BULANIK VARDİYA ÇİZELGELEME PROBLEMLERİ İÇİN TAMSAYILI PROGRAMLAMA MODELİ

Banu SUNGUR*

ÖZ

Gerçek hayatta karşılaşılan pek çok problemde karar parametreleri, eksik ya da elde edilememiş bilgiler nedeni ile kesin olarak bilinemeyebilir. Bu tür problemleri çözebilmek için de bulanık matematiksel programlama modellerine ihtiyaç duyulur. Vardiya çizelgeleme problemlerinde de ihtiyaç duyulan işgücü sayılarının her zaman kesin olarak bilinmesi mümkün olmayabilir. Bu çalışmada da böyle problemleri çözebilmek için Aykin'in (1996) vardiya çizelgeleme modelini bulanıklaştırdık. Bulanık modeli bir örnek problem üzerinde uyguladık ve elde ettiğimiz çözümü yorumladık.

Anahtar Kelimeler: Vardiya Çizelgeleme, Bulanık Tamsayılı Programlama

INTEGER PROGRAMMING MODEL FOR FUZZY SHIFT SCHEDULING PROBLEMS

ABSTRACT

In real world, there are many problems, in which many decision parameters are fuzzy because of incomplete or non obtainable information. Fuzzy mathematical programming models have been necessary to solve these kinds of problems. Also in shift scheduling problems, needs for workforce numbers have not been known as crisp. In this paper we have made Aykin's (1996) shift scheduling model fuzzy to solve these problems. We have applied this fuzzy model on a sample and commented on the solution obtained.

Key Words: Shift Scheduling, Fuzzy Integer Programming

* Arş. Gör. Dr., Erciyes Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü
Makalenin geliş tarihi: Aralık 2007, kabul tarihi: Nisan 2008

GİRİŞ

Matematiksel programlama modellerinde kısıtlara bağlı olarak amaç fonksiyonunu en iyileyen çözümler aranır. Çözüm aranan problemlerde bazı katsayılar kesin olarak bilinmiyor ise o zaman problem için kurulan model de bulanık bir matematiksel programlama modeli olur.

Matematiksel programlama bulanık küme teorisinin yaygın olarak kullanıldığı alanlardan biridir. Bulanık matematiksel programlama kısıtlarda ve amaç fonksiyonunda esnekliğe izin vererek bulanık ortamda karar vermeye yardımcı olmaktadır.

Bulanık ortamda karar verme kavramını ilk defa Bellman ve Zadeh (1970) önermiştir. Matematiksel programlama problemlerinde bulanıklık da Tanaka ve diğerleri (1974) tarafından çalışılmıştır. Verdagay (1982), Zimmermann (1985), Slowinski (1986), Leung (1988), Delgado vd. (1989), Luhandjula (2005), Ekel vd (2006), Mahapatra ve Roy (2006) vb. bulanık matematiksel programlama modelleri üzerinde çalışmışlardır.

Gerçek hayatta karşılaşılan problemlerin verileri ve parametreleri genellikle kesin olarak bilinemez. Bu nedenle, literatürde bulanık matematiksel programlama modellerinin pratik problemlere uygulandığı çalışmalar hızla artmaktadır. Örneğin, Katagiri ve Ishii (2000) envanter, Masatoshi vd. (2001) ürün ve işgücü atama, Wang ve Liang (2004) üretim planlaması, Beskese vd. (2004) esnek üretim sistemleri, Islam ve Roy (2006) ulaştırma problemleri, Chen (2006) makina tamir bakımı, Mula vd. (2006) malzeme ihtiyaç planlaması, Hernandes vd. (2007) şebeke analizi, Gupta vd. (2008) portföy seçimi konularında bulanık matematiksel modeller çalışmışlardır.

Bu çalışmada da, işgücü çizelgeleme konusunda bulanık matematiksel model çalışılacaktır. İşgücü ihtiyaçlarının kesin olarak bilinmediği vardiya çizelgeleme problemlerini çözebilmek için mevcut bir vardiya çizelgeleme modeli sağ taraf sabitleri bulanık olan bir model haline getirilecektir.

Vardiya çizelgeleme problemleri literatürde çok ilgi görmüştür. Vardiya çizelgeleme konusundaki tamsayılı matematiksel modellerden ilki 1954 yılında George Dantzig tarafından, ikincisi de 1979 yılında Elbridge Keith tarafından geliştirilmiştir. Akademik literatürde vardiya çizelgeleme konusunda Dantzig tarafından geliştirilen model, ticari çalışmalarda ise Keith tarafından geliştirilen model daha fazla ilgi görmüştür (Thompson, 1999:88). Bechtold ve Jacobs (1990), Aykin (1996), Thompson (1996), vb. vardiya çizelgelemesi yapmak üzere tam sayılı matematiksel modeller geliştirmişlerdir.

Bu çalışmada bulanıklaştırılacak olan model Aykin'in (1996) çalışmasındaki vardiya çizelgeleme modelidir.

Çalışmanın bir numaralı başlığında sağ taraf sabitleri bulanık olan matematiksel modeller konusunda teorik bir çerçeve çizildikten sonra iki numaralı başlıkta Aykin modeli verilecektir. Üç numaralı başlıkta bu model bulanıklaştırılacak ve bulanık model ile de Aykin tarafından aynı çalışmada sunulmuş vardiya çizelgeleme problemi ihtiyaç duyulan işgücü sayıları bulanıklaştırılarak çözülecek ve çözüm sonuçları değerlendirilecektir.

I. TEORİK ÇERÇEVE

Bir bulanık matematiksel programlama modelinin en genel formülasyonu, a_{ij},d_i ve c_j bulanık olmak üzere aşağıdaki gibidir:

$$\max z = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \le \tilde{d}_i \qquad i=1,\ldots,m$$

$$x_j \ge 0$$

Burada, c_j amaç fonksiyonunun kar katsayısı, d_i mevcut kıt kaynak miktarı ve a_{ij} teknik katsayıdır. Bu girdiler (c_j,d_i,a_{ij}) eksik ya da elde edilememiş bilgiler nedeniyle genellikle bulanıktır. Bu bulanık sayıların formüle edilebilmesi için de üyelik fonksiyonları ($\mu_i(X)$) kullanılır.

Bulanık modelde amaç fonksiyonu, sol taraf katsayıları ve sağ taraf sabitleri hepsi bir arada bulanık olabileceği gibi tek tek de bulanık olabilirler. Biz bu çalışmada sadece sağ taraf sabitleri bulanık olan bir problem inceleyeceğiz. Bir matematiksel programlama modelinde sol taraf katsayıları kesin sayılarken sağ taraf sabitleri kesin olarak bilinemiyorsa bu model sağ tarafı bulanık matematiksel programlama modeli olarak adlandırılır.

Kısıtları küçük eşit biçiminde ve sağ taraf sabitleri bulanık olan bir maksimizasyon modeli düşünelim:

$$\max z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le \tilde{d}_i \qquad i=1,\ldots,m$$

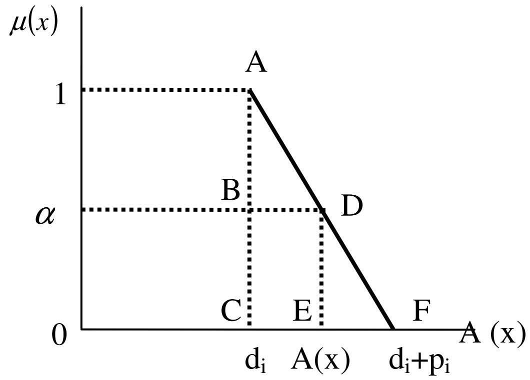
$$x_j \ge 0$$

H.J. Zimmermann sağ tarafları bulanık matematiksel programlama modellerini çözmek üzere kısıtların üyelik fonksiyonunu $\mu_i(x)$ şöyle tanımlamıştır (Zimmermann,1985:32):

$$\mu_{i(x)} = \begin{cases} 1 & (Ax)_i < d_i \\ 1-\dfrac{(Ax)_i - d_i}{p_i} & d_i \le A(x)_i \le d_i + p_i \\ 0 & (Ax)_i > d_i + p_i \end{cases} \qquad i=1,\ldots,m+1$$

Bu üyelik fonksiyonunun nasıl elde edildiği şekil 1'de görülmektedir.

Şekil 1: Minimizasyon Şeklindeki Bulanık Kısıtın Üyelik Fonksiyonu



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CF}$$

$$\frac{1-\alpha}{1} = \frac{A(x)-d_i}{p_i}$$

$$\alpha = 1-\frac{A(x)-d_i}{p_i}$$

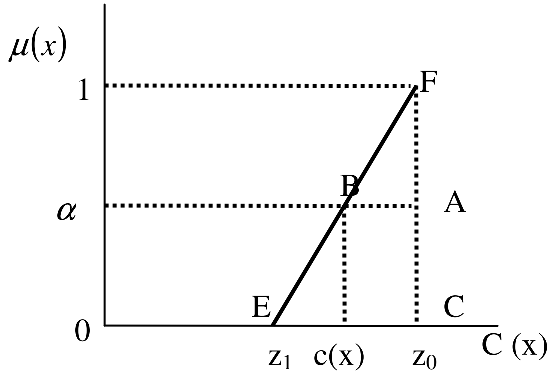
Kısıtların üyelik fonksiyonunun değeri, eğer kısıtın sol tarafı bulanıklık payı (p_i) da eklenmiş olan sağ taraf sabitinden büyükse sıfır, sağ taraf sabitinden küçükse de birdir. Üyelik fonksiyonu değerinin, $[d_i, d_i + p_i]$ aralığında da doğrusal olarak arttığı varsayılmaktadır

Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu $\mu_c(x)$ da şöyledir:

$$\mu_{c(x)} = \begin{cases} 1 & c(x) > z_0 \\ 1 - \dfrac{z_0 - c(x)}{z_0 - z_1} & z_1 \le c(x) \le z_0 \\ 0 & c(x) < z_1 \end{cases}$$

Bu üyelik fonksiyonunun nasıl elde edildiği şekil 2'de görülmektedir.

Şekil 2: Maksimizasyon Şeklindeki Amaç Fonksiyonunun Üyelik Fonksiyonu



$$\frac{AF}{CF} = \frac{AB}{CE}$$

$$\frac{1-\alpha}{1} = \frac{z_0 - c(x)}{z_0 - z_1}$$

$$\alpha = 1 - \frac{z_0 - c(x)}{z_0 - z_1}$$

z_0, kısıtlarının sağ taraf sabitleri kesin olan modelin en iyi çözümüdür. z_1 de sağ taraf sabitlerine bulanıklık payları eklenmiş olan modelin en iyi çözümüdür. Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonunun değeri, eğer amaç fonksiyonunun değeri z_1 den küçükse sıfır, z_0 dan büyükse de birdir. Üyelik fonksiyonu değerinin $[z_1, z_0]$ aralığında da doğrusal olarak arttığı varsayılmaktadır.

Son olarak, yeni bir değişken (α) eklenerek ve yukarıdaki üyelik fonksiyonları kullanılarak model aşağıdaki gibi yazılmaktadır:

$$\max \alpha$$

$$\alpha \le 1 - \frac{z_0 - (c_j x_j)}{z_0 - z_1}$$

$$\alpha \le 1 - \frac{(Ax)_i - d_i}{p_i}$$

$$0 \le \alpha \le 1$$

$$x \ge 0$$

$$i = 1, \ldots, m+1.$$

Yukarıda anlatılan bilgiler ışığında bir vardiya çizelgeleme modeli üzerinde, işgücü ihtiyaçlarının kesin olarak bilinemediği problemleri çözmek üzere, tadilatlar yapılacaktır. Model sağ taraf sabitleri bulanık olan bir matematiksel model haline getirilecektir. Gerçek hayatta işgücü ihtiyaçlarının kesin olarak bilinemediği çok farklı durumlar ortaya çıkabilmektedir. Bu çalışmada da amaç, işgücü ihtiyacının kesin olarak bilinmesinin mümkün olmadığı durumlarda mevcut bulanık vardiya çizelgeleme problemine çözüm bulabilmektir.

II. ÖNERİLECEK BULANIK MODELİN TEMELİNİ OLUŞTURAN MATEMETİKSEL MODEL

Aykin (1996), optimal vardiya çizelgelemesi yapmak için tam sayılı matematiksel bir model geliştirmiştir. Modelde işgücü hem vardiyalara hem de önceden belirlenmiş mola pencereleri içinde yarım saatlik yemek molasına ve ikişer tane 15'er dakikalık dinlenme molalarına atanmaktadır. Bu atamalar yapılırken de amaç toplam işgücü maliyetinin minimize edilmesidir.

Modelin Parametreleri:

C_j = j. vardiyada çalışan işgücünün birim maliyeti

j= vardiya sayısı j=1,2,…,m

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ eğer j'inci vardiya i'inci periyotta çalışıyorsa} \\ 0, \text{ aksi halde} \end{cases}$$

i=periyot sayısı i=1,2,…n

D_i=periyot i'de ihtiyaç duyulan işgücü sayısı

$T1_i, TL_i, T2_i$= Birinci dinlenme molası, yemek molası ve ikinci dinlenme molaları için ayrılan mola pencereleri içindeki mola başlama zamanı olan i. periyot için vardiya kümeleri.

$B1_j, BL_j, B2_j$= j. vardiyada çalışan işgücünün birinci dinlenme molasına, yemek molasına ve ikinci dinlenme molasına başlamaları muhtemel olan planlama periyotlarının kümesi.

Modelin Değişkenleri:

X_j= j. vardiyada çalışmak üzere atanmış işgücü sayısı

U_{ji}= j. vardiyaya atanan ve birinci dinlenme molasını i. periyotta veren işgücü sayısı

W_{ji}= j. vardiyaya atanan ve yemek molasını i. periyotta veren işgücü sayısı

V_{ji}= j. vardiyaya atanan ve ikinci dinlenme molasını i. periyotta veren işgücü sayısı

Model:

$$\text{Minimize } Z = \sum C_j X_j$$

Subject to

$$\sum_{j=1}^{m} A_{ij} X_j - \sum_{j \in T1i} U_{ji} - \sum_{j \in TL(i-1)} W_{j(i-1)} - \sum_{j \in TLi} W_{ji} - \sum_{j \in T2i} V_{ji} \geq D_i \qquad i=1,\dots,n$$

(1)

$$X_j - \sum_{i \in B1j} U_{ji} = 0 \qquad j=1,\dots,m$$

(2)

$$X_j - \sum_{i \in BLj} W_{ji} = 0 \qquad j=1,\dots,m$$

(3)

$$X_j - \sum_{i \in B2j} V_{ji} = 0 \qquad j=1,\dots,m$$

(4)

$$X_j, U_{ji}, W_{ji}, V_{ji} \geq 0 \text{ ve tamsayı}$$

Modelde amaç fonksiyonu toplam işgücü maliyetini minimize etmektedir.

Birinci kısıtlayıcılar kümesi i. periyoda atanıp da birinci dinlenme molasını verenler, yemek molasını verenler ve ikinci dinlenme molasını verenler çıkarıldıktan sonra i. periyoda atanan işgücü sayısının o periyotta ihtiyaç duyulan işgücü sayısına eşit ya da daha fazla olmasını garantilemektedir.

İkinci, üçüncü ve dördüncü kısıtlayıcı kümeleri j. vardiyaya atanan işgücü sayısını, o vardiyada birinci dinlenme molasını, yemek molasını, ikinci dinlenme molasını veren işgücü sayısına eşitler. Dolayısıyla, vardiyaya atanan her işgücünün bütün molalarını vermesi garantilenir.

III. BULANIK VARDİYA ÇİZELGELEME MODELİ

Bu bölümde sunulacak olan bulanık tamsayılı vardiya çizelgeleme modeli II numaralı başlıkta verilen modelin bulanıklaştırılması ile elde edilecektir.

A. AYKİN MODELİ'NİN BULANIKLAŞTIRILMASI

Aykin Model'indeki kısıt (1)'in sağ tarafı bulanıklaştırılacaktır. Diğer kısıtlar (2,3,4) aynı kalacaktır.

$$\sum_{j=1}^{m} A_{ij} X_j - \sum_{j \in T1i} U_{ji} - \sum_{j \in TL(i-1)} W_{j(i-1)} - \sum_{j \in TLi} W_{ji} - \sum_{j \in T2i} V_{ji} \gtrapprox D_i \qquad i=1,\dots,n$$

(1)

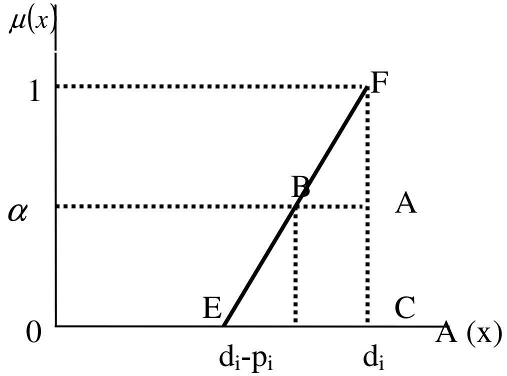
Bulanıklaştıracağımız model kısıtları ≥ şeklinde olan bir minimizasyon modeli olduğundan, H.J. Zimmermann'ın sağ tarafları bulanık matematiksel programlama modellerini çözmek için belirlediği üyelik fonksiyonunu $\mu_i(x)$, bu modele uyarlayacağız.

≥ şeklinde olan kısıtlayıcılar için üyelik fonksiyonunu $\mu_i(x)$ şöyle yazıyoruz:

$$\mu_{i(x)} = \begin{cases} 1 & (Ax)_i > d_i \\ 1 - \dfrac{d_i - (Ax)_i}{p_i} & d_i - p_i \leq A(x)_i \leq d_{i\,i} \\ 0 & (Ax)_i < d_i - p_i \end{cases}$$

Bu üyelik fonksiyonunun nasıl elde edildiği şekil 3'te gösterilmiştir.

Şekil 3: Maksimizasyon Şeklindeki Bulanık Kısıtın Üyelik Fonksiyonu



$$\frac{AF}{CF}=\frac{AB}{CE}$$

$$\frac{1-\alpha}{1}=\frac{d_i-A(x)}{p_i}$$

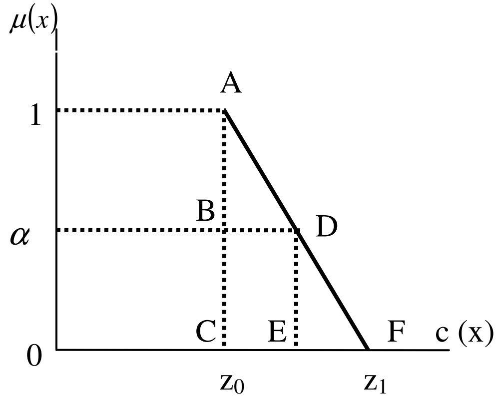
$$\alpha=1-\frac{d_i-A(x)}{p_i}$$

Minimizasyon şeklinde olan amaç fonksiyonu için de üyelik fonksiyonu $\mu_c(x)$ şöyle yazılmaktadır:

$$\mu_{c(x)}=\begin{cases}1 & c(x)<z_0\\ 1-\dfrac{c(x)-z_0}{z_1-z_0} & z_1\le c(x)\le z_0\\ 0 & c(x)>z_1\end{cases}$$

Bu üyelik fonksiyonunun nasıl elde edildiği şekil 4'te gösterilmiştir.

Şekil 4: Minimizasyon Şeklindeki Amaç Fonksiyonunun Üyelik Fonksiyonu



$$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CF}$$

$$\frac{1-\alpha}{1}=\frac{c(x)-z_0}{z_1-z_0}$$

$$\alpha=1-\frac{c(x)-z_0}{z_1-z_0}$$

Yukarıdaki üyelik fonksiyonlarını kullanarak bulanık modeli yazacağız.

max α

$$\alpha\le 1-\frac{\left(\sum C_jX_j\right)-z_0}{z_{1-}z_0}$$

$$\alpha\le 1-\frac{D_i-(\sum_{j=1}^{m}A_{ij}X_j-\sum_{j\in T1i}U_{ji}-\sum_{j\in TL(i-1)}W_{j(i-1)}-\sum_{j\in TLi}W_{ji}-\sum_{j\in T2i}V_{ji})}{p_i} \qquad (1)$$

$$X_j-\sum_{i\in B1j}U_{ji}=0 \qquad \text{j=1,…,m} \qquad (2)$$

$$X_j-\sum_{i\in BLj}W_{ji}=0 \qquad \text{j=1,…,m} \qquad (3)$$

$$X_j-\sum_{i\in B2j}V_{ji}=0 \qquad \text{j=1,…,m} \qquad (4)$$

$X_j, U_{ji}, W_{ji}, V_{ji}\ge 0$ ve tamsayı

B. ÖRNEK PROBLEM

Aykin (1996), modelini iki vardiyalı, j=(1,2), örnek bir problem üzerinde anlatmıştır. Bu problem saat bazında ihtiyaç duyulan işgücü sayıları bulanıklaştırılarak aşağıda tarif edilecektir.

Örnek Problem:

İşletmede, çalışma süreleri 9'ar saat olan iki vardiya j= {1,2} bulunuyor. Çalışanlar yarım saatlik bir yemek molası ve 15'er dakikalık iki dinlenme molası veriyor. Dolayısıyla her bir vardiya için 8'er saatlik çalışma süresi kalıyor. Birinci vardiya saat 7:00'da, ikinci vardiya saat 9:00'da başlıyor. İşletme saat 7.00'dan 18:00'a kadar hizmet veriyor. Bir çalışma gününde 44 tane 15'er dakikalık zaman aralığı bulunuyor (i=1,2,…,44). Yemek molasının ideal başlama zamanının çalışma süresinin tam ortasında olduğu varsayılıyor. Bu ideal başlama zamanı da dört çalışma saatinden sonra yer alıyor. İdeal dinlenme molaları başlama zamanı da, yemek öncesi ve sonrası olan 4'er saatlik çalışma zaman aralıklarının tam ortasında bulunuyor. Birinci dinlenme molasının ideal başlama zamanı vardiyanın başlamasından iki saat sonra oluyor. İkinci dinlenme molasının ideal zamanı da yemek molasının bitmesinden iki saat sonra başlıyor. Bütün mola pencerelerinin ideal başlama zamanlarından yarım saat önce başladığı varsayılıyor. Böylece, birinci vardiya için ilk 15 dakikalık dinlenme mola penceresi 8.30'dan 10.00'a kadar sürüyor. Birinci vardiya için yemek molası penceresi, 10.45'ten 12'15'e kadar devam ediyor. Birinci vardiya için ikinci 15 dakikalık dinlenme mola penceresi ise 13.15'ten 14.45'e kadar oluyor. İkinci vardiya için ise ilk 15 dakikalık dinlenme mola penceresi 10.30'dan 12.00'a kadar, yemek molası penceresi, 12.45'ten 14'15'e kadar ve ikinci 15 dakikalık dinlenme mola penceresi ise 15.15'ten 16.45'e kadar sürüyor. Bu durumda, her iki vardiya için de bir çalışan için beş farklı yemek molası zamanı söz konusu oluyor. Birinci vardiya için bu alternatifler, 10.45-11.15, 11.00-11.30, 11.15-11.45,11.30-12.00 ve11.45-12.15 zaman aralıklarında yer alıyor. Birinci vardiyanın bir çalışanı yemek molasına periyot t= 16,17,18,19,20'de başlayabiliyor. İkinci vardiyanın bir çalışanı ise yemek molasına periyot t= 24, 25, 26, 27, 28'de başlayabiliyor. İkinci vardiya çalışanları için yemek molası alternatifleri de,12.45-13.15,13.00-13.30,13.15-13.45,13.30-14.00 ve 13.45-14.15 olmak üzere beş tane oluyor. Birinci vardiyaya atanan bir çalışan birinci dinlenme molasını periyot t=7,8,9,10,11,12'de verebiliyor. Bu periyotların temsil ettikleri zaman aralıkları ise, 8.30-8.45,8.45-9.00,9.00-9.15-9.15-9.30 ve 9.30-9.45 saatleri oluyor. İkinci vardiyaya atanan bir çalışan ise birinci dinlenme molasını periyot t= 15,16,17,18,19,20' de verebiliyor. Bu periyotların temsil ettikleri zaman aralıkları da 10.30-10.45,10.45-11.00,11.00-11.15,11.15-11.30,11.30-11.45 ve11.45-12.00 saatlerinde bulunuyor. Birinci vardiyaya atanan bir çalışan ikinci dinlenme molasını periyot t= 26,27,28,29,30,31'de verebiliyor. Bu periyotların temsil ettikleri zaman aralıkları, 13.15-13.30, 13.30-13.45, 13.45-14.00, 14.00-14.15, 14.15-14.30 ve 14.30-14.45 saatlerinde yer alıyor. İkinci vardiyaya atanan bir çalışan ise ikinci dinlenme molasını periyot t= 34, 35, 36, 37, 38, 39' da verebiliyor. Bu periyotların temsil ettikleri zaman aralıkları da 15.15-15.30, 15.30-15.45, 15.45-16.00, 16.00-16.15, 16.15-16.30 ve16.30-16.45 saatleri oluyor.

İşletmenin saatler itibariyle ihtiyaç duyduğu işgücü sayısı da kesin olarak bilinemediğinden aşağıdaki gibi iki sayı aralığında verilebiliyor.

Saat	İhtiyaç Duyulan İşgücü Sayısı
1.	15-20
2.	15-20
3.	15-20
4.	20-25
5.	15-20
6.	15-20
7.	10-15
8.	10-15
9.	10-15
10.	10-15

İstenen: Problemde anlatılan, ihtiyaç duyduğu işgücü sayıları bulanık, organizasyon için vardiya çizelgelemesinin yapılması isteniyor.

C. ÖRNEK PROBLEM İÇİN BULANIK MODELİN KURULMASI

Bulanık modelin tek bulanık kısıtlayıcılar kümesi olan (1)'den 17. periyot için yazılan tek bir kısıtlayıcı örnek olsun diye verilecektir. Diğer periyotlar için de aynı şablon uygulanacaktır.

Bu kısıtlayıcıyı için, d_{17}=20 ve p_i=5 bilgisini kullanarak üyelik fonksiyonunu aşağıdaki şekilde yazıyoruz:

$$\mu_{17(x)} = \begin{cases} 1 & A(x)_{17} > 20 \\ 1 - \dfrac{20 - A(x)_{17}}{5} & 15 \le A(x)_{17} \le 20 \\ 0 & A(x)_1 < 15 \end{cases}$$

Model, ihtiyaç duyulan personel sayıları üst sınırdaymış gibi çözüldüğünde amaç fonksiyonu değeri 38 (z_1=38) çıkmıştır. Modeli, personel sayılarını beşer sayı düşürerek alt sınırda çözdüğümüzde ise amaç fonksiyonu değeri aşağıda da görüldüğü gibi 27 (z_0=27) çıkmıştır.

Amaç Fonksiyonunun Değeri

1) 38.00000

Değişken	Değer
X_1	20.000000
X_2	18.000000

Amaç Fonksiyonunun Değeri

1) 27.00000

Değişken	Değer
X_1	15.000000
X_2	12.000000

Bu veriler ışığında amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonunu ise şu şekilde yazıyoruz:

$$\mu_{c(x)} = \begin{cases} 1 & c(x) < 27 \\ 1 - \dfrac{c(x) - 27}{11} & 27 \le c(x) \le 38 \\ 0 & c(x) > 38 \end{cases}$$

Bulanık modelin kısıtlayıcılar kümesi (1) in 17. periyot için yazılımı ile amaç fonksiyonunun yazılımı aşağıdadır. Bulanık modelin tamamı ise ektedir.

$$\max \alpha$$

$$\alpha \le 1 - \frac{20 - X_1 + X_2 - U_{217} - W_{116} - W_{117}}{5}$$

$$\alpha \le 1 - \frac{X_1 + X_2 - 27}{11}$$

Modeli aşağıdaki gibi düzenliyoruz:

$$\max \alpha$$

$$X_1 + X_2 - U_{217} - W_{116} - W_{117} - 5\alpha \ge 15$$

$$X_1 + X_2 + 11\alpha \le 38$$

D. ÖRNEK PROBLEM İÇİN KURULAN BULANIK MODEL'İN ÇÖZÜMÜ VE ÇÖZÜMÜN DEĞERLENDİRİLMESİ

Örnek problemde bütün saatler için ihtiyaç duyulan işgücü sayısı kesin sayılar ile bulanıklık payı olan beş eksiği arasında değişebilmektedir. Bulanık model bu veriler kullanılarak Lindo paket programı ile çözülmüştür. Çözüm aşağıdadır:

Modelin Çözümü:

Amaç Fonksiyonunun Değeri:

1) 0.4

Değişken	Değer
α	0.4
X1	17.000000
X2	15.000000

Model ihtiyaç duyulan işgücü sayıları, üst seviyedeyken çözüldüğünde toplam işgücü sayısı 38, alt seviyedeyken çözüldüğünde ise 27 çıkmıştır. 38 işgücü ile işletmenin, talep kaçırma ihtimali olmayacakken fazla işgücü maliyeti söz konusu olacaktır. İşletmenin işgücü sayısı 27 iken ise işgücü sayısının az olması nedeni ile işgücü maliyeti düşük olacakken bu defada talep kaçırmaları olabilecektir. Modelin, ihtiyaç duyulan işgücü sayılarının bulanıklaştırılmasıyla çözümünde ise vardiyalara atanacak toplam işgücü sayısı 32 çıkmıştır. Ortada bir çözüm elde edilmiştir. İşletmede 32 işgücünün vardiyalara atanması durumunda 38 işgücü ile çalışmaya kıyasla daha az sayıda işgücü ile çalışılacağından işgücü maliyetleri daha düşük olacaktır, 27 iş gücü ile çalışmaya kıyasla da daha çok işgücü ile çalışılacağından daha fazla talep karşılanabilecektir.

SONUÇ

Bu çalışmada Aykin'in (1996) vardiya çizelgeleme modeli bulanıklaştırılmıştır.

Gerçek hayatta pek çok problemde olduğu gibi vardiya çizelgeleme problemlerinde de verilerin kesin olarak bilinemeyeceği durumların olabileceği düşünüldüğünden, bulanık model Aykin'in çalışmasında tarif ettiği problem üzerinde, ihtiyaç duyulan işgücü sayıları bulanıklaştırılarak uygulanmıştır. Kurulan bulanık model çözülmüş ve elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

Ayrıca, problemin verileri kesinken elde edilmiş çözümlerle bulanıkken elde edilmiş çözümler karşılaştırılarak yorum yapılmıştır.

Gelecekte de vardiya çizelgeleme konusunda bulanık yaklaşım kullanılarak yeni modeller kurulabileceği düşünülmektedir.

Ek: Örnek Vardiya Çizelgeleme Problemi İçin Kurulan Bulanık Model

min x_1+x_2

st

$x_1-u_{167}-5\alpha>=15$
$x_1-u_{18}-5\alpha>=15$
$x_1+x_2-u_{19}-5\alpha>=15$
$x_1+x_2-u_{110}-5\alpha>=15$
$x_1+x_2-u_{111}-5\alpha>=15$
$x_1+x_2-u_{112}-5\alpha>=15$
$x_1-u_{215}-5\alpha>=20$
$x_1+x_2-w_{116}-u_{216}-5\alpha>=20$
$x_1+x_2-w_{116}-w_{117}-u_{217}-5\alpha>=15$
$x_1+x_2-w_{117}-w_{118}-u_{218}-5\alpha>=15$
$x_1+x_2-w_{118}-w_{119}-u_{219}-5\alpha>=15$
$x_1+x_2-w_{119}-w_{120}-u_{220}-5\alpha>=15$
$x_1+x_2-w_{120}-5\alpha>=15$
$x_1+x_2-w_{224}-5\alpha>=15$
$x_1+x_2-w_{224}-w_{225}-5\alpha>=10$
$x_1+x_2-w_{225}-w_{226}-v_{126}-5\alpha>=10$
$x_1+x_2-w_{226}-w_{227}-v_{127}-5\alpha>=10$
$x_1+x_2-w_{227}-w_{228}-v_{128}-5\alpha>=10$
$x_1+x_2-w_{228}-v_{129}-5\alpha>=10$
$x_1+x_2-v_{130}-5\alpha>=10$
$x_1+x_2-v_{131}-5\alpha>=10$
$x_1+x_2-v_{234}-5\alpha>=10$
$x_1+x_2-v_{235}-5\alpha>=10$
$x_1+x_2-v_{236}-5\alpha>=10$
$x_2-v_{237}-5\alpha>=10$
$x_2-v_{238}-5\alpha>=10$
$x_2-v_{239}-5\alpha>=10$
$x_1-u_{17}-u_{18}-u_{19}-u_{110}-u_{111}-u_{112}=0$
$x_1-w_{116}-w_{117}-w_{118}-w_{119}-w_{120}=0$
$x_1-v_{126}-v_{127}-v_{128}-v_{129}-v_{130}-v_{131}=0$
$x_2-u_{215}-u_{216}-u_{217}-u_{218}-u_{219}-u_{220}=0$
$x_2-w_{224}-w_{225}-w_{226}-w_{227}-w_{228}=0$
$x_2-v_{234}-v_{235}-v_{236}-v_{237}-v_{238}-v_{239}=0$

KAYNAKÇA

AYKİN, Turgut; (1996), "Optimal Shift Scheduling with Multiple Break Windows", **Management Science ,** 42(4), ss.591-602.

BECHTOLD, Stephen.E. ve Larry.W. JACOBS; (1990), "Implicit Modeling of Flexible Break Assignments in Optimal Shift Scheduling", **Management Science**, 36(11), ss.1339-1351.

BELLMAN, Richard E. ve Lotfi A.ZADEH; (1970), "Decision-Making in Fuzzy Enviroment", **Management Science** , 17(4), ss. B-141-164.

BESKESE, Ahmet; Cengiz KAHRAMAN ve Zahir IRAN; (2004),"Quantification Of Flexibility In Advanced Manufacturing Systems Using Fuzzy Concept", **Int. J. Production Economics**, 89, ss. 45-56.

CHEN, Shih-Pin; (2006), " A Mathematical Programming Approach To The Machine Interference Problem With Fuzzy Parameters" **Applied Mathematics And Computation,** 174, ss.374-387.

DANTZİG, GeorgeB.; (1954), " A Comment On Edie's Traffic Delays At Tool Booths" **Operations Research,** 2(3), ss.339-341.

DELGADO, Miguel; Jose Luis VERDEGAY ve Maria Amparo VILA; (1989), "A General Model For Fuzzy Linear Programming", **Fuzzy Sets and Systems,** 29, ss. 21-29.

EKEL, P Ya; M.R. SILVA; F. SCHUFFNER NETO ve R.M. PALHARES; (2006), "Fuzzy Preference Modeling and Its Application to Multiobjective Decision Making", **Computer and Mathematics with Applications,** 52, ss. 179-196.

GUPTA, Pankaj; Mukesh Kumar MEHLAWAT ve Anand SAXENA; (2008), "Asset Portfolio Optimization Using Fuzzy Mathematical Programming ", **Information Sciences,** 178, ss. 1734-1755.

ISLAM, Sahidul ve Tapan Kumar ROY; (2006), "A New Fuzzy Multi-Objective Programming : Entropy Based Geometric Programming And Its Application Of Transportation Problems", **European Journal of Operational Research,** 173, ss.387-404.

KATAGIRI, Hideki ve Hiroaki ISHII; (2000), "Some Inventory Problems With Fuzzy Shortage Cost", **Fuzzy Sets And Systems,** 111, ss.87-97.

KEITH, Elbridge G.; (1979), "Operator Scheduling", **AIIE Transactions,** 1(11), ss.37-41.

LEUNG, Yee; (1988),"Interregional Equlibrium and Fuzzy Linear Programming ", **Environment and Planning ,** A 20.25-40, ss.219-230.

LUHANDJULA, M.K.; (2006),"Fuzzy Stochastic Linear Programming: Survey and Future Research Directions", **European Journal of Operational Research ,** 174, ss.1353-1367.

MAHAPATRA, G.S. ve T.K. ROY; (2006),"Fuzzy Multi-Objective Mathematical Programming On Reliability Optimization Model", **Applied Mathematics and Computation ,** 174, ss.643-659.

MULA, J.; R. POLER ve J.P. GARCIA; (2006),"MRP With Flexible Constraints: A Fuzzy Mathematical Programming Approach", **Fuzzy Sets And Systems,** 157, ss.74-97.

SAKAWA, Masatoshi; Ichiro NISHIZAKI ve Yoshio VEMURA; (2001),"Interactive Fuzzy Programming For Two-Level Linear And Linear Fractional Production And Assignment Problems: A case Study", **European Journal Of Operational Research,** 135, ss.142-157.

SLOWINSKI, Roman; (1986), "A Multicriteria Fuzzy Linear Programming Method For Water Supply System Development Planning ", **Fuzzy Sets and Systems,** 19, ss.217-237.

TANAKA, Hideo.; T. OKUDA ve Kiyoji. ASAI; (1974), "On Fuzzy Mathematical Programming", **J.Cybernetics**, 3, ss.37-46.

THOMPSON, Gary M.; (1996), "Optimal Scheduling of Shifts and Breaks Using Employees Having Limited Time-Availability", **International Journal of Service Industry Management**, 7(1), ss.56-73.

THOMPSON, Gary.M.; (1999) "Labor Scheduling, Part 3 (Developing A Workforce Schedule)",**Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly**, ss.86-96.

VERDEGAY, Jose Luis; (1982)"Fuzzy Mathematical Programming in:M.Grupta and E.Sanchez", **Fuzzy Information and Decision Processes**, ss.231-237.

WANG, Reay-Chen ve Tien-Fu LIANG; (2004), "Aplications of Fuzzy Multi Objective Linear Programming To Aggregate Production Planning", **Computers&Industrial Engineering,** 46, ss.17-41.

ZIMMERMANN, Hyman J.; (1985), "Aplications of Fuzzy Set Theory to Mathematical Programming", **Information Sciences,** 36, ss.29-58.