

Sınıf Öğretmeni Adaylarının Bölme İşleminin Eşit Paylaşım ve Kayıp Çarpan Anlamlarına Odaklanan Problemleri Çözme Becerileri

Sümeysra DOĞAN COŞKUN, Emre EV ÇİMEN*

Sınıf Öğretmeni Adaylarının Bölme İşleminin Eşit Paylaşım ve Kayıp Çarpan Anlamlarına Odaklanan Problemleri Çözme Becerileri

Pre-service Elementary Teachers' Problem Solving Abilities for Problems Focusing on the Partition and Comparison Meanings of the Division Operation

Özet

Bu çalışmanın amacı, sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin eşit paylaşım ve kayıp çarpan anlamlarına odaklanan problemleri çözme becerilerini incelemektir. İç Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir devlet üniversitesinin Sınıf Eğitimi Anabilim Dalı'nda öğrenim gören 60 öğretmen adayı ile yürütülen bu çalışmanın verileri, 8 problemden oluşan problem çözme testi ile toplanmıştır. Öğretmen adaylarının problem çözümleri; Verschaffel, De Corte ve Lasure (1994) tarafından geliştirilen çerçeve ile analiz edilmiştir. Analizler sonucunda, öğretmen adaylarının eşit paylaşım anlamına odaklanan bölme işlemi problemlerine, kayıp çarpan anlamına odaklanan bölme işlemi problemlerine kıyasla daha gerçekçi yanıtlar verdikleri görülmüştür.

Abstract

The purpose of this study is to investigate pre-service elementary teachers' problem solving abilities for division problems which focus on the partition and comparison meanings of the division operation. Data of this study, which was carried out with 60 pre-service elementary teachers studying at the Elementary Teacher Education program of a public university in the Central Anatolia Region, were collected by a problem solving test consisting of 8 problems. The pre-service teachers' problem solutions were analyzed by the framework developed by Verschaffel, De Corte, and Lasure (1994). As a result of the analyzes, it was seen that the pre-service elementary teachers gave more realistic answers to the division problems which focus on the partition meaning than the division problems which focus on the comparison meaning.

Anahtar Kelimeler: Problem Çözme, Bölme İşlemi, Bölme İşleminde Kalanın Yorumlanması, Öğretmen Adayları

Key Words: Problem Solving, Division, Interpretation of The Remainder Of Division, Pre-Service Elementary Teachers

1. Giriş

Günümüzde yaşanan hızlı gelişim ve değişimler düşünüldüğünde, bireylerin bu gelişim ve değişimlere uyum sağlayabilmesi, hatta gerektiğinde yeni bilgiler üreterek bilimsel ve toplumsal geli-

*Sümeysra DOĞAN COŞKUN, Arş. Gör. Dr., Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, s-dogan@ogu.edu.tr, ORCID ID orcid.org / 0000-0001-9401-6561, Emre EV ÇİMEN, Dr. Öğr. Üyesi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, evcimen@ogu.edu.tr, ORCID ID orcid.org / 0000-0002-6835-6578

şime katkıda bulunabilmesi gerekmektedir. Bu ise, bireylerin problemlerin farkında olması ve problem çözme becerilerinin geliştirilmesi ile mümkündür (Jonassen, 2000). Günlük yaşamdaki problemleri çözme gerekliliğinden doğan matematiğin problem ve problem çözme kavramlarından bağımsız ele alınması düşünülemez (Olkun ve Toluk-Uçar, 2004). Bu doğrultuda, matematik öğretim programları da problem çözme becerisini temel beceriler arasında sıralamaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018; Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi [NCTM], 2000). Öğrencilerin problem çözme kavramı ile ilk defa karşılaştığı ilkökuldaki öğretim sürecinin en önemli ögesi, öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunacak olan sınıf öğretmenleridir. Öğretmenlerin problem ve problem çözme sürecine gereken önemi vermesi, öğrencilerin matematiği gerçek yaşam durumlarını anlama, analiz etme ve yorumlama aracı olarak görmelerini ve matematiğin aslında gerçek yaşamdan bağımsız olmadığını fark etmelerini sağlamaktadır (Bishop, 1994; NCTM, 2000; Verschaffel ve De Corte, 1997). Bunun için ise, öncelikle öğretmenlerin problem çözme sürecinin önemini farkında olması ve gerekli yeterliklere sahip olması gerekmektedir (Ball, 2000; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Ma, 1999). Bu doğrultuda bu çalışmanın amacı, geleceğin öğretmenleri olan sınıf öğretmeni adaylarının kalanlı bölme işlemi problemlerini çözme becerilerini incelemektir.

Problem kavramı literatürde farklı şekillerde tanımlanmış olmakla birlikte, genel anlamda bireyde çatışmaya neden olup çözme ihtiyacı hissettiren fakat bireyin ilk defa karşılaşıyor olması nedeniyle çözüm yolu hakkında yeterli bilgisinin olmadığı durumlar olarak tanımlanabilir (Bloom ve Niss, 1991; Gür, 2006; Morgan, 2005; Olkun ve Toluk-Uçar, 2014; Türnüklü ve Yeşildere, 2005). Matematiksel açıdan ele alındığında ise; problem, bulunması ya da gösterilmesi gereken fakat ilk bakışta sahip olunan bilgi ile nasıl bulunacağı ya da gösterileceği bilenemeyen durum olarak tanımlanmaktadır (Grouws, 1996). Bu tanımlardan da anlaşılacağı üzere, karşılaşılan bir durumun problem olabilmesi için bireyin bu durum ile ilk defa karşılaşıyor olması ve bu durumun birey için bir güçlük yaratıyor olması gerekmektedir. Dolayısıyla, bir birey için problem olan bir durum, başka bir birey için yeni olmaması ya da bu bireyin çözüm yolunu biliyor olması gibi nedenlerle problem olmayabilir.

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (2000), iyi bir matematik probleminin açık, anlaşılır, günlük yaşamla ilişkili ve ilgi çekici olması gerektiğini belirtmektedir. Ayrıca, problemlerin çözümünde birden fazla çözüm yolu kullanılabilmesi, diğer konular ile ilişkilendirme yapılabilmesi ve daha önce öğrenilen algoritmalar aynen kullanılarak çözülemiyor olması da iyi bir matematik probleminin özellikleri arasında sayılmaktadır. Çözüm yolunun bilinmediği bir matematiksel durum için çözüm arama süreci olarak tanımlanan problem çözme kavramı ile problem kavramının birbirinden bağımsız ele alınması mümkün değildir (NCTM, 2000). Benzer şekilde, diğer araştırmacılar tarafından da problem çözme, öğrencilerin sahip oldukları bilgilerini kullandıkları, üst düzey zihinsel becerilerini harekete geçirdikleri, farklı matematiksel kavramlar arasında ilişkiler kurdukları, matematiğin günlük yaşamdaki önemini farkına vardıkları ve matematiği derinlemesine anladıkları bir süreç olarak tanımlanmaktadır (Charles, 2009; Chinnappan, 1998; MEB, 2018; NCTM, 2000; Lester

ve Kehle; 2003; Swing ve Peterson, 1988). Kısaca problem çözme, “gerçeklerin basit bir şekilde hatırlanmasından ya da iyi öğrenilmiş işlemlerin uygulanmasından çok daha fazlasıdır” (Lester, 1994, s. 668). Başkalarının yaptığı işlemleri tekrarlamayan, aksine bu işlemlerin altında yatan mantığı sorgulayan öğrenciler, matematiğin birbiriyle ilişkili kavramlardan oluştuğunu fark etmekte, kendilerini birer matematikçi gibi görmekte ve matematiği anlamlı şekilde öğrenmektedir (Bell ve Baki, 1997; Oaks, 1990; Taplin, 1988). Bu açıklamalar doğrultusunda, etkili matematik öğretiminin bir problemin çözümü için kullanılan yöntemin bir başka problemde de aynen kullanılmasını içermediği, aksine daha önce kullanılan yöntem yerine yeni yöntemler geliştirilmesini içerdiği açıktır. Benzer şekilde, öğrencilerin problemlere verdikleri yanıtların gerçek yaşam için anlamlı olup olmadığını da içermesi gerekmektedir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012). Stanic ve Kilpatrick (1989) de problem çözme sürecinin gerçek yaşam durumları ile ilgili örnekler sunularak, öğrencilerin spesifik bir matematik konusuna ilgilerinin çekilebileceğini vurgulamaktadır.

Öğrencilerin problemlere verdikleri yanıtlarının gerçek yaşam için anlamlı olup olmadığını sorgulamaları gereken matematik konularından birisi de dört işlem arasında yer alan bölme işlemidir. Bölme işlemi, iki çokluğun karşılaştırılması için başvurulan işlemidir. Spesifik olarak, bölme işlemi “a ve b birer doğal sayı, x bilinmeyen bir sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere, $b \cdot x = a$ eşitliğini sağlayacak şekilde x doğal sayısının bulunması” şeklinde tanımlanmaktadır (Baykul, 2005, s. 241). Bu tanım da görüldüğü üzere, toplama ve çıkarma işlemlerine benzer şekilde, çarpma ve bölme işlemleri arasında da ters ilişki vardır (Parker ve Baldrige, 2003). Bölme ve çarpma işlemleri arasındaki ilişkiden yola çıkarak, bölme işlemi verilmeyen çarpanı ya da kayıp çarpanı bulma şeklinde açıklayanlar da bulunmaktadır (Olkun ve Toluk-Uçar, 2014; Parker ve Baldrige, 2003). Kayıp çarpan anlamı dışında, literatürde çoğunlukla bölme işleminin eşit paylaşım ve ölçme anlamlarına değinilmektedir. Eşit paylaşım anlamı ile ilgili olan problemlerde grup sayısı bilinirken, her bir gruptaki nesne/kişi sayısı bilinmemektedir. Ölçme anlamı ile ilgili olan problemlerde ise, her bir gruptaki nesne/kişi sayısı bilinmesine rağmen, grup sayısı bilinmemektedir (Bulgar, 2003; Simon, 1993). Diğer bir deyişle, eşit paylaşım anlamına odaklanan sorularda nesne grubunun içinden bir grup nesnenin alınması ve belirli sayıdaki gruba bu nesnelerin tamamı bitene kadar paylaşılması gerekmektedir. Ölçme anlamına odaklanan sorularda ise, nesne grubunun belirli sayıdaki gruba nesnelere bitene kadar dağıtılması gerekmektedir. Örneğin; “10 elmanın 5 kişi arasında eşit şekilde paylaşılması sonucunda bir kişiye düşen elma sayısının sorulması” eşit paylaşım anlamına odaklanan bir problem iken, “10 elmanın her bir kişiye ikişer tane verilmesi sonucunda kaç kişiye verilebileceğinin sorulması” ise ölçme anlamına odaklanan bir problemdir. Ayrıca, literatürde yukarıda değinilen iki anlam dışında bölmenin kayıp çarpan anlamı olduğu da belirtilmektedir (Olkun ve Toluk-Uçar, 2014). Öğrencilerin bölme işleminin farklı anlamlara sahip olduğunu bilmeleri önemli olmakla birlikte, bu anlamların nasıl isimlendirildiğini bilmelerinin gerekli olmadığı değerlendirilmektedir. Buna karşılık, öğretmenlerin ise, bölme işleminin farklı anlamlara sahip olduğunu ve bu anlamların neler olduğunu bilmeleri gerekmektedir. Bu bilgi, öğretmenlerin öğretimlerini bu farkındalık ile planlamaları ve gerçekleştirmeleri noktasında kendilerine yardımcı olmaktadır. Bu ise öğrencilerin bölme konusunu hem kavramsal hem de işlemsel boyutta anlamalarını sağlamaktadır (Haylock ve Cockburn, 2013).

Bölme işlemi ile ilgili çalışmalar incelendiğinde, öğrencilerin bölme işlemi problemlerini işlemel düzeyde çözdükleri, bu çözümler sırasında sistematik ya da teknik hatalar yaptıkları ve buldukları sonuçları yorumlayamadıkları görülmektedir (DeFranco ve Curcio, 1997; Greer, Verschaffel ve De Corte, 2002; Kubanç, 2012; Rodríguez, Hernandez, Jimenez, Guerrero, Caballero, 2009). Öğrenciler ile benzer hataları sergileyen öğretmen ve öğretmen adaylarının bölme işleminin farklı anlamlara sahip olduğunun da farkında olmadığı görülmektedir (Graeber, Tirosh ve Glover, 1986; Greer, 1995; Silver, Shapiro ve Deutsch, 1993; Simon, 1993; Tirosh ve Graeber, 1989). Öğretmenlerin bu şekilde eksikliklerinin bulunması ise, öğrencilerin bölme işlemini diğer işlemlere kıyasla daha zor olarak düşünmelerine neden olmaktadır (Lamb ve Booker, 2004). Nitekim “öğretmen bilgisinin sınıfta yapılanları ve sonucunda da öğrencilerin öğrenmesini etkileyen en önemli faktörlerden birisi” olduğu bilinmektedir (Fennema ve Franke, 1992). Diğer bir deyişle, öğrencilerin bölme işlemini ve ilgili problemleri diğer işlemlere ve ilgili problemlere göre daha zor kabul etmelerinin sebebi, öğretmenlerin bölme işlemi ile ilgili bilgisine ve problem çözme becerisine bağlanabilir. Öğretmenlerin bölme işlemi problemleri çözme becerilerinin yüksek olması, öğrenme sürecini öğrencilerinin problem çözme becerisini geliştirecek şekilde planlamasını sağlamaktadır (Clarke, Cheeseman, McDonough ve Clarke, 2003). Öğrencilerin problem çözme becerilerinin yüksek olması ise, sadece matematikteki performanslarını olumlu anlamda etkilemeyeip, aynı zamanda matematiğin gerçek yaşamdan kopuk olmadığını, aksine gerçek yaşam ile iç içe olduğunu anlamaları noktasında önemlidir (NCTM, 2000; Verschaffel ve De Corte, 1997).

Bu bakış açısı ile öğrencilerin problem, problem çözme, bölme işlemi ve ilgili problemlerle ilk defa karşılaştıkları ilkokul süreci oldukça önemlidir. Bu noktada atılacak en önemli adım ise, geleceğin sınıf öğretmenleri olan sınıf öğretmeni adaylarının ilgili konudaki problem çözme becerilerinin incelenmesi ve geliştirilmesi noktasında gerekli adımların atılmasıdır. Buna rağmen, sınıf öğretmeni adaylarının problem çözme becerilerini inceleyen çalışmaların sınırlı olduğu gibi, literatürde sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi problemlerini çözme becerilerini inceleyen çalışmalara da ulaşamamıştır. Bu bağlamda, bu çalışma ile sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin eşit paylaşım ve kayıp çarpan anlamlarına odaklanan problemleri çözme becerilerinin nasıl farklılaştığının incelenmesi ve ilgili literatüre katkıda bulunması beklenmektedir.

2. Yöntem

Araştırmanın modeline, katılımcılarına, verilerin toplanması ve analiz edilmesi konusundaki bilgilere bu bölümde yer verilmiştir.

2.1. Araştırmanın Modeli

Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin eşit paylaşım ve kayıp çarpan anlamlarına odaklanan kalanlı bölme işlemi problemlerini çözme becerilerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen bu çalışma bir tarama araştırmasıdır. Tarama araştırmaları bir konuya ya da olaya ilişkin katılımcıların görüşlerinin, ilgi, beceri, performans, yetenek, tutum gibi özelliklerinin betimsel istatistikî sonuçlar halinde sunulduğu araştırmalardır (McMillan ve Schumacher, 2010).

2.2. Katılımcılar

Bu çalışmanın katılımcılarını, 2018-2019 akademik yılı güz döneminde İç Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir devlet üniversitesinin Sınıf Eğitimi Anabilim Dalı dördüncü sınıfında öğrenim gören ve çalışmaya gönüllü olarak katılmayı kabul eden 60 öğretmen adayı oluşturmaktadır.

2.3. Verilerin Toplanması

Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminin farklı anlamlarına odaklanan kalanlı bölme işlemi problemlerini çözme becerilerini belirlemek amacıyla kullanılan veri toplama aracı, iki bölümden oluşan bir problem çözme testidir. Araştırmacılar tarafından hazırlanan problem çözme testinin ilk bölümünde bölme işleminin eşit paylaşım anlamına odaklanan 4 açık uçlu problem, ikinci bölümünde ise bölme işleminin kayıp çarpan anlamına odaklanan 4 açık uçlu problem yer almaktadır. Rodríguez ve arkadaşları (2009) bölme işlemi problemlerini "kalanın bölünebilir, kalanın bölünemez ve kalanın sonuç olduğu durumlar ile kalanın kısmı artırımlarla yeniden ayarlandığı durumlar" olmak üzere dörde ayırmaktadır. Bu doğrultuda, hazırlanan problem çözme testinde bölme işleminin eşit paylaşım ve kayıp çarpan anlamları için her bir durumdan birer problem yer almaktadır. Her bir problem durumuna, bu çalışmanın bulgular bölümünde yer verilmektedir. Testte yer alan problemlerin hazırlanması süresinde ilgili alanyazın taraması yapılmış olup, ilkökul matematik öğretim programındaki bölme işlemi konusu kazanımları da dikkate alınmıştır. Uzman görüşü alınan ve gerekli değişiklikler yapılan problem çözme testi, problemlerin anlaşılabilirliğini test etmek amacıyla aynı anabilim dalında öğrenim gören asıl uygulamanın dışında tutulan dördüncü sınıf öğretmen adaylarına uygulanarak pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Asıl uygulama öncesinde öğretmen adaylarına çalışmanın amacı hakkında bilgilendirme yapılmış olup, çözümlerinin nota dönüştürülmeyeceği ve sadece araştırma amaçlı yapıldığı bilgisi verilmiştir. Gerekli izinlerin alınmasından sonra veri toplama aracı olarak hazırlanan problem çözme testi öğretmen adaylarına dağıtılmış ve araştırma-ya katılan her bir öğretmen adayına ilgili problemleri çözmeleri için ortalama 40 dakika süre verilmiştir.

2.4. Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının problem çözme testinde yer alan problemlere verdikleri yanıtlar, Verschaffel, De Corte ve Lasure (1994) tarafından geliştirilen "Gerçekçi Yanıt, Beklenen Yanıt, İşlem Hatası, Diğer Yanıt ve Boş" şeklindeki sınıflama kullanılarak analiz edilmiştir. Bu sınıflamada yer alan "Gerçekçi Yanıt", problemin çözümünün uygun matematiksel işlemleri kullanılarak tamamlanmasının ardından, bulunan sonucun gerçek yaşam için anlamlı olup olmadığının da göz önünde bulundurulduğu yanıtları içermektedir. Öğretmen adaylarının "Gerçekçi Yanıt" kategorisi altında kodlanan yanıtları ayrıca "+" ya da "-" şeklinde ikiye ayrılmıştır. Bu ayırım, öğretmen adaylarının problemlere verdikleri sayısal sonuçlar ile birlikte yaptıkları açıklamalara, yorumlara ya da gerekçelere dayanılarak yapılmıştır. Bu ayırım sayesinde, gerçekçi yanıt verip gerçekçi yorum yapan öğretmen adayları ile gerçekçi yanıt vermesine rağmen, gerçekçi yorum yapmayan öğretmen adayları ayırt edilmiştir. "Beklenen Yanıt", problemin çözümü için uygun matematiksel işlemlerin gerçekleştirildiği; fakat bulunan sonucun gerçek yaşam için doğruluğunun sorgulanmadığı yanıtları içermek-

tedir. “Beklenen Yanıt” kategorisi altında kodlanan yanıtlar da “Gerçekçi Yanıt” kategorisi altında kodlanan yanıtlara benzer şekilde “+” ve “-” olarak ikiye ayrılmıştır. “İşlem Hatası”, problemin çözümü için takip edilen matematiksel işlemler sırasında işlem hatasının yapıldığı yanıtları içermektedir. Son olarak, “Diğer Yanıt” kategorisi yukarıda açıklanan “Gerçekçi Yanıt, Beklenen Yanıt ya da İşlem Hatası” kategorilerine girmeyen yanıtları içermektedir.

Öğretmen adaylarının yanıtları yukarıda açıklanan sınıflama doğrultusunda incelenmeden önce, her bir öğretmen adayının kağıdı tek tek kontrol edilmiş ve bu kağıtlar $\text{ÖA}_1, \text{ÖA}_2, \text{ÖA}_3, \dots, \text{ÖA}_{60}$ şeklinde sıralı biçimde numaralandırılmıştır. Devamında ise, öğretmen adaylarının yanıtları araştırmacılar tarafından birbirlerinden bağımsız olarak kodlanmıştır. Kodlama tutarlılığını belirlemek amacıyla bir araya gelen araştırmacılar, farklı şekilde kodladıkları öğretmen adaylarının yanıtlarını tekrar inceleyerek görüş birliğine varmıştır. Kodlayıcılar arası güvenilirliği belirlemek için Miles ve Huberman’ın (1994) “Görüş birliği / (Görüş birliği + Görüş ayrılığı) x 100” kullanılmıştır. Bu formüle göre kodlayıcılar arası güvenilirlik, %95 olarak hesaplanmıştır. Öğretmen adaylarının problem çözme testinde yer alan problemlere verdikleri yanıtların kodlama dağılımları frekans değerleri yardımıyla verilmiştir. Bulguların anlamlandırılması için öğretmen adaylarının yanıtlarından doğrudan alıntılar yapılmıştır.

3. Bulgular ve Yorum

Çalışmanın bulguları, bölme işleminin iki farklı anlamı olan eşit paylaşım ve kayıp çarpan başlıkları altında sırasıyla sunulmuştur. Her bir başlık altında sırasıyla “kalanın bölünebilir, kalanın bölünemez ve kalanın sonuç olduğu durumlar ile kalanın kısmı artırımlarla yeniden ayarlandığı durumlar” için ulaşılan bulgulara yer verilmiştir.

3.1. Eşit Paylaşım Anlamına Odaklanan Problemlerden Elde Edilen Bulgular

Öğretmen adaylarının bölme işleminin eşit paylaşım anlamına odaklanan problemlere verdikleri yanıtlar incelendiğinde; “gerçekçi yanıt, beklenen yanıt, işlem hatası” kategorileri altında kodlanan yanıtlar verdikleri görülmüştür. Ayrıca gerçekçi yanıt ve beklenen yanıt kategorileri altında kodlanan yanıtların bir kısmında ise, öğretmen adaylarının yanıtlarını bir gerekçeye dayandırdıkları da belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının eşit paylaşım altında yer alan problemlere verdikleri yanıtların dağılımları Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Öğretmen Adaylarının Eşit Paylaşım Anlamına Odaklanan Problemlere Verdikleri Yanıtlar

	Kalanın Bölünebilir Olduğu Durumlar	Kalanın Bölünemez Olduğu Durumlar	Kalanın Sonuç Olduğu Durumlar	Kalanın Kısmi Artırımlarla Yeniden Ayarlandığı Durumlar
Gerçekçi Yanıt (+)	0	7	0	10
Gerçekçi Yanıt (-)	45	49	59	36
Beklenen Yanıt (+)	6	0	0	8
Beklenen Yanıt (-)	6	4	1	5
İşlem Hatası	3	0	0	1

Öğretmen adaylarının bölme işlemi problemlerini çözme becerilerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen bu çalışmada, bölme işleminde kalanın bölünebilir olduğu durum için “Mahallemizdeki pizzacı 21 kg pizza hamuru hazırlamıştır. Pizzacı, hamurun tamamını kullanarak 6 adet standart orta boy pizza hazırlamak ister. Buna göre, her bir pizza için ne kadar hamur kullanılmalıdır?” şeklinde bir problem durumu verilmiştir. Bu problem durumu için öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde, Tablo 1’den de görüldüğü gibi, öğretmen adaylarının çoğunun (45/60) herhangi bir gerekçeye dayandırmadan ya da sayısal yanıtlarını yorumlamadan gerçekçi yanıtlar verdikleri görülmüştür. Diğer bir deyişle, öğretmen adaylarının problem durumunun çözümü için gerekli olan bölme işlemini doğru bir şekilde gerçekleştirerek sayısal yanıtı buldukları; fakat problem cümlesinde geçen “hamur” ifadesinin gerçek yaşamda bölünebilir bir durum olduğunu dikkate aldıklarını gösteren herhangi bir açıklama yapmadıkları görülmüştür.

Beklenen Yanıt (+) şeklinde kodlanan öğretmen adaylarının çözümleri incelendiğinde ise; her bir pizzanın yapımı için 3kg hamur olmak üzere toplam 18kg hamur kullanılacağını ve 3kg hamurun da artacağını belirttikleri görülmektedir. Bu durumun aksine yanıtları Beklenen Yanıt (-) olarak kodlanan öğretmen adayları ise sadece kullanılacak olan hamura odaklanıp, kalan hamur için herhangi bir açıklama yapmamıştır. Her iki kategori için de öğretmen adaylarının yanıtlarından birer örnek Şekil 1 ve Şekil 2’de sunulmuştur.

21 | 6
-18
3

3 kg → Her bir pizza için 3 kg hamur kullanır. 3 kg hamur da artar.

Şekil 1. ÖA₁₀'un Kalanın Bölünebilir Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

The image shows a handwritten mathematical solution on a piece of paper. On the left, there is a long division problem: $21 \overline{) 6}$ with a quotient of 3 and a remainder of 15. Below this, the number 7 is written. To the right of the division, there is a handwritten note in Turkish: "3 kg hamur kullanmak."

Şekil 2. ÖA₁₈'in kalanın bölünebilir olduğu problem durumuna verdiği yanıt

Öğretmen adaylarından üçünün ise, problemin çözümü için kullandıkları bölme işleminde kalanın devam ettirilmesi kısmında işlem hatası yaptıkları için doğru sonuca ulaşamadıkları görülmüştür.

Bölme işleminde kalanın bölünemez olduğu durum için ise; problem çözme testinde "Ali'nin dedesi 6 torununa 26 balonu eşit şekilde paylaşmak istemektedir. Bu paylaşım sonucunda torunlardan her birine düşen balon sayısı kaçtır?" şeklinde bir problem durumu verilmiştir. Bu problem durumunda öğretmen adaylarının çoğunluğunun (56/60) doğru yanıtlar verdikleri görülmüştür. Ayrıca, bir önceki problem durumunun aksine bu problem durumu için Gerçekçi Yanıt (+) altında kodlanan yanıtlar da bulunmuştur. Bu kategori altında kodlanan yanıtlar incelendiğinde, öğretmen adaylarının problem cümlesinde geçen "balon" ifadesini dikkate alarak, paylaşım sonucunda geriye kalan 2 balonu gerçek hayatta 6 toruna eşit bir şekilde paylaşmanın mümkün olmadığını belirterek probleme gerekçeli ve gerçekçi yanıtlar verdikleri görülmüştür. Örneğin, ÖA₂₉ bu durumu "Eşit olarak paylaşım yapılamaz. Sebebi ise bölünenin türünün balon olması." şeklinde ifade etmiş ve Şekil 3'teki gibi yanıt vermiştir.

The image shows a handwritten mathematical solution on a piece of paper. On the left, there is a long division problem: $26 \overline{) 6}$ with a quotient of 4 and a remainder of 2. Below this, the number 2 is written and circled. To the right of the division, there is a handwritten note in Turkish: "Eşit olarak paylaşım yapılamaz. Sebebi bölünenin türünün balon olması. Her toruna 4'er balon verir. 2 tanesi kalır."

Şekil 3. ÖA₂₉'un kalanın bölünemez olduğu problem durumuna verdiği yanıt

Beklenen Yanıt (-) kategorisi altında kodlanan dört yanıt incelendiğinde ise, öğretmen adaylarının "balon" ifadesini dikkate almadıkları, bunun sonucunda ise balonu paylaşılabilir bir nesne olarak kabul edip bölme işlemini devam ettirdikleri ve Şekil 4'teki gibi yanıt verdikleri görülmüştür.

$$\begin{array}{r} 26 \overline{) 6} \\ - 24 \\ \hline 020 \\ - 18 \\ \hline 02 \end{array}$$

4,3 balon dışarı

Şekil 4. ÖA₃'ün Kalanın Bölünemez Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Öğretmen adaylarının bölme işlemi problemlerini çözme becerilerini belirlemek amacıyla sorulan bir diğer problem durumu "Futbol takımı seçmelerine kalan 35 öğrenciden 4 takım oluşturulması planlanmaktadır. Her bir takımda eşit sayıda öğrencinin yer alması gerektiğine göre, takıma giremeyecek (yedekte kalan) öğrenci sayısı kaçtır?" şeklindedir. Tablo 1'den görüldüğü üzere, öğretmen adaylarının diğer problem durumlarına kıyasla en çok doğru cevabı verdikleri durum "Kalanın Sonuç Olduğu Problem Durumu" örneğidir. Bir öğretmen adayı dışındaki bütün öğretmen adayları, problemin çözümü için Gerçekçi Yanıt (-) kategorisinde yanıt vermiştir. Bu öğretmen adayları, bölme işlemi sonucunda kalanı 3 bulmasına ve 3 kişinin açıkta kalacağını belirtmesine rağmen, yorum bölümünde kalanın kişi sayısını belirttiğini ve bunun paylaşılabılır özellikte olmadığını açıklamamıştır. Şekil 5'te benzer şekilde bölme işlemini gerçekleştirmiş olan ve kalan 3 öğrencinin takıma giremeyeceğini, yedekte kalacağını belirten ÖA₂'nin yanıtına yer verilmiştir.

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 4} \\ - 32 \\ \hline 03 \end{array}$$

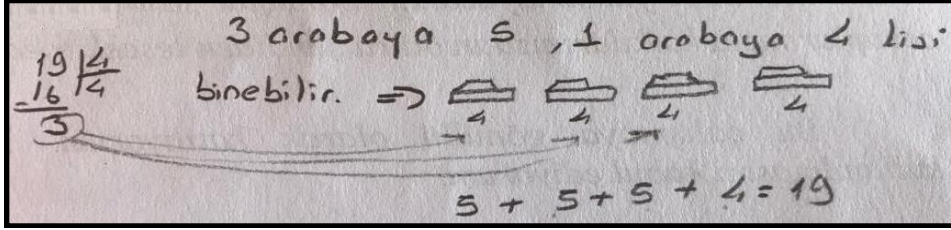
8'er kişiden 4 takım oluşturulur.
3 kişi yedekte kalır

Şekil 5. ÖA₂'nin kalanın sonuç olduğu problem durumuna verdiği yanıt

Bu probleme doğru yanıt veremeyen bir öğretmen adayı ise, bölme işleminde kalanı devam ettirerek, bulduğu sayısal yanıtın gerçek yaşam için anlamlı olup olmayacağını sorgulamamış ve her bir takımda 8,75 öğrencinin yer alacağını, dolayısıyla yedekte öğrenci kalmayacağını belirtmiştir.

Bölme işleminde kalanın kısmi artırımlarla yeniden ayarlandığı durum örneği için ise, problem çözme testinde "19 kişilik bir arkadaş grubu kendi arabalarıyla Afyon'a gezi düzenlemeyi planlamaktadır. Bu gezi için sadece 4 araba bulunduğu ve arabalar aynı anda hareket edeceğine göre, her bir arabaya binecek kişi sayısı kaçtır?" şeklindeki bir problem durumu yer almıştır. Tablo 1'den görüldüğü üzere, kalanın kısmi artırımlarla yeniden ayarlandığı durum, diğer problem durumlarına kıyasla öğretmen adaylarının yanıtlarının en çok çeşitlilik gösterdiği problem durumu olarak belirlenmiştir. Diğer problem durumlarına benzer şekilde öğretmen adaylarının çoğunluğunun (46/60) doğru yanıtları verdikleri görülmüştür. Doğru yanıtlar incelendiğinde ise, 10 öğretmen adayının

yanıtlarını açıklamalar yaparak gerekçelendirdikleri görülmüş ve bu yanıtlar Gerçekçi Yanıt (+) kategorisi altında kodlanmıştır. Bu kategori altında kodlanan yanıtlardan birisi ÖA₁ tarafından Şekil 6'daki gibi verilmiştir.



Şekil 6. ÖA₁'in Kalanın Kısmi Artırımlarla Yeniden Ayarlandığı Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Şekilde görüldüğü üzere ÖA₁, bölme işlemini gerçekleştirmiş ve başlangıçta her bir arabaya 4 kişinin bineceğini belirlemiştir. Devamında ise, kalan 3 kişiyi her bir arabaya birer kişi olmak üzere paylaşmış ve üç arabaya 5 kişinin, 1 arabaya ise 4 kişinin bineceğini belirtmiştir. Beklenen Yanıt kategorisi altında kodlanan yanıtlar (13/60) incelendiğinde ise, 8 öğretmen adayının bölme işlemini gerçekleştirdikleri ve her bir arabaya binecek kişi sayısını 4 olarak buldukları görülmüştür. Bölme işlemi sonucunda kalan 3 kişi için "3 kişi açıkta kalır" ya da "3 kişi geziye gidemez" şeklinde bir açıklama belirtmeleri yanıtlarının Beklenen Yanıt (+) olarak kodlanmasını sağlamıştır. Yanıtları Beklenen Yanıt (-) kategorisi altında kodlanan öğretmen adayları ise sadece bölme işlemini gerçekleştirmiş ve kalan 3 öğrenci için hiçbir açıklama yapmamıştır.

3.2. Kayıp Çarpan Anlamına Odaklanan Problemlerden Elde Edilen Bulgular

Öğretmen adaylarının kalanlı bölme işlemi problemlerini çözme becerilerini belirlemek amacıyla kullanılan problem çözme testinde yer alan diğer dört problem ise bölme işleminin kayıp çarpan anlamına odaklanmaktadır. Öğretmen adaylarının bu problemlere verdikleri yanıtlar incelendiğinde; "gerçekçi yanıt, beklenen yanıt, işlem hatası, diğer yanıt ve boş" kategorileri altında yanıtların dağılım gösterdiği belirlenmiştir. Eşit paylaşım anlamına odaklanan problem durumlarında olduğu gibi kayıp çarpan anlamına odaklanan problem durumlarında da yine öğretmen adaylarının yanıtlarını bir gerekçeye dayandırarak açıkladıkları görülmüştür. Eşit paylaşım anlamına odaklanan problemlere verilen yanıtların dağılımları aşağıda Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. Öğretmen Adaylarının Kayıp Çarpan Anlamına Odaklanan Problemlere Verdikleri Yanıtlar

	Kalanın Bölünebilir Olduğu Durumlar	Kalanın Bölünemez Olduğu Durumlar	Kalanın Sonuç Olduğu Durumlar	Kalanın Kısmi Artırımlarla Yeniden Ayarlandığı Durumlar
Gerçekçi Yanıt (+)	1	5	8	7
Gerçekçi Yanıt (-)	51	37	45	0
Beklenen Yanıt (+)	3	6	0	41
Beklenen Yanıt (-)	0	5	1	9
İşlem Hatası	4	2	3	2
Diğer Yanıt	1	5	2	0
Boş	0	0	1	1

Kayıp çarpan anlamına odaklanan ve kalanın bölünebilir olduğu duruma yönelik problem çözme testinde “Ayşe 45 kg ağırlığındadır. Ayşe’nin kilosu, kardeşinin kilosunun 2 katıdır. Buna göre, Ayşe’nin kardeşi kaç kg ağırlığındadır?” şeklinde bir problem durumu yer almıştır. Öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde, Tablo 2’de görüldüğü üzere, çoğunluğun (51/60) yanıtlarını herhangi bir gerekçe dayandırmadan sadece aşağıda Şekil 7’de verildiği gibi sayısal bir yanıt buldukları görülmüştür.

Şekil 7. ÖA₃₆’nın Kalanın Bölünebilir Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Bir öğretmen adayının (ÖA₃₂) ise, Şekil 8’de görüldüğü üzere problem cümlesinde geçen “kilo” ifadesine dikkat ettiği ve “kg’in yarısı vardır” şeklinde bir açıklama yaptığı belirlenmiştir. Öğretmen adayının bir gerekçe belirtmesi yanıtının Gerçekçi Yanıt (+) kategorisi altında kodlanmasını sağlamıştır.

ondaki kesir çıkar. kg'in yarısı vardır
45'i 2'ye böldüğümüzde 22,5 kg var

Şekil 8. ÖA₃₂'nin Kalanın Bölünebilir Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Çözümleri, Beklenen Yanıt (+) kategorisi altında kodlanan 3 öğretmen adayı ise bölme işlemini doğru şekilde gerçekleştirerek 22,5 kg yanıtını bulmalarına rağmen, buldukları sayıyı Şekil 9 ve Şekil 10'da görüldüğü üzere aşağı ya da yukarı değere yuvarlayarak 22 kg ya da 23 kg şeklinde yanıt vermiştir.

Ayşe. \rightarrow 45 kg derim.
kardeşi \rightarrow 45 kg yani yarısıdır.
Buna göre kardeşi $\frac{45}{2} = 22,5$ 22 kg'dır.

Şekil 9. ÖA₂₈'in Kalanın Bölünebilir Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

A \rightarrow 45
K \rightarrow 22,5 \rightarrow 23

Şekil 10. ÖA₁₅'in Kalanın Bölünebilir Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

İşlem Hatası yapan 4 öğretmen adayının ise, Şekil 11 ve Şekil 12'deki gibi bölme işleminde hata yaptıkları ve sonucu 24,5 kg ve 27,5 kg buldukları görülmüştür.

$\frac{45}{2} = 24,5$ kg dir.

Şekil 11. ÖA₅₈'in Kalanın Bölünebilir Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Ayşe 45 kg
2 kat demek yarısı 2 tane Ayşe'nin karesi demektir
45 / 2 = 22,5 dir

Şekil 12. ÖA₅₀'in Kalanın Bölünebilir Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Bölme işleminde kalanın bölünemez olduğu durum örneği için problem çözme testinde “Lale'nin 25 tane pastel boya kalemi bulunmaktadır. Lale'nin pastel boya kalemlerinin sayısı Jale'nin pastel boya kalemlerinin sayısının yaklaşık 3 katıdır. Buna göre, Jale'nin kaç tane pastel boya kalemi vardır?” şeklindeki problem durumu yer almıştır. Tablo 2'de görüldüğü gibi, bu problemde 42 öğretmen adayının gerçekçi yanıtlar verdikleri belirlenmiştir. Çözümleri, Gerçekçi Yanıt (+) kategorisi altında kodlanan öğretmen adaylarından bazıları problem cümlesinde geçen “yaklaşık” ifadesini dikkate alarak Lale'nin kalem sayısını 3'ün katı ve 25'e en yakın sayı olan 24 olarak kabul edebilecekleri şeklinde açıklama yaparken, bazıları ise bölme işlemi sonucunda kalanı dikkate almayarak Jale'nin 8 tane pastel boya kalemi olduğunu belirtmiştir.

25 / 3 = 8 → 8 tane civarındadır

Şekil 13. ÖA₅₀'nin Kalanın Bölünemez Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Lale=25
25 / 3 = 8
Jale'nin 8 boya kalemi vardır.

Şekil 14. ÖA₁₄'ün Kalanın Bölünemez Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Beklenen Yanıt (+) kategorisi altında kodlanan yanıtlar incelendiğinde ise, öğretmen adaylarının bölme işlemini gerçekleştirdikleri ve Jale'nin kalem sayısını Şekil 15'teki gibi “8 ya da 9 tane olabilir” biçiminde açıkladıkları görülmüştür.

25/8
24/8
1

8 ya da 9 tane olabilir

Şekil 15. ÖA₁₈'in Kalanın Bölünemez Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Beş öğretmen adayının ise, problem cümlesinde geçen “yaklaşık” ifadesine dikkat etmeden ya da problem cümlesindeki “pastel boya kalem” ifadesinin gerçek yaşamda bölünebilir olup olmadığını sorgulamadan sadece bölme işlemini sayısal olarak gerçekleştirmeye odaklandıkları görülmüştür. Bu işlem sonucunda Jale'nin kalem sayısını 8,333... şeklinde hesaplayan öğretmen adaylarının yanıtları Beklenen Yanıt (-) kategorisi altında kodlanmıştır. Bu duruma örnek Şekil 16'da sunulmuştur.

x=lale y=Jale x=25
25/3
24/3
010

3y=25
8,3 pastel boyası vardır Jale'nin

y=25/3

Şekil 16. ÖA₃'ün Kalanın Bölünemez Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Diğer kategorisi altındaki yanıtlar incelendiğinde, öğretmen adaylarının (5/60)“Jale'nin pastel boya kalemlerinin sayısı Lale'nin pastel boya kalemlerinin sayısının 3 katı şeklinde kabul ettiklerine” dair açıklamalar görülmüştür. Bunun sonucunda ise, öğretmen adaylarının bölme işlemi yerine çarpma işlemi yaptıkları ve Jale'nin pastel boya kalemlerinin sayısını Şekil 17'deki gibi çarpma işlemi yaparak yanıtladıkları belirlenmiştir.

25'in 3 katını yani 3 tane 25'in toplamını soruyor.

25 x 3 = 75 pastel boya kalemi vardır yaklaşık

Şekil 17. ÖA₄₃'ün Kalanın Bölünemez Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

İki öğretmen adayı ise, problemin çözümü için "25÷3" işlemini gerçekleştirmeleri gerektiğini bilmelerine rağmen, işlem hatası yaparak sonucu Şekil 18'deki gibi 7 bulmuştur.

Lale → 25 □
Jale → 25 □ | 3 □
- 21 □ (7)
4 □

Kutu sistemiyle anlatılabilir.
Bölme işlemine geçmeden soru basitçe somutlaştırılır.

Şekil 18. ÖA₂₈'in Kalanın Bölünemez Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

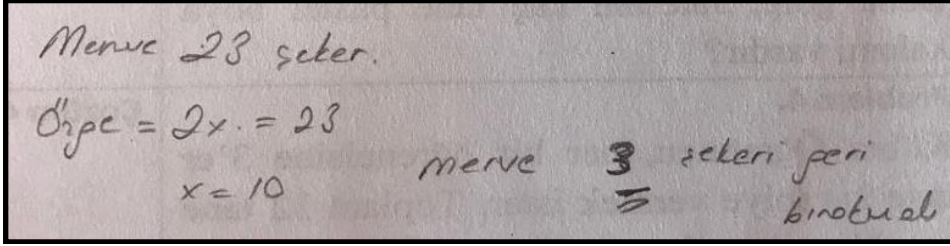
Öğretmen adaylarına bölme işleminde kalanın sonuç olduğu durum örneği olarak "Merve, cebine 23 tane şeker koymuştur. Merve'nin şeker sayısının, Özge'nin şeker sayısının iki katı olması gerekmektedir. Buna göre, Merve en az kaç tane şekeri geri bırakmalıdır?" şeklinde bir problem durumu verilmiştir. Bölme işleminin eşit paylaşım anlamına odaklanan ve kalanın sonuç olduğu problem durumu örneğinde olduğu gibi, öğretmen adayları bölme işleminin kayıp çarpan anlamı için de en fazla sayıda gerçekçi yanıt kalanın sonuç olduğu problem durumu örneğine vermiştir. Çözümleri, Gerçekçi Yanıt (+) kategorisi altında kodlanan öğretmen adayları, problem cümlesinde geçen "2 katı ifadesini" dikkate aldıklarını belirtir şekilde şeker sayısının çift sayı olması gerektiğini vurgulayan açıklamalar yapmışlardır. Bu sayının 23 sayısından küçük en büyük çift sayı olmasının sebebinin ise, en az sayıda şeker bırakılması gerektiğine bağlamışlardır. Bu duruma bir örnek ÖA₃₇'nin çözümü Şekil 19'da verilmiştir.

2x = 22 > 23'e en yakın çift sayı (24'ü almam çünkü geri bırakılacak şeker sayısı)
23 - 22 = 1 en az bırakacağı şeker sayısı

Şekil 19. ÖA₃₇'nin Kalanın Sonuç Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

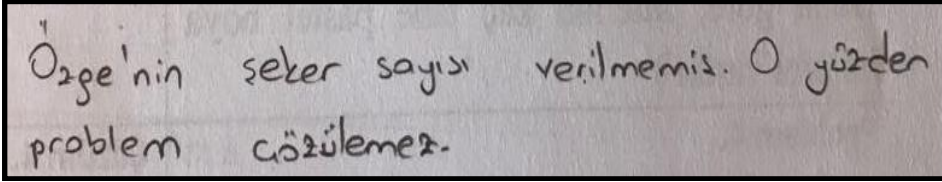
Gerçekçi Yanıt (+) kategorisi altında kodlanan yanıtların aksine, Gerçekçi Yanıt (-) kategorisi altında kodlanan yanıtlar incelendiğinde ise; öğretmen adaylarının bölme işlemini gerçekleştirdikleri ve işlem sonucunda kalan 1 sayısını yanıt olarak yazdıkları belirlenmiştir. Diğer bir deyişle, öğretmen adaylarının çift sayı olmasına ya da 23'ten küçük en büyük çift sayı olmasına dikkat ettiklerine dair herhangi bir açıklama yapmadıkları görülmüştür.

Çözümleri, İşlem Hatası kategorisi altında kodlanan öğretmen adayları ise, Merve'nin bırakacağı şekerlerden sonra kalacak olan şeker sayısının çift sayı olmasına dikkat etmiş olmasına rağmen, bırakılması gereken şeker sayısını Şekil 20'de görüldüğü gibi 3 tane olarak açıklamışlardır.



Şekil 20. ÖA₇'nin Kalanın Sonuç Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Çözümleri, Diğer Yanıt kategorisi altında kodlanan öğretmen adaylarından birisi (ÖA₄₃) problem cümlesinde Özge'nin şeker sayısı hakkında bilgi verilmediğini, dolayısıyla problemin çözülemeyeceğini belirtirken; diğer öğretmen adayı ise (ÖA₅₁) sadece Özge'nin şeker sayısını 11 olarak yazmıştır.



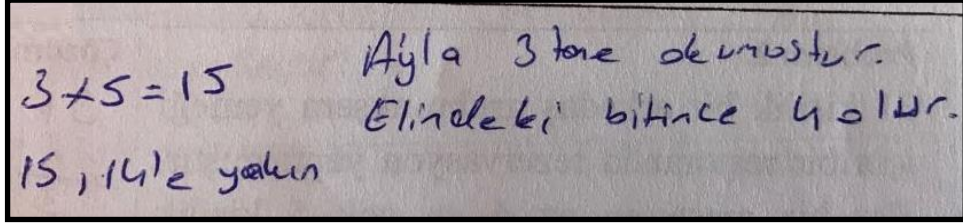
Şekil 21. ÖA₄₃'ün Kalanın Sonuç Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt



Şekil 22. ÖA₅₁'in Kalanın Sonuç Olduğu Problem Durumuna Verdiği Yanıt

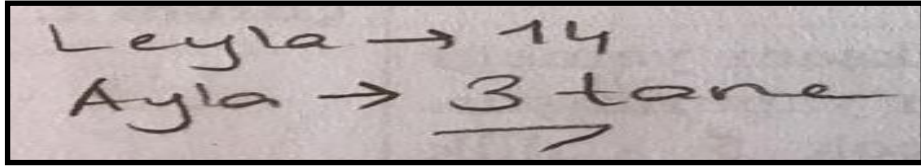
Son olarak, bölme işleminde kalanın kısmi artırımlarla yeniden ayarlandığı durum örneği için problem çözme testinde "Leyla 14 kitap okumuştur. Leyla'nın okuduğu kitap sayısı, Ayla'nın okuduğu kitap sayısının yaklaşık 5 katı kadardır. Ayla elindeki kitabı bitirdiğinde toplam kaç kitap okumuş olacaktır?" şeklindeki bir problem durumu verilmiştir. Tablo 2'de görüldüğü üzere, kalanın kısmi artırımlarla yeniden ayarlandığı durum diğer problem durumlarına kıyasla öğretmen adaylarının en az sayıda gerçekçi yanıtlar verdiği problem durumudur. Buna karşılık, gerçekçi yanıtlar

veren öğretmen adaylarının tamamının buldukları sayısal sonuç ile birlikte Şekil 23'te görüldüğü gibi bir gerekçe sundukları saptanmıştır.



Şekil 23. ÖA₂₂'nin Kalanın Kısmi Artırımlarla Yeniden Ayarlandığı Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Beklenen Yanıt (+) kategorisi altında yanıt veren öğretmen adayları ise problem cümlesinde geçen "yaklaşık" ifadesini dikkate almayarak Şekil 24'te verildiği gibi bölme işlemini gerçekleştirmişlerdir. Bölme işlemi sonucunda buldukları 2 sayısını okunmuş olan kitap sayısı, kalan 4 sayısını da okunan kitap sayısı olarak kabul etmişler ve "2+1 = 3 kitap" şeklinde açıklama yapmışlardır.



Şekil 24. ÖA₁₇'nin Kalanın Kısmi Artırımlarla Yeniden Ayarlandığı Problem Durumuna Verdiği Yanıt

Bölme işlemini Şekil 24'teki gibi gerçekleştirmesine rağmen kalanı dikkate almayarak okunan kitap sayısını 2 olarak belirleyen 9 öğretmen adayının yanıtları ise Beklenen Yanıt (-) kategorisi altında kodlanmıştır. İşlem Hatası kategorisi altında kodlanan yanıtlar incelendiğinde ise, öğretmen adaylarının bölme işleminde hatalar yaptıkları görülmüştür.

4. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada, sınıf öğretmeni adaylarının kalanlı bölme işlemi problemlerini çözme becerileri incelenmiştir. Özel olarak, öğretmen adaylarının problem çözme becerileri bölme işleminin eşit paylaşım ve kayıp çarpan anlamları dikkate alınarak araştırılmıştır. Çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının eşit paylaşım anlamına odaklanan problem durumlarına, kayıp çarpan anlamına odaklanan problem durumlarına kıyasla daha gerçekçi yanıtlar verdiklerini göstermiştir. Eşit paylaşım anlamına odaklanan problem durumlarına verilen gerçekçi yanıtlar incelendiğinde ise öğretmen adaylarının en fazla sayıda doğru yanıtları kalanın sonuç olduğu problem durumuna; en az sayıda doğru yanıtları ise, kalanın kısmi artırımlarla yeniden ayarlandığı problem durumuna verdikleri belirlenmiştir. Bu durum, kayıp çarpan anlamına odaklanan problem durumları için de benzer olup, öğretmen adaylarının çoğunluğunun kalanın kısmi artırımlarla yeniden ayarlandığı problem duru-

muna beklenen yanıtları verdikleri görülmüştür. Kalanın kısmi artırımlarla yeniden ayarlandığı problem durumu aynı zamanda öğretmen adaylarının yanıtlarının en çok çeşitlilik gösterdiği problem durumu olarak belirlenmiştir. Rodriguez ve arkadaşları (2009) da benzer şekilde, diğer problem durumlarına kıyasla kalanın kısmi artırımlarla yeniden ayarlandığı problem durumu örneklerinin daha zor olduğunu ve bu zorluğun bölme işleminin eşit paylaşım ya da kayıp çarpan anlamına bağlı olmadığını vurgulamıştır. Kalanın bölünemez olduğu problem durumları için literatürde öğrencilerin yaptığı hatalar arasında gösterilen sayısal bir yanıt bulma ve bu yanıtı gerçek yaşam için sorgulamama durumunun öğretmen adayları tarafından da yapılıyor olması dikkat çekicidir (Greer vd., 2002; Silver vd., 1993). Bu bağlamda, öncelikle eğitim fakültelerindeki sınıf öğretmeni adaylarına matematik öğretimi derslerinde problem çözme sürecinde takip edilecek adımlar olduğu, sayısal bir yanıt bulmanın bu adımlardan sadece birisi olduğu, en son ve en önemli adımın bulunan sayısal yanıtın doğruluğunu, gerçekçi olup olmadığını, anlamlılığını ya da gerçek yaşama uygunluğunu sorgulamaları gerektiği problem durumları yardımıyla hissettirilebilir. Bu çalışmanın konusu olan bölme işleminin farklı anlamlarına ve bölme işlemini gerektiren problem durumlarında bölünenin cinsine göre kalanın farklı şekillerde yorumlanması gerektiğine de yine matematik öğretimi derslerinde değinilebilir. Benzer çalışmalar matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirilerek, çalışmanın bulgularının sınıf öğretmeni adaylarına özel olup olmadığı sorgulanabilir. Sınıf öğretmeni adaylarının ilgili problem durumlarında yaşadıkları zorlukların ya da yaptıkları hataların kaynakları araştırılabilir. Benzer şekilde bu zorlukların aşılması ya da hataların giderilmesi noktasında uygulamalı çalışmalar gerçekleştirilebilir.

Teşekkür

Bu makaleye konu olan çalışma, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri [BAP] birimi tarafından 2018-2114 nolu proje kapsamında desteklenmektedir. Bu projenin yazım aşamasında desteğini esirgemeyen acı kaybımız Arş. Gör. Yasir ARMAĞAN'ı şükranla ve rahmetle anıyoruz. Fakülte sekreterimiz Fatih ÖZMUTLU, mesai arkadaşlarımız Dr. Öğr. Üyesi Mikail YALÇIN ve Dr. Öğr. Üyesi Serdar ÇAĞLAK'a Allah'tan rahmet diliyoruz. Ruhları şad, mekânları cennet olsun...

Kaynaklar

- Ball, D.L. (2000).** Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to tech. *Journal of Teacher Education*, 51(3), 241-247.
- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008).** Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Baykul, Y. (2005).** *İlköğretimde matematik öğretimi (1-5.Sınıflar İçin)*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Bell, A., & Baki, A. (1997).** *Ortaöğretim Matematik Öğretimi, Cilt I*. YÖK, Ankara.

- Bishop, A.J. (1994).** Cultural conflicts in mathematics education: Developing a research agenda. *For the Learning of Mathematics*, 14(2), 15-18.
- Bloom, B., & Niss, M. (1991).** Applied mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37- 68.
- Bulgar, S. (2003).** Children's sense-making of division of fractions. *The Journal of Mathematical Behavior: Special Issue on Fractions, Ratio and Proportional Reasoning*, 22(3), 319-334.
- Charles, R.I. (2009).** The Role of Problem Solving in High School Mathematics. Reaching All Students.
<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.551.3073&rep=rep1&type=pdf>
sayfasından erişilmiştir.
- Chinnappan, M. (1998).** Schemas and mental models in geometry problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 36(3), 201–217.
- Clarke, D.M., Cheeseman, J., McDonough, A., & Clarke, B.A. (2003).** Assessing and developing measurement with young children. In D. H. Clements (Ed.), *Teaching and learning measurement* (2003 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp. 68–80). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- DeFranco, T.C., & Curcio, F.R. (1997).** A division problem with a remainder embedded across two contexts: Children's solutions in restrictive vs. real-world settings. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 19(2), 58–72.
- Fennema, E., & Franke, M.L. (1992).** Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164) New York: Macmillan.
- Graeber, A., Tirosch, D., & Glover, R. (1986).** Preservice teachers' beliefs and performance on measurement and partitive division problems. In G. Lappan & R. Even (Eds.), *Proceedings of the Eighth Annual Psychology of Mathematics Education-North America* (pp. 262-267). East Lansing MI, U.S.A.
- Greer, B. (1995).** Extending the meaning of multiplication and division. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics* (pp. 70-93). Albany: State University of New York.
- Greer, B. Verschaffel, L., & De Corte, E. (2002).** The answer is really 4.5: Beliefs about word problems. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education* (pp 271-292). Springer, Dordrecht.
- Grouws, D. A. (1996).** Critical issues in problem solving instruction in mathematics. In D. Zhang, T. Sawada, & J. P. Becker (Eds.), *Proceedings of the China-Japan U.S. Seminar on Mathematical Education* (pp. 70-93). Carbondale, IL: Board of Trustees of Southern Illinois University.

- Gür, H. (2006).** *Matematik Öğretimi*. İstanbul: Lisans.
- Haylock, D., & Cockburn, A. (2008).** *Understanding mathematics for young children: A guide for foundation stage and lower primary teachers*. London: SAGE.
- Jonassen, D.H. (2000).** Toward a design theory of problem solving. *Educational Technology Research and Development*, 48(4), 63–85.
- Lamb, J., & Booker, G. (2004).** The impact of developing teacher conceptual knowledge on students' knowledge of division. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 177-184).
- Lester, F.K. (1994).** Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 660-675.
- Lester, F.K., & Kehle, P. (2003).** From problem solving to modeling: The evolution of thinking about research on complex mathematical activity. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 501-517). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Kubanç, Y. (2012).** İlköğretim 1, 2 ve 3. Sınıf Öğrencilerinin Matematikte Dört İşlem Konusunda Yaşadığı Zorluklar ve Çözüm Önerileri. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi, Elazığ.
- Ma, L. (1999).** Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- McMillan, J.H., & Schumacher, S. (2010).** *Research in education: evidence-based inquiry* (7th ed.). Boston: Pearson.
- Miles, M.B., & Huberman, A.M. (1994).** *Qualitative data analysis: An expanded Sourcebook*. (2nd ed). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018).** Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Morgan, C. (2005).** Words, definitions and concepts in discourses of mathematics, teaching and learning. *Language and education*, 19(2), 103-115.
- Oaks, A.B. (1990).** *Writing to learn mathematics: Why do we need it and how can it help us?* Paper presented at Associations of Mathematics Teachers of New York States Conference, Ellenville.
- Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2004).** *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi* (3. Baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.

- Olkun, S. ve Toluk-Uçar Z. (2014).** *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi* (6. Baskı). Ankara: Eğiten Kitap.
- Parker, T.H., & Baldrige, S.J. (2003).** *Elementary Mathematics for Teachers*.
- Rodríguez, P., Lago, M.O., Hernández, M.L., Jiménez, L., Guerrero, S., & Caballero, S. (2009).** How do secondary students approach different types of division with remainder situations? Some evidence from Spain. *European journal of psychology of education, 24(4)*, 529-543.
- Silver, E.A., Shapiro, L.J., & Deutsch, A. (1993).** Sense making and the solution of division problems involving remainders: An examination of middle school students' solution processes and their interpretations of solutions. *Journal for Research in Mathematics Education, 24(2)*, 117-135.
- Simon, M.A. (1993).** Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education, 24(3)*, 233-254.
- Stanic, G.M.A., & Kilpatrick, J. (1989).** Historical perspectives on problem solving in mathematics curriculum. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *Research agenda for mathematics education: The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Swing, S., & Peterson, P. (1988).** Elaborative and integrative thought processes in mathematics learning. *Journal of Educational Psychology, 80(1)*, 54-66.
- Taplin, M. (1988).** *Mathematics through Problem Solving*.
https://www.mathgoodies.com/articles/problem_solving sayfasından erişilmiştir.
- Tirosh, D., & Graeber, A (1989).** Preservice elementary teachers' explicit beliefs about multiplication and division. *Educational Studies in Mathematics, 20*, 79-96.
- Türnüklü, E.B. ve Yeşildere, S. (2005).** Problem, Problem Çözme ve Eleştirel Düşünme. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25(3)*, 107-123.
- Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM). (2000).** *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Van de Walle, J.A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.M. (2012).** *Elementary and middle school mathematics. Teaching developmentally* (7th ed.). Boston: Pearson Education.
- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1997).** Word problems: A vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school? In T. Nunes & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp. 69-97). Hove, England: Psychology Press/Erlbaum (UK) Taylor & Francis.
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994).** Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction, 4*, 273-294.