

Yağışın Mekânsal Dağılımında Deterministik ve Stokastik Yöntemler: Mauritius örneği, Doğu Afrika

Deterministic and stochastic methods to analyse the spatial distribution of precipitation: The case of Mauritius, East Africa

Olgu Aydın,* Nussaibah Begum Raja

Ankara Üniversitesi, Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi, Coğrafya Bölümü, Ankara

Öz: Yağış, mekânsal ve zamansal ölçekte büyük değişkenlik gösteren en önemli iklim parametrelerinden biridir. Yağışın doğru bir biçimde modellenmesi, hidrolojik çalışmalar, kuraklık ve sel gibi olayların tahmin edilmesi, yerüstü ve yeraltı su kaynakları miktarının tahmini, su kaynaklarının kirlenmesi ile ilişkili pek çok araştırmanın en önemli bölümünü oluşturur. Bu sebeple, yağışın modellenmesinde çok sayıda enterpolasyon yöntemleri uygulanmakta ve birbirleriyle karşılaştırılarak doğru modeller oluşturulmaktadır. Bu çalışmada, 1981–2010 dönemine ait 53 meteoroloji istasyonunun verileri kullanılarak Doğu Afrika'nın Mauritius ada ülkesinin yıllık ortalama toplam yağış dağılımı modeli deterministik yöntemlerden, Thiessen Polygon (TP) ve Inverse Distance Method (IDW) ile stokastik yöntemlerden Ordinary Kriging (OK) kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Yağış modellerinin doğruluğu Çapraz Geçerlilik (Cross-Validation) yöntemiyle test edilmiş ve modellerin karşılaştırılmasında Ortalama Hata (Mean Error, ME), Ortalama Mutlak Hata (Mean Absolute Error, MAE), Kök Ortalama Kare Hata (Root Mean Square Error, RMSE), Belirleyicilik Katsayısı (Determination Coefficient, R^2)'nden yararlanılmıştır. Stokastik bir yöntem olan Ordinary Kriging (OK) -17,66 ME, 527,21 MAE, 329,53 mm RMSE ve 0,88 R^2 değerleri ile en yüksek performans sonucunu vermiştir. Buna karşın deterministik yöntemlerinden biri olan Thiessen Polygon (TP) -78,83 ME, 453,92 MAE, 621,58 mm RMSE ve 0,60 R^2 değerleriyle en düşük performans değerini göstermiştir. Buna göre, stokastik yöntem sonucu oluşturulan yağış modelinin, deterministik yöntemler kullanılarak oluşturulan yağış modellerine kıyasla doğru bir yağış modeli oluşturduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar kelimeler: Yağış, mekânsal enterpolasyon, deterministik yöntem, stokastik yöntem, Kriging, Mauritius.

Abstract: Precipitation is one of the most important climatic parameters displaying significant changes across space and time. The accurate modeling of precipitation has become an important part of climate research for hydrological studies, the forecast of events such as droughts and floods and the estimation of ground and surface water resources. For this reason, several interpolation methods have been applied and compared for the accurate generation of models. In this study, the spatial distribution of annual mean total precipitation of Mauritius, located east of Africa, was investigated by applying deterministic methods, namely Thiessen Polygon (TP) and Inverse Distance Method (IDW), and stochastic methods, namely Ordinary Kriging (OK), using precipitation data from 53 meteorological stations for the period 1981–2010. The accuracy of the models was tested using the Cross Validation method and the models were compared using the Mean Error (ME), Mean Absolute Error (MAE), Root Mean Square Error (RMSE), and the Coefficient of Determination (R^2). The stochastic method, OK, provided the highest performance results, generating ME, MAE, RMSE and R^2 values of -17,66, 527,21, 329,53 mm and 0,88 respectively. In contrast, the deterministic method, Thiessen Polygon (TP),

*İletişim yazarı: Olgu Aydın, e-posta: oaydin@ankara.edu.tr, drolguaydin@gmail.com

Makale Geliş Tarihi: 16.05.2016

Makale Basım Uygun Tarihi: 17.06.2016

generated the lowest performance results, generating ME, MAE, RMSE, R^2 values of -78,83, 453,92, 621,58 mm and 0,60 respectively. Therefore, according to the results obtained, it can be concluded that stochastic methods provide more accurate models as compared to deterministic methods.

Keywords: Precipitation, spatial interpolation, deterministic methods, stochastic methods, Kriging, Mauritius.

1.Giriş

Son yıllarda yapılan birçok yağış çalışmasında, yağışın doğru şekilde mekânsal değişim ve eğilimini ortaya koyabilmek amacıyla modellemelerden faydalanılmıştır. Karmaşık bir sistemin daha iyi anlaşılması modeller sayesinde mümkündür. Model karmaşık bir durumun, sürecin veya sistemin basitleştirilmiş bir gösterimidir (Barnsley, 2007). Bundan dolayı, mekânsal ve zamansal ölçekte büyük bir değişkenlik gösteren yağışın doğru bir biçimde modellenmesi, hidrolojik çalışmalar, kuraklık ve sel gibi olayların tahmin edilmesi, yerüstü ve yeraltı su kaynakları miktarının tahmini, su kaynaklarının kirlenmesi ile ilişkili pek çok araştırmada önemli bir unsurdur. Bu amaçla çok sayıda enterpolasyon teknikleri geliştirilmiştir. Geleneksel enterpolasyon yaklaşımları olarak bilinen deterministik yöntemler Thiessen Polygon (TP), Inverse Distance Weighting (IDW), Spline, Polynomial Interpolation (PI), Moving Window Regression (MWR) gibi yöntemlerdir. Ancak bu yöntemler, orografik etkilerden dolayı dağlık alanlar için uygun değildir. Bunun nedeni, dağlık alanlarda bir yamaca önemli miktarda yağış düşerken, diğer yamaca az miktarda yağış düşebilmesidir. Bundan dolayı deterministik yöntemlere alternatif olarak stokastik yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemler aynı zamanda jeostatistik yöntemler olarak da bilinmektedir. Bu yöntemlerde bir alan veya doğrultu üzerinde düzenli veya düzensiz bir şekilde dağılmış tüm gözlem noktalarının eş zamanlı gözlemleri kullanılarak ve araştırmaya incelenen olayın zaman boyutu yanında, alansal değişkenlik boyutu da dâhil edilebilmektedir. Mekânsal değişim ölçeğinin belirlenmesi ve tahmin edilmesi, bölge tanımlanması, çoklu veri analizi, olasılık haritaları gibi birçok mekânsal problemlerin çözümünde uygulanabilmektedir. Veri noktalarını almak ve “tüm alanda verilerin nasıl bir dağılım gösterdiği ile ilgili kullanışlı ve ilgi çekici sonuçları anlatan bir model oluşturmak” jeostatistik tekniklerin en önemli amaçlarından birini oluşturur (Hengl, 2009). Yağışın modellenmesi ile ilgili çalışmaların bir kısmı bu iki yaklaşımın karşılaştırılmasına odaklanmıştır. Bu iki yöntemin karşılaştırılmasında bazı yollar izlenir. Bunlardan birincisi genellikle büyük veri setleri için tercih edilir. Veri seti, enterpolasyon ve doğrulama analizlerini yapmak için ikiye ayrılır. Bu yolda model, doğrulama işleminden tamamen bağımsız olduğundan dolayı ideal bir kullanıma sahiptir (Ly, vd., 2013). Daha az veri seti için kullanılan ikinci yöntem tahmin hata değerlerinin hesaplanmasına olanak sağlayan Çapraz Geçerlilik olarak bilinir (Isaaks ve Srivastava, 1990). Enterpolasyon metodlarının karşılaştırılmasında kullanılan bir diğer yol, hidrolojik model kullanmaktır. Gözlemlenen ve tahmin edilen değerler karşılaştırılarak tahmin hata değerleri bulunur (Ly, vd., 2013). Mekânsal enterpolasyon modellerinin kullanımı ve sayısı giderek artmaktadır. Bu sebeple hangi modelin daha iyi sonuç verdiğini göstermek çalışmalarda önemli yer tutmaktadır. Deterministik yöntemler kullanılarak elde edilen sonuçların, stokastik yöntemler kullanılarak elde edilen sonuçlara göre daha doğru sonuçlar verdiğini ortaya koyan çalışmaların (Dirks, vd., 1998; Nalder ve Wein, 1998) yanında, stokastik yöntemler kullanılarak gerçekleştirilen yağış modellerinin, deterministik yöntemlere kıyasla daha doğru sonuçlar verdiğini ortaya koyan çalışmalar da bulunmaktadır (Philips, vd., 1992; Goovaerts, 2000; Buytaert, vd., 2006; Tobin, vd., 2011).

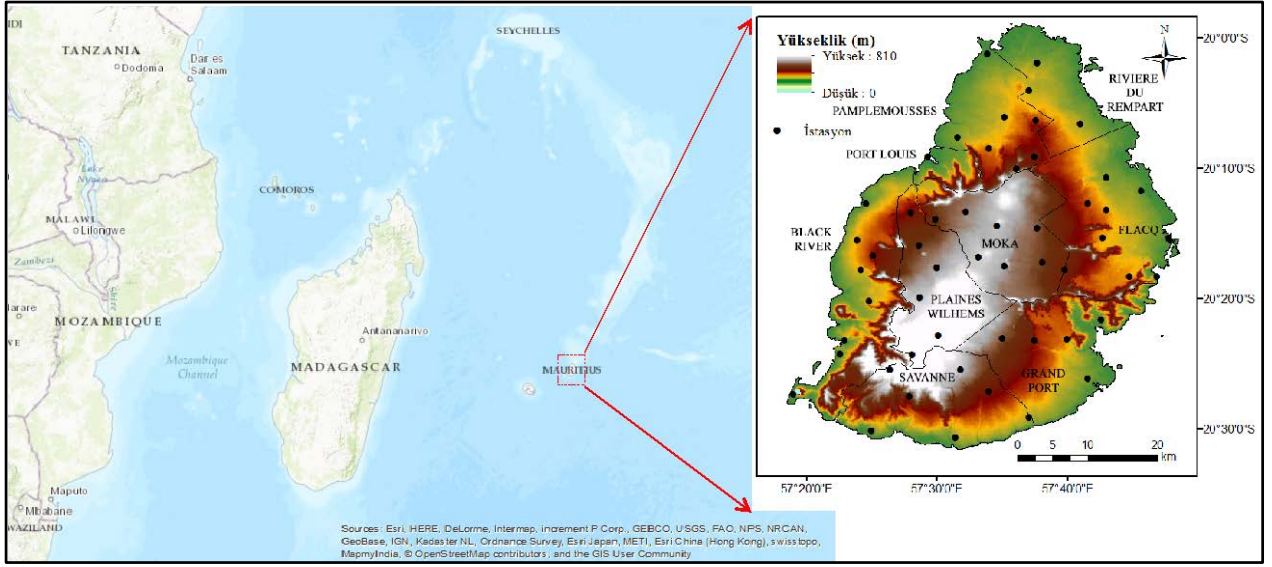
Goovaerts (2000), farklı enterpolasyon yönteminin yağış tahmin haritası oluşturmadaki etkinliğini incelediği araştırmasında, TP, IDW ve Ordinary Kriging (OK) yöntemlerini ve yağış verileriyle yükseklik değişkenini bir arada kullanarak Kriging with External Drift (KED), Collocated Ordinary Co-kriging (CCK) yöntemlerini karşılaştırmıştır. Çalışmasında en büyük tahmin hatalarını TP ve IDW yöntemlerinde bulmuştur. OK yönteminin diğer yöntemlerden daha az hataya sahip olduğunu belirtmiştir. Buytaert vd. (2006) güney Ekvador Andes’de yağışın mekânsal ve zamansal

değişkenliğini, TP ve Kriging yöntemleri kullanarak incelemişlerdir. Kriging enterpolasyonun, TP'ye göre daha iyi sonuç verdiğini söylemişlerdir. Dış eğilimlerin her iki yönteme dâhil edilmesi durumunda sonuç doğruluğunun artacağını belirtmişlerdir. Deterministik ve jeostatistik yöntemlerinin karşılaştırıldığı başka bir çalışma Hint Himalayalar'ında gerçekleştirilmiştir (Basistha, vd., 2008). Araştırmacılar Universal Kriging (UK)'in, OK ve IDW'ye göre en uygun yöntem olduğunu belirtmişlerdir. Tobin vd. (2011), İsviçre Alpleri'ndeki yağış ve sıcaklığı modellemek için farklı enterpolasyon yöntemlerini kullanmış ve bunları birbirleriyle karşılaştırmıştır. Çalışmada IDW, OK ve KED yöntemleri test edilmiştir. Sonuçta IDW'in OK ve KED'e göre daha düşük tahmin değerleri verdiği, jeostatistik yöntemlerin mekânsal paterni daha iyi açıkladığı belirtilmiştir. Aydın ve Çiçek (2013) 1975–2010 dönemine ait 36 meteoroloji istasyonunun verileri kullanılarak, Ege Bölgesi'nin yıllık ortalama toplam yağışının mekânsal paternini ortaya koymuşlardır. Yağış değişiminin modellenmesinde mekânsal enterpolasyon tekniklerinden OK ve IDW tekniklerinden faydalanmışlardır. OK'nın IDW'ye göre daha doğru tahmin haritaları oluşturduğunu belirtmişlerdir.

Bu çalışmanın amacı, Mauritius'un 1981–2010 dönemine ait yıllık ortalama toplam yağış değerleri ile deterministik yöntemlerden TP ve IDW, stokastik yöntemlerden OK teknikleri kullanılarak, yağış tahmin modelleri oluşturmak ve karşılaştırmaktır.

2. Çalışma Alanının Genel Özellikleri

Mauritius Madagaskar'ın doğusunda, Hint Okyanusu'nun güneybatı kesiminde 20°19'20" güney enlemi, 57°33'40" doğu boylamında yer alan Afrika kıtasına bağlı bir ada ülkesidir. Mauritius coğrafi olarak Réunion ve Rodrigues ile birlikte Mascarene Adaları'nın bir parçasını oluşturmaktadır. Oval şeklinde bir görünüme sahip olan Mauritius adası ülkenin en büyük adası olup, volkanik bir yapıya sahiptir (Haga Haig, 1895; Nel, vd., 2012). Güney kıyısı hariç bütün kıyıları sığ kayalıklar ve mercanlarla çevrilidir. 61 km uzunluk ve 46 km genişliğe sahip olan Mauritius, yakındaki adacıklarla birlikte 1.844 km²'lik bir araziye sahiptir (Fowdur, vd., 2014). Adanın kuzey bölgelerinde ovalar, orta kesimlerinde yüksekliği 670 m'yi bulan plato (Central Plateau) bulunmaktadır (Şekil 1). Merkez adanın en yüksek noktasını 828 m ile adanın güneybatısında bulunan ve Black River Sıradağları'nın parçası olan Piton de la Petite Rivière Noire dağı oluşturmaktadır (Haga Haig, 1895). Adada yarı tropikal bir iklim görülmektedir. Yıllık sıcaklık ortalamaları kıyı kesimlerinde 23,3 °C, platoda 19,4 °C civarında görülmektedir. Adanın güney yarımkürede yer almasından dolayı, mevsimler kuzey yarımküreye kıyasla ters yaşanmaktadır. Kış aylarının yaşandığı Mayıs-ekim döneminde kurak bir süreç geçiren Mauritius, yaz aylarının yaşandığı Kasım-nisan dönemi yılın en yağışlı geçtiği zamana karşılık gelmektedir (Padya, 1989). Bu dönemde, güneydoğu alizeleri dağ ve platoya bol yağmur getirir. Bu aylarda düşen yağış miktarı, yıllık ortalama toplam yağış miktarının yaklaşık %70'ini oluşturur (Fowdur, vd., 2014). Toplam yağışın yıllar arası değişkenliği siklonların geçişine bağlı olduğundan önemlidir. Bu siklonlar, normal aylık yağış miktarının iki veya üç katına çıkmasını sağlar (Padya, 1989). Bu siklonlar, özellikle Ocak ve Şubat aylarında iki veya üç gün boyunca devam eden ortalama 220 mm yağışın oluşmasına neden olur (Jury, 1993). Adanın doğu ve güney bölümlerinde yıl boyunca benzer yağış özellikleri göstermektedir (Padya, 1989). Uzun bir dönemi oluşturan 1971–2000 yılları incelendiğinde, Mauritius'un doğu sahilinde 1.400 mm, iç bölgelerinde 4.000 mm ve batı sahilinde 600 mm yıllık ortalama toplam yağış miktarı izlenmiştir (WRU, 2007).



Şekil 1. Çalışma alanı ve çalışmada kullanılan istasyonların dağılımı

3. Veri ve Yöntem

3.1. Çalışmada Kullanılan Veri Seti

Çalışmada, Mauritius'a ait 53 meteoroloji istasyonundan elde edilen 1981–2010 dönemine ait yıllık ortalama toplam yağış verileri kullanılmıştır. Veri Mauritius Meteoroloji Servisinden (Mauritius Meteorological Services, MMS) elde edilmiştir. Dünya Meteoroloji Örgütü, tahminler yaparken güvenilir iklim değerleri elde etmek için kullanılması gereken en uygun uzunluğa sahip sürenin 30 yıllık bir dönemi kapsaması gerektiğini belirtmiştir (Jagannathan, vd., 1967). Çalışmada planlanan yağış modellerini oluşturmak için kullanılacak yıllık ortalama toplam yağış değerleri Mauritius için 30 yıllık bir dönemi kapsamakta olup yağış modelleri oluşturmak için yeterli aralığa sahiptir. İstasyonlar World Geodetic System (WGS) 1984 projeksiyon sisteminde ayarlanmıştır. Bu çalışmada kullanılan meteoroloji istasyonlarının bulunduğu lokasyonlar Şekil 1'de gösterilmiştir.

3.2. Çalışmada Kullanılan Deterministik ve Stokastik Yöntemler

Enterpolasyon en basit ifadeyle, incelenen bir alanda değişik bölgelerden alınan örnekleme değerlerini kullanarak, örnek alınmamış herhangi bir noktanın değerini tahmin etme işlemidir. Deterministik ve stokastik olarak bilinen iki farklı enterpolasyon tekniği vardır (Isaaks ve Srivastava, 1989). Her iki teknik de, çevredeki örnekleme noktalarına ait ölçülen değerleri kullanarak, bilinmeyen noktaların değerlerinin hesap edilmesini sağlamaktadır. Deterministik yöntemler enterpolasyon işleminde matematiksel fonksiyonları kullanırken, stokastik yöntemler tahmin işlemindeki belirsizlik ve hataları da ortaya koyabilecek şekilde hem matematiksel hem de istatistiksel fonksiyonları dikkate alarak işlem yapmaktadır. Bir sürecin deterministik olması, süreci meydana getiren değişkenin oluşumunda olasılık kanunları değil matematiksel bir bağıntının var olduğu kabulüne dayanmaktadır. Stokastik bileşenin incelenmesinde olasılık yasalarından yararlanmak gerekir. Değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu ve parametrelerinin belirlenmesi ile birlikte iç bağımlılığının da, otokorelasyon katsayıları ile ölçülerek incelenmesi gerekmektedir (Teltik, 2008). Çalışmada deterministik yöntemlerden TP ve IDW teknikleri, stokastik yöntemlerden Kriging tekniği işlenmiştir. Bu tekniklere ait analizler R 3.0.2 (Ihaka ve Gentleman, Auckland, New Zealand) programı ve içindeki gstat, sp,

rgdal, maptools paketleri kullanılarak yapılmıştır (Pebesma ve Wesseling, 1998; Bivand, vd., 2008; Pebesma, 2004).

3.2.1. Thiessen Polygon, TP

Deterministik yöntemlerden biri olan TP tekniğinde, çalışma alanı poligonalt bölgeye ayrılır. Her bir meteoroloji istasyonunun bulunduğu alt bölgenin tüm alandaki ağırlığı kullanılarak tüm çalışma alanına düşen yağış miktarı hesaplanır. İşlem sırasında birbirine yakın istasyonlar çizgi ile birleştirilir. İki istasyon arasındaki hattın orta noktasından doğru parçası çıkılarak poligonlar oluşturulur. Oluşturulan her bir poligonun alanı ölçülerek istasyonlara ait ağırlıklar belirlenir ve alana düşen yağış miktarı hesap edilir. Tüm alana düşen yağış aşağıdaki formülle hesaplanır;

$$\hat{Z}(X_0) = \frac{A_i \times X_i}{\sum A_T} = \sum W_i \times X_i$$

W_i , i 'inci konumun ağırlığı olup, $\frac{A_i}{\sum A_T}$ ile ifade edilir. A_i , i 'inci konumun alanı, A_T , toplam alan, X_i i 'inci konumdaki yağış miktarını göstermektedir.

3.2.2. Inverse Distance Weighted, IDW

Deterministik yöntemleri içerisinde en basit ve en çok kullanılan yöntemlerden biridir. IDW yönteminde, iki nokta arasındaki ilişkinin ve benzerliğin, aralarındaki mesafeyle orantılı olduğu varsayılır (Aydın ve Çiçek, 2013). Buna göre, bilinmeyen noktanın tahmininde, bilinen noktaların yakın olanlarına çok, uzak olanlarına az ağırlık vererek tahmin yapılır (Franke ve Nielson, 1980). IDW aşağıdaki formülle ifade edilir;

$$\hat{Z}(X_0) = \frac{\sum_{i=1}^N w(X_i)Z(X_i)}{\sum_{i=1}^N w(X_i)}$$

$$w(X_i) = \|X_i - X_0\|^{-p}$$

N , bilinen ölçüm noktasının toplam sayısını; $w(X_i)$, i 'inci bilinen konumdaki ağırlığı; $Z(X_i)$ ise, i 'inci konumdaki yağış miktarını ifade eder. Formülde kullanılan ağırlıklar, ikinci formülden elde edilir. Örnek noktası (X_0) ve tahmin noktası arasındaki mesafeyi (X_i) ifade eder. Formülde geçen p , üstel katsayıdır (power/güç). IDW'nin doğruluğunu etkileyen ana faktör p parametresinin değeridir (Burrough ve McDonnell, 1998). p parametresinin değeri 1'den 5'e kadar değişebilir. Genellikle 2 güç değeri seçilir (Goovaerts, 2000; Lloyd, 2005). Bu çalışmada da 2 güç değeri kullanılmıştır.

3.2.3. Kriging Yöntemi

Birçok alanda yaygınlığı kanıtlanmış stokastik yöntemlerden biri Kriging tekniğidir. Kriging yöntemi jeostatistik alanında temel bir araç haline gelmiştir (Caruso ve Quarta, 1998; Kalkhan, 2011). Jeostatistik analizler, mekânsal ilişkinin gözlenmesi veya varsayımı temeline dayanmaktadır. Birbirine yakın lokasyonlardan elde edilen ölçümler, birbirine uzak olanlara göre daha benzer sonuçlar verir. Kriging yöntemi gözlem verilerinin deneysel yarıvariogram yapısının belirlenmesi ve bu yapıya teorik yarıvariogram modelinin oturtularak (fit edilerek) başlar ve bu jeostatistik çalışmalarının temelini oluşturur. Yarıvariogram/Kovaryans Bulutu mümkün olabilecek tüm gözlem çiftlerinin

$(N(N - 1))$ arasındaki farkın karesinin $(Z(X) - Z(X + h))^2$ bu çiftlerin ayırım mesafesine (h) göre gösterilmesiyle elde edilir. Yarıvariogram aşağıdaki formülle hesap edilir.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E(Z(X) - Z(X + h))^2$$

Yarıvariogram bulutunun yarıvaryans değerlerinin belirli sınıf aralığına (lag distance) ayrılıp, o mesafeye düşen yarıvaryans değerlerinin ortalamasının alınması “deneysel yarıvariogram” grafiğini vermektedir. Bu konu ile ilgili ayrıntılı açıklamalar Aydın vd. (2015), Aydın ve Çiçek (2015)’in çalışmalarında verilmiştir.

$$\hat{\gamma}(\tilde{h}_j) = \frac{1}{2N_h} \sum_{i=1}^{N_h} (Z(X_i) - Z(X_i + h))^2$$

Formülde $Z(X_i)$, X_i konumundaki istasyonun yıllık ortalama toplam yağış değerini; $Z(X_i + h)$, $X_i + h$, konumundaki istasyonun yıllık ortalama toplam yağış değerini; N_h ’de h mesafesindeki toplam istasyon çifti sayısını ifade etmektedir. Tahmin sürecinde ikinci tip yarıvariogram gereklidir. Bu yarıvariogram modeline “teorik yarıvariogram” denir. Bu yarıvariogram matematik modeli temel alır ve deneysel yarıvariograma oturtularak elde edilir.

Yarıvariogram analizi mekânda farklı noktadaki değişkenler arasındaki bağımlılığı ölçen, karakterize eden bir fonksiyondur. İncelenen özelliğin, ölçme yapılan noktalar arasındaki mekânsal bağımlılığı belirlemek için kullanılır. Kriging analizi ise, ölçme yapılmayan nokta veya alanlardaki özelliklerin tahmin edilmesinde kullanılır. Belirlenen yarıvariogram yapısından sonra Kriging, ölçümü yapılmış lokasyonlardan, ölçüm yapılmamış olan lokasyonlardaki değişkenlerin değerini tahmin etmek için kullanılan tekniklerin genel ismi olarak ifade edilmektedir. Genel olarak tahmin işlemi, bilinen değerlerin ağırlıklı ortalaması ile yapılmaktadır. Temel eşitlik,

$$\hat{Z}(X_0) = \sum_{i=1}^N W_i Z(X_i)$$

biçiminde gösterilir (Aydın, vd., 2015; Aydın ve Çiçek, 2015). Bu eşitlikte $\hat{Z}(X_0)$, X_0 noktasına ilişkin Kriging değerini; $Z(X_i)$ değişkenlerin her bir X_i noktasında gözlenen değerleri; W_i , her bir $Z(X_i)$ ’ye karşılık gelen değerlerini; N ise, $\hat{Z}(X_0)$ ’ın Kriging tahmininde kullanılacak nokta sayısını ifade etmektedir. En küçük hata kareler ortalaması yöntemine dayanan Kriging yöntemi en iyi doğrusal yansız tahmin edici olarak bilinmektedir (Oliver ve Webster, 2014). Kriging yöntemi ile belirlenen ağırlıklar yarıvariograma ve verinin mekânsal konumuna bağlı olup, Kriging hatalarının ortalaması sıfır ve varyansı en küçük olacak şekilde hesaplanır.

Ağırlıklar belirlendikten sonra değeri bilinmeyen herhangi bir nokta için tahmin değeri,

$$\hat{Z}(X_0) = \sum_{i=1}^N W_i Z(X_i)$$

eşitliğinden belirlenir (Lichtenstern, 2013). Herhangi bir X_0 noktasında tahmin değerine ulaşmak için kullanılan nokta sayısı, hesaplanacak ağırlıkların sayısını etkilemektedir. Her bir nokta için bir ağırlık hesaplanmaktadır. Bu durum Kriging algoritmasında her bir yeni nokta için ağırlık hesabının tekrarlı olarak bulunması anlamına gelir (Isaaks ve Srivastava, 1989). Tahmin ile elde edilen hatanın varyansı Kriging varyansı olarak adlandırılır ve Kriging varyansı,

$$\sigma_K^2 = 2 \sum_{i=1}^N W_i \gamma(X_0 - X_i) - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_i W_j \gamma(X_i - X_j)$$

$$= \sum_{i=1}^N W_i \gamma(X_0 - X_i) + \lambda$$

ile ifade edilir (Lichtenstern, 2013). Kriging varyansı, verilerin gerçek değerlerine bağlı değildir. Veri sayısının ve verilerin konumları arasındaki uzaklığın bir fonksiyonudur. Bu nedenle Kriging varyansı verilerin gerçek değerlerinin elde edilmesinden önce olası noktaları test edip, bu noktalar arasında optimum olanları belirlemek amacıyla da kullanılabilir (Aydın, vd., 2015; Aydın ve Çiçek, 2015). Kriging yöntemlerinin çalışma alanı ve verilerin yapısına göre uygun kullanılan OK, Simple Kriging (SK), UK, Block Kriging (BK), Indicator Kriging (IK), Co-kriging gibi farklı türleri mevcuttur. Çalışmada OK yöntemi kullanılmıştır.

3.2.4. Çapraz Geçerlilik (Cross-Validation)

Çapraz Geçerlilik, Kriging yöntemi içerisinde yer alan örnek noktalarındaki değerleri, çevresindeki değerlerle tahmin ederek, gerçek değerlerle tahmin değerlerini karşılaştıran, seçilen modelin güvenilirliğini test eden bir yöntemdir. Bu çalışmada Isaaks ve Srivastava (1989)'nın belirttiği yol izlenmiştir. Tekniğin çalışma prensibine göre, çalışma alanı içerisinde bir meteoroloji istasyonunda ölçülen yağış değeri veri setinden geçici olarak çıkarılıp, geriye kalan diğer istasyonlardaki yağış değerleri kullanılarak, çıkartılan istasyonun yağış değeri tahmin edilir. Böylece, gerçek değer ile tahmin edilen değer arasındaki hata payı ölçülür. Bu işlem geride kalan tüm örnekler için tekrarlanır. Yağış modellerinin karşılaştırılmasında Ortalama Hata (Mean Error, ME), Ortalama Mutlak Hata (Mean Absolute Error, MAE), Kök Ortalama Kare Hata (Root Mean Square, RMSE) ve Belirleyicilik Katsayısı (Determination Coefficient, R^2) hata ölçüm yöntemleri kullanılmıştır. Bu ölçümler aşağıda belirtilen formüllerle ifade edilir;

$$ME = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\hat{Z}(X_i) - Z(X_i)]$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\hat{Z}(X_i) - Z(X_i)|$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{Z}(X_i) - Z(X_i))^2}$$

$$r_{xy}^2 = 1 - \frac{\sigma_{y|x}^2}{\sigma_y^2}$$

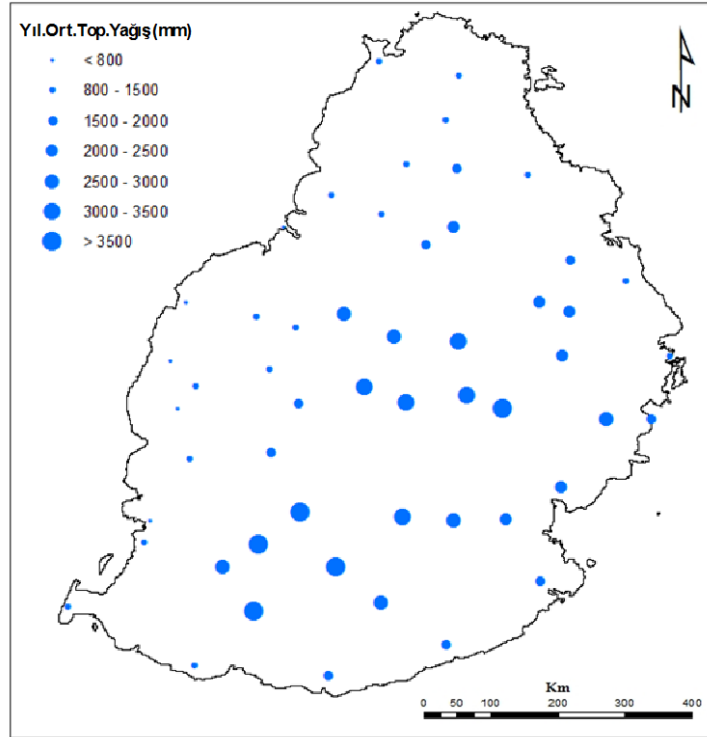
$$\sigma_{y|x}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$\hat{Z}(X_i)$ tahmin edilen değeri, $Z(X_i)$ gözlemlenmiş değerleri ifade etmektedir. $\sigma_{y|x}^2$ terimi x_i 'nin y_i 'ye arasındaki ilişkinin bir $y = a + bx$ doğrusu ile ifade edilmesinin kestirimi sırasında ortaya çıkan hata karelerinin toplamıdır. σ_y^2 ise, y için varyans değerini oluşturmaktadır. ME, hatanın yanlışlık derecesini belirlemek için kullanılmaktadır (Isaaks ve Srivastava, 1989). MAE ve RMSE ortalama hata tahminini vermektedir (Willmott, 1982; Vicente-Serrano, vd., 2003). Ortalama RMSE değeri istatistikte hata (residual) olarak da değerlendirilir ve bu değer in sifira yakınlığı, tahmin edilen değerin gerçeğe yakınlığını göstermektedir. ME değeri sifira yakın ve RMSE değeri küçük ise, modelin daha doğru olduğu söylenir. R^2 ise, gözlem verisiyle tahmin değerleri arasındaki korelasyonu ifade etmektedir. Kısaca, ilişkinin gücünü göstermektedir.

4. Bulgular

Çalışma (i) Mauritius'a ait yıllık ortalama toplam yağış verisinin gösterilmesi ve araştırılması; (ii) yarıvariogram analizi; (iii) deterministik ve stokastik yöntemlerin uygulanarak modellerin oluşturulması; (iv) doğruluk analizlerinin yapılması ve modellerin karşılaştırılması şeklinde gerçekleştirilmiştir. Buna göre, Mauritius'un 1981–2010 yılları arası yıllık ortalama toplam yağış değerlerine ait coğrafi dağılış haritası incelendiğinde, adanın en düşük yağış alan kesimi batısı ve kuzeyidir. En yüksek yağışa sahip kesimi 3.000–3.500 mm yıllık ortalama toplam yağış değerleri ile güney kesimidir. Bu bölge adanın geriye kalan tek ormanlık alanına karşılık gelmektedir. Adanın güney kesimi yoğun yağış almasına karşın güney kıyı şeridi nispeten daha az yağış almaktadır (1.500–2.000 mm). Adanın doğu ve orta kesimleri, batı ve kuzey kesimlerine kıyasla daha yüksek yağış değerlerine (1.500–2.500 mm) sahiptir. Bunun en önemli nedeni güneydoğudan esen alize rüzgârlarının batı ve kuzey bölgelerine oranla adanın orta ve doğu bölgelerine bol miktarda yağış bırakmasıdır.

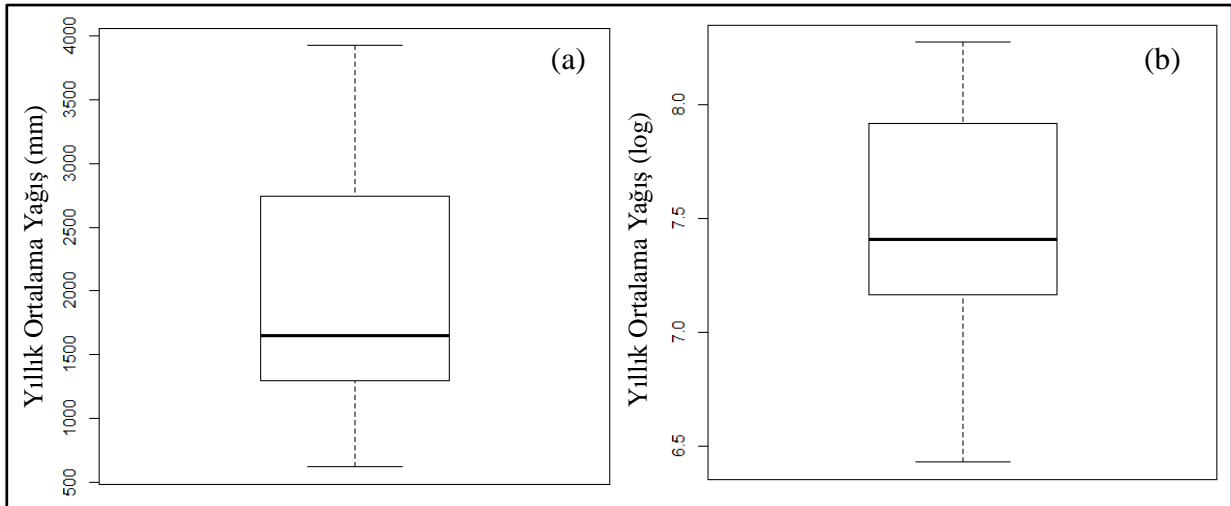


Şekil 2. Mauritius 1981–2010 yıllık ortalama toplam yağış değerlerinin gösterimi

Mauritius yıllık ortalama toplam yağış değişkenine ait tanımlayıcı istatistik değerleri Çizelge 1'de gösterilmiştir. Buna göre, 30 yıllık dönem için, 53 istasyondan hesap edilen yıllık ortalama toplam yağışın maksimum değeri 3.924,52 mm, minimum değeri 619,22 mm'dir. Ortalama değer, 1.950,38 mm ve ortanca değer 1.648,13 mm'dir. Yıllık ortalama toplam yağış değişkeninin sıklık dağılımını ve normalliğini analiz etmek için kutu diyagramı (Box Plot) kullanılmıştır. Diyagrama göre, ortanca çizgisi merkezin altında kalmaktadır. Veri pozitif çarpıktır. Bundan dolayı veriye logaritmik dönüşüm uygulanmış ve yağış değişkeninin normale yakın bir dağılım göstermesi sağlanmıştır (Şekil 3a, b). Kriging yönteminde verinin normal dağılım göstermesi için genellikle logaritmik dönüşüm yapmak gerekmektedir. Bu şekilde dönüşümü yapılmış veri seti ile yapılan OK'ya Lognormal Kriging de denir. Bu yöntemde deneysel ve teorik yarıvariogramlar dönüşüm yapılmış değerlerden hesaplanır ve dönüşüm yapılmış değişkenin tahminleri elde edilir. İşlem sonunda elde edilen tahminlere yansız geri dönüşüm fonksiyonu uygulanarak orijinal tahmin ve varyans değerlerine ulaşılır.

Çizelge 1. Mauritius yıllık ortalama toplam yağış için tanımlayıcı istatistik değerleri (mm)

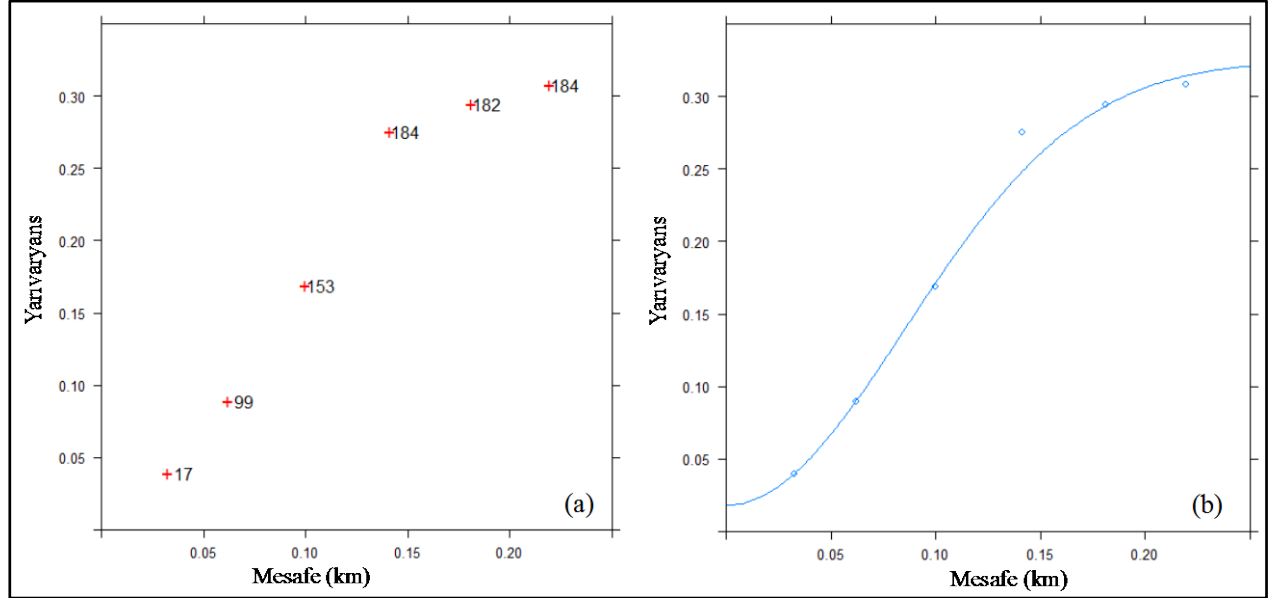
Ortalama	Standart Sapma	Minimum	Ortanca	Maksimum
1.950,38	944,79	619,22	1.648,13	3.924,52



Şekil 3. Mauritius yıllık ortalama toplam yağışın (mm) kutu diyagramı, (a) veri pozitif çarpık; (b) logaritmik dönüşüm yapılmış dağılım

Mauritius'a ait yıllık ortalama toplam yağış değişkeninin gösterilmesi ve araştırılması işlemi tamamlandıktan sonra jeostatistik analizlerinin en önemli adımı olan yarıvariogram analizleri uygulanmıştır. Çalışmanın bu aşaması OK analizinin uygulanabilmesinde geçerli olup, diğer yöntemlerin (TP ve IDW) uygulanmasında gerekli değildir. Bu işlem için öncelikle yağış değişkenini en iyi temsil edebilecek uygun adım mesafesi ve sınıf sayısı tayin edilmiş ve deneysel yarıvariogram oluşturulmuştur. Adım mesafesi 0,04 km ve sınıf sayısı 7 olarak belirlenmiştir. Deneysel yarıvariograma ait grafiğe göre adım mesafesi 0,21 km (6.adım mesafesi)' ye kadar yarıvaryans değerleri artmakta ve yaklaşık 0,30 eşik değerine ulaşmaktadır. Bu noktada toplam 184 çift elde edilmiştir. Yarıvariogramın bu adım mesafesinden sonra yarıvaryans değerlerinde bir değişiklik gözlenmemektedir. Bu durum, deneysel yarıvariogramın eşik değerlerinden sonra yağış dağılımındaki istasyonlar arasındaki etkileşimin sonlandığı şeklinde açıklanmaktadır. Daha sonra yıllık ortalama toplam yağış değişkeni için en uygun Gaussian teorik yarıvariogram modeli seçilmiştir. Mauritius'un

yıllık ortalama toplam yağış değişkenine ait deneysel ve teorik yarıvariogram Şekil 4’de gösterilmektedir. OK analizinde kullanılmak üzere eşik değeri 0,30, etki uzaklığı 0,12 km tespit edilmiştir (Çizelge 2).

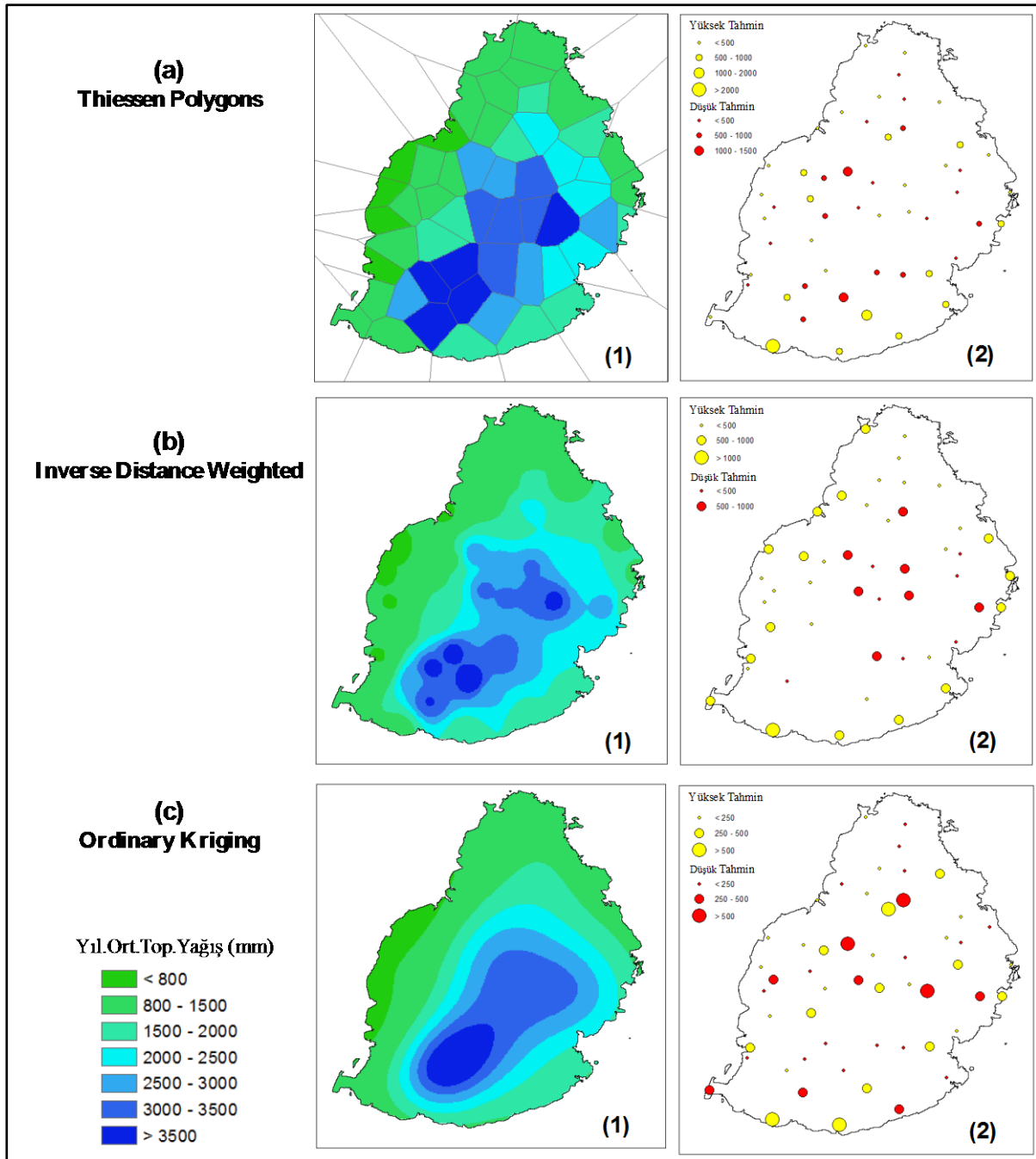


Şekil 4. Mauritius yıllık ortalama toplam yağış için (a) deneysel yarıvariogram; (b) teorik yarıvariogram

Çizelge 2. Teorik yarıvariogram sonucu

Model	Eşik değeri	Etki uzaklığı (km)
Nugget	0,018	0,0
Gaussian	0,30	0,12

Çalışmanın üçüncü aşaması yağış tahmin modellerinin oluşturulmasıdır. Daha sonra oluşturulan yağış tahmin modelleri Çapraz Geçerlilik yöntemi ile test edilmiştir. TP, IDW ve OK analizleri sonucu elde edilen yağış tahmin modelleri ve Çapraz Geçerlilik sonucu oluşan hata haritaları Şekil 5a(1, 2), b(1, 2), c(1, 2)’de gösterilmektedir. Sonuçlar değerlendirildiğinde, TP ve IDW yağış tahmin haritalarında Mauritius’un orta ve güney kesimleri olmak üzere iki farklı bölgede yüksek yağış değerleri görülmektedir. Bu alanlar düşük yağış değerleri ile çevrelenmiştir. OK yöntemiyle elde edilen yağış tahmin haritasında, adanın güneye yakın alanda yüksek yağış değeri oluşturmuş ve bu değeri kademeli düşük yağış değerleri dairesel olarak takip etmiştir. TP’nin hata haritası incelendiğinde, yüksek yağış miktarının görüldüğü özellikle güney ve güneydoğu’nun kıyı kesimlerinde yüksek tahmin değerleri görülmektedir. Hata değerlerinin 2.000 mm üzerinde olduğu alanlar vardır. IDW’de bu durum tüm kıyı şeridi boyunca görülmekte olup, yüksek tahmin değeri 1.000 mm’nin üzerindedir. OK analizinde yüksek yağış gösteren alan adanın ormanlık bölgesine karşılık gelmektedir. Hata tahmin haritalarındaki düşük ve yüksek yağış değerleri karşılaştırıldığında, en düşük değerlerin OK analizi sonucu ile elde edilen yağış tahmin modelinde olduğu dikkat çekmektedir. Son olarak elde edilen modeller birbiri ile karşılaştırılmış ve ME, MAE, RMSE ve R^2 değerleri hesaplanmıştır (Çizelge 3). Çizelge 3’de ME değerleri, -17,66 ve -78,83 arasında değişmektedir. TP ve OK yöntemleri arasında ME farkı -61,17’dir. En düşük MAE değeri 251,72 ile OK yönteminde görülmektedir. Benzer şekilde RMSE değerleri 329,53–621,58 mm arasında değişmekte olup, en düşük RMSE değerini OK yöntemi vermektedir. R^2 değerleri TP ve IDW yöntemleri için sırasıyla 0,60, 0,70 olarak çıkmıştır. OK yöntemi, 0,87 değeri ile en yüksek R^2 değerini göstermektedir.



Şekil 5. (a1) TP yöntemiyle elde edilmiş Mauritius yıllık ortalama toplam yağış tahmin haritası; (a2) Çapraz Geçerlilik (Leave One Out) yöntemiyle elde edilen hata haritaları, TP için ölçüm noktalarındaki hata değerleri; (b1) IDW yöntemiyle elde edilmiş Mauritius yıllık ortalama toplam yağış tahmin haritası; (b2) Çapraz Geçerlilik (Leave One Out) yöntemiyle elde edilen hata haritaları, IDW için ölçüm noktalarındaki hata değerleri; (c1) OK yöntemiyle elde edilmiş Mauritius yıllık ortalama toplam yağış tahmin haritası; (c2) Çapraz Geçerlilik (Leave One Out) yöntemiyle elde edilen hata haritaları, OK için ölçüm noktalarındaki hata değerleri

Çizelge 3. TP, IDW ve OK modellerinin performans karşılaştırması

	ME	MAE	RMSE	R ²
Thiessen Polygon, TP	-78,83	453,92	621,58	0,60
Inverse Distanse Weighted, IDW	-66,68	527,21	617,17	0,70
Ordinary Kriging, OK	-17,66	251,72	329,53	0,87

5. Tartışma ve Sonuç

Yağışın mekânsal dağılımının değişkenlik göstermesi, çok sayıda parametrenin karmaşık etkileşimi altında olmasından kaynaklanmaktadır. Bu durum, yağışın doğru bir şekilde modellenebilmesini zorlaştırmaktadır. Söz konusu karmaşık mekanizma, uygun yağış modellerinin kullanılmasıyla doğru bir şekilde analiz edilebilir. Mauritius adası için gerçekleştirilen bu çalışmada, stokastik yöntemin deterministik yöntemlere kıyasla daha doğru tahmin yaptığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç, pek çok araştırmanın da sonuçlarını destekler niteliktedir (Phillips, vd., 1992; Goovaerts, 2000; Buytaert, vd., 2006; Tobin, vd., 2011). TP ve IDW yöntemleri göreceli olarak daha basit ve kolay uygulanabilmekte ve yağışın mekânsal paternini gösterebilmektedir. Ancak, yağış ölçüm istasyonlarının homojen bir şekilde dağılmaması, özellikle dağlık alanlarda istasyon bulunmaması veya sayılarının yetersiz olması enterpolasyon sonuçlarını etkilemektedir. Bunun dışında yüksekliğin kısa mesafede büyük farklılıklar göstermesi sonuçları olumsuz yönde etkilemektedir. Bu sebeple, TP ve IDW yöntemleri yağışın daha doğru bir şekilde açıklanabilmesinde çoğu zaman eksik kalmaktadır (Goovaerts, 2000). Oysa OK yöntemi, ölçme yapılan noktalar arasındaki mekânsal ilişkinin değerlendirilmesine imkân tanıyarak, yarıvariogram analizleri ile bu ilişkinin düzeyini belirleyebilmektedir (Aydın ve Çiçek, 2015). Bu yöntemde tahmini yapılacak noktalar için, kendisine yakın tüm noktaların ölçüm değerleri hesaba katılmaktadır. Böylece tahmin hata değerleri daha düşük çıkmaktadır. Ayrıca, bu yöntemle, tahmin edilen her bir nokta veya alan için bir varyans değeri hesaplanmaktadır. Bu sayede tahmin hatasının büyüklüğünün değerlendirilmesi mümkün olabilmektedir. Jeostatistik analizlerin diğer bir özelliği, enterpolasyon sonuçlarına yardımcı olabileceği düşünülen ikincil veya yardımcı değişkenlerin kullanılmasına olanak sağlayarak daha doğru tahmin yüzeylerinin oluşturulmasını sağlamasıdır. Bu yönü, jeostatistik yöntemleri deterministik yöntemlere göre avantajlı kılmaktadır (Goovaerts, 2000; Tobin, vd., 2011). Yağış modellerinin oluşturulmasında yardımcı değişkenin kullanıldığı çok sayıda çalışma bulunmaktadır (Phillips, vd., 1992; Hutchinson, 1998; Wotling, vd., 2000; Boer, vd., 2001; Kyriakidis, vd., 2001; Kieffer Weisse ve Bois, 2002; Hofierka, vd., 2002; Lloyd, 2005; Diodato, 2005; Yin, vd., 2008; Lloyd, 2010; Hession ve Moore, 2011).

Bu çalışmada en doğru tahmin modelini, düşük -17,66 ME, 251,72 MAE, 329,53 mm RMSE ve yüksek 0,87 R² değerleri ile stokastik yöntemlerden birisi olan OK kullanılarak oluşturulmuştur. Mauritius Adası'nda yıllık ortalama toplam yağış değerlerinin 3.500 mm'den yüksek olduğu alan, yüksekliğin en fazla olduğu alana karşılık gelmektedir. Adanın iç kesiminde yer alan yüksek Merkez plato, yılın dokuz ayı boyunca güneydoğudan esen nemli alize rüzgârlarının etkisi altındadır. Bu rüzgârlar sıcaklığın da düşmesiyle birlikte alana yoğun yağış bırakmaktadır. Ayrıca, OK yöntemi kullanılarak oluşturulan hata haritasında, bu alanda gerçek yağış değerine göre 250 mm daha düşük ve yüksek tahmin bir arada görülmektedir. Mauritius adasının yükseklik haritası ile yağış tahmin haritaları birbiriyle doğru orantılıdır. Yüksekliğin fazla olduğu yerlerde yağış değerleri fazla, yüksekliğin az olduğu yerlerde yağış değerleri azdır. Sonuç olarak OK yöntemi, düşük ME, MAE, RMSE, ve yüksek R² değeri ile en iyi yağış tahmin modelini oluşturmaktadır.

Referanslar

- Aydın, O. Çiçek, İ. (2013) "Ege Bölgesi'nde yağışın mekânsal dağılımı", *Coğrafi Bilimler Dergisi*, 11(2), 101–120.
- Aydın, O.; Çiçek, İ. (2015) *Geostatistical Interpolation of Precipitation in Turkey*, Lambert Academic Publishing, Saarbrücken, Germany.
- Aydın, O.; Türkoğlu, N.; Çiçek, İ. (2015) "The importance of geostatistics in physical geography", *International Journal of Human Science*, 12(2), 1397–1415.
- Barnsley, M.J. (2007) *Environmental Modeling*, CRC Press, USA.
- Basistha, A.; Arya, D.S.; Goel, N.K. (2008) "Spatial distribution of rainfall in Indian Himalayas: a case study of Uttarakhand Region", *Water Resources Management*, 22, 1325–1346.
- Bivand, R.S.; Pebesma, E.; Gómez-Rubio, V. (2008) *Applied Spatial Data Analysis with R (use R!)*, 1. Edition, Springer, London.
- Boer, E.P.J.; Beurs, K.M.; Hartkamp, A.D. (2001) "Kriging and thin plate splines for mapping climate variables", *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 3(2), 146–154.
- Buytaert, W.; Celleri, R.; Willems, P.; Bie`vre, D.B.; Wyseure, G. (2006) "Spatial and temporal rainfall variability in mountainous areas: a case study from the south Ecuadorian Andes", *Journal of Hydrology*, 329, 413–421.
- Burrough, P.A.; McDonnell, R.A. (1998) Creating continuous surfaces from point data. In: Burrough, P.A., Goodchild, M.F., McDonnell, R.A., Switzer, P., Worboys, M. (Eds.), *Principles of Geographic Information Systems*. Oxford University Press, Oxford, UK.
- Caruso, C.; Quarta, F. (1998) "Interpolation methods comparison", *Computers and Mathematics with Applications*, 35(12), 109–126.
- Diodato, N. (2005) "The influence of topographic co-variables on the spatial variability of precipitation over small regions of complex terrain", *International Journal of Climatology*, 25(3), 351–363.
- Dirks, K.N.; Hay, J.E.; Stow, C.D.; Harris, D. (1998) "High-resolution studies of rainfall on Norfolk Island. Part 2: interpolation of rainfall data", *Journal of Hydrology*, 208(3–4), 187–193.
- Fowdur, S.C.; Rughooputh, S.D.D.V.; Cheeneebash, J.; Boojhawon, R.; Gopaul, A. (2014) "Rainfall analysis over Mauritius using principal component analysis", *Environmental Management and Sustainable Development*, 3(2), 94–108.
- Franke, R.; Nielson, G. (1980) "Smooth interpolation of large sets of scattered data", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 15, 1691–1704.
- Goovaerts, P. (2000) "Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall", *Journal of Hydrology*, 228, 113–129.
- Haig, H. (1895) "The physical features and geology of Mauritius", *The Quarterly Journal of the Geological Society*, 51, 463–471.
- Hengl, T. (2009) *A Practical Guide to Geostatistical Mapping*, Office for Official Publications of the European Communities, Luxembourg.
- Hession, S.L.; Moore, N. (2011) "A spatial regression analysis of the influence of topography on monthly rainfall in East Africa", *International Journal of Climatology*, 31, 1440–1456.
- Hofierka, J.; Parajka, J.; Mitasova, H.; Mitas L. (2002) "Multivariate interpolation of precipitation using regularized spline with tension", *Transactions in GIS*, 6(2), 135–150.
- Hutchinson, M.F. (1998) "Interpolation of rainfall data with thin plate smoothing splines-part II: analysis of topographic dependence", *Journal of Geographic Information and Decision Analysis*, 2(2), 152–167.
- Isaaks, E.; Srivastava, R. (1989) *An Introduction to Applied Geostatistics*, Oxford University Press, New York.
- Isaaks, E.H.; Srivastava, R.M. (1990) *An Introduction to Applied Geostatistics*, Oxford University Press, New York, USA.
- Jagannathan, P.; Arlery, R.; Ten, K.H.; Zavarina, M. (1967) "A note on climatological normals", *World Meteorological Organization, Technical Note 84*, WMO, Geneva.
- Jury, M.R. (1993) "A preliminary study of climatological associations and characteristics of tropical cyclones in the SW Indian Ocean", *Meteorology and Atmospheric Physics*, 51, 101–115.
- Kalkhan, M.A. (2011) *Spatial Statistics Geospatial Information Modelling and Thematic Mapping*, CRC Press, USA.
- Kieffer Weisse, A.; Bois, P.H. (2002) "A comparison of methods for mapping statistical characteristics of heavy rainfall in the French Alps: the use of dairy information", *Hydrological Sciences*, 47(5), 739–752.
- Kyriakidis, P.C.; Kim, J.; Miller, N.L. (2001) "Geostatistical mapping of precipitation from rain gauge data using atmospheric and terrain characteristics", *Journal of Applied Meteorology*, 40, 855–1877.
- Lichtenstern, A. (2013) *Kriging Methods in Spatial Statistics*, Bachelor's Thesis, Technische Universität München, Department of Mathematics, Germany.
- Lloyd, C.D. (2005) "Assessing the effect of integrating elevation data into the estimation of monthly precipitation in Great Britain", *Journal of Hydrology*, 308, 128–150.
- Lloyd, C.D. (2010) "Nonstationary models for exploring and mapping monthly precipitation in the United Kingdom", *International Journal of Climatology*, 30, 390–405.

- Ly, S.; Charles, C.; Degré, A. (2013) "Different methods for spatial interpolation of rainfall data for operational hydrology and hydrological modeling at watershed scale. A review", *Biotechnologie, Agronomie, Société et Environnement*, 17(2), 392–406.
- Nalder, I.A.; Wein, R.W. (1998) "Spatial interpolation of climatic Normals: test of a new method in the Canadian boreal forest", *Agricultural and Forest Meteorology*, 92, 211–225.
- Nel, W.; Mongwa, T.; Sumner, P.D.; Anderson, R.L.; Dhurmea, K.R.; Boodhoo, Y.; Boojhawon, R.; Rughooputh, S.D.D.V. (2012) "The natura of erosive rainfall on a trapiical volcanic island with an elevated interior", *Physical Geography*, 33(3), 269–284.
- Oliver, M.A.; Webster, R. (2014) "A tutorial guide to geostatistics: computing and modeling variograms and kriging", *Catena*, 113, 56–69.
- Padya, B.M. (1989) *Weather and Climate of Mauritius*, The Mahatma Ghandi Institute Press, Mauritius.
- Pebesma, E.J.; Wesseling, C.G. (1998) "Gstat, a program for geostatistical modelling, prediction and simulation", *Computers & Geosciences*, 24(1), 17–31.
- Pebesma, E.J. (2004) "Multivariable geostatistics in S: the gstat package", *Computer&Geosciences*, 30, 683–691.
- Phillips, D.L.; Dolph, J.; Marks, D. (1992) "A comparison of geostatistical procedures for spatial analysis of precipitation in mountainous terrain", *Agricultural and Forest Meteorology*, 58(1–2), 119–141.
- Teltik, İ. (2008) *Van Gölü Su Seviyesinin Stokastik Modellenmesi*, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Tobin, C.; Nicotina, L.; Parlange, M.B.; Berne, A.; Rinaldo, A. (2011) "Improved interpolation of meteorological forcings for hydrologic applications in a Swiss Alpine region", *Journal of Hydrology*, 401, 77–89.
- Willmott, C.J. (1982) "Some comments on the evaluation of model performance", *Bulletion of the American Meteorological Society*, 63, 1309–1313.
- Wotling, G.; Bouvier, Ch.; Danloux, J.; Fritsch, M.J. (2000) "Regionalization of extreme precipitation distribution using the principal components of the topographical environment", *Journal of Hydrology*, 233(1–4), 86–101.
- WRU (Water Resources Unit) (2007) *Hydrology Data Book for Period 2000–2005*, Water Resources Unit, Rose-Hill, Mauritius.
- Vicente-Serrano, S.M.; Saz-Sánchez, M.A.; Cuadrat, J.M. (2003) "Comparative analysis of interpolation methods, in the middle Ebro Valley (Spain): application to annual precipitation and temperature", *Climate Research*, 24, 161–180.
- Yin, Z.Y.; Zhang, X.; Liu, X.; Colella, M.; Chen, X. (2008) "An assessment of the biases of satellite rainfall estimates over the Tibetan plateau and correction methods based on topographic analysis", *Journal of Hydrometeorology*, 9, 301–417.