmıştır.

Tablo 5: Gelecek Dönemler için BES Katılımcı Sayıları Tahmin Değerleri

	2017	2018	2019	2020
Tahmini Değerler	8155648	9690315	11513764	13680335

Grafik 1: BES Katılımcı Sayısı, Tahmini ve Gelecek Tahminlerinin Grafiksî Gösterimi



Grafik 1'e bakıldığında BES katılımcı sayıları için yapılan tahminleme analizinde simülasyon değerleri 2011-2016 yılı için gerçek değerleriyle kıyaslandığında oldukça yakın çıktığı görülmektedir.

BES yatırıma yönlendirilen tutarların tahmini için çözüm adımları aşağıdaki gibidir,

➤ Ham veri dizisi:

$$X^{(0)} = (12028485722, 15741037013, 21455900238, 27842765911, 36549379287, 43733162043)$$

➤ $X^{(0)}$ dizisinin kümülatif toplamı alınarak $X^{(1)}$ dizisi oluşturulmuştur;

$$X^{(1)} = (12028485722, 27769522735, 49225422973, 77068188884, 113617568171, 157350730214),$$

➤ Oluşturulan setler için $X^{(0)}$ dizisi için yarı düzgünlük (quasi-smooth) kontrolü aşağıdaki gibi yapılmıştır,

$$p(4) = \frac{x_{(4)}^{(0)}}{x_{(3)}^{(1)}} = \frac{43733162043}{113617568171} \cong 0.38492$$

$$p(5) = \frac{x_{(5)}^{(0)}}{x_{(4)}^{(1)}} = \frac{36549379287}{77068188884} \cong 0.47425$$

Yarı düzgünlük kontrolü için koşul: $k > 3$ olduğu durumlarda bulunan değerler 0,5'den küçük olmak zorundadır.

Bakıldığında, $p(5) < 0.5$ şartını sağladığı için $X^{(0)}$ yarı düzgünlük kuralına uygundur.

➤ Aynı şekilde, $X^{(1)}$ dizisi için yarı üssellik (quasi exponentiality) kontrolü aşağıdaki gibi yapılmıştır,

$$\sigma^{(1)}(4) = \frac{x_{(4)}^{(1)}}{x_{(3)}^{(1)}} = \frac{157350730214}{113617568171} \cong 1.38492$$

$$\sigma^{(1)}(5) = \frac{x_{(5)}^{(1)}}{x_{(4)}^{(1)}} = \frac{113617568171}{77068188884} \cong 1.47425$$

Yarı üssellik kontrolü için koşul: $k > 3$ olduğu durumlarda $\sigma^{(1)}_{(k)} \in [1, 1.5]$ olmalıdır ve bakıldığında $\sigma^{(1)}_{(5)} \in [1, 1.5]$ olduğu için $X^{(1)}$ dizisi yarı üssellik kuralına uygundur.

Model için yarı düzgünlük ve yarı üssellik koşulları sağlandığından GM(1,1) modeli kurulabilir.

➤ $X^{(1)}$ dizisindeki veriler kullanılarak $Z^{(1)}$ dizisinin oluşturulmuştur;

$$Z^{(1)} = (12028485722, 19899004229, 38497472854, 63146805929, 95342878528, 135484149193)$$

GM(1,1) parametreleri ise aşağıdaki görüldüğü gibidir;

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ x^{(0)}(5) \\ x^{(0)}(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15741037013 \\ 21455900238 \\ 27842765911 \\ 36549379287 \\ 43733162043 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ -z^{(1)}(5) & 1 \\ -z^{(1)}(6) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -19899004229 & 1 \\ -38497472854 & 1 \\ -63146805929 & 1 \\ -95342878528 & 1 \\ -135484149193 & 1 \end{bmatrix}$$

➤ a ve b parametreleri;

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} -0.24365 \\ 11893641753 \end{bmatrix}$$

➤ Elde edilen parametreler kullanılarak model kurulmuştur;

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.24365x^{(1)} = 11893641753$$

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a} = 60843503040e^{0.24365k} - 48815017318$$

➤ Oluşturulan model kullanılarak tahmin değerlerinin hesaplanması aşağıda gösterildiği gibidir;

$$\hat{X}^{(1)} = (\hat{x}^{(1)}(1), \hat{x}^{(1)}(2), \hat{x}^{(1)}(3), \hat{x}^{(1)}(4))$$

$$\hat{X}^{(1)} = (12028485722, 28814849337, 50232471662, 77559089658, 112424960379, 156910119182)$$

➤ Bu adımda ise ters kümülatif işlemi yapılarak tahmini değerleri hesaplanmıştır ve bu değerler;

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = a^{(1)} \hat{x}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = (1 - e^a) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak}$$

$$\hat{X}^{(0)} = (12028485722, 16786363615, 21417622325, 27326617997, 34865870721, 44485158803)$$

➤ Tahmin değerlerinin hesaplanmasından sonra hata payının ve oranının belirlenmesi elde edilen sonuçlarına göre modelin doğruluk kontrolünün yapılması Tablo 6.'da gösterildiği gibidir.

Tablo 6: Yatırıma Yönlendirilen Tutarlar İçin Kurulan Modelin Hata Payı ve Görelî Hata Oranının Hesaplanması

	Ham veri	Tahmini Veri	Hatalar	Görelî Hatalar %
	$x^{(0)}(k)$	$\hat{x}^{(0)}(k)$	$\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}(k)$	$\Delta_k = \frac{ \varepsilon(k) }{x^{(0)}(k)}$
2012	15741037013	16786363615	-1045326602	0,06641
2013	21455900238	21417622325	38277913,08	0,00178
2014	27842765911	27326617997	516147914,4	0,01854
2015	36549379287	34865870721	1683508566	0,04606
2016	43733162043	44485158803	-751996760,2	0,01720

➤ Ortalama görelî hata;

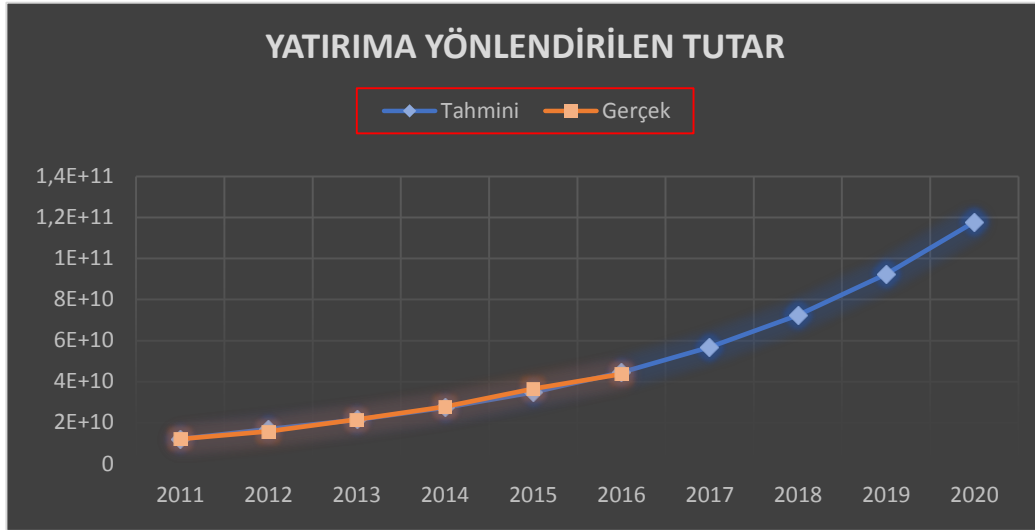
$$\bar{\Delta} = \frac{1}{5} \sum_{k=2}^6 \Delta_k = \%2,99972$$

Model doğruluk testi için Tablo 4.'e bakıldığında $\bar{\Delta} < \alpha$ olduğundan bu model için gelecek tahmin değerleri üretilebilir. Tablo 7.'de ise 2020 yılına kadar tahmin değerleri hesaplanmıştır.

Tablo 7: Gelecek Dönemler İçin BES Yatırıma Yönlendirilen Tutarların Tahmin Değerleri

	2017	2018	2019	2020
Tahmini Değerler	56758351730	72417646194	92397247637	117889103272

Grafik 2. BES Yatırıma Yönlendirilen Tutarlar, Tahmini ve Gelecek Tahminlerinin Grafikselsel Gösterimi



Grafik 2'e bakıldığında BES yatırıma yönlendirilen tutar için yapılan tahminleme de simülasyon değerleri 2011-2016 yılı için gerçek değerleriyle oldukça yakın çıktığı görülmektedir.

SONUÇ

Bireysel emeklilik sistemi; gelecek dönemler için gerçekleşecek olan katılımcı sayısını ve buna bağlı olarak gerçekleşecek yatırıma yönlendirilen tutarların önceden tahmin edebilmeleri; ülke ekonomisinin finansal durumunun buna bağlı olarak uyguladıkları stratejinin ve sistem için alınacak kararların önceden belirlenmesi ve sağlıklı kararların alınması doğrultusunda önemlidir. Bu çalışmada da son 6 yıl için kullanılan verilerle gelecek dört yılın tahmini yapılmıştır. Burada asıl amaç sınırlı sayıda veri olduğu durumlarda gri tahmin yönteminin etkinliğini test etmektir. Ulaşılan sonuçlara bakıldığında hem katılımcı sayısı hem de yatırıma yönlendirilen tutarlar için gri tahmin yönteminin sınırlı veri olduğu ortamda oldukça iyi tahmin sonuçları verdiği görülmüştür.

Katılımcı sayısı tahmini için kurulan modelin güvenilirlik oranı, %95.20, yatırıma yönlendirilen tutarların tahmini için kurulan modelin güvenilirlik oranı ise %97.01 olarak bulunmuştur. Uygulamada her iki modelin güvenilirlik oranlarının %95'den fazla çıkması yapılan uygulamanın gelecek yıllardaki tahminlemesi için geçerli sonuçlar elde edilebileceğini göstermiştir.

Sonuç itibari ile gri tahminleme GM(1,1) yöntemi zaman serileri için uygun bir yöntem olarak ifade edilebilir. Aynı zamanda kısıtlı veri ile ileriye dönük iyi tahmin sonuçları üretebilmesi de oldukça önemlidir. BES'de katılımcı sayılarının tahmin edilmesi ilerleyen dönemlerde sistemde ne kadar kişi dahil olacak ve buna bağlı olarak sisteme ne kadar bir fon akışı sağlanacak önceden bilinmesi sistemin iyi bir şekilde çalışması ve ileriye dönük finansal durumun nasıl bir yol izleyeceği açısından önemlidir. Genel bir ifade ile gri tahminleme G(1,1) yöntemi; finansal alanda faaliyet gösteren sistem ve ülke ekonomisi için önemli olan bu değerlerin gelecek dönem tahmininin yapılması için kullanılabilir bir yöntem olduğunu göstermektedir.

KAYNAKÇA

- Apak, S. ve Taşçıyan, K.H., (2010). “Türkiye’de Bireysel Emeklilik Sisteminin Gelişimi”, *Ekonomi Bilimleri Dergisi*, 2(2), 121-129.
- Can, Y. (2010). Bireysel Emekliliğin Türkiye’deki Durumu ve Gelişimi. *Ekonomi Bilimleri Dergisi*, 2(2), 139-146.
- Chen,Z. ve Wang, X. (2012). “Applying the Grey Forecasting Model to the Energy Supply Management Engineering”, *Systems Engineering Procedia* 5, 179-184.
- Chiou, H., Tzeng, G. ve Cheng, C. (2004). “Grey Prediction GM(1,1) Model For Forecasting Demand Of Planned Spare Parts In Navy Of Taiwan”, *MCDM 2004*, Whistler, B. C. Canada August, 6-11.
- Cui, J., Liu S., Zeng B. ve Xie N. (2013). “A Novel Grey Forecasting Model and Its Optimization”, *Applied Mathematical Modelling*, 37, 4399-4406.
- Emeklilik Gözetim Merkezi Bireysel Emeklilik Sistemi Gelişim Raporu 2016, <https://www.egm.org.tr/bes2016gr/T%C3%BCrk%C3%A7e/BES%20Geli%C5%9Fim%20Raporu%202016/E-Kitap/mobile/index.html#p=7>, (05.04.2018).
- Emeklilik Gözetim Merkezi Bireysel Emeklilik Sistemi Gelişim Raporu 2015, <https://www.egm.org.tr/bes2016gr/T%C3%BCrk%C3%A7e/%C3%96nceki%20Y%C4%B1llar%C4%B1n%20Raporlar%C4%B1/BES%20Geli%C5%9Fim%20Raporu%202015/E-Kitap/mobile/index.html#p=I>, (05.04.2018).
- Emeklilik Gözetim Merkezi Bireysel Emeklilik Sistemi Gelişim Raporu 2014, <https://www.egm.org.tr/bes2016gr/T%C3%BCrk%C3%A7e/%C3%96nceki%20Y%C4%B1llar%C4%B1n%20Raporlar%C4%B1/BES%20Geli%C5%9Fim%20Raporu%202014/E-Kitap/mobile/index.html#p=I>, (05.04.2018).
- Emeklilik Gözetim Merkezi Bireysel Emeklilik Sistemi Gelişim Raporu 2013, <https://www.egm.org.tr/bes2016gr/T%C3%BCrk%C3%A7e/%C3%96nceki%20Y%C4%B1llar%C4%B1n%20Raporlar%C4%B1/BES%20Geli%C5%9Fim%20Raporu%202013/E-Kitap/mobile/index.html#p=I>, (05.04.2018).
- Emeklilik Gözetim Merkezi Bireysel Emeklilik Sistemi Gelişim Raporu 2012, <https://www.egm.org.tr/bes2016gr/T%C3%BCrk%C3%A7e/%C3%96nceki%20Y%C4%B1llar%C4%B1n%20Raporlar%C4%B1/BES%20Geli%C5%9Fim%20Raporu%202012/E-Kitap/mobile/index.html#p=I>, (05.04.2018).
- Feng, S.J., Ma, Y.D. Song, Z.L. ve Ying, J. (2012). “Forecasting the Energy Consumption of China by the Grey Prediction Model”. *Energy Sources, Part B, Economics, Planning and Policy*, 7(4), 376-389.
- Hu, Y.C. (2017). “Predicting Foreign Tourists for the Tourism Industry Using Soft Computing-Based Grey-Markov Models”, *Sustainability*, 9, 1228, 1-12.
- Huang, C., Kuo, C., Kao Y., Lu H. ve Chiang, P. (2014). “Forecasting the Internet of Things Market by Using the Grey Prediction Model Based Forecast Method”, *International Conference on Economic Management and Trade Cooperation*, 337-345.
- Huang, K. ve Jane C. (2009). “A Hybrid Model for Stock Market Forecasting and Portfolio Selection Based on ARX, Grey System and RS Theories”, *Expert Systems with Applications*, 36(3), 5387- 5392.

- Julong, D. (1989). Introduction to Grey System Theory, The Journal of Grey System 1, 1-24.
- Liu, S. ve Lin, Y., (2010). Grey Systems Theory and Applications, Springer.
- Liu, S.M. ve Zhang, G.Y. (2007). “An Improved Grey Model For Corrosion Prediction of Tank Bottom”, Protection of Metals, 43 (4), 407-412.
- Mostafaei, H. ve Kordnoori, S. (2012). Hybrid Grey Forecasting Model for Iran’s Energy Consumption and Supply. *International Journal of Energy Economics and Policy*, 2(3), 97-102
- Oruç, K., O. ve Çelik Eroğlu, Ş. (2017). “İsparta İli İçin Doğal Gaz Talep Tahmini”, Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 22(1), 31-42.
- Ömürbek V., Akçakanat Ö. ve Aksoy E. (2018), “Kamu Sermayeli Mevduat Bankalarının Karlılıklarının Gri Tahmin Yöntemi İle Değerlendirilmesi”, 1. Uluslararası Bankacılık Kongresi, 4-5 Mayıs, Ankara, 496-508.
- Ömürbek V., Aksoy E. ve Akçakanat Ö. (2018), “Bankaların Grup Bazlı Karlılıklarının Gri Tahmin Yöntemi İle Değerlendirilmesi”, Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 10(23), 75-89.
- Özer Keçe, F., Ömürbek, V. ve Acar, D. (2016). “Gri Temelli Maliyet Tahmini”, Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 21 (2), 453-461.
- Polat, A. ve Kekeç, H.M. (2017). “Bireysel Emeklilik Sisteminin Türk Vergi Sistemi Açısından Analizi”, Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi Gazi Akademi Genç Sosyal Bilimciler Sempozyumu Özel Sayısı, 175-191.
- Shen X. ve Lu Z. (2014). “The Application of Grey Theory Model in the Predication of Jiangsu Province’s Electric Power Demand”, AASRI Procedia, 7, 81-87.
- Suo R. (2017). “The Energy Consumption Prediction Model Based On Grey Markov Model”, International Journal of Academic Research and Reflection, 5(5), 41-46.
- Tien. T.L. (2009). “A New Grey Prediction Model FGM(1,1)”, Mathematical and Computer Modelling, 49, 1416-1426.
- Xie, N., Liu, S.F. (2009). “Discrete Grey Forecasting Model And Its Optimization”, Applied Mathematical Modelling, 33, 1173–1186.
- Yao, A. W. L., Chi, S. C. ve Chen, J. H. (2003). “An Improved Grey-Based Approach for Electricity Demand Forecasting”, Electric Power Systems Research, 67(3), 217-224.
- Yıldırım, B.F. ve Keskinürk, T. (2015). “Kredi Kartı Kullanım İstatistiklerinin Gri Tahmin ve Genetik Algoritma Tabanlı Gri Tahmin Metodu İle Tahmini: Karşılaştırmalı Analiz”, Bankacılar Dergisi, 94, 65-80.
- Yılmaz, H. ve Yılmaz M (2013). “Forecasting CO2 Emissions For Turkey By Using The Grey Prediction Method”, Journal of Engineering and Natural Sciences, Sigma 31, 141-148.
- Yu X. ve Lu Z. (2012). Prediction of Energy Consumption Based on Grey Model - GM (1,1). In: Lei J., Wang F.L., Deng H., Miao D. (eds) Artificial Intelligence and Computational Intelligence. AICI 2012. Lecture Notes in Computer Science, 7530. Springer, Berlin, Heidelberg.

- Yu, M.C., Wang, C.N. ve Ho, N.N.Y. (2016). “A Grey Forecasting Approach for the Sustainability Performance of Logistics Companies”, *Sustainability* 8, 866; doi:10.3390/su8090866.
- Zhao, J. (2016). “A Project Cost Forecasting Method Based on Grey System Theory”, *Chemical Engineering Transactions*, (51), 367-372.
- Zhao, Z. ve Yin, R. (2018). “Application of Grey Neural Network in Vehicle Vibration Prediction”, *Advances in Automobile Engineering Research Article*, 7(1), doi: 10.4172/2167-7670.1000180.