

Sosyal Bilimlerde Yanlı Regresyon Tahmin Edicilerinin Kullanılması

Orkun COŞKUNTUNCEL*

Mersin Üniversitesi

Özet

Regresyon analizi değişkenler arasındaki ilişkiyi araştırmak ve modellemek için kullanılan bir istatistiksel araştırma yöntemidir ve bu yöntem hemen hemen her alanda kullanılan bir yöntemdir. Regresyon analizinde regresyon katsayılarını hesaplamak için kullanılan en yaygın yöntem klasik yöntem olarak da bilinen En Küçük Kareler (EKK) yöntemidir. Ancak EKK yöntemi verideki aykırı değer(ler)den ve bağımsız değişkenler arasında görülen çoklu iç ilişki ya da kötü koşulluluk probleminden çok fazla etkilenen hassas bir yöntemdir. Bu çalışmanın amacı sosyal bilimlerde derlenen verilerde çoklu iç ilişki problemine karşı daha dayanıklı yanlı regresyon yöntemlerinin (Ridge Regresyon ve Liu tahmin edicisi) performanslarının incelenmesi ve EKK ile karşılaştırılmasıdır.

Anahtar Sözcükler: Ridge regresyon, Liu tahmin edicisi, en küçük kareler, kötü koşulluluk, hata kareler ortalaması.

Abstract

Regression analysis is a statistical technique for investigating and modeling the relationship between variables and this technique occur in almost every field. Least squares estimation which known classical method is most useable regression coefficients estimation in regression analysis. However this method is very sensitive to outliers and multicollinearity in the data. The aim of this study is to propose biased regression methods (Ridge regression and Liu estimator) for the model parameter of a regression models that can combat with the multicollinearity in social science.

Keywords: Ridge regression, Liu estimator, Least Squares, multicollinearity, Mean square error.

Bilim ve teknolojideki hızlı ilerleme ile beraber karmaşık kuramsal örüntülere sahip sosyal ve ekonomik olaylar daha da karmaşık bir hal almakta ve bu alanlarda yapılan araştırmaların istatistiksel analizleri daha da zorlaşarak araştırmacıları alternatif analizler yapmaya yöneltmektedir.

Sosyal bilimlerde derlenen verilerin analizinde yaygın olarak kullanılan yöntemlerden biri regresyon analizidir ve EKK regresyon analizinin klasik yöntemidir. Bu kadar sıklıkla kullanılmasının en önemli nedenleri iyi sayısal özellikleri ve kolay hesaplanmasıdır. Ancak EKK bağımlı ve/veya bağımsız değişkenler yönündeki aykırı değerlere karşı aşırı hassas bir yöntemdir öyle ki bir tek aykırı değer bile tahminleri çok olumsuz etkileyebilmektedir. Bu çalışmanın amacı, sosyal bilimlerde elde edilen verilerde, çoklu iç ilişki veya kötü koşulluluk probleminin EKK üzerindeki olumsuz etkilerini ortaya çıkarmak, ridge veya liu gibi yanlı regresyon tahmin edicilerinin bu tip veriler üzerindeki performanslarını EKK ile karşılaştırmaktır.

Farklı yöntemlerle elde edilen modellerin karşılaştırılmasının en etkili ve basit yolu hata kareler ortalamalarının (Mean Square Error-MSE'lerinin) karşılaştırılmasıdır. Çünkü bilindiği gibi EKK yansız lineer tahmin ediciler arasında en küçük varyansa sahip olan tahmindir. Ancak bu durum EKK ile elde edilen varyanstan daha küçük varyans elde edilemeyeceğini garanti etmez. Dolayısıyla MSE değeri küçük olan model daha etkindir ve tercih edilir. MSE genel olarak tahmin edicinin varyansı ile

* Yrd. Doç. Dr., Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı, orkunct@mersin.edu.tr

yanlılığın karesinin toplamı ile elde edilir. Buna göre, EKK yansız olduğundan, yanlılık sıfırdır ve MSE varyansa eşittir.

Çalışmanın ikinci bölümünde EKK yöntemi ile ilgili temel kavramlar ile iç ilişki probleminin varlığının araştırılması ve yarattığı olumsuzluklar üzerinde durulmuştur. Üçüncü bölümde ridge ve liu yanlı tahmin edicilerinden bahsedilmiştir. Dördüncü bölümde ise veriye üç farklı tahmin yöntemi uygulanarak elde edilen uydurulmuş modeller karşılaştırılmıştır.

En Küçük Kareler (EKK) Yöntemi

Çoklu doğrusal regresyon modeli matris formunda

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

şeklinde verilir. Burada,

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

olup genel olarak, \mathbf{y} , $n \times 1$ tipinde gözlemlerin vektörü, \mathbf{X} matrisi, $n \times p$ tipinde bağımsız değişken matrisi, $\boldsymbol{\beta}$, $p \times 1$ tipinde regresyon katsayılarının vektörü ve $\boldsymbol{\varepsilon}$, $n \times 1$ tipinde rastgele hataların vektörüdür. k bağımsız değişken sayısı olmak üzere $p = k + 1$ 'dir ve 1'ler sabit terim içindir. Ayrıca $k = 1$ alınırsa basit doğrusal regresyon modeli elde edilir. En küçük kareler tahmin edicileri $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$ olmak üzere $\sum \varepsilon_i^2$ hata kareleri toplamını minimize eder. Böylece $\boldsymbol{\beta}$ 'nin en küçük kareler tahmini $\hat{\boldsymbol{\beta}}$,

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (2)$$

ve varyans-kovaryans matrisi,

$$\text{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \quad (3)$$

şeklinde elde edilir. En küçük kareler için standartlaştırılmış artık değerler, $e_i = y_i - \hat{y}_i$ olmak üzere,

$$r_i = \frac{e_i}{\hat{\sigma}} \quad (4)$$

ile verilir. Burada,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-p} \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (5)$$

dir ve hatalar bağımsız, sıfır ortalamalı, σ standart sapmalı, özdeş dağılıma sahip olduğunda $\hat{\sigma}^2$, σ^2 'nin yansız tahmin edicisidir. Bazen standartlaştırılmış artık değerler yerine

$$t_i = \frac{e_i}{\hat{\sigma}\sqrt{1-h_{ii}}} \quad (6)$$

studentized artık değerleri kullanılır. Bu iki çeşit artık değere genel olarak standartlaştırılmış artık değerler denir.

x_1, x_2, \dots, x_p (1)'de verilen modeldeki X matrisinin p sütunu olsun. X matrisinin sütunları arasında tam bir lineer bağımlılık varsa; yani,

$$\sum_{j=1}^p c_j x_j = 0 \quad (7)$$

olacak şekilde tümü sıfır olmayan c_j 'ler varsa X matrisinin rankı p'den küçüktür. Bu durumda $X'X$ matrisi tersinir değildir (singülerdir) yani tersi yoktur. Bununla birlikte

$$\sum_{j=1}^p c_j x_j \cong 0 \quad (8)$$

ise çoğu kez kötü koşulluluk olarak tanımlanan durum oluşur. Kötü koşulluluk ya da iç ilişkinin istenmeyen etkileri vardır. Bunun en önemli nedeni EKK ile elde ettiğimiz katsayı tahminleri bağımsız değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarına bağlıdır. Bu durumda yüksek korelasyon tahmin edilen regresyon katsayısının büyük varyansa ve kovaryansa sahip olmasına neden olacaktır. Yani aynı bağımsız değişkenler için başka bir örneklem seçtiğimizde tahmin edilecek model parametreleri çok farklı olacaktır. İç ilişkinin bir diğer önemli etkisi de tahmin edilecek regresyon katsayılarını şişirmesidir.

Bağımsız değişkenler arasında çoklu iç ilişkinin ya da kötü koşulluluğun görülmesinin temel olarak üç nedeni vardır. Birincisi, deney tasarımında yeterli planlama yapılmamasından veya araştırmanın zayıf gözlemsel verilere dayandırılmasından kaynaklanan iç ilişki problemidir. İkincisi, bağımsız değişkenlerin kuvvetleri veya çarpımları gibi matematiksel işlemler sonucu oluşturulan yeni bir değişken nedeniyle ortaya çıkan yapısal veya model belirlenmesinden kaynaklanan iç ilişkidir. Yapısal çoklu iç ilişki, modeldeki bileşen sayısının gözlem sayısından fazla olduğu durumlarda da görülür. Üçüncüsü ise, bağımsız değişkenler üzerindeki kısıtlamalardan kaynaklanan iç ilişkidir.

Kötü koşulluluğun varlığının belirlenmesinde en çok kullanılan 2 yöntem VIF_i (Variance Inflation Factors-Varyans şişirme faktörleri) ve koşul sayısı yöntemleridir. (VIF)'ler, $(X'X)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarıdır. Brownlee (1965),

$$VIF_i = \frac{1}{1 - R_i^2} \quad (9)$$

olduğunu göstermiştir. Bu, büyük R_i^2 (örneğin $R_i^2 > 0,99$) değerlerinden kaçınmanın büyük VIF_i 'den kaçınmaya denk olduğunu gösterir. Gorman (1970), $R_i^2 > 0,99$ ise kötü koşulluluk problemi olduğunu belirtmiştir. Bu $VIF_i > 100$ olması ile aynı anlama gelmektedir. Marquardt (1970), VIF 'lerin herhangi birinin 10'dan büyük olması durumunda en küçük kareler kestiricilerinin kullanılması ile elde edilen tahminlerin kararlı olmadıklarını bunun yerine alternatif model oluşturulması gerektiğini veya alternatif tahmin edicilerin kullanılması gerektiğini belirtmiştir. Alternatif tahmin edici olarak Ridge Regresyon tahmin edicisi ve Liu tahmin edicisi kullanılabilir. Kötü koşulluluğun belirlenmesinde uygulanabilecek diğer bir yöntem, $X'X$ matrisinin özdeğerlerine dayalı koşul sayısı yöntemidir. Sıfırdan farklı özdeğerlerin sayısı matrisin rankını verir. $X'X$ matrisinin özdeğerlerinden biri sıfıra eşitse $X'X$ matrisi singülerdir ve böylece X matrisinin kolonları lineer bağımlıdır. Özdeğerler elde edildikten sonra en büyük özdeğer ile en küçük özdeğerin oranı alınarak $X'X$ matrisinin koşul sayısı elde edilir.

$$\text{Koşul sayısı} = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \quad (10)$$

Belsley ve ark. (1980), koşul sayısının 25'den büyük olduğu durumların araştırılması gereken durumlar olduğunu belirtmişlerdir. Genel olarak koşul sayısı 100'den küçük ise, çoklu iç ilişki probleminin ciddi boyutlarda olmadığı, 100 ile 1000 arasında ise, güçlü bir iç ilişki problemi olduğu, 1000'den büyük ise, çok ciddi bir iç ilişki problemi olduğu söylenir.

Ridge ve Liu Tahmin Edicileri

Daha öncede belirttiğimiz gibi EKK en iyi lineer yansız tahmin edicilerdir. Ancak bu en küçük karelerin verdiği varyansın küçük olduğu anlamına gelmez. Ridge ve Liu regresyon tahmin edicileri X veri matrisinin kötü koşulluluğa sahip olduğu durumlarda β 'nin daha küçük varyansa sahip, daha kararlı yanlı tahminini verebilirler.

(1) modeli için Ridge regresyon tahmin edicisi normal denklemleri

$$(X'X + kI)\hat{\beta}_R = X'y \quad (11)$$

ve β 'nin ridge tahmin edicisi $k \geq 0$ yanlılık çarpanı ve $\hat{\beta}_{LS}$, β 'nin en küçük kareler tahmini olmak üzere,

$$\hat{\beta}_R = (X'X + kI)^{-1}X'y = (X'X + kI)^{-1}X'X\hat{\beta}_{LS} \quad (12)$$

dir ve varyans kovaryans matrisi,

$$\text{Var}(\hat{\beta}_R) = \sigma^2(X'X + kI)^{-1}X'X(X'X + kI)^{-1} \quad (13)$$

dir. Ridge için MSE, λ_i , $X'X$ matrisinin özdeğerleri olmak üzere,

$$\text{MSE}(\hat{\beta}_R) = \sigma^2 \sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k)^2} + k^2 \beta'_{LS} (X'X + kI)^{-2} \beta_{LS} \quad (14)$$

dir. $\hat{\beta}_R$ en küçük kareler tahminine dayalıdır ve eğer $k = 0$ alınırsa en küçük kareler tahmin edicisi elde edilir. Ridge tahmin edicisinde yanlılık parametresi k 'nın seçimi çok önemli bir yer tutar. k 'nın bir uygun seçimi $\hat{\beta}_{LS}$ ve $\hat{\sigma}$ en küçük kareler tahminleri olmak üzere,

$$k_{HK} = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\hat{\beta}'_{LS}\hat{\beta}_{LS}} \quad (15)$$

dir (Hoerl ve Kennard, 1970a,b).

Liu tahmin edicisi, çoklu içi ilişki problemi ile mücadele edebilen, Ridge tahmin edicisine alternatif yanlı tahmin edicidir. (1) modeli için alışılmış Liu tahmin edicisi $0 < d < 1$ yanlılık çarpanı olmak üzere,

$$\hat{\beta}_L(d) = (X'X + I)^{-1}(X'X + dI)\hat{\beta}_{LS} \quad (16)$$

dir ve varyans kovaryans matrisi,

$$\text{Var}(\hat{\beta}_L) = \sigma^2(X'X + I)^{-1}(X'X + dI)(X'X)^{-1}(X'X + dI)(X'X + I)^{-1} \quad (17)$$

dir. Ridge için MSE, λ_i , $X'X$ matrisinin özdeğerleri olmak üzere

$$\text{MSE}(\hat{\beta}_L) = \sum_{i=1}^p \frac{(\lambda_i + d)^2}{\lambda_i(\lambda_i + 1)^2} + (d - 1)^2 \sum_{i=1}^p \frac{\hat{\beta}_i^2}{(\lambda_i + 1)^2} \quad (18)$$

dir. Liu tahmin edicisinin Ridge tahmin edicisine göre avantajı d yanlılık parametresinin bir lineer fonksiyonu olmasıdır ve böylece d 'nin seçimi k 'dan daha kolay olacaktır (Liu, 1993).

Bu çalışmanın amacı çoklu iç ilişkiye probleminde sahip bir veri seti üzerinde EKK ile adı geçen yanlı regresyon tahmin edicilerinin performanslarını karşılaştırmaktır.

Yöntem

Katılımcılar

Bu araştırmanın verileri 163'ü erkek 238'i kız toplam 401 üniversite öğrencisinden toplanmıştır. Bu öğrencilerin yaşlarının ortalaması 21,18 ve standart sapması ise 2,06'dır.

Veri Toplama Araçları

Bilişsel Esneklik Ölçeği (BEÖ): BEÖ Martin ve Rubin (1995) tarafından geliştirilmiş olan ve Çelikkaleli (yayında) tarafından Türkçe'ye uyarlanmıştır. 6'lı Likert tipi bir ölçme aracı olan BEÖ 1 "kesinlikle katılmıyorum" ve 6 "kesinlikle katılıyorum" biçiminde cevaplandırılmaktadır ve 12 maddeden oluşmaktadır. Yapılan geçerlik ve güvenilirlik çalışmalarında BEÖ'nin tek faktörlü bir yapıdan oluştuğu; faktör yüklerinin 0.34 ile 0.77 arasında değiştiği ve iç tutarlı katsayısının 0.76 olduğu rapor edilmiştir. Diğer tarafta test tekrar test güvenilirlik katsayısı ise 0.65 olarak elde edilmiştir.

Problem Çözme Envanteri (PÇE): Ölçme aracı, Heppner ve Peterson (1982) tarafından (Akt: Savaşır ve Şahin, 1997) geliştirilmiş olup, 1-6 arasında puanlanan ve 35 maddeden oluşan Likert tipi bir ölçektir. Maddelere verilebilecek tepkiler; "her zaman böyle davranırım", "çoğunlukla böyle davranırım", "sık sık böyle davranırım", "arada sırada böyle davranırım", "ender olarak böyle davranırım" ve "hiçbir zaman böyle davranmam" şeklinde sıralanmaktadır. Ölçekten alınabilecek toplam puan 32-192 arasında değişmektedir. Ölçeğin güvenilirlik çalışmasında ölçeğin tümü için elde edilen iç tutarlılık katsayısı 0.90, alt ölçekler için elde edilen katsayılar ise 0.72 ile 0.85 arasında değişmektedir. Ölçeğin madde-toplam puan korelasyonlarının ranjı ise 0.25 ile 0.71 arasında değişmektedir. Ölçeğin alt ölçeklerinin test-tekrar test güvenilirlik katsayıları 0.83 ile 0.89 arasında değişmektedir. Yapı geçerliği çalışmasında ise problem çözme yeteneğine güven ($\alpha = 0.85$), yaklaşma kaçınma ($\alpha = 0.84$) ve kişisel kontrol ($\alpha = 0.72$) olmak üzere üç faktörden oluştuğu saptanmıştır. Bu üç faktör arasındaki korelasyon katsayıları ise 0.38 ile 0.49 arasında hesaplanmıştır (Akt: Savaşır ve Şahin, 1997).

Ölçeğin Türkiye uyarlaması Şahin, Şahin ve Heppner tarafından (1993) yapılmıştır. Ölçeğin güvenilirlik çalışmasında, toplam 244 üniversite öğrencisi üzerinde yapılan çalışmada iç tutarlılık katsayısı 0.88 olarak hesaplanmıştır. Testi yarıya bölme güvenilirlik çalışmasında elde edilen korelasyon katsayısı 0.81 olarak bulunmuştur. Ölçeğin geçerlik çalışmasında; ölçüt bağıntılı geçerlik yöntemi kullanılmış ve ölçeğin toplam puanı ile Beck Depresyon Envanteri toplam puanları arasındaki korelasyon -0.33 ve STAI-T toplam puanları arasındaki korelasyon katsayısı ise -0.45 olarak hesaplanmıştır. Yapılan faktör analizi sonucunda ise ölçeğin; "aceleci yaklaşım" ($\alpha = 0.78$), "düşünen yaklaşım" ($\alpha = 0.76$), "kaçıngan yaklaşım" ($\alpha = 0.74$), "değerlendirici yaklaşım" ($\alpha = 0.69$), "kendine güvenli yaklaşım" ($\alpha = 0.64$) ve "planlı yaklaşım" ($\alpha = 0.59$) olmak üzere altı faktörden oluştuğu görülmüştür (Akt. Savaşır ve Şahin, 1997). Bu çalışmada Şahin, Şahin ve Heppner (1993) tarafından yapılan uyarlama çalışması kullanılmıştır.

Başarıya Stratejileri Ölçeği (BSÖ): Amirkhan (1990) tarafından geliştirilmiş, Aysan (1994) tarafından Türkçe'ye uyarlama ve geçerlik, güvenilirlik çalışması yapılmış bir kendini değerlendirme envanteridir. Problem Çözme, Sosyal Destek Arama ve Kaçınma olmak üzere 3 alt ölçekten oluşmaktadır. Alt ölçeklerde toplam 11'er madde bulunmakta ve alt ölçek toplam puanları 11 ile 33 arasında değişebilmektedir. Ölçekte 1-hiç, 2-biraz, 3-çok olmak üzere 3'lü Likert tipi bir değerlendirme vardır. Alt ölçek toplam puanlarının yüksek olması, tanımlanan niteliğin arttığına işaret etmektedir. Ölçeğin güvenilirlik katsayısı 0.92 olarak bulunmuştur. Benzer ölçekler geçerlik çalışmalarında, Problem Çözme alt ölçeğinin İç Kontrol ile pozitif yönde; Kaçınma alt ölçeğinin Yaşam Doyumu ile negatif, Depresyon düzeyi ile pozitif yönde ilişkili olduğu belirlenmiştir.

Genel Yetkinlik İnancı Ölçeği (GYİÖ): GYİÖ, Jerusalem ve Schwarzer (1992) tarafından geliştirilmiş ve Çelikkaleli ve Çapri (2008) tarafından Türkçe'ye uyarlanmıştır. 10 maddeden oluşan Likert tipi ölçme aracı 1 "biraz doğru" ve 5 "tümüyle doğru" biçiminde cevaplandırılmaktadır. Yapılan geçerlik ve güvenilirlik çalışmalarında ölçeğin iç tutarlılık katsayısı üç farklı grupta sırasıyla

0.87, 0.86 ve 0.87 olarak elde edilmiştir. Ölçeğin faktör yükleri 0.56 ile 0.75 arasında değişmektedir. Ölçüt bağıntılı geçerlik çalışmasında GYİÖ ile Aday Öğretmenin Kendine İlişkin Yeterlik İnancı Ölçeği arasındaki korelasyon 0.46; madde toplam test korelasyonlarının ise 0.47 ile 0.66 arasında değişmekte olduğu bulunmuştur. Yapılan çapraz geçerleme çalışmasında ise tüm grup ve alt gruplardan benzer bulgular elde edilmiştir. Ayrıca, test-tekrar test korelasyon katsayısı 0.92 olarak bulunmuştur.

Verilerin Analizi

Verilerin analizinde EKK yöntemi ile Ridge ve Liu yanlı regresyon yöntemleri kullanılmıştır.

Bulgular

Bu veri grubu için varyans 36,897 olarak elde edilmiş yani EKK için $MSE = 36,897$ 'dir. Tablo 1'de elde edilen EKK katsayı tahminleri, Özdeğerler ve VIF değerleri verilmiştir. En büyük özdeğer ile en küçük özdeğerin oranı 1472 ve VIF değerleri tümü 10'dan büyük olup ciddi iç ilişki problemi olduğu açıkça görülmektedir.

Tablo 1. EKK sonuçları

Terim	EKK	Özdeğer	VIF
Sabit	40,530	5,888	187,46
1	0,640	0,048	55,58
2	-0,005	0,025	61,02
3	0,114	0,023	37,50
4	-0,090	0,012	40,06
5	-0,097	0,004	39,79

Bu veri için ridge çözümünü elde etmek için $(X'X + kI)\hat{\beta}_R = X'y$ denklemini k 'nın çeşitli değerleri için çözmemiz gerekir. Tablo 2'de k 'nın birkaç değeri için ridge katsayıları ve $d = 0,85$ için liu katsayıları verilmiştir. Bu tabloda ayrıca her ridge ve liu çözümü için MSE ve R^2 değerleri de verilmiştir.

Tablo 2. Çeşitli k değerleri için ridge çözümü

Terim	$k = 0$	$k = 0,05$	$k = 0,1$	$k = 0,5$	$k = 0,9$	$k = 0,135^*$	$d = 0,85^{**}$
Sabit	40,530	39,603	38,719	32,852	28,530	38,128	38,593
1	0,640	0,647	0,655	0,702	0,740	0,659	0,656
2	-0,005	0,0008	0,006	0,043	0,071	0,010	0,007
3	0,114	0,119	0,124	0,158	0,182	0,127	0,125
4	-0,090	-0,087	-0,084	-0,061	-0,044	-0,081	-0,083
5	-0,097	-0,094	-0,091	-0,073	-0,060	-0,090	-0,090
MSE	36,897	16,492	15,765	11,354	8,567	15,287	19,412
R^2	0,362	0,360	0,355	0,330	0,320	0,353	0,354

* (15)'te verilen k_{HK} için sonuçlar ** $d = 0,85$ için Liu tahmini sonuçları

Sonuçlar incelendiğinde artan k değerleri için MSE azalmakta birlikte R^2 değeri azalmaktadır. Ancak elde edilen katsayı tahminleri hızla dengelendiği izlenmektedir. Özellikle ikinci katsayıya ait sonuçlar EKK için negatif iken ridge ile pozitif olup işaret değişmiş ve diğer katsayılarda mutlak değerce farklılıklar oluşmuştur. Ayrıca tüm k değerleri için VIF değerleri 0 ile 1 arasında elde edilmiştir. Yani kötü koşulluluk problemi ortadan kalkmıştır. Aynı durum liu tahmini için de geçerlidir. VIF'ler 0 ile 1 aralığındadır MSE değeri EKK ile elde edilen MSE değerinden küçüktür. Burada da sorun azalan R^2 değeridir. Ancak R^2 değeri tıpkı EKK gibi verideki aykırı değerlerden çok fazla etkilenir. Bir tek aykırı değer bile R^2 'de çok fazla değişime neden olur. Buda çok dikkatli

kullanılması gerektiği anlamına gelir. Unutulmamalıdır ki incelediğimiz her iki yanlı teknik EKK tahminine dayalıdır.

Sonuç ve Öneriler

Veri grupları yaklaşık olarak normal dağıldığında klasik yöntemle elde edilen tahminler en iyi tahminlerdir. Ancak araştırmacıların çok sıkça karşılaştıkları, verilerin normal dağılıma sahip olmadığı, veri kümesinin farklı alt gruplardan oluşması veya verilerde çoğunluğa uymayan etkin gözlemlerin (sapan değerlerin) olması durumunda klasik yöntem ile elde edilen sonuçlar verilerin durumunu tam olarak yansıtmaz ve bu yöntemi kullanan araştırmacıların yanlış sonuçlara ulaşmalarına neden olur.

Sosyal bilimler alanı veri çeşitliliği açısından teoride etkin olan bir tekniğin pratikte ne kadar etkin ve tutarlı olduğunu görmek için çok uygun bir alandır. Alternatif regresyon yöntemleri klasik yöntemlerle üstesinden gelinemeyen problemlerin çözümünde kullanılmak üzere tanımlanmış yöntemlerdir ve bu çalışmada gerçek bir veri üzerinde ortaya çıkan kötü koşulluluk veya iç ilişki olarak bilinen durumun klasik yöntemle elde edilen katsayı tahminleri üzerindeki etkileri verilmeye çalışılmıştır.

Verilen örnekte elde edilen tahminler önemli iki sorunu karşımıza çıkarıyor. Birincisi gerek EKK gerekse yanlı yöntemler ile elde edilen R^2 değerinin istenilen seviyenin altında olması sorunudur ki bu durum verideki aykırı değerlerle ilgili olarak ortaya çıkabilen bir durumdur. Sapan değerlere karşı en etkili yöntemler M, Genelleştirilmiş M, Least Median of Squares-LMS gibi sağlam (robust) istatistiksel yöntemlerdir (Huber 1964, 1981, Hampel ve ark. 1986, Rousseeuw ve Leroy, 1987, Arslan, 2004). Bu yöntemler sapan değerlerin uydurulan model üzerindeki etkilerini en aza indirecek yöntemlerdir.

İkincisi EKK'nın dezavantajlarına karşılık yanlı yöntemlerin EKK tahminine dayalı olması. Eğer veri hem sapan değer hem de kötü koşulluluğa sahipse EKK tutarlı olmayacaktır ve yanlı regresyon verdiğimiz örnekte de olduğu gibi kötü koşulluluğu ortadan kaldırırsa bile çok tatmin edici durmamaktadır. Bu durumda hem sağlam hem de yanlı olan yöntemler tercih edilebilir. Ancak unutulmamalıdır ki alternatif yöntemler mucizeler yaratmazlar ve tıpkı EKK ve ona dayalı R^2 istatistikleri gibi çok dikkatli kullanılmaları gerekir.

Kaynaklar

- Anastasi, A. (1997). *Psychological testing*. Prentice Hall Inc., New York, U.S.A.
- Amirkhan, J. H. (1990). A factor analytically derived measure of coping: The Coping Strategy Indicator. *Journal of Personality and Social Psychology*, 59 (5), 1066–1074.
- Arslan, O. (2004). Convergence Behavior of an Iterative Reweighting Algorithm to Compute Multivariate M-Estimates for Location and Scatter. *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol. 118, 115-128.
- Aysan, F. (1988). Lise Öğrencilerinin Stres Yaşantılarında Kullandıkları Başa Çıkma Stratejilerinin Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Aysan, F. (1994). Başa Çıkma stratejisi ölçeğinin üniversite öğrencileri için geçerliliği, güvenilirliği. 1. Eğitim Birimleri kongresinde sunulan bildiri Ç.Ü. Ankara
- Baykul, Y. (2000). *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme: Klasik Test Teorisi ve Uygulaması*. ÖSYM Yayınları, Ankara.
- Baykul, Y., Gelbal, S., Kelecioğlu, H. (2001). *Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme*, MEB yayınları, Ankara.
- Belsley, D.A., Kuh, E., Welsch, R.E. (1980). *Regression Diagnostics: Identifying Influential Data and Sources of Collinearity*, Wiley, New York.
- Crocker, L., Algina, J. (1986). *Introduction to Classical and Modern Test Theory*., Harcourt Brace Jovanovich College Publishers, Florida, U.S.A.

- Çelikkaleli, Ö. (yayımda). Üniversite öğrencilerinde bilişsel esnekliklerinde problem çözme ve yetkinlik inancının etkisi. *MEÜ Eğitim Fakültesi Dergisi*.
- Coşkuntuncel, O. (2009). Eğitimle İlgili Aşırı Değer İçeren Veri Kümelerinde En Küçük Kareler ve Robust M Tahmin Edicisinin Karşılaştırılması. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Yayınlanmak üzere kabul edildi.
- Coşkuntuncel, O. (2005). Robust Statistical Analysis for Mixture Experiment and Models. Unpublished PhD. Thesis, Çukurova University, Adana, Turkey.
- Coşkuntuncel, O. (2005). Robust Estimators for the Regression Parameters of Experiment with Mixtures Models. *International Jour. of Pure and App. Math.*, Vol.24, No.4, 459-469.
- Çelikkaleli, Ö., Çapri, B. (2008). Genel Yetkinlik İnancı Ölçeği'nin Türkçe formunun geçerlik ve güvenilirlik çalışması. *Ç.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 17(3), 93-104.
- Erkuş A (2003) Psikometri Üzerine Yazılar: Ölçme ve Psikometrinin Tarihsel Kökenleri, Güvenirlik, Geçerlik, madde Analizi, Tutumlar; Bileşenleri ve Ölçülmesi. 1. baskı, Ankara. Türk Psikologlar Derneği Yayınları No:24. s. 34-148.
- Gorman, J. W. (1970). Fitting equations to mixture data with restraints on compositions. *Journal of Quality Technology*, Vol. 2, pp. 186-194.
- Hampel, F.R., Ronchetti, E.M., Rousseeuw, P.J., Stahel, W.A. (1986). *Robust Statistics: The Approach Based on Influential Functions*, Wiley, New York.
- Happer, P. P. ve Petersen, C. H. (1982). The development and implication of a personal problem solving inventory. *Journal of Counseling Psychology*, 29, 66-75.
- Hoerl, A.E., Kennard, R.W. (1970a). Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems. *Technometrics*, Vol. 12-1, 55-67.
- Hoerl, A.E., Kennard, R.W. (1970b). Ridge Regression: Applications to Nonorthogonal Problems. *Technometrics*, Vol. 12-1, 69-82.
- Huber, P.J. (1964). Robust Estimation of a Location Parameters. *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol 35, 73-101.
- Huber, P.J. (1981). *Robust Statistics*, Wiley, New York.
- Jerusalem, M. ve Schwarzer, R. (1992). Self-efficacy as a resource factor in stress appraisal processes. In R. Schwarzer (Ed.), *Self-efficacy: Thought Control of Action* (pp. 195-213). Washington, DC: Hemisphere.
- Liu, K. (1993). A new class of biased estimate in linear regression. *Communications in Statistics A*, 22,393-402.
- Martin, M.M., ve Rubin, R.B. (1995). A new measure of cognitive flexibility. *Psychological Reports*, 76, 623-626.
- Marquardt, D.W. (1970). Generalized inverses, Ridge regression, biased linear estimation, and nonlinear estimation. *Technometrics*, 12, 591-612.
- Rousseeuw, P.J., Leroy, A.M. (1987). *Robust Regression and Outlier Detection*. Wiley, New York.
- Sahin, N., Sahin, N. H. ve Happner, P. P. (1993). Psychometric properties of the Problem Solving Inventory in a group of Turkish university students. *Cognitive Therapy and Research*, 17 (4), 379-396
- Savaşır, I., ve Şahin, N. H. (1997). Bilişsel-davranışçı terapilerde değerlendirme: Sık kullanılan ölçekler. Ankara: Türk Psikologlar Derneği Yayınları.