

## **Tam Sayılar Konusunun Öğretiminde Yaşanan Zorluklar ve Çözüm Önerileri\***

### **Difficulties in Teaching Whole Numbers and Suggested Solutions**

---

DOI = <http://dx.doi.org/10.17556/jef.08506>

---

Emrullah ERDEM\*\*, Kani BAŞIBÜYÜK\*\*\*, Burçin GÖKKURT\*\*\*\*,  
Ömer ŞAHİN\*\*\*\*\*, Yasin SOYLU\*\*\*\*\*

#### **Özet**

Bu çalışmanın amacı, tamsayılar konusunun öğretiminde yaşanan zorluklara ilişkin ortaokul matematik öğretmenlerinin görüşlerini incelemek ve çözüm önerileri sunmaktır. Çalışma, Adıyaman il merkezindeki farklı okullarda görev yapan 38 ortaokul matematik öğretmenin katılımıyla yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak, araştırmanın amacına uygun olarak hazırlanan iki açık uçlu sorudan oluşan bir form kullanılmıştır. Verilerin analizinde içerik analizi tekniği kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda; öğrencilerin eksi (-) işaretine anlam vermede, tam sayılarda çıkarma işlemi yapmada, tam sayılarda sıralama yapmada, sayma pullarını anlamada ve tamsayıları günlük hayatla ilişkilendirmede sıkıntı çektikleri, öğretmenlerin ise negatif tamsayının ne anlama geldiğini ve tam sayılarda çıkarma işlemini öğretmede ve sayma pullarını kullanmada zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Öğrenciler ortaokul yıllarında hala somut işlemler döneminde oldukları için tamsayılar konusunun öğretiminde uygun somut modeller kullanılabilir ve günlük hayattaki örneklerle sıkça ilişkilendirilebilir. Ayrıca, tamsayılarda özellikle çarpma ve bölme işlemlerinin öğretiminde sayma pullarının tercih edilmemesi gerektiği söylenebilir.

**Anahtar Sözcük:** Tamsayılar, zorluk, ortaokul matematik öğretmenleri

#### **Abstract**

---

\* Bu çalışma, Uluslararası Öğretmen Eğitiminde Yeni Yönelimler konferansında bildiri olarak sunulmuştur.

\*\* Arş. Gör. Dr., Adıyaman Üniversitesi, e-posta: eerdem@outlook.com

\*\*\* Öğr. Gör., Erzincan Üniversitesi, e-posta: kanib\_24@hotmail.com

\*\*\*\* Yrd. Doç. Dr., Bartın Üniversitesi, e-posta: burcingokkurt@hotmail.com

\*\*\*\*\* Arş. Gör., Amasya Üniversitesi, e-posta: mersahin60@gmail.com

\*\*\*\*\* Doç. Dr., Atatürk Üniversitesi, e-posta: yasinsoylu@gmail.com

The aim of this study is to examine middle school mathematics teachers' opinions regarding difficulties in teaching whole numbers and to suggest solutions. The study was carried out with 38 middle school mathematics teachers working in different middle schools in city center of Adıyaman. As data collection tool, a form consisting of two open-ended questions which elicit difficulties in teaching whole numbers was used. The content analysis technique was used in order to analyze the data. As a result of the analysis, it was determined that students had difficulties in making sense of the minus sign (-), in the subtraction and ordering of whole numbers, in understanding counters and in relating whole numbers with daily life; also, teachers had difficulties in teaching what whole numbers mean and the subtraction of whole numbers and in using counters. Since students are still in the period of concrete operations during middle school, suitable concrete models can be used in teaching the subject 'whole numbers' and be associated with examples from daily life. Also, it can be said that counters should not be preferred especially in teaching multiplication and division of whole numbers.

**Keywords:** Whole numbers, difficulty, middle school mathematics teachers

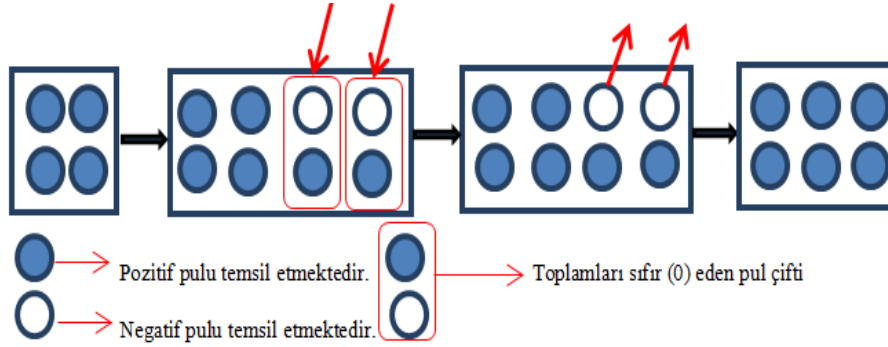
### Giriş

Matematikte zorluk, öğrencilerin öğrenimleri esnasında kavram, işlem, sembol ya da formüllerle ilgili yaşadıkları güçlükler olarak tanımlanabilir. Öğrencilerin matematik öğrenirken zorluk yaşamalarının farklı nedenlerinden bahsetmek mümkündür. Örneğin; öğrencilerin soyut düşünmede yetersiz olmaları, ön koşul matematiksel yeteneklerinin yeterince gelişmemesi (Garfield ve Ahlgren, 1988), matematiğe ilişkin olumsuz tutumlara sahip olmaları (Bulut, 2001), yanlış teorik bilgilere ya da kavram yanılgılarına sahip olmaları (Barnes, 1998; Fischbein, Nello ve Marino, 1991; Fischbein ve Schnarch, 1997) matematik öğrenirken zorluk yaşamalarına yol açan nedenler arasındadır. Bunların yanı sıra, öğrencilerin eksik muhakemede bulunmaları ve ilgilerini derse çekecek farklı öğretim stratejilerinin işe koşulmaması (Erdem, 2011 ve 2015), uygun öğretim materyallerinin yetersizliği (Gürbüz 2006; Pijls, Dekker ve Van Hout-Wolters, 2007) de bu zorluğun yaşanmasının diğer sebeplerindedir. Aynı zamanda, öğretmenin etkili matematik öğretimi için gerekli olan pedagojik alan bilgisine sahip olmamasının (Shulman, 1986 ve 1987) ve matematiğe ilişkin olumsuz tutuma sahip olması da (Erdem, 2011) öğrencilerin matematik öğrenirken zorluk çekmelerinin nedenleri arasında görülmektedir.

Matematikte öğrenilmesi ve öğretilmesinde zorluk çekilen konulardan birinin ‘Tam Sayılar’ olduğu yapılan pek çok araştırmada (Altıparmak ve Özdoğan, 2010; Bozkurt ve Polat, 2011; Dereli, 2008; Erdem, 2015; Fischbein, 1987; Hativa ve Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; Janvier, 1983; Kilhamn, 2011; Şengül ve Körükçü, 2012; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010) belirtilmektedir. İlkokulda doğal sayılarla işlem yapmaya alışan öğrenciler ortaokulda tamsayılarla karşılaştıklarında zorluk yaşayabilmektedirler. Örneğin, doğal sayılarda toplama işlemi yapmaya alışan bir öğrenci  $2+3=5$  işlemini rahatlıkla yapabilirken,  $(-2)-(-3)$  gibi bir işlemle karşılaştığında bir karmaşa yaşayabilmektedir. Bu karmaşanın yaşanmasına, öğrencilerin negatif sayılarla ilk defa karşılaşmaları ve doğal sayılarda yaptıkları işlemleri bu sayılara da aynı şekilde aktarmalarının neden olduğu belirtilmektedir (Erdem, 2015). Literatürde (Altıparmak ve Özdoğan, 2010; Erdem, 2015; Fischbein, 1987; Hativa ve Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; İşgüden, 2008; Janvier, 1983; Kilhamn, 2011; Van de Walle vd., 2010) de öğrencilerin negatif sayılarda zorluk yaşadıklarını belirten birçok çalışma mevcuttur. Örneğin, Hativa ve Cohen (1995) öğrencilerin negatif tam sayıları anlamada ve bu sayılarla işlem yapmada güçlükler yaşadıklarını açıklamıştır. İşgüden (2008) yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin “0” sayısının tam sayılar kümesine ait olup olmamasına karar vermede, pozitif ve negatif tamsayıları tanımlamada, negatif sayıları karşılaştırmada ve sayı doğrusuna yerleştirmede, mutlak değer anlamında, negatif sayıların kuvvetlerini almada ve işlem önceliğinde güçlükler yaşadıklarını belirlemiştir. Kilhamn (2011), hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin tamsayılar konusunda zorluklar yaşadıklarını ve negatif tam sayıların anlamlı öğrenilebilmesi için  $3-7=-4$  olmasının “3 birime sahip olup, 7 birim ödemesi gereken birinin durumuna benzetilerek, bu kişinin 4 birim borcunun olduğu” şeklinde açıklanması gerektiğini açıklamıştır. Altıparmak ve Özdoğan (2010), geleneksel öğretimde öğrencilerin 6-9 işleminin sonucunu bulmada zorluk çektiklerini ve bu işlemin sonucunun -3 olmasıyla ilgili “9 sayısı 6 sayısından daha büyük olduğundan sonuç bir negatif sayıdır” şeklindeki bir açıklamanın yapılmamasının negatif sayıları anlamada zorlukların çekilmesine yol açabileceğini belirtmiştir. Bu çalışmada ayrıca bilgisayar destekli öğretimin negatif tam sayılar konusunda geleneksel öğretime göre

daha etkili olduğu sonucuna varılmış ve negatif tam sayıların gerçek yaşamla ilişkilendirilmesi önerilmiştir. Bu çalışmadaki öneriye paralel olarak, matematik eğitimiyle ilgili yapılan ulusal (MEB, 2009; 2013) öğretim programlarında ve uluslararası (NCTM, 1989; 2000) reform çalışmalarında matematik öğretiminin gerçek yaşamla ilişkilendirilmesi üzerinde önemle durulmaktadır. Tamsayılarda zorlukların yaşandığını belirten diğer bir çalışmada, Bozkurt ve Polat (2011), öğretmenlerin sayma pullarını tamsayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini modellemede kullandıklarını ancak çarpma ve bölme işlemlerini modellemede zorluk yaşadıkları bu yüzden çok fazla tercih etmediklerini tespit etmişlerdir. Bu çalışmada öğretmenler ayrıca sayma pulları ile modellemenin somutlaştırma ve tamamlayıcı bir materyal olarak kullanılabileceğini ancak sayma pulları ile modellemenin tek başına yeterli olmadığını dile getirmişlerdir.

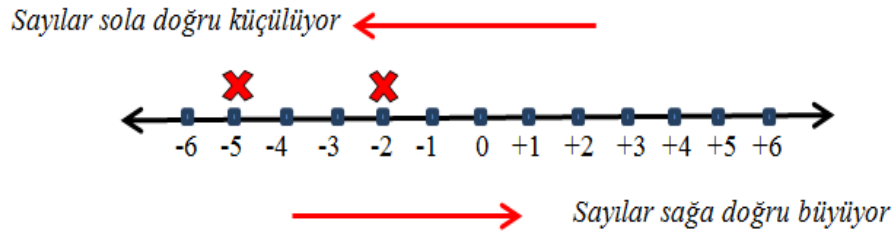
Literatürde belirtildiği gibi sayma pulları özellikle toplama ve çıkarma işlemleri için kullanılabilirliğinden, örnek bir işleme Şekil 1’de yer verilmiştir. Burada  $4-(-2)$  örneği incelenecek olursa negatif pul, sayının önündeki eksiği (-); sistemden pul çıkarmak ise çıkarma işlemindeki eksiği (-) temsil etmektedir. Bu sistemde negatif pul bulunmadığından 2 adet negatif pul çıkarabilmek için toplamları 0’ı veren pul çiftlerinden iki adet eklemek gerekmektedir. 2 adet negatif pul çıkarıldığında sistemde 6 adet pozitif pul kalır ki bu da  $4-(-2)$  işleminin sonucunun +6 olduğunu gösterir.



**Şekil 1.** Sayma pullarıyla tamsayılarda çıkarma işlemi modeli [ $4-(-2)$  örneği]

Literatürde öğrencilerin tamsayılarda yaşadıkları zorluklardan birinin de *tamsayılarda sıralama* olduğu belirtilmektedir. Literatür

incelendiğinde ilköğretim seviyesindeki öğrenciler için sayı doğrusunun tamsayıların öğretiminde kullanılabilir en uygun model olduğu vurgulanmaktadır (Erdem, 2015; Fischbein, 1987; Hativa ve Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; NCTM, 1989). Bu modelde ‘Sayı doğrusunda sağa doğru ilerledikçe sayının değeri artar’ ya da ‘Sayı doğrusunda sola doğru ilerledikçe sayının değeri azalır’ ifadeleri önem arz etmektedir. Sayı doğrusu modeli kullanılarak tamsayılarda sıralamaya yönelik bir örnek, Şekil 2’de verilmiştir. Bu örnekte, sayı doğrusunda (-2) sayısı (-5) sayısının daha sağında yer aldığı için (-2) sayısının (-5) sayısından daha büyük olduğu öğrencilere bu şekilde rahatlıkla kavratılabilir.



**Şekil 2.** Sayı doğrusunda tamsayılarda sıralama yapma

Öğrencinin matematiği etkili öğrenmesinde öğretim sürecinin verimli bir şekilde yürütülmesi önem arz etmektedir. Bu bağlamda, tam sayılar konusunun etkili öğretilmesinde öğretmenlerin önemli rol oynadığı söylenebilir. Nitekim öğrencinin matematiği öğrenmesinde *öğretmen yeterliği* faktörünün büyük bir öneme sahip olduğu belirtilmektedir (Erdem ve Soylu, 2013; Erdem vd., 2015; Gürbüz, Erdem ve Gülburnu, 2013; NCTM, 2000; Romberg ve Carpenter, 1986). Öğretmenin sahip olduğu alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi, öğretmen yeterliği kapsamında etkili olan en önemli faktörlerdendir (Shulman, 1987). Literatürde de, öğretmenin alan bilgisinin ve pedagojik alan bilgisinin etkili bir öğretim gerçekleştirebilmek için önemli olduğuna vurgu yapan birçok çalışma mevcuttur (Ball, 1988; 1990; Cankoy, 2010; Davis ve Simmt, 2006; Erdem, 2015; Erdem vd., 2015; Erdem ve Soylu, 2013; Gökkurt, Şahin ve Soylu, 2012; Gökkurt vd., 2013; Gürbüz vd., 2013; Hill, Rowan ve Ball, 2005; Rowan, Chiang ve Miller, 1997; Shulman, 1986 ve 1987; Şahin vd., 2013; Tchoshanov, 2011). Bu bağlamda, tam sayılar konusunun etkili bir

şekilde öğretilmesi için öğretmenin yeterli alan bilgisine sahip olması ve sahip olduğu bu bilgiyi öğrencilere aktarabilmesi gerekmektedir.

Literatür destekli açıklamalardan hareketle, tam sayılar konusunun öğrenilmesi ve öğretilmesinde zorluklar yaşandığından, öğretmenlerin bu yöndeki görüşlerinin alınması önemlidir. Yıllardır görev yapan matematik öğretmenlerinden tamsayılar konusunda kendilerinin ve öğrencilerin yaşadıkları zorluklara ilişkin daha detaylı veri elde edilebileceği düşünülmektedir. Bu çalışmanın amacı, tamsayılar konusunun öğretiminde yaşanan zorluklara ilişkin ortaokul matematik öğretmenlerinin görüşlerini incelemek ve çözüm önerileri sunmaktır.

### **Yöntem**

Bu çalışmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin özel olarak “tamsayılar” konusunun öğretiminde yaşanan zorluklara ilişkin görüşleri belirlenmiştir. Bu nedenle araştırma, çok özel bir konu ya da durum üzerinde yoğunlaşma fırsatı veren özel durum (*case study*) yaklaşımıyla (Yin, 2011) yürütülmüştür.

### **Çalışma Grubu**

Araştırmanın çalışma grubunu, Adıyaman il merkezindeki sosyo-ekonomik düzey bakımından farklı okullarda çalışan 38 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Katılımcılar belirlenirken öğretmenlerin çalışmaya katılmak için gönüllü olmaları esas alınmıştır. Çalışma grubundaki öğretmenlerin kimliklerini gizli tutmak amacıyla kendilerine M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>3</sub>,..., M<sub>38</sub> şeklinde kodlar verilmiştir. Katılımcıların 19’u 0-10 yıl, 16’sı 10-20 yıl ve 3’ü 20-30 yıl arasında mesleki deneyime sahip olan öğretmenlerdir. Öğretmenlerin görüşleri doğrudan aktarılırken yıl olarak mesleki deneyimleri de verilmiştir.

### **Verilerin Toplanması**

Veri toplama aracı olarak, tamsayılar konusunun öğretilmesinde ne tür zorlukların yaşandığını belirlemeye yönelik olarak, araştırmacılar tarafından açık uçlu sorulardan oluşan bir form hazırlanmış ve bu soruların çalışmanın amacına uygun olup olmaması konusunda uzman görüşüne başvurulmuştur. Matematik eğitimi alanında uzman kişiler, daha fazla veri elde edilebilmesi için soruların

daha genel olmaları hususunda görüş bildirmişlerdir. Alınan uzman görüşünden sonra formda yer alan sorular aşağıda sunulmuştur.

1. Tam sayılar konusunun öğretiminde zorluk yaşıyor musunuz? Cevabınız evet ise, ne tür zorluklar yaşıyorsunuz?
2. Tam sayılar konusunun öğrenilmesinde öğrenciler ne tür zorluklar yaşıyorlar?

Ayrıca üç öğretmen ile pilot uygulama yapılmış ve soruların anlaşılıp anlaşılmadığı kontrol edilmiştir. Yapılan bu pilot çalışma sonunda formdaki sorular düzenlenerek son hali verilmiştir ve katılımcılara bu formdaki soruları cevaplamaları için süre sınırlaması getirilmemiştir. Bu yolla, tam sayılar konusunda yaşanan zorluklara ilişkin daha detaylı veri elde edilmeye çalışılmıştır. Form, katılımcılar tarafından bir hafta ile bir ay arasında değişen zaman dilimlerinde doldurulmuştur.

#### ***Verilerin Analizi***

Elde edilen verilerin analizinde, içerik analizi tekniği kullanılmıştır. İçerik analizinde veriler detaylı bir şekilde incelenir ve betimsel yaklaşımla fark edilmeyen kavram ve temalar keşfedilir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu bağlamda, araştırmanın verileri farklı araştırmacılar tarafından derinlemesine incelenip kodlamalar yapıldıktan sonra kodlardan elde edilen kategoriler karşılaştırılmış ve üzerinde uzlaşılan beş kategoriye ulaşılmıştır. Güvenirliği sağlamak için Miles ve Huberman'ın (1994) güvenirlilik formülünden ( $\text{güvenirlilik} = \frac{\text{görüş birliği}}{\text{görüş birliği} + \text{görüş ayrılığı}}$ ) yararlanılmıştır. Bu araştırma için kodlama güvenirliliği 0.85 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca, nitel değerlendirmelerde doğrudan alıntıların bireylerin düşüncelerini olduğu gibi yansıtmada etkili olacağına inanıldığı (Yin, 2011) için elde edilen bazı veriler doğrudan aktarılmıştır.

#### **Bulgular**

Bu bölümde, içerik analizi sonucunda elde edilen kategorilere ilişkin frekans ve yüzde değerlerine ve her bir kategoriye ilişkin örnek katılımcı görüşlerine yer verilmiştir.

**Tablo 1.** Katılımcıların Kategorilere Göre Frekans ve Yüzdeleri

<b>Kategori</b>	<b>Frekans (f)</b>	<b>Yüzde (%)</b>
Eksi (-) İşaretine Anlam Verememe	38	100
Tam Sayılarda Çıkarma İşlemi Yapamama	15	39
Tam Sayılarda Sıralama Yapamama	8	21
Sayma Pullarını Anlayamama	11	29
Günlük Hayatla İlişkilendirememe	14	37

Tablo 1’den görüldüğü üzere, öğrencilerin eksi (-) işaretine anlam veremedikleri hususunda tüm katılımcıların hem fikir oldukları tespit edilmiştir. Başka bir deyişle, katılımcıların tamamı öğrencilerin negatif tam sayıları anlamada zorluk yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Öte yandan, katılımcıların %39’u tamsayılarda çıkarma işlemi yapmada, %21’i tam sayılarda sıralama yapmada, %29’u sayma pullarını anlamada ve %37’si tamsayıları günlük hayatla ilişkilendirmede öğrencilerin zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir. Frekans ve yüzdeleri belirtilen bu kategorilere ilişkin bazı örnek katılımcı görüşleri aşağıda sunulmuştur.

#### ***Eksi (-) İşaretine Anlam Verememe***

Katılımcılar, öğrencilerin en çok eksi (-) işaretine anlam vermede zorluk çektiklerini ifade etmişlerdir. Katılımcılar ayrıca kendilerinin de öğrencilere eksi (-) işaretini ya da negatif tamsayıları öğretmede zorlandıklarını belirtmişlerdir. Bu durum, farklı mesleki deneyimlere sahip öğretmenler tarafından dile getirilmiştir. Bu yöndeki bazı öğretmen görüşleri aşağıdaki gibidir:

*M<sub>11</sub>: Tam sayılar konusunu işlerken öğrencinin pozitif sayıların yanı sıra bir de negatif sayılarla karşılaşması ona karmaşık geliyor. Sayma sayılarının soluna (-) işareti yazıldığında negatif sayılar elde ederiz dediğimizde öğrencinin zihninde soyut kavramın oluşmasına sebep oluyoruz. Öğrencilere bu soyut kavramı anlatmakta [(-)'leri anlatmakta] zorlandığımı söyleyebilirim... (8 yıl)*

*M<sub>33</sub>: (-) ve (+) kavramlarında ve toplama ve çıkarma konusunda sıkıntı yaşıyorlar, bunun sebebi olumsuzluk düşüncemeleri. Çarpma ve bölme işlemlerinde ise işaret sorunu yaşanmaktadır. Örneğin, (-8):(-4) işleminin sonucunun nasıl (+) olduğunu çocuk bir türlü aklına yatıramamaktadır.*



*Bunun sebebinin ise öğrencinin bu konuyu somutlaştıramaması olduğunu düşünüyorum... (7 yıl)*

*M<sub>27</sub>: Öğrencilere negatif sayıları anlatmakta sorun yaşıyoruz. Çıkarma işleminde işaret değişikliğine “gülen yüzü” örnek veriyoruz. Toplama işleminde ise (+) sayıları cebimdeki param, (-) sayıları ise borcum olarak anlatıyoruz... (10 yıl)*

*M<sub>38</sub>: Tam sayılarda işaretleri anlatmakta zorlanıyorum. Çünkü öğrenci algılayamıyor. (+) ve (-) yi soyut bir kavram olarak görüyor. Öğrenci karmaşa yaşıyor... (12 yıl)*

*M<sub>22</sub>: Öğrenciler (-) ile (-) nin çarpımının (+) olması, (-) ile (+) nin çarpımının (-) olmasını anlatmakta zorlanıyorum... (8 yıl)*

### ***Tam Sayılarda Çıkarma İşlemini Yapamama***

Katılımcılar, öğrencilerin tam sayılarda çıkarma işlemi yaparken zorluk çektiklerini dile getirmişlerdir. Öğrencilerin özellikle de negatif sayılarda çıkarma işlemi yapmada sıkıntı yaşadıkları ifade edilmiştir. Öte yandan, öğretmenler de çıkarma işlemi öğretmede zorluk çektiklerini belirtmişlerdir. Katılımcılar, bu bağlamda aşağıdaki gibi görüş bildirmişlerdir:

*M<sub>8</sub>: Öğrenciye çıkarmayı anlatmakta sıkıntı yaşıyoruz. Öğrencilerin çıkarma işlemi anlamalarını sağlamak için çok uğraşıyoruz. Sayının önündeki eksi işaretinin yön veya çıkarma işlemi olduğu noktasında öğrenciler sıkıntı yaşamaktadırlar... (8 yıl)*

*M<sub>9</sub>: En sıkıntılı konudur. 30 yıldır tam sayılarda çıkarma işlemi anlatırken zorluk çekiyorum. Toplama, çarpma, bölmede pek sıkıntı yok ama çıkarma işlemi anlaşılmıyor. Bu yüzden çıkarma işleminden önce çarpma işlemi vererek işaret çarpımını gösteriyorum. Ancak kural olarak verdiğim için pek anlaşılmıyor... (30 yıl)*

*M<sub>26</sub>: Tamsayılar öğrencilere soyut kavram gibi geliyor. Öğrenci beş sene boyunca doğal sayıları görüyor birden negatif tamsayılara geçildiğinde öğrenci bocalıyor. 7.sınıflarda bu da-*

ha da içinden çıkılmaz bir hal alıyor ve genellikle çıkarma işlemi yapmakta sorun yaşıyorlar... (12 yıl)

*M<sub>12</sub>*: Çıkarma işleminde negatif sayılarda yapılan işlemlerin pozitif çıkması öğrencileri ikileme düşürüyor. Mesela '-2' den '-7' yi çıkardığımızda sonuç '+5' bu da ilk başta öğrencilerde hatalara neden oluyordu ama pratik yaptıkça bu kavram karmaşası gideriliyor... (4 yıl)

*M<sub>2</sub>*: Özellikle tam sayıların çıkarılmasında güçlük çekiyorlar. Örneğin; (+)(-) nin sıfırlanmasını M.E.B. kitabında konu kitabın sonunda veriliyor, kitabın başında soru soruyor. Bu tezatlık öğrencinin kafasını karıştırıyor. Öğrenci tam sayılarda özellikle çıkarma işlemi anlamada zorluk çekiyor.  $+7-5=+2$  işlemi rahatlıkla yaparken  $-7-5=-12$  işlemi yapamıyor... (10 yıl)

### **Tam Sayılarda Sıralama Yapamama**

Katılımcılar, öğrencilerin tam sayılarda sıralama yapmada zorluk çektiklerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin en çok negatif sayıları kendi aralarında ve pozitif tamsayılarla karşılaştırmada zorluk yaşadıkları belirtilmiştir. Bu yöndeki bazı öğretmen görüşleri aşağıdaki gibidir:

*M<sub>3</sub>*: Öğrenci negatif tam sayılardaki sıralamayı, pozitif tam sayılarla karıştırıyor. Çünkü öğrenci negatif sayıyı pozitif sayı gibi düşününce karmaşa ortaya çıkıyor. Örneğin;  $+7 > +4 > +2$  ama negatifleri olan  $-7 < -4 < -2$  yazamıyor çünkü negatif işaret (-) sembolünün özelliğini ve sayı doğrusundaki sıralamayı tam olarak bilemiyor ve sıralamayı rakamsal büyüklüğe göre yapıyor... (8 yıl)

*M<sub>16</sub>*: Bazı öğrenciler (+,-) sayıları sıralamada hata yapıyorlar. Örneğin; -4,-3,+4,+2 sayılarından hangisinin büyük, hangisinin küçük olduğu konusunda sıkıntı yaşıyorlar. Öğrenciler sayıları işaretlerine göre değil de yanlış düşünerek büyüklüklerine göre sıralıyorlar. Bu yanlış düşünce öğrencilerin hata yapmasına yol açıyor... (18 yıl)

*M<sub>17</sub>: Öğrenci özellikle negatif sayıları sayı doğrusu üzerinde göstermekte zorluk çekmektedir. Öğrenciler bu sayıları sayı doğrusunda gösterirken sıralamaya dikkat etmediğinden yanlışla düşmektedirler... (7 yıl)*

*M<sub>1</sub>: Öğrenciye (-7) mi yoksa (-19) mu daha büyük dediğimizde ilk olarak (-19) cevabı alıyorduk. Öğrenciler özellikle negatif tamsayılarda sıralama kavramını öğrenmede diğer kavramlara oranla daha fazla zorluk çekmektedirler... (12 yıl)*

*M<sub>19</sub>: (-7)'nin (-6)'dan büyük olduğunu söyleyen öğrenciler oluyor. Bu da sıkıntı yaratıyor. Öğrenciye işlemi anlatıyorum ancak öğrenci yine de negatif sayılarda büyüklük-küçüklük sayı sorunu yaşıyor... (11 yıl)*

### **Sayma Pullarını Anlayamama**

Katılımcılar, öğrencilerin tam sayıların öğretiminde kullanılan sayma pullarını anlamada zorluk çektiklerini dile getirmişlerdir. Sayma pullarının öğrencilerin tam sayılarla ilgili öğrenmelerini olumsuz etkileyebildiği belirtilmiştir. Bunların yanı sıra, katılımcılar kendilerinin de sayma pullarını kullanmada sıkıntı yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Bu yöndeki bazı öğretmen görüşleri aşağıdaki gibidir:

*M<sub>23</sub>: Sayma pulları ile gösterimde toplama ve çıkarmanın mantığını çoğu öğrenci kavrayabiliyor ancak çarpma ve bölme işlemlerinde sıkıntı yaşıyorlar... (17 yıl)*

*M<sub>7</sub>: Öğrenci sayı pullarında zorlanıyor. Mesleğimin ilk yıllarında sayma pullarıyla çarpma ve bölme işlemlerini yaparken öğrencilerin işlemlerin kendisinden çok sayma pullarını anlamada zorluk çektiklerini fark ettim. Bu yüzden özellikle çarpma ve bölme işlemlerinde sayma pullarını kullanmaktan kaçınıyorum... (12 yıl)*

*M<sub>37</sub>: Sayma pullarını kullanmanın etkili olduğunu düşünmüyorum, bilakis öğrencilerin kafasını karıştırdığı kanaatindeyim. Bunun yerine sayı doğrusunu kullanmanın ve günlük hayattaki durumlarla bağlantı kurmanın daha etkili olduğunu düşünüyorum... (5 yıl).*

*M<sub>4</sub>: Ben kendim özellikle bölmede sayma pullarının mantığını hala kavramış değilim. Kaldı ki çocuğa nasıl anlatacağım?... (28 yıl)*

*M<sub>25</sub>: Sayma pulları toplama ve çıkarmada kullanılabilir ancak çarpma ve bölmede kesinlikle hayır... Sıfır çiftlerini anlamada öğrencilerin zorluk çektiklerini fark ediyorum... (13 yıl)*

### **Günlük Hayatla İlişkilendirememe**

Katılımcılar, tamsayıları özellikle de negatif tamsayıları öğrenmede günlük hayatla ilişkilendirmenin önemine vurgu yapmışlardır. Ancak katılımcılar, öğrencilerin tam sayıları günlük hayatla ilişkilendirmede zorluk çektiklerini dile getirmişlerdir. Bu yöndeki bazı öğretmen görüşleri aşağıdaki gibidir:

*M<sub>18</sub>: Öğrenci günlük yaşantıdaki birbirine zıt olan kavramları matematikle ilişkilendirmek gerektiğinde kullanılan sayıların önüne (+) veya (-) işareti konulması gerektiğini algulamakta zorluk çekiyor. Şimdiye kadar hep artılarla işlemler yapıyordu, şimdi ise eksi onlara yabancı ve soyut geliyor. Örneğin en soğuk ay ortalaması -8 °C, en sıcak ay ortalaması 19 °C olarak kaydedilmiştir. Burada öğrenci -8 in önündeki '-'nin ne anlama geldiğini algılamakta zorlanıyor. (-) nin soğuk ifade ettiğini tam olarak düşünemiyor... (8 yıl)*

*M<sub>9</sub>: Öğrencilerin özellikle negatif sayıların günlük yaşamda karşılıklarını bulmada zorlandıklarını fark ettim. Bu yüzden tam sayılar konusunun öğretilmesinde borç-alacak, sıcaklık-soğukluk, termometre gibi öğrencilerin günlük yaşamdan örnekler vermeye çalışıyorum... (30 yıl)*

*M<sub>24</sub>: Konuyu gündelik hayatla ilişkili olarak anlatmanın etkili olduğunu düşünüyorum. Öğrencilerin tam sayıları yaşamla yeterince ilişkilendiremediklerini görünce; kar pozitif (+), zarar negatif (-), deniz seviyesinin üstü pozitif (+), altı negatif (-) şeklinde örnekler vererek bu konuyu anlatmaya çalışıyorum... (6 yıl)*

*M<sub>6</sub>: (-) yi borcum var ve (+) yı param var diye anlatıyorum, bu şekilde az da olsa öğrencilerin zihinlerinde biraz şekilleniyor ve somutlaşıyor. Öğrencilerin günlük hayatla bağdaştırabilmesini sağladığımız ölçüde tamsayıların öğrenilmesi daha etkili olacaktır... (12 yıl)*

Özetle, öğrencilerin eksi (-) işaretine anlam vermede, tam sayılarda çıkarma işlemi yapmada, tam sayılarda sıralama yapmada, sayma pullarını anlamada ve günlük hayatla ilişkilendirmede zorluk çektikleri ve öğretmenlerin ise negatif tamsayının ne anlama geldiğini ve tam sayılarda çıkarma işlemi öğretmede ve sayma pullarını kullanmada sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir.

### **Sonuç ve Tartışma**

Bu çalışmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin tamsayılar konusunun öğretiminde yaşanan zorluklara ilişkin görüşleri ortaya konulmaya çalışılmıştır. Bu kapsamda yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin en çok eksi işaretini (-) anlamada zorluk çektikleri belirlenmiştir. Bu sonuç, öğrencilerin negatif sayılarda zorluk yaşadıklarını belirten çalışmaları (Altıparmak ve Özdoğan, 2010; Erdem, 2015; Fischbein, 1987; Hativa ve Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; İşgüden, 2008; Janvier, 1983; Kilhamn, 2011; Van de Walle vd., 2010) desteklemektedir. Bu zorluğun yaşanmasında, öğrencilerin eksi (-) işaretinin ne anlama geldiğini yeterince anlayamamalarının etkili olduğu söylenebilir. Öğrencilerin negatif tam sayının ya da eksi (-) işaretinin günlük hayattaki karşılığını kavramsallaştırabilmesinin, bu sıkıntıyı gidermenin en etkili yöntemlerden biri olduğu düşünülmektedir. Bilgisayar destekli uygulamalarla *denizde su seviyesinin altı, apartmanlarda bodrum katları, karikatürlerle borç, zarar, alacak* ve somut materyaller yardımıyla *termometrede sıfırın altındaki sıcaklık dereceleri* eksi işaretinin günlük hayattaki anlamları daha etkili verilebilir. Ayrıca, farklı mesleki deneyime sahip katılımcı öğretmenler negatif tamsayının ne anlama geldiğini öğretmede zorluk çektiklerini belirtmişlerdir.

Katılımcılar, öğrencilerin tam sayılarda ve özellikle de negatif tamsayılarda çıkarma işlemi yaparken zorluk çektikleri ve bu nedenle kendilerinin de çıkarma işlemi öğretmede zorluk yaşadıklarını dile

getirmişlerdir. Literatür incelendiğinde bu sonucu destekleyen araştırmalara (Altun, 2008; Hativa ve Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; Janvier, 1983) rastlamak mümkündür. Katılımcılar, öğrencilerin sayının önündeki eksi işaretinin, yön mü yoksa çıkarma işlemi mi olduğu noktasında sıkıntı yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Bu zorluğun negatif sayılarda yaşanan en büyük sıkıntılardan biri olduğu Işıksal-Bostan (2009) ve Janvier (1983) tarafından belirtilmiştir. Bu zorluğun giderilmesinde, sayma pullarını ya da sayı doğrusunu kullanmanın daha etkili olacağı düşünülmektedir.

Katılımcılar, öğrencilerin özellikle negatif tam sayıları sıralamada zorluk çektiklerini ifade etmişlerdir. Bu zorluğun, negatif sayıları kendi aralarında ve pozitif tamsayılarla karşılaştırmada yaşandığı belirtilmiştir. Bu sonuç, Fischbein (1987) ve Işıksal-Bostan (2009)'ın çalışmalarıyla da paralellik göstermektedir. Öğrencilerin bu sıkıntıyı yaşamalarında pozitif tamsayılardaki sıralamanın mantığını negatif tamsayılara aktarmalarının ve eksi (-) işaretinin ne anlama geldiğini kavramsal olarak öğrenememelerinin etkili olduğu söylenebilir. Örneğin, (-2) sayısı ile (-5) sayısı karşılaştırıldığında eksi (-) işaretinin ne anlama geldiğine bakılmaksızın büyüklüğe göre sıralama yapılabilmekte ve (-5) sayısının (-2) sayısından büyük olduğu söylenebilmektedir. Bu sıkıntının önüne geçmek için sayı doğrusu modelini kullanmanın etkili olacağı söylenebilir. Nitekim literatürde ilköğretim seviyesindeki öğrenciler için sayı doğrusunun tamsayıların öğretiminde en uygun model olduğu vurgulanmaktadır (Erdem, 2015; Fischbein, 1987; Hativa ve Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; NCTM, 1989). Bu noktada öğrencinin '*Sayı doğrusunda sağa doğru ilerledikçe sayının değeri artar*' ifadesini özümsemesini sağlamak gerekir. Başka bir deyişle öğrenciye sayı doğrusunda daha sağdaki sayının her zaman daha büyük olduğunun kavratılması gerekmektedir.

Katılımcılar ayrıca öğrencilerin sayma pullarını anlamada zorluk çektiklerini dile getirmişlerdir. Öte yandan, katılımcılar kendilerinin de sayma pullarını kullanmada sıkıntı yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Özellikle tamsayılarda çarpma ve bölme işlemlerinde sayma pullarının tercih edilmediği birçok katılımcı tarafından belirtilmiştir. Benzer sonuç Bozkurt ve Polat (2011) tarafından da elde edilmiştir. Tamsayılarda toplama ve çıkarma işlemlerinin öğretiminde sayma

pullarının anlaşılır ve elverişli olduğu söylenebilir (Bkz. Şekil 1). Ancak tamsayılarda çarpma ve bölme işlemlerinde sayma pullarını kullanmak yerine Crowley ve Dunn (1985, akt. Işıksal-Bostan, 2009) çalışmasında verilen Şekil 3'teki örüntülerin yapılmasının daha etkili olacağı söylenebilir. Benzer bir öneriye, Erdem (2015) tarafından yapılan çalışmada da rastlamak mümkündür.



**Şekil 3.** Tamsayılarda çarpma işleminin örüntüyle gösterilmesi

Şekil 3'te verilen işlemlerle, iki negatif sayının çarpımının neden pozitif; bir negatif sayı ile bir pozitif sayının çarpımının neden negatif bir sayı olduğu öğrencilere kavratılabilir. Soldaki örüntüde ikinci çarpan aşağı doğru 1 azaltılarak sonuç ifadelerindeki örüntüden (aşağı doğru ikişer azalıyor: 6, 4, 2, 0, -2, -4) faydalanarak bir negatif sayı ile bir pozitif sayının çarpımının bir negatif sayı [ $2 \cdot (-2) = -4$ ] olduğu aritmetik işlemlerden faydalanarak gösterilmiş oldu. Sağdaki örüntüde ise bir önceki örüntüde elde edilen [ $2 \cdot (-2) = -4$ ] işlemleri kullanılarak bu kez birinci çarpan 1 azaltılarak sonuç ifadelerindeki örüntüden (aşağı doğru ikişer artıyor: -4, -2, 0, 2, 4, 6) faydalanarak iki negatif sayının çarpımının bir pozitif sayı [ $-2 \cdot (-3) = 6$ ] olduğu gösterilmiş oldu.

Katılımcılar ayrıca, tamsayıları özellikle de negatif tamsayıları öğrenmede günlük hayatla ilişkilendirmenin önemine vurgu yapmışlardır. Katılımcılar, öğrencilerin tam sayıları günlük hayatla ilişkilendirmede zorluk çektiklerini dile getirmişlerdir. Öğretmenlerin, öğrencilerin negatif tamsayıya ya da eksi (-) işaretine günlük hayatta farklı ve mantıklı anlamlar (ör: zarar, borç, bodrum katları, sıfırın altındaki sıcaklıklar vb.) yükleyebilmeleri üzerinde ısrarla durmaları gerekmektedir. Literatürde (Altun, 2008; Erdem, 2015; Hativa ve Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; Janvier, 1983; MEB, 2009 ve

2013; NCTM, 1989 ve 2000; Van de Walle vd., 2010) de tamsayıların günlük hayatla ilişkilendirilmesinin etkili öğrenmeler sağlayacağı vurgulanmaktadır. Örneğin,  $[+7+(-5)=+2]$  işleminin “*postacı size 7 lira alacağınız ve 5 lira harcamanız olduğunu belirten bir çek getiriyor. Bunu işlemle gösteriniz.*” (Altun, 2008) şeklindeki bir senaryoyla ve karikatür kullanılarak günlük hayatla ilişkilendirilmesinin öğrencilere tamsayıları ve tamsayılarla işlemleri kavramalarına yardımcı olacağı söylenebilir.

Tamsayılar konusu, hem bir önceki matematik öğretim programında (MEB, 2009) hem de yeni matematik öğretim programında (MEB, 2013) 6. sınıftan itibaren yer almaktadır. Öğrenciler özellikle de negatif tamsayı örnekleriyle farkında olmasalar da günlük hayatta sık sık karşılaşmalarına rağmen bu sayıların ne anlama geldiğini formal olarak öğrenmeye 6. sınıftan itibaren başlamaktadırlar. Öğrenciler bu yaşlarda hala somut işlemler döneminde oldukları için, tamsayılar konusunun öğretiminde (özellikle negatif tamsayının ne anlama geldiği hususunda) uygun somut modeller kullanılabilir ve günlük hayattaki örneklerle sıkça ilişkilendirilebilir. Ayrıca, tamsayılarda özellikle çarpma ve bölme işlemlerinin öğretiminde sayma pullarının tercih edilmemesi gerektiği söylenebilir.

### Kaynaklar

- Altıparmak, K., & Özdoğan, E. (2010). A study on the teaching of the concept of negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(1), 31-47.
- Altun, M. (2008). İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi (5. Baskı). Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Ball, D. L. (1988). *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education* (Unpublished doctoral dissertation). Michigan State University, East Lansing, Michigan.
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *Elementary School Journal*, 90, 449-466.
- Barnes, M. (1998). Dealing with misconceptions about probability. *Australian Mathematics Teacher*, 54(10), 17-20.
- Bozkurt, A., & Polat, M. (2011). Sayma pullarıyla modellemenin tam sayılar konusunu öğrenmeye etkisi üzerine öğretmen görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10(2), 787 -801.
- Bulut, S. (2001). Matematik öğretmen adaylarının olasılık performanslarının incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 33-39.



- Cankoy, O. (2010). Mathematics teachers' topic-specific pedagogical content knowledge in the context of teaching  $a^0$ ,  $0!$  and  $a \div 0$ . *Educational Sciences: Theory & Practice*, 10(2), 749-769.
- Crowley, M. L., & Dunn, K.A. (1985). On multiplying negative numbers. *Mathematics Teacher*, 78(4), 252-256.
- Davis, B., & Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 293-319.
- Dereli, M. (2008). *Tamsayılar konusunun karikatürlerle öğretiminin öğrencilerin matematik başarılarına ve tutumuna etkisi*. Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Erdem, E. (2011). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.
- Erdem, E. & Soylu, Y. (2013). Öğretmen adaylarının KPSS ve alan sınavına ilişkin görüşleri. *Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 4(1), 223-236.
- Erdem, E. (2015). *Zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisi*. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Erdem, E., Gökkurt, B., Şahin, Ö., Başbüyük, K., & Soylu, Y. (2015). Examining prospective middle school mathematics teachers' modelling skills of multiplication and division in fractions. *Croatian Journal of Education*, 17(1), 11-36.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*, Reidel, Dordrecht, The Netherlands.
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal of Research in Science Teaching*, 28(1), 96-105.
- Fischbein, E., Nello, M. S., & Marino, M.S. (1991). Factors affecting probabilistic judgments in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.
- Garfield, J., & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 44-63.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., & Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies (JASSS)*, 5(8), 997-1012.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Soylu, C. (2013). Öğretmen adaylarının kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları açısından incelenmesi. *International Online Journal of Educational Sciences*, 5(3),719-735.
- Gürbüz, R. (2006). Olasılık kavramlarının öğretimi için örnek çalışma yapılarının geliştirilmesi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(1), 111-123.

- Gürbüz, R., Erdem, E., & Gülburnu, M. (2013). Sınıf öğretmenlerinin matematik yeterliklerini etkileyen faktörlerin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 14(2), 255-272.
- Hativa, N., & Cohen, D. (1995). Self learning of negative number concepts by lower division elementary students through solving computer-provided numerical problems. *Educational Studies in Mathematics*, 28(2), 401-431.
- Hill, H.C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Işksal-Bostan, M. (2009). Negatif sayılara ilişkin zorluklar, kavram yanılgıları ve bu yanılgıların giderilmesine yönelik öneriler. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- İşgüden, E. (2008). *7. ve 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda karşılaştıkları güçlükler*. Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Janvier, C. (1983). The understanding of directed numbers. In J. C. Bergeron, & N. Herscovics (Eds.), *Proceedings of the 8th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 2, pp. 295-301). Montreal: Université de Montreal, Faculté de Sciences de l'Éducation.
- Kilhamn, C. (2011). *Making sense of negative numbers*. Göteborg, Sweden: Acta Universitatis Gothoburgensis. Nisan 2013'te <https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/24151> internet adresinden edinilmiştir.
- MEB (2009). İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- MEB (2013). Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Miles, M.B., & Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.
- Pijls, M., Dekker, R., & Van Hout-Wolters, B. (2007). Reconstruction of a collaborative mathematical learning process, *Educational Studies in Mathematics*, 65, 309-329.
- Romberg, T., & Carpenter, T. (1986). Research on teaching and learning mathematics: Two disciplines of scientific inquiry (pp. 850-873). Ed: W.C. Wittrock., *Handbook of Research on Teaching*, MacMillan: New York.
- Rowan, B., Chiang, F., & Miller, R. J. (1997). Using research on employees' performance to study the effects of teachers on students' achievement. *Sociology of Education*, 70, 256-284.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundation of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Şahin, Ö., Gökkurt, B., Başbüyük, K., Erdem, E., Nergiz, T. ve Soylu, Y. (2013). Matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgilerinin karşılaştırılması. *The Journal of Academic Social Science Studies (JASSS)*, 6(4), 693-713.
- Şengül, S., & Körukçü, E. (2012). Tam sayılar konusunun görsel materyal ile öğretiminin altıncı sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ve kalıcılık düzeylerine etkisi. *International Online Journal of Educational Sciences*, 4(2), 489-508.
- Tchoshanov, M.A. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 141-164.
- Van de Walle, J.A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th Ed.). Boston: Allyn & Bacon.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. Baskı). Ankara: Seçkin Yayınları.
- Yin, R. K. (2011). *Qualitative research from start to finish*. New York: The Guilford Press.

### **Extended Summary**

#### **Introduction**

Difficulty in mathematics can be defined as the difficulties experienced by students regarding concepts, operations, symbols and formulas during their learning. Students who have grown accustomed to performing operations with natural numbers in elementary school can experience difficulty when they encounter whole numbers in middle school. For instance, a student who has grown accustomed to performing operations with natural numbers can easily perform the operation  $2+3=5$  whereas he/she can experience confusion when he/she encounters an operation such as  $[(-2) - (-3)]$ . It can be stated that the reasons for this confusion are the fact that the students encounter negative numbers for the first time and they transfer the operations that they perform in natural numbers to these numbers in the same manner.

It is important to conduct the instruction process in a productive way in order for the student to learn mathematics effectively. In this regard, it can be argued that teachers play an important role in effectively teaching the subject of whole numbers. As a matter of fact, it is stated that the *teacher efficacy* factor is of great importance in students' learning mathematics (Erdem and Soylu, 2013; Erdem et al., 2015; Gürbüz, Erdem and Gülburnu, 2013; NCTM, 2000; Romberg and Carpenter, 1986). Teachers' content knowledge and pedagogical content knowledge are among the important factors that are influential within the scope of teacher efficacy (Shulman, 1987). Therefore, teachers must possess adequate content knowledge and must transfer this knowledge to the students in an effective way in order to teach them the subject of whole numbers efficiently. When the aforementioned explanations are

taken into account, it is believed that it is necessary to examine teachers' opinions on this issue since difficulties are experienced in learning and teaching the subject of whole numbers.

### **Purpose**

The aim of this study is to examine middle school mathematics teachers' opinions regarding the difficulties in teaching the subject of whole numbers, and offer related solution suggestions.

### **Method**

The study group of the research is composed of 38 middle school mathematics teachers who are working in different schools located in city center of Adıyaman. The principle of voluntariness was taken into account when selecting the participants among the teachers. In order to keep the identities of the teachers in the study group confidential, they were given codes as M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>3</sub>,..., M<sub>38</sub>. While directly conveying the opinions of teachers, their year-based occupational experiences were given, too. A form composing of two open-ended questions was prepared by the researchers as the data collection tool in order to determine what kind of difficulties are experienced in learning and teaching the subject of whole numbers. Expert opinion was taken to decide whether or not these questions were suitable for the aim of the study. The questions included in this form are given below.

1. *Do you experience difficulty in teaching the subject of whole numbers? If so, what kind of difficulties do you experience?*
2. *What kind of difficulties do students experience in learning the subject of whole numbers?*

The researcher conducted pilot experiments with three teachers in order to maintain the reliability of the prepared questions. Whether or not the questions were understood by the teachers was checked accordingly. At the end of this conducted pilot study, the questions within the form were organized and finalized. Furthermore, no time limit was stipulated for the participants to answer the questions within this form. By doing so, an attempt was made to obtain more detailed data regarding the difficulties experienced in the subject of whole numbers. Consequently, the form was filled in by the participants in periods ranging from one week to one month (one week being the shortest completion period and one month being the longest).

The content analysis technique was used in analyzing the data obtained from the study. In this regard, the data of the research were examined in detail by different researchers; coding processes were performed; obtained categories were compared; and five categories were reached upon agreement.

In order to maintain reliability, Miles and Huberman's (1994) reliability formula ( $\text{reliability} = \frac{\text{agreement}}{\text{agreement} + \text{disagreement}}$ ) was utilized. Accordingly, coding reliability was calculated as 0.85. Moreover, some obtained data were conveyed directly since it was believed that direct quotations would be effective in re-

flecting the individuals' thoughts without a change in qualitative evaluations (Yin, 2011).

### **Results**

At the end of the conducted content analysis, the following categories were reached: *Failure to Use the Minus (-) Sign, Failure to Perform Subtraction Operation in Whole Numbers, Failure to Sort Whole Numbers, Failure to Understand Counters and Failure to Associate Them with Daily Life*. In view of this, it was found that the students experienced difficulty in using the minus (-) sign, performing subtraction operation in whole numbers, sorting whole numbers, understanding counters and associating them with daily life; whereas the teachers had trouble in teaching what negative whole numbers mean, teaching subtraction operation in whole numbers and using counters. According to descriptive statistics results regarding these categories, it was found that all participants agreed that the students were not able to use the minus (-) sign. In other words, all participants stated that the students experienced difficulty in understanding negative whole numbers. On the other hand, 39% of the participants stated that the students experienced difficulty in performing subtraction operation in whole numbers; 21% of them stated that the students experienced difficulty in sorting whole numbers; 29% of them stated that the students experienced difficulty in understanding counters; and 38% of them stated that the students experienced difficulty in associating them with daily life.

Since students are still in the period of concrete operations during middle school, it is thought that it is necessary to use suitable concrete models in teaching the subject 'whole numbers' and associating with examples from daily life. Also, it can be said that counters should not be preferred especially in teaching multiplication and division of whole numbers.