

# Bir İnsansız Suüstü Aracı için Otopilot ve GÜdüm Algoritması Tasarımı

## Design of Autopilot and Guidance Algorithms for an Unmanned Sea Surface Vehicle

Kenan Ahıska<sup>1</sup>, Kemal Leblebiciođlu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ASELSAN A.Ş. Savunma ve Sistem Teknolojileri Grubu, Ankara  
kahıska@aselsan.com.tr

<sup>2</sup> Elektrik ve Elektronik Mühendisliđi Bölümü Orta Dođu Teknik Üniversitesi, Ankara  
kleb@metu.edu.tr

### Özet

Bu makalede bir insansız su üstü aracı için matematiksel model oluşturmuştur. Oluşturulan model üstünde ileri yönde hız ve sapma açısı üzerinde denetimli hareket sağlanması için doğrusal kuadratik regülatör (LQR) denetimcilerinin tasarımı yapılmış, denetimcilerin kararlılığı doğrulanmıştır. Sapma açısı ekseninde otopilot tasarlanmış, böylelikle araç dinamiğine uygun olmayan isteklerin uyumlanması sağlanmıştır. Verilen bir görevi otonom bir şekilde yerine getirirken, araç üzerinde koşacak engelden kaçma ve güdüm algoritmaları tasarlanarak tüm sistemin çeşitli çevresel etkiler altında davranışı incelenmiştir. Oluşturulan model ve denetim teknikleri, ve güdüm sistemi MATLAB ve SIMULINK ortamında benzetimlerle doğrulanmıştır, benzetim sonuçları makale içerisinde sunulmuştur. Geliştirilen çeşitli karmaşıklık seviyelerindeki denetimcilerin gerçek araçlar üzerinde doğrulanması hedeflenmektedir.

### Abstract

In this article, for an unmanned sea surface vehicle, mathematical model has been developed. On the model developed, for surge speed and yaw position linear quadratic regulator (LQR) controllers have been designed and the stability of the controllers has been verified. An autopilot in yaw angle has been designed so that the references inappropriate with the vehicle dynamics have been adapted to the system. During its mission performed autonomously, obstacle avoidance and guidance algorithms for the vehicle have been designated and behaviors of the proposed methods under various environmental disturbances have been investigated. The model and controllers with guidance system have been verified in simulations in MATLAB and SIMULINK, the simulation results are provided. As a future work, the controllers with different levels of complexity presented in this article will be applied on real sea surface vehicles.

## 1. Giriş

İnsan sağlığının ve güvenliğinin tehlikede olduğu durumlarda, sivil ve askeri birçok görevi yerine getirmek için, insansız su üstü araçlarının kullanımı yaygınlaşmaktadır. Amaçlarını yerine getirirken insansız su araçları birden fazlası birlikte ve diğer deniz araçları ile eşgüdüm içinde kullanılabilirlikleri gibi, tek başlarına da ihtiyaca göre sahada görev alabilirler.

Araçların çalışmalarında misyon gereklerini ve performans isterlerini en verimli şekilde gerçekleştirebilmeleri için, matematiksel modellerinin gerçeğe en yakın şekilde elde edilmesi önemlidir. Matematiksel model üzerinde tasarlanan sapma açısı otopilot, otonom çalışma için gerekli engelden kaçma ve güdüm algoritmalarının kararlı ve çevresel etkilere karşı gürbüzlüğü sağlanmalıdır.

Bu çalışmada MATLAB ve SIMULINK ortamından matematiksel model geliştirilmiş, sapma açısı otopilotu,

engelden kaçma ve güdüm algoritmaları test edilmiş, çevresel etkiler altında elde edilen benzetim sonuçları gösterilmiştir.

## 2. Matematiksel Modelleme

İnsansız su üstü araçlarının modellenmesinde 6 serbestlik dereceli vektörel model kullanılmaktadır [1]. Bu modele göre tanımlanan serbestlik dereceleri ve gösterimleri Tablo 1'deki gibidir.

Tablo-1: 6 serbestlik derecesi tanım ve gösterimleri

Serbestlik Derecesi	Hareket/Dönüş Yönü	Doğrusal /Dönme Hızları	Konum /Açı
1	x-ekseninde doğrusal hareket	u	x
2	y-ekseninde doğrusal hareket	v	y
3	z-ekseninde	w	z

	doğrusal hareket		
4	Yunuslama (x-ekseni üzerinde dönme hareketi)	p	$\varphi$
5	Yalpa (y-ekseni üzerinde dönme hareketi)	q	$\theta$
6	Sapma (z-ekseni üzerinde dönme hareketi)	r	$\psi$

Tablo-1'de ifade edilen konum bilgileri Dünya sabitli, hız bilgileri araç sabitli uzaya göre tariflenmiştir. Dünya sabitli uzayda kuzey kutbu x-ekseni, batı y-ekseni ve deniz yüzeyinden dünyanın merkezine doğru olan yön de z-eksenidir. Araç merkezli uzayda x-ekseni geminin kıçından başına doğru, y-ekseni bu eksene dik geminin eni boyunca ve z-eksenin geminin yüzeyinden altına doğrudur. Hız bilgileri ölçümleri gemiye göre yapıldıkları için araç-sabitli uzayda tanımlanmışlardır. Hız ve konum bilgileri farklı uzaylarda tanımlandıkları için bu iki uzay arasında dönüşüme ihtiyaç vardır.

Bildirinin bundan sonraki kısımlarında, araç sabitli uzayda tanımlanan nicelikler 'b' indisi ile, dünya sabitli uzayda tariflenen nicelikler ise 'e' indisi ile gösterilmiştir.

## 2.1. Hareket Denklemleri

İnsansız su üstü araçlar için genel hareket denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir [1, 6]:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v} = \boldsymbol{\tau}_d + \boldsymbol{\tau}_g + \boldsymbol{\tau}_t + \boldsymbol{\tau}_r + \boldsymbol{\tau}_a + \boldsymbol{\tau}_c \quad (1)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v} \quad (2)$$

Burada,

$$\mathbf{M} \triangleq \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A \quad (3)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{v}) \triangleq \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) + \mathbf{C}_A(\mathbf{v}) \quad (4)$$

- $\mathbf{J}$  – Koordinat çevrim matrisini
  - $\mathbf{M}_{RB}$  – Katı cisim kütle matrisini
  - $\mathbf{M}_A$  – Eklenmiş kütle matrisini
  - $\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$  – Katı cisim coriolis matrisini
  - $\mathbf{C}_A(\mathbf{v})$  – Eklenmiş kütle coriolis matrisini
  - $\boldsymbol{\tau}_d$  – Sönümleme matrisini
  - $\boldsymbol{\tau}_g$  – Yerçekimi ve kaldırma kuvveti vektörünü
  - $\boldsymbol{\tau}_t$  – Pervane kuvveti matrisini
  - $\boldsymbol{\tau}_r$  – Dümen kuvveti matrisini
  - $\boldsymbol{\tau}_a$  – Hava sürtünmesi kuvveti matrisini
  - $\boldsymbol{\tau}_c$  – Akıntı kuvveti matrisini
- ifade etmektedir.

### 2.1.1. Katı Cisim Matrisleri

$\mathbf{M}_{RB}$  matrisi sabit, altıya altı, simetrik ve pozitif tanımlıdır ve (5) nolu denklemdeki gibi ifade edilebilir:

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_3 & -m\mathbf{S}(\mathbf{r}_C^b) \\ m\mathbf{S}(\mathbf{r}_C^b) & \mathbf{I}_{O_b} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Burada,  $\mathbf{I}_3$  3x3'lük birim matrisi,  $\mathbf{I}_{O_b}$  ise araç merkezli uzayda tariflenen eylemsizlik tensörüdür. Eğer araç merkezli uzayın merkezi ile eylemsizlik merkezi çakışık seçilirse  $\mathbf{r}_C^b = 0$  ve  $\mathbf{I}_{O_b}$  köşegen matrisi olur.

$\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$  birden fazla gösterimi olmakla birlikte [1],  $\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$  çarpık simetrik olacak şekilde ifade edilebilir, yani  $\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) =$

$-\mathbf{C}_{RB}^T(\mathbf{v}) \forall \mathbf{v} \in \mathbb{R}^6$ .  $\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$  matrisi aşağıdaki gibi ifade edilebilir [2]:

$$\mathbf{C}_{RB} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -m(y_G q + z_G r) & m(y_G p + w) & m(z_G p - v) \\ m(x_G q - w) & -m(z_G r + x_G p) & m(z_G q + u) \\ m(x_G r + v) & m(y_G r - u) & -m(x_G p + y_G q) \\ m(y_G q + z_G r) & -m(x_G q - w) & -m(x_G r + v) \\ -m(y_G p + w) & m(z_G r + x_G p) & -m(y_G r - u) \\ -m(z_G p - v) & -m(z_G q + u) & m(x_G p + y_G q) \\ 0 & -I_{yz} q - I_{xz} p + I_z r & I_{yz} r + I_{xy} p - I_y q \\ I_{yz} q + I_{xz} p - I_z r & 0 & -I_{xz} r - I_{xy} q + I_x p \\ -I_{yz} r - I_{xy} p + I_y q & I_{xz} r + I_{xy} q - I_x p & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Eğer araç merkezli uzayın merkezi ile eylemsizlik merkezi çakışık seçilirse  $x_G = y_G = z_G = 0$  ve  $\mathbf{I}_O = \text{diag}\{I_x, I_y, I_z\}$  olur.

### 2.1.2. Eklenmiş Kütle Matrisleri

Eklenmiş kütle diye ifade edilen kuvvetler aracın etrafında onun hareketi ile hareketlenen deniz suyunun yaptığı etkidir. Bu etki eklenmiş kütle ve eklenmiş coriolis matrisleri olarak ikiye ayrılabilir. Bu matrisler enerji yaklaşımı kullanılarak (7) nolu deklemdaki gibi ifade edilebilir [1]:

$$\mathbf{M}_A \triangleq \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Burada  $X_{\dot{u}}$  hidrodinamik türevdir:

$$X_{\dot{u}} \triangleq \frac{\partial X}{\partial \dot{u}} \quad (8)$$

$\mathbf{C}_A(\mathbf{v})$  matrisi de çarpık simetrik bir matristir:

$$\mathbf{C}_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Burada,

$$a_1 = X_{\dot{u}} u + X_{\dot{v}} v + X_{\dot{w}} w + X_{\dot{p}} p + X_{\dot{q}} q + X_{\dot{r}} r \quad (10)$$

$$a_2 = X_{\dot{v}} u + Y_{\dot{v}} v + Y_{\dot{w}} w + Y_{\dot{p}} p + Y_{\dot{q}} q + Y_{\dot{r}} r \quad (11)$$

$$a_3 = X_{\dot{w}} u + Y_{\dot{w}} v + Z_{\dot{w}} w + Z_{\dot{p}} p + Z_{\dot{q}} q + Z_{\dot{r}} r \quad (12)$$

$$b_1 = X_{\dot{p}} u + Y_{\dot{p}} v + Z_{\dot{p}} w + K_{\dot{p}} p + K_{\dot{q}} q + K_{\dot{r}} r \quad (13)$$

$$b_2 = X_{\dot{q}} u + Y_{\dot{q}} v + Z_{\dot{q}} w + K_{\dot{q}} p + M_{\dot{q}} q + M_{\dot{r}} r \quad (14)$$

$$b_3 = X_{\dot{r}} u + Y_{\dot{r}} v + Z_{\dot{r}} w + K_{\dot{r}} p + M_{\dot{r}} q + N_{\dot{r}} r \quad (15)$$

Şeklinde ifade edilebilirler.

### 2.1.3. Sönüm Matrisi

Sönümle etkisi düşük hızlarda baskın etkileyen birinci dereceden kuvvetler ve yüksek hızlarda baskın etkileyen ikinci dereceden kuvvetler olarak ikiye ayrılabilir. Çalışmada kullanılan aracın xz ve yz eksenleri boyunca simetrik olduğu varsayılmıştır. Bu sebeple x- ve y- yönleri ile yunuslama ve sapma eksenleri boyunca sönümleme etkilerinin ayrı oldukları varsayılabilir [2]. Bu varsayımla sönümleme matrisi şu köşegen matrise dönüşür:

$$\boldsymbol{\tau}_d = \mathbf{D}_{lin} + \mathbf{D}_{quad}(\mathbf{v}) \quad (16)$$

Burada,

$$\mathbf{D}_{lin} = -diag\{X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r\} \quad (17)$$

$$\mathbf{D}_{quad} = -diag\left\{X_{u|u}|u|, Y_{v|v}|v|, Z_{w|w}|w|, K_{p|p}|p|, M_{q|q}|q|, N_{r|r}|r|\right\} \quad (18)$$

Eksenlere özgü ikinci dereceden terimler (19) nolu denklemdeki gibi hesaplanabilir:

$$X_{u|u} = \frac{\partial X}{\partial (u|u)} = -\frac{1}{2}\rho C_d A_f \quad (19)$$

Burada  $\rho$  akışkanın özkütlesi,  $C_d$  akışkanın etki ettiği yüzeye bağlı olarak değişen sönümlenme katsayısı ve  $A_f$  sönümlenme kuvvetinin etki ettiği kesit alanıdır.

## 2.1.4. Yerçekimi ve Kaldırma Kuvvet Vektörü

(1) numaralı denklemle ifade edilen hidrodinamik modeldeki denklemin sağ tarafında yer alan ikinci terim yerçekimi ve kaldırma kuvveti vektörüdür. Aracın sadece belli bir kısmı akışkan içinde olduğu için, yerçekimi ve kaldırma kuvvetlerinin etki merkezleri birbirinden ayrıdır. Bu merkezlerin arasındaki mesafe enine ve boyuna olmak üzere sırasıyla  $\mathbf{GM}_T$  ve  $\mathbf{GM}_L$  şeklinde ifade edilebilir.

Araca etkileyen bu kuvvetler sadece kütle ve ilgili kuvvet kolunun çarpılmasıyla değil, o yöndeki hızlardan gelen sönümlenme etkileriyle birlikte değerlendirilmelidir [6]. Böylelikle:

$$\boldsymbol{\tau}_g = [0 \ 0 \ g_1 \ g_2 \ g_3 \ 0]^T \quad (20)$$

Burada:

$$g_1 = -m \ 9.81 \ z - \mu \ l \ w \ i \ w \quad (21)$$

$$g_2 = -\mathbf{GM}_T \ m \ 9.81 \ \phi - \mu \ l \ w \ i \ p \ \mathbf{GM}_T \quad (22)$$

$$g_3 = -\mathbf{GM}_L \ m \ 9.81 \ \theta - \mu \ l \ w \ i \ q \ \mathbf{GM}_L \quad (23)$$

Yukarıdaki denklemlerde  $w$  aracın eni,  $l$  aracın boyu ve  $\mu$  ilgili eksendeki sönümlenme katsayısıdır.

## 2.1.5. Pervane kuvveti matrisi

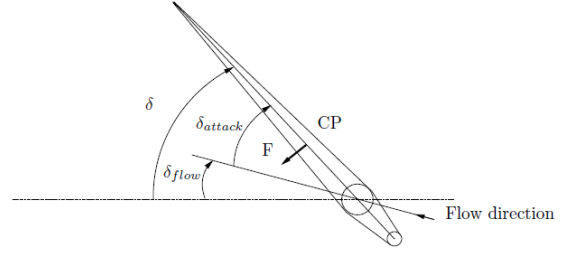
Hidrodinamik modeldeki bir diğer kuvvet pervanesinin aracın hareketine etkilediği kuvvettir. Pervane denetim sistemindeki iki çalıştırıcıdan birincisidir ve esas olarak ileri yönlü hareketi yapar. Pervanesinin etkisi şöyle ifade edebiliriz [3]:

$$\boldsymbol{\tau}_t = \begin{bmatrix} C_{pu}\rho n^2 D_p^4 K_t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_{pq}\rho n^2 D_p^5 K_t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

(24) numaralı denklemde  $\rho$  akışkanın özkütlesini,  $D_p$  pervanesinin çapını,  $K_t$  pervane sabitini,  $C_{pu}$  pervane azalım katsayısını ve  $C_{pq}$  pervane yalpa katsayısını ifade eder.

## 2.1.6. Dümen Kuvveti Matrisi

Hidrodinamik modeldeki bir diğer kuvvet dümenin aracın hareketine etkilediği kuvvettir. Dümen denetim sistemindeki iki çalıştırıcıdan ikincisidir ve dönüş hareketi yapılmasını sağlayarak sapma yönünde hareketi gerçekleştirir. Dümenin eksini incelemek için Şekil 1'de verilen yapısını incelemek gerekir.



Şekil 1: Dümen yapısı

Dümenin etkilediği kuvvet merkez noktasından ve dümen yüzeyine diktir. Dümenin hareket yönünde akıntıdan arındırılmış açısı, dönebileceği en yüksek açığa kadar ve o açı değerinden sonra aşağıdaki gibidir [4]:

$$\mathbf{F} = \begin{cases} 1/2\rho C_F A_r V_{av}^2 \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\delta_{attack}}{\delta_{stall}}\right) & \text{if } |\delta_{attack}| < \delta_{stall} \\ 1/2\rho C_F A_r V_{av}^2 \text{sgn}(\delta_{attack}) & \text{else} \end{cases} \quad (25)$$

$$\mathbf{X}_{rudder} = -\mathbf{F}(u, V_{av}, v, r, \delta) \sin(\delta)$$

$$\mathbf{Y}_{rudder} = \mathbf{F}(u, V_{av}, v, r, \delta) \cos(\delta)$$

$$\mathbf{Z}_{rudder} = 0 \quad (26)$$

$$[\mathbf{K}_{rudder} \ \mathbf{M}_{rudder} \ \mathbf{N}_{rudder}]^T$$

$$= (\mathbf{CP} - \mathbf{CG}) \times [\mathbf{X}_{rudder} \ \mathbf{Y}_{rudder} \ \mathbf{Z}_{rudder}]^T$$

Yukarıdaki denklemlerde  $C_F$  yüzeye bağlı suyun sönümlenme katsayısı  $A_r$  dümenin hareketine dik kesit alanı,  $V_{av}^2$  pervane etkisi eklenmiş dümenin gördüğü akış hızı,  $\delta_{attack}$  akıntıdan arınmış dümen açısı,  $\delta_{stall}$  dümenin en yüksek dönebileceği açı,  $\mathbf{CP}$  dümenin merkez noktası ve  $\mathbf{CG}$  aracın eylemsizlik merkezidir.

## 2.1.7. Hava Sürtünmesi Kuvveti Matrisi

Su-üstü aracın bir kısmı hava ile temas halinde olduğu için, hareketi boyunca bu bölgeden hem rüzgarın hızına hem de teknenin hızına bağlı olarak kesit alanı ile orantılı kuvvet etkimektedir:

$$\boldsymbol{\tau}_a = \begin{bmatrix} C_{ax} A_x (u + V_{ax})^2 \\ C_{ay} A_y (v + V_{ay})^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

## 2.1.8. Akıntı Kuvveti Matrisi

Hidrodinamik modeldeki son etmen akıntının araç üzerinde yaptığı etkidir. Bu etki çok çeşitli parçalardan oluşur:

$$\boldsymbol{\tau}_c = (\mathbf{M}_{FK} \dot{\mathbf{V}}_c) + (\mathbf{M}_A \dot{\mathbf{V}}_c + \mathbf{D}_p(\mathbf{V}_c) \mathbf{V}_c) + ((\mathbf{D}_s(\mathbf{V}_c) + \mathbf{D}_w(\mathbf{V}_c) + \mathbf{D}_m(\mathbf{V}_c)) \mathbf{V}_c) \quad (28)$$

Bu denklemde ilk terim Froude-Kriloff terimi, ikinci terim saptırma kuvvetleri ve üçüncü terimde akışkanlık kuvvetleridir. Bu etkenlerden en baskın olanı ilkidir [5].

### 3. Denetim Modeli Tasarımı

Denetim modeli tasarımında ileri yönde hız ve sapma açısı yönünde pozisyon denetimi yapacak doğrusal kuadreatik regülatör (LQR) yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem doğrusal sistemlerde tanımlı olduğu için önce doğrusal olmayan matematiksel modelin doğrusallaştırılması gerekmektedir.

#### 3.1. Doğrusallaştırma

Modelin (1) ve (2) deki tanımları şöyle ifade etmek istiyoruz:

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \eta \\ v \end{bmatrix} + B u \quad (29)$$

Modelin genel denklemini:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (30)$$

Şeklinde ifade edersek ve bir  $x_0, u_0$  noktası etrafında doğrusallaştırma yapılırsa:

$$\begin{aligned} \dot{x}|_{x_0} + \Delta \dot{x} &= f(x_0, u_0) + \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{x_0, u_0} \Delta x \\ &+ \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{x_0, u_0} \Delta u \end{aligned} \quad (31)$$

Elde edilen denklemde son ifade (32)deki gibi olur:

$$\Delta \dot{x} = f(x_0, u_0) + A' \Delta x + B \Delta u \quad (32)$$

(29) numaralı denkleme ulaşmak için yeni durum vektörünün boyutu artırılır:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & 0 \\ f(x_0, u_0) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u \quad (33)$$

Böylelikle doğrusallaştırılmış durum uzay gösterimi elde edilir.

#### 3.2. Denetimci Tasarımı

LQR denetimcisi sadece kontrol edilebilir durum-uzay gösterimleri için tanımlanmaktadır. Bu sebeple önce mevcut durum-uzaygösteriminin kontrol edilebilir altuzayını tespiti gerekmektedir. (33) nolu denklemde ifadesini bulduğu haliyle doğrusallaştırılmış matematiksel modelin durum-uzay gösteriminde durum vektörünün boyu 13'tür.

Bir durum vektörü kontrolabilite matrisinin bağımsız sütunlarından ve kontrolabilite matrisini tekil yapmayacak rastgele diğer sütunlardan oluşan bir şekilde ifade edilebilir. Bu ifade ile bir durum vektörü kontrol edilebilir ve kontrol edilemez alt uzaylarına ayrılır. Bu durumda:

$$\begin{bmatrix} x_c \\ x_{uc} \end{bmatrix} = P x \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{x}_{uc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & A_{12} \\ 0 & A_{uc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ x_{uc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_c \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (35)$$

$$y = [C_c \quad C_{uc}] \begin{bmatrix} x_c \\ x_{uc} \end{bmatrix} + D u$$

Durum vektörünün boyu n, kontrol edilebilir modlarının boyu ise k olursa  $A_c$  k-ya-k,  $A_{uc}$  (n-k)-ya-(n-k),  $B_c$  k-ya-2, 2 tane çalıştırıcı için,  $C_c$  matrisi ise 2-ye-k boyutlarındadır. Yapılan çalışmalarda matematiksel model için kontrol edilebilir alt uzayın boyu 6 bulunmuştur.

Doğrusallaştırma birçok noktada yapılmakla birlikte her noktada yapılamaz. Ara değerler için doğrusallaştırılmış çalışma noktaları için belirlenen parametreler arasında enterpolasyon yapılmıştır. Bu çalışmada 0.5m/s'den 5m/s'ye 0.5m/s aralıklı 10 hız değeri ve -180 dereceden, 180 dereceye, 20 derece aralıklı 19 sapma açısı için toplam 190 noktada

doğrusallaştırma yapılmıştır. Herhangi bir noktada ise o noktanın doğrusallaştırma noktalarına uzaklıklarına orantılı enterpolasyon yapılmıştır.

Değişik doğrusallaştırma noktaları üzerinde denetimciler çalıştırılmıştır. Belirlenen bir noktada denetimci ile matematiksel modelin çalıştırıldığı blok arasına bekleme süreleri girilmiştir. Bekleme süreleri artırılarak sistemin kararlılığını yitirdiği noktalar gözlemlenmiştir. Her doğrusallaştırma noktasında benzer işlemler yapılmış ve bekleme süresi olarak 0.69sn yani 1.44Hz belirlenmiştir. Örneklem zamanı olarak bu bekleme süresinin 10 katından daha az bir süre seçilmiştir ve denetimci 16Hz ile koşulmuştur.

#### 3.3. LQR Denetimcisi

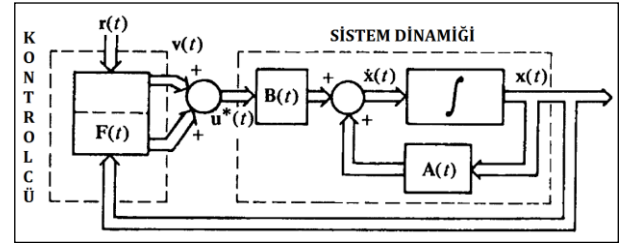
Doğrusal model ve minimize edilen maliyet fonksiyonu (36) nolu denklemdeki gibi ifade edilebilir:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} J(u) &= \frac{1}{2} [(x(t_f) - r(t_f))]^T H [(x(t_f) - r(t_f)) + \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} \left[ \frac{1}{2} [(x(t) - r(t))]^T Q [(x(t) - r(t))] \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} u^T(t) R u(t) \right] dt \end{aligned} \quad (37)$$

Bu denklemde  $Q$  matrisi simetrik pozitif yarı tanımlı bir matristir. Bu matrisin, referans sinyalini izlemesini istediğimin kontrol edilebilir altuzaydaki elemanlarına cezalandırmanın büyük yapılması gerekmektedir

(37) numaralı denklemde  $R$  is kontrol sinyallerinin uygulanabilirliğinin maliyetini gösteren simetrik pozitif tanımlı bir matristir.



Şekil 2: LQR Denetim Modeli

Kontrol edilebilir alt uzayın bulunmasında kullanılan  $P$  matrisi aynı  $A$  matrisine uygulandığı gibi  $Q$  matrisine de uygulanarak denetimci tasarımına kontrol edilebilir alt uzayda devam edilir.

Bu performans indeksinin aşağıdaki Riccati diferansiyel denklemlerini çözerek minimize edilebileceği gösterilmiştir [5]:

$$\dot{K}(t) = -K(t)A(t) - A^T(t)K(t) - Q(t) + K(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)K(t) \quad (38)$$

$$\dot{s}(t) = -[A^T(t) - K(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)]s(t) + Q(t)r(t) \quad (39)$$

Bu durumda sisteme uygulanan optimum girdi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$u^*(t) = -R^{-1}(t)B^T(t)K(t)x(t) - R^{-1}(t)B^T(t)s(t) \quad (40)$$

Riccati denklemleri son zaman sınır değerinden başlanarak basamak basamak çözülür:

$$\begin{aligned} K(t_f) &= H \\ s(t_f) &= -H \end{aligned} \quad (41)$$

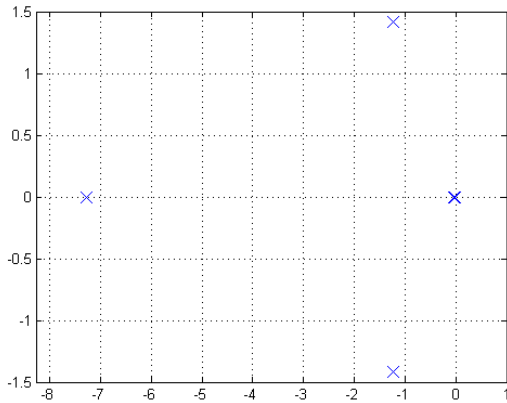
Zamana bağılı değişmeyen sistemlerde (38) ve (39) numaralı denklemlerin sol kısımları 0 kabul edilerek doğrudan  $K$  matrisi bulunabilir. Kısa zaman aralıkları için  $s$  matrisi için  $-K$  alınabilir.

### 3.4. Kapalı Döngü LQR Denetimcisinin Özdeğerleri

Tasarlanan LQR denetimcisinin performansını ölçmek için kapalı döngü sistemin özdeğerlerinin yerlerine bakılabilir.

Durum vektörünün tamamı kontrol edilebilir alt uzayın bir parçası olmadığı için, kontrol edilemeyen modlarının öz değerlerinin sistemin kendisi tarafından kararlı olarak tutulduğunun teyit edilmesi gerekmektedir. Hidrodinamik model içerisinde barındırdığı yerçekimi ve kaldırma kuvveti etkileri dolayısıyla kararlılık gösterir. Bu durum kararlı bir çalışma noktası etrafında küçük salınımların olduğu bir durumda, sistemin özdeğerlerinin bakılmasıyla teyit edilmiştir.

Kontrol edilebilir alt uzayda ise kararlılığı sistemin doğası değil denetimcisinin performansı sağlayabilir.



Şekil 3. LQR denetimcisinin kapalı döngü özdeğerleri

Şekil 3'te belirtilen özdeğerlerin,  $-1.2368 + 1.4174i$ ,  $-1.2368 - 1.4174i$ ,  $-0.0446$ ,  $-0.0050$ ,  $-7.2701$  ve  $-0.0071$  noktalarında bulunduğu gözleyebiliriz. Kontrol edilebilir altuzayın boyu 6 olduğu için özdeğerlerin sayısı da 6'dır. Özdeğerlerin negatif gerçel kısımlara sahip olduğu ve kararlılığı sağladığı açıktır.

### 3.5. Sapma Açısı Ekseni Otopilot Tasarımı

LQR denetimcisinin amacı, sapma açısı ve ileri yönlü sürat isteklerine, belirtilen maliyet fonksiyonunu en aza indirecek kontrol sinyalleri uygulayarak ulaşmaktır. Ancak aracın her türlü sapma açısı ve sürat isteklerine aynı anda ayak uydurması mümkün olmayabilir. Belli açıları belir bir hızın üzerinde dönmeye çalışmak, aracın savrulmasına sebep olabilir.

Bu sorunu çözmek için her sapma açısı için en fazla hangi hızda dönebileceğini önceden benzetim sonuçları ile tespit edilmiştir. Geliştirilen algoritma, araç eğer sapma açısı isteğinde savrulmaya sebep olabilecek bir hızdaysa önce hızı düşürmekte sonra isteği uygulayarak dönüşü sağlamaktadır. Algoritmanın akış şeması aşağıda belirtilmiştir.

## 4. Güdüm Algoritmaları ve Sonuçlar

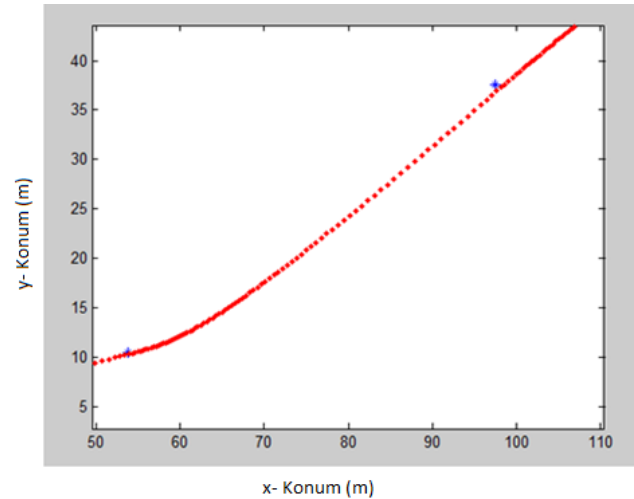
### 4.1. Tek Nokta Güdüm Algoritması

Bu algoritma, başka bir üst denetimci tarafından, mevcut bulunan bir noktadan, hedef olarak gösterilen bir diğer noktaya götürmek için sapma açısı ekseni otopilotuna referans sinyali üretmek için kullanılır. İki nokta arasındaki sefer, bulunan noktada, hedef noktaya göre referansların aşağıdaki denklemlere göre üretilmesiyle başlar.

$$u = \frac{|P_{2,x}-P_{1,x}|^2 + |P_{2,y}-P_{1,y}|^2}{(|P_{2,x}-P_{1,x}| + |P_{2,y}-P_{1,y}|)^2} \quad (42)$$

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{P_{2,y}-y}{P_{2,x}-x}\right) \quad (43)$$

Referans işaretleri belirlendikten sonra, mevcut ileri hız ve sapma açısının referanslara uygunluğu test edilir. Eğer sapma açısı belirli bir aralıkla isteklere uygunsa, yeni referans girilmez, hız isteği olarak mevcut hızın 0.2 kadar fazlası uygulanır, aksi halde sapma açısı isteği düzeltilmesi yapılır ve hız sabit tutulur. Böylelikle, sapma açısı sabitlendikten sonra araç, hızlanarak hedefe doğru yönelmektedir. Şekil 4'te algoritmanın çalışması gösterilmiştir.



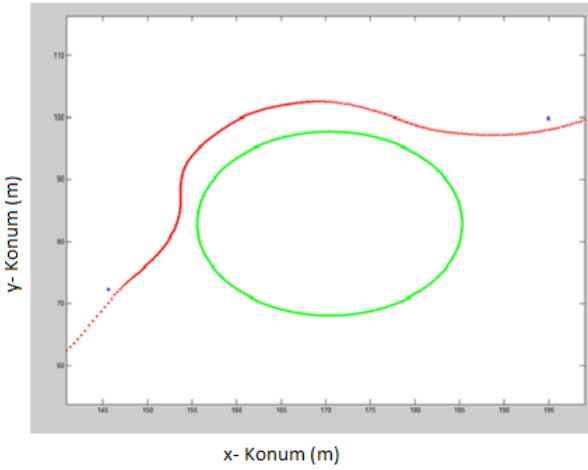
Şekil 4. Tek nokta güdüm algoritması sonuçları

### 4.2. Engelden Kaçma Algoritması

Çalışmada gerçek zamanlı bir engelden kaçma algoritması geliştirilmiştir. Engelden kaçma ile ilgili denetimci, güdüm algoritmasının altında, sapma açısı otopilotu ile aynı örnekleme zamanında çalıştırılmıştır. Su üstü araç üzerinden  $-90/+90$  derece aralıkta  $45^\circ$ er

derece algı açıları olan 4 adet sensörün var olduğu, bu sensörlerden, algı alanı içerisinde engelin var olup olmadığına dair sinyallerin alındığı kabul edilmiştir. Bu sistemde sensörlerin ortak alanlarında iki sensörden de sinyal alınabileceği varsayılmıştır.

Alogirtmanın temel amacı, tek nokta güdüm denetimi altında hareket ederken, eğer karşına engel çıkmışsa, engelin etrafından dolanarak, tekrar hedef noktasını görene veya istere yaklaşına kadar, aracı kendi denetiminde tutmaktır. Engel yokken algoritma kullanım dışıdır. Engelle karşılaşıldığında, ileri yöndeki hız 0.4 katına düşürülür, ilgili yönde 9 derecelik dönüş yapılır. Bu değerler, sensörün algo derinliğine göre seçilmiştir. Engel engel görüşten çıkmışsa 10 derece engele doğru yönelim yapılır. Böylelikle engel yeniden görüşe alınır ve ondan kaçılır. Bu algoritma ile hedef nokta engelin gerisinde kalmayınca dek engelin etrafından dönüşü sağlar. Sonuçlar aşağıdaki resimlerde gösterilmiştir.



Şekil 5. Engelden kaçma algoritması sonuçları

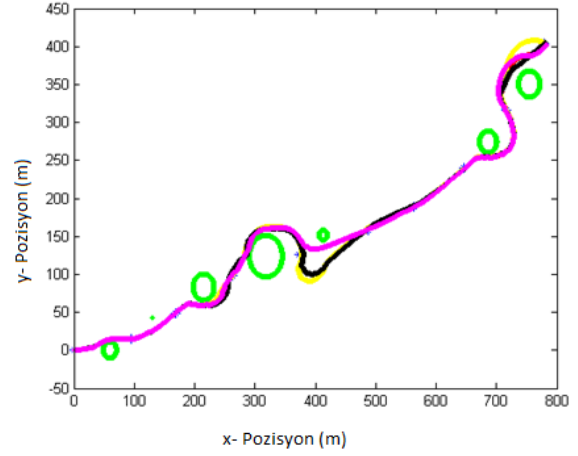
### 4.3. Sonraki Nokta Belirleme Algoritması

Bu algoritma, tek nokta güdüm algoritmasına gideceği noktaları belirleyen algoritmadır. Sıralı izlenmesi gereken, kullanıcı tarafından girilmiş bir hedef noktası dizisi için, güdüm algoritması, engellerden kaçarken veya çevresel etkilerin altında rotasından sapabilir. Bu durumda, sonraki nokta belirleme algoritması devreye girerek, kaçırılan nokta yerine hangi hedef noktasına ulaşabileceğini tayin eder. Algoritma tüm hedef noktaları ile mevur ileri hız ve sapma açısını dikkate alarak normalize edilmiştir maliyetler üzerinde optimizasyon yapar.

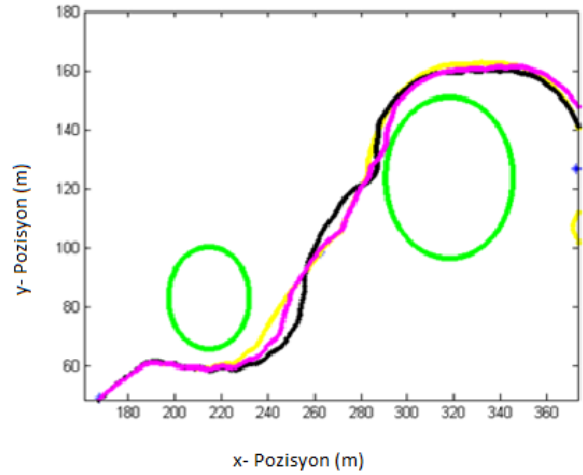
### 4.4. Çevresel Etkiler ve Sonuçlar

Simülasyonlar çeşitli çevresel rahatsızlık sinyalleri altında test edilmiştir. Şekil 6, 7 ve 8'de mavi noktalar hedef noktaları, yeşil çemberler engelleri, kırmızı çizgiler rahatsızlık mevcut değilkenki güdüm sonuçları,

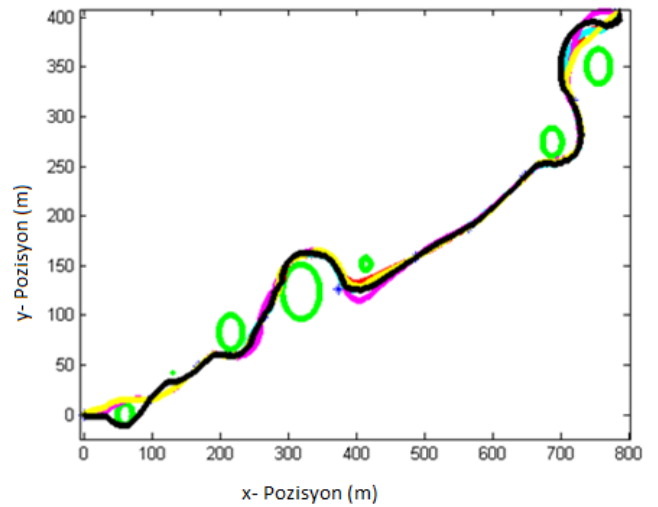
turkuaz, mor, sarı ve siyah çizgiler için sırasıyla +x, -x, +y, and -y yönlerinde rahatsızlık varsa gerçekleşen güdüm sonuçlarını göstermektedir.



Şekil 6. Sonuçlar, rahatsızlık: 5.56m/s rüzgar



Şekil 7. Şekil 6'ya yaklaşılmış bakış



Şekil 8. Sonuçlar, rahatsızlık: 0.25m/s akıntı

#### 4.5. Gelecek Çalışmalar

Bu çalışmada bir insansız su üstü aracı için matematiksel model geliştirilmiş, ileri hız ve sapma açısı üzerinde kuadratik regülatör tasarımı yapılmış, denetimcilerin kararlılığı doğrulanmıştır. Sapma açısı üzerinde otopilot tasarlanmış ve engelden kaçma, güdüm algoritmaları geliştirilerek çevresel faktörler altında model ve denetimcilerin başarısı benzetimlerle test edilmiştir.

Çalışmanın ilerleyen kısımlarında, simülasyon sonuçları deneysel uygulamalarla doğrulanacaktır. Ayrıca birden fazla su üstü araç için görev planlaması çalışılacaktır.

#### 5. Kaynakça

- [1] T. I. Fossen, *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. Chichester, United Kingdom: John Wiley & Sons, 1994.
- [2] Fossen, T. I., *Marine Control Systems Guidance, Navigation, and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*, 2002.
- [3] Andrew Wilford Browning, *A Mathematical Model to Simulate Small Boat Behaviour*, UK, 1990.
- [4] Tristan Perez ve Mogens Blakce, "Mathematical Ship modeling for Control Applications", Technical Report, Denmark, 2002.
- [5] P.Krishnamurthy, F.Khorrami ve S.Fujikawa, "A Modeling Framework for Six Degree-of-Freedom Control of Unmanned Sea Surface Vehicles", Proceedings of the 44<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control, Seville, Spain, s.2676-2681, 2006.
- [6] K.Ahiska, *Control and Guidance of an Unmanned Sea Surface Vehicle*, MSc Thesis, Electrical and Electronics Engineering Department, Middle East Technical University, Turkey, 2012.