



**MATEMATİKSEL BAŞARI DÜZEYLERİ FARKLI İKİ ALTINCI SINIF
ÖĞRENCİSİNİN KOORDİNAT SİSTEMİNİ SOYUTLAMALARI ÜZERİNE BİR
ÖRNEK OLAY ÇALIŞMASI**

**A CASE STUDY ON ABSTRACTION PROCESS ABOUT THE COORDINATE SYSTEM
OF TWO SIXTH GRADE STUDENTS AT DIFFERENT MATHEMATICAL SUCCESS
LEVELS**

**Dilek SEZGİN MEMNUN¹
Murat ALTUN²**

Öz

Bu araştırmada, matematik konusunda biri oldukça başarılı diğeri ise düşük başarılı olan iki altıncı sınıf öğrencisinin koordinat sistemini soyutlama süreci incelenmiştir. İki farklı uygulama problemi RBC+C modelinin kapsadığı dört farklı bilişsel eylemi (*tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme*) ortaya çıkaracak tarzda hazırlanmış ve bu iki öğrencinin oluşturduğu öğrenci grubunda uygulanmıştır. Verilerin analizi esnasında uygulamalarda kullanılan çalışma kâğıtları ile kaydedilen video kayıtları incelenmiştir. Yapılan incelemeler sonucunda, öğrencilerin koordinat sistemini oluşturmaları için gerekli ön bilgilerin bir kısmını tanıyıp kullanabildikleri anlaşılmış fakat yatay ve dikey eksen bilgisini oluşturmakla birlikte tanıyıp kullanmada zorlukları olduğu görülmüştür. Bu nedenle, bu öğrencilerin koordinat sistemini oluşturabilmelerini sağlayacak yeni uygulamalara ihtiyaç bulunmaktadır.

Anahtar Kelimeler: *Soyutlama, RBC+C Soyutlama Modeli, Koordinat Sistemi.*

Abstract

The abstraction process of the coordinate system by two sixth grade students, one of whom has a high level and the other has a low level of success in mathematics, has been examined in this research. Two research problems were prepared in a form to allow the distinguishing of four different cognitive actions of the RBC+C model, which are recognizing, building-with, construction and consolidation, and the research problems were applied to the group including two students participated in the research. The written documents and the video recordings of the research were examined for the analysis. As a result of the analysis, it has been understood that the students could recognize some of the preliminary information, which is required for the students in order to construct the coordinate system, but they had some difficulties about horizontal and vertical axis information. Therefore, new applications are needed to allow the students to be able to construct the coordinate system

Key Words: *Abstraction, RBC+C Abstraction Model, Coordinate System.*

¹ Dr., Uludağ Üniversitesi Eğitim Fak. İlköğretim Matematik Öğretmenliği A.B.D., dsmemnun@uludag.edu.tr

² Prof.Dr., Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fak. İlköğretim Matematik Öğretmenliği A.B.D., maltun@uludag.edu.tr

1. GİRİŞ

Son çeyrek yüzyılda, araştırmalarda ve eğitim sistemlerinde meydana gelen yöntem ve içerik değişiklikleri ile birlikte yüzyıllardır üzerinde bilgi kuramcıları tarafından tartışılan soyutlama kavramı ön plana çıkmış ve bu kavram birçok araştırmacı tarafından farklı biçimlerde yorumlanmış ve farklı soyutlama kuramları geliştirilmiştir. Matematiğin bir soyutlama bilimi olması ve matematiksel kavramların soyutlama sonucu elde edilmeleri, matematik eğitiminde soyutlamayı yani bilgi oluşturmayı ayrıca önemli kılmaktadır. Bu nedenle, bu kavram son yıllarda matematik eğitimi alanında da araştırılan ve tartışılan bir kavram olmuştur.

Bu farklı soyutlama modellerinden biri de *RBC+C soyutlama modelidir*. Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından matematiksel soyutlama süreçlerinin analiz edilmesi amacıyla ortaya atılan *RBC (recognizing - building with- constructing) soyutlama modeli*, 2007 yılında Dreyfus tarafından bu soyutlama sürecine *pekiştirme (consolidation)* bilişsel eyleminin de eklenmesiyle *RBC+C soyutlama modeli* olarak son halini almıştır. Soyutlamanın sosyokültürel bakış açısı ile ele alındığı bu modelde, soyutlama sürecinin soyut düşünceden hareketle meydana geldiğini fakat bilimsel kavramlar için deneyimsel düşünmenin soyut bilginin oluşmasına neden olmadığını ve bu nedenle de bilimsel kavramların soyutlanması sürecinde diyalektik mantığın gerekli olduğunu düşüncesi hâkimdir. Birçok araştırmacı tarafından benimsenen bu soyutlama modeli üzerine yapılan araştırmalarda da, soyutlama sürecinde uygulamalara katılanların geçmiş yaşantılarının, uygulamanın gerçekleşmiş olduğu sosyokültürel ve fiziksel koşulların gelişim sürecini etkilediği ve çoğu zamanda belirlediği örneklerle açıklamaya çalışılmıştır. Söz konusu bu araştırmalar, aynı zamanda bu modelin uygun modifikasyonlar yapılarak birçok farklı konuya uygulanabileceğini de göstermiştir (Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson ve Zaslavsky, 2006).

Bu soyutlama modelinde, öğrencilerin düşünceleri eylemlere dayanılarak tanımlanmaktadır. Bilişsel eylemlerin *gözlenebileceği* düşüncesi ile öğrencilerin sözlü ifadeleri ve eylemleri gözlemlenebilen *bilişsel eylemler* üzerinden çalışılmaktadır. Böylelikle, bu soyutlama modeli yapıların gözlenmesini kolaylaştırmaktadır (Dreyfus, 2007; Dreyfus ve Tsamir, 2004; Tsamir ve Dreyfus, 2002). Bu model, ortaya atılan dört farklı *gözlenebilir bilişsel eylem* [*tanıma - recognizing, kullanma - building with, oluşturma - constructing ve pekiştirme -consolidation*] üzerinden soyutlama sürecinin incelenmesine fırsat vermektedir. Cümle Silindi Bunlardan *tanıma* eylemi, çalışılan daha önceki uygulamalardan aşına olunan

ve karşılaşılan yapıların yeni çalışma esnasında tanınmasını yani gerekli durumlarda kullanılabilmesini ifade etmektedir (Dreyfus, 2007; Hassan ve Mitchelmore, 2006; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Bireyin tanıdığı bulunduğu matematiksel varlıkları yeni bilgi üretmeye giden yolda ilişkilendirme ve bunlardan yararlanma anlamına gelen *kullanma* eylemine ilişkin süreçte, birey problemde uygulanabilir bir çözümü oluşturmak için mevcut yapısal bilgisini kullanmakta ve daha önceden oluşturmuş olduğu bilgileri kullanarak amaca ulaşmaktadır (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001; Tsamir ve Dreyfus, 2002). *Tanıma* süreci ile iç içe geçmiş olan *kullanma* eyleminin gerçekleştiği bu süreçte bilinen bilgilerin yeni içerikle birleştirilmesi sağlanmaktadır (Bikner-Ahsbabs, 2004; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Soyutlamanın ana basamağı olan, yeniden düzenleme ve yeniden yapılanma süreçleri olarak tanınan *oluşturma* eylemi ise, tanınan yapıların kısmi değişikliğe uğratarak yeniden yapılandırılması süreci ve bunun sonucunda yeni anlamlar inşa etme yani yeni bilginin yapılanması *oluşturma* olarak ifade edilebilir (Bikner-Ahsbabs, 2004). *Oluşturma* eylemi, *tanıma* ve *kullanma* bilişsel eylemlerinin gerçekleşmesi sonucunda oluşur ve birey tek başına bu matematiksel konu üzerinde yoğun olarak düşündüğünde de gerçekleşebilir (Dreyfus, 2007; Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a ve 2001b). Kazanılan yeni kavramların pekiştirmeye olan ihtiyacı vardır yani soyutlanmış bir matematiksel nesne ancak *pekişmesi* halinde ancak yeni bir yapı olarak nitelenebilmektedir. Bireylerin iyi bildiği matematik konularını çalışırken ve yeni soyutladıkları bir durumu daha ileri bir soyutlama için kullanırken ortaya çıkabilen *pekiştirme* eylemi, yapıların birbirleri ile ilişkilendirilmesi, yeni bir yapı oluştururken bu yapıların kullanılması ve üzerlerinde yoğun bir biçimde düşünülmesi ile gerçekleşebilir (Dreyfus, 2007; Dreyfus ve Tsamir, 2004).

Bu modelde yer alan bilişsel eylemler, bazen sıralı eylemler halinde olabilecekleri gibi, bazen biri diğerinin tamamlayıcısı olabilmektedir (Dreyfus, 2007). Başka bir ifadeyle, bu bilişsel eylemler belirli yollarla birbiri içinde meydana gelmektedir. Bu yollar, yapıların birbirine paralel bir şekilde ilerleyebilmesi, dallara ayrılabilmesi, birleşebilmesi ya da farklı şekillerde birbirini etkileyebilmesi ve ilerleyen yapılar süresince bir dizi faaliyet içinde öğrencilerin bu yeni yapıları pekiştirebilmesi şeklinde olabilir (Dreyfus, 2007). Başka araştırmacılar (Dreyfus ve arkadaşları, 2006; Özmantar, 2004; Yeşildere ve Törnüklü, 2008) tarafından da, bilişsel eylemlerin birbirleriyle iç içe geçmiş, birbirleri içinde yuvalanmış olan bu yapısı rapor edilmiştir. Diğer yandan, bireyin ifade ettiklerinin *tanıma* eylemini mi, *kullanma* eylemini mi yoksa *oluşturma* eylemini mi belirttiği farklılık gösterebilmektedir. Aynı problem, bir öğrencinin tanıma eylemini gerçekleştirirken bir başka öğrencinin bilgiyi

oluşturma eylemini gerçekleştirmesini sağlayabilir. Bu durum öğrencinin biyografisine, bireysel becerilerine ve kullanılan uyarıcıların öğrencinin bilgisini harekete geçirip geçirmemesine bağlıdır. Burada bahsedilen uyarıcılar; öğrencinin öğrenmesi ile yeni bilgi yapılarını oluşturması arasında köprü oluşturacak her şeydir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a).

Bu çalışmada, altıncı sınıf öğrencilerinin koordinat sistemi bilgisini süreç içinde oluşturmaları *RBC+C soyutlama modeli* yani *gözlenebilir dört farklı bilişsel eylem üzerinden* incelenmiş ve öğrenme sürecinin nasıl ilerlediği araştırılmıştır.

1.1. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Son zamanlarda ülkemizde yapılan araştırmaların içerik analizi, betimsel analiz vb. yöntemler kullanılarak gerçekleştirilen ve yeni öğretim tasarımları oluşturmaya, tasarlanan veya var olan öğretim/öğrenme biçimlerinin değerlendirmesini yapmaya yönelik olarak hazırlanmış olan nitel araştırmalar oldukları görülmektedir. Bununla birlikte, yapılacak olan araştırmalarda öğrencilerin bilgiyi soyutlamalarının konu edilmesi, örnek bilgi soyutlama süreçlerine yer verilmesi ve öğrenim esnasında izledikleri yolları ve bilgi oluşturma süreçlerinin derinlemesine incelenmesi, araştırmacı ve öğreticilerin bu konuda bilgi ve tecrübe kazanmalarını, öğrencilerin bilgi oluşturma esnasında hangi süreçte zorlandıklarının anlaşılmasını ve bu zorlukların giderilmesine destek verilmesini, soyutlama sürecinin daha etkin bir şekilde gerçekleşmesini ve dolayısıyla da kavramların ya da konuların daha hızlı bir şekilde öğrenilmesini sağlayabilir. Bu durum ise, bu tarz çalışmalara olan ihtiyacı göstermektedir. Üstelik 2005 yılı İlköğretim Matematik Dersi Programı'nda, öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden yararlanarak *matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine* yardımcı olma amaç edinilmiştir (Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, 2005).

Bu çalışmada, koordinat sistemine ilişkin matematik öğrenmeleri esnasındaki *bilgi oluşumunun* niteliği *RBC+C soyutlama modeli* kullanılarak değerlendirilmiştir. Araştırma, bu yönüyle yapılan birçok araştırmadan farklı ve önemlidir. Ayrıca, *RBC+C soyutlama modeli* öğrencilerin bilgiyi öğrenme süreçlerinin *tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme* bilişsel eylemleri üzerinden analizine imkân vermekte ve sürecin analizini oldukça kolaylaştırmaktadır. Bu durum da, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin bu model aracılığıyla analizinin geçerliliği ve etkililiğini göstermektedir.

Bu tür bir araştırma *süreç değerlendirmeyi* gerektirmektedir ve bu nedenle de araştırmanın *koordinat sistemine* ilişkin araştırma problemlerinin uygulanması esnasında gerçekleştirilmesi kararlaştırılmıştır. Bunun en önemli nedeni; *koordinat sistemi* konusunun, süreç değerlendirmeye ve özel olarak da araştırma kapsamındaki soyutlama modeline ilişkin dört bilişsel eylemin fark edilmesine imkân verecek tarzda araştırma problemlerinin oluşturulması için uygun bir konu olduğunun düşünülmesidir. Ayrıca, bu konuda ülkemizde yapılmış olan araştırmaların sayısı oldukça azdır ve bu konuda özellikle de öğrenci başarılarının inceleyen araştırmalara ihtiyaç bulunmaktadır. Sonuç olarak, bu araştırmada *koordinat sisteminin* uygun öğrenme ortamlarında öğrenimi esnasındaki *bilgi oluşumunun* yani *soyutlamanın* niteliğinin değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bu araştırmanın sonuçları da, *koordinat sisteminin* öğreniminde öğrencilerin bilgi oluşumu için eğitimcilerin izleyecekleri yolları belirleme açısından önem arz etmektedir ve araştırma bu yönüyle önemlidir.

Soyutlamaya ilişkin uluslararası düzeyde yapılan araştırmalar incelendiğinde, farklı matematik konularının soyutlanmasına ilişkin yapılan çalışmalar (Dreyfus ve Tsamir, 2004; Tsamir ve Dreyfus, 2002; Yeşildere, 2006) olduğu görülmekle birlikte, öğrencilerin koordinat Analitik Geometri ve dolayısıyla koordinat sistemi ile ilişkili konuların soyutlanmasını inceleyen sınırlı sayıda araştırmaya (Altun ve Yılmaz, 2010) rastlanmıştır. Bununla birlikte, öğrencilerin koordinat sistemi gibi Analitik Geometri'ye ilişkin farklı konu ya da kavramları öğrenmeleri konusunda yaşadıkları zorluklarda bazı çalışmalarda belirtilmiştir. Bu nedenle, bu araştırmada koordinat sistemini henüz öğrenmemiş olan altıncı sınıf öğrencilerinin koordinat sistemini soyutlamaları incelenmiştir. Araştırma bu yönüyle önemlidir ve yapılan diğer çalışmalardan farklılık göstermektedir.

2. YÖNTEM

Bu araştırmada, iki altıncı sınıf öğrencisinin koordinat sistemini soyutlama süreci RBC+C soyutlama modeli üzerinden analiz edilmiştir.

2.1. Araştırmaya Katılan Öğrenciler

Bu araştırmaya, Bursa ili Nilüfer ilçesinde bulunan tipik ilköğretim okullarından biri olan Süleyman Cüra İlköğretim Okulu'nda okumakta olan ve koordinat sistemini henüz öğrenmemiş olan, matematik dersi öğretmenleri ile yapılan görüşmeler sonucunda da birinin matematik konusunda yüksek diğerinin ise düşük başarılı olduğu anlaşılan iki altıncı sınıf öğrencisi katılmıştır. İkisi de çalışmaya katılma konusunda gönüllü olan 12 yaş grubundaki bu öğrenciler, araştırmada Selin ve Hale takma adları ile adlandırılmışlardır. Bununla birlikte, bu

iki öğrencinin seçiminde cinsiyet farkı gözlemlenmemiş, bunun yerine grup çalışması gerçekleştirileceği için bu öğrencilerin birbirleri ile iyi anlaşan öğrenciler olmalarına dikkat edilmiştir. Çünkü araştırmanın grup çalışması şeklinde gerçekleştirilmesi ile öğrencilerin birbirleri ile etkileşimleri ve birbirlerini desteklemeleri sonucunda daha güçlü soyutlamalara ulaşılması amaçlanmıştır. Farklı başarılı düzeylerinden öğrencilerin araştırma için seçilmesi ile de, bu iki öğrencinin bilgi oluşturma esnasındaki etkileşimlerinin birbirlerinin soyutlamalarına olan etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır ve özellikle de yüksek başarılı olan öğrencinin soyutlama esnasındaki söylem ve yardımlarının düşük başarılı öğrencinin soyutlamasını ne biçimde etkilediği, bu öğrencinin düşük başarılı öğrencinin bilgi soyutlamasına olumlu yönde bir katkısı olup olmadığı ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

2.2. Veri Toplama Teknikleri

Öğrencilerin koordinat sistemine ilişkin bilgi oluşturma süreçlerinin araştırıldığı, düşünsel süreçlerinin derinlemesine incelendiği bu çalışma bir *örnek olay* çalışmasıdır.

Bu çalışma kapsamında, önceden belirlenmiş ve ciddi bir amaç için yapılan, soru sorma ve yanıtlama tarzına dayalı karşılıklı ve etkileşimli bir iletişim süreci olarak tanımlanabilen *görüşme* tekniği kullanılmıştır (Stewart ve Cash, 1985; Akt. Yıldırım ve Şimşek, 2005: 119). Ayrıca, görüşmede uygulamaların yapılması ve bu uygulamalarda yer alan soruların cevaplanması sürecinde öğrencilerin gözlemlenmesinin matematiksel düşüncelerinin ve bilgi oluşturmalarının anlamlandırılması konusunda fayda sağlayabileceği düşüncesiyle nitel araştırmaların vazgeçilmez araçlarından biri olan *katılımcı gözlem* tekniğinden de yararlanılmıştır (Geray, 2006: 171). Böylelikle, araştırmaya katılan öğrencilerin araştırma probleminin uygulanma sürecindeki davranışları gözlemlenmiştir.

2.3. Veri Toplama Araçları ve Verilerin Toplanması

Araştırma kapsamında 2009-2010 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde gerçekleştirilen görüşmelerin öncesinde, gerekli izinler alınmış ve okul yönetimine ile araştırmaya katılan öğrencilere araştırmanın amacı ve kapsamı detaylı bir biçimde anlatılmıştır. Çalışmanın, doğru ya da yanlış cevaba ulaşmaktan ziyade, o cevaba ulaşma sürecinin incelenmesinin amaçlandığı açıklanmıştır. Örnek olay incelemesi, araştırmaya katılan ve biri yüksek diğeri düşük başarılı iki öğrenci ile aynı anda ve aynı ortamda, gerçekleştirilmiştir. Uygulamalar sırasında, öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarmak için gerekli uygun görülen araştırma problemleri öğrencilere problemlerin yer aldığı *çalışma*

kâğıtları ile yöneltmiş, öğrencilerin birbirleriyle ve araştırmacılarla olan sözlü ve sözsüz iletişimlerini gözlenmiştir.

Uygulama, okul tarafından tahsis edilen bir odada gerçekleştirilmiş ve öğrencilerin de görebileceği bir yere yerleştirilmiş olan bir *video kamera* sayesinde kayıt altına alınmıştır. Böylelikle, gözlem ve görüşmedeki ortamın kısa süre sonra unutulmasının önüne geçilmiştir. Aynı zamanda, bu kayıtlar araştırmacının istediği kadar izleyebilmesine ve uygun yaklaşım ve vurgulanacak noktalar hakkında emin oluncaya kadar son kararını vermemesine fırsat vermektedir. Böylelikle, araştırmacı videoda ileri geri sararak nadir veya sık olayları bulabilmekte, bir olay hakkında hemen karar vermeden öncesine ya da devamına bakarak yorumlarını değiştirebilmekte veya düzeltebilmektedir (Plowman, 1999; Akt. Toptaş, 2008). Ayrıca, öğrencilere verilmiş olan *çalışma kâğıtları* sayesinde, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini açıklamaya katkısı olacağı düşünülen yazılı bilgilere ulaşılmıştır.

2.4. Uygulama Problemleri

Araştırma problemleri, görüşmeden beklenen sonuçları alabilmesi amacıyla tartışmaya elverişli, açık uçlu olacak ve öğrencilerin düşünme seviyelerini açıklığa kavuşturacak fırsatlar sunacak biçimde, özellikle de *oluşturma* ve *pekiştirme* eylemlerinin gözlenmesine imkân vermesi amacıyla birbirine *benzer olarak* tasarlanmıştır (Tanışlı, 2008). Bu problemlerin soyutlamanın süreç içinde gerçekleşmesine fırsat tanıyacak, yeni bir yapı içerecek, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ve bilgiyi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmasına, bu yapının sağlamlaştırılmasına imkân vermesine ya da yeni soyutlamaların oluşumunda yeni yapıları kullanma konusunda öğrencilere izin vermesine özen gösterilmiştir. Bu amaçla araştırmada yer verilen iki farklı uygulama probleminin öğrencilerin olabildiğince çok ön deneyim ve bilgilerin harekete geçirecek olmasına ve soyutlamaya uygun bir konuyu içermesine de önem verilmiştir.

Bu problemlerdeki tartışma ve kararlar verme sürecinde öğrencilerin yön, nokta, başlangıç noktası, yatay ve dikey eksen bilgileri vb. gibi koordinat sistemini oluşturabilmeleri için gerekli alt bilgileri tanıyıp tanımadıkları (tanıma), bu bilgileri kullanıp kullanmadıkları (kullanma) incelenmiş ve bu bilgilerden de yararlanarak koordinat sistemi bilgisini oluşturup oluşturamadıkları, nasıl oluştukları, bu esnadaki muhakemeleri ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

2.5. Verilerin Analizi

Bu araştırmada RBC+C soyutlama modeli üzerinden bilişsel eylemlerin ortaya koyulması amaçlandığından, bilgi oluşturma sũrecinin analizi yapılan gũrũşmelerden elde edilen konuşma metinlerinin bilgi oluşturma sũreci bakımından analiz edilmesi ile gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla; gũrũşmeler sırasında kaydedilen gũrũntũlerdeki konuşma ifadeleri önce yazılı metne dnuřtũrũlmũş, ardından da kaydedilen bu ifadeler bu soyutlama modelinde yer alan *tanıma*, *kullanma*, *oluşturma* ve *pekiştirme* bilişsel eylemlerine göre analiz edilmiştir. Bu aşamada; sũrecin diyalektik yapısı da dikkate alınarak, her bir problemin çzũmũnde bu bilişsel eylemler *birlikte* gözlenmiş ve kaydedilmiştir. Araştırmanın kavramsal çerçevesinden yola çıkılarak bir çerçeve oluşturulmuş ve bu çerçeveye göre verilerin bu dört temadan (*tanıma*, *kullanma*, *oluşturma* ve *pekiştirme* eylemleri) hangilerinin altında sunulacağı belirlenmiştir. Ardından da, elde edilen bulgulara anlam kazandırmak, bu bulgular arasındaki ilişkileri açıklamak ve bir takım sonuçlar çıkarmak üzere verilere dayalı olarak yorumlamalar yapılmıştır.

2.6. Araştırmanın Geçerlik ve Gũvenirliđi

Uygulamayı gerçekleştiren araştırmacının her iki gũrũşme sũrecinde almış olduğu gözlem notlarının çalışma sonrasında değerlendirilmesi ve araştırma boyunca sağlanan uzun sũreli etkileşim, çeşitli veri araçları ile araştırma verilerinin toplanması ve uygulama esnasında kullanılan soruların amaca uygunluğunun alan uzmanlarının gũrũşleri tarafından incelenmesi ile araştırmanın *iç geçerliği* sağlanmıştır. Bununla birlikte, gũrũşmenin betimsel formu ile de dış geçerlik sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırmanın gũvenirliđi için de, uygulamanın sonrasında ses kayıtları, gözlem notları bilişsel eylemlerin gözlenebilirliği bakımından farklı iki alan uzmanı tarafından yorumlanmıştır. Yapılan bu yorumların birbirleri ve araştırmacı yorumları ile tutarlı olduğu grũlmũřtũr.

3. BULGULAR ve YORUM

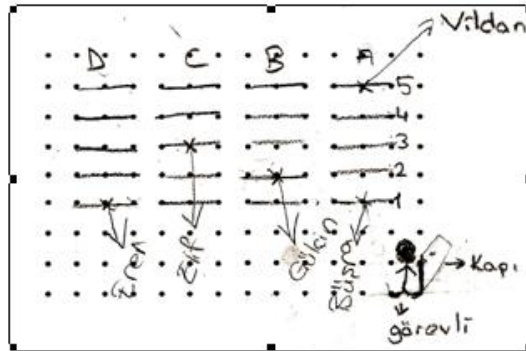
Bu blũmde, araştırmaya katılan matematik başarıları farklı iki altıncı sınıf öğrencisinin koordinat sistemini oluşturabilmeleri için gerekli olan n bilgileri *tanıma* ve *kullanmaları* incelenmiş, koordinat sistemi bilgisini *oluşturup oluşturamadıkları* belirlenmeye çalışılmış ve oluşturdukları bilgileri *pekiştirme* durumları araştırılmıştır. Bu amaçla, matematik başarı dũzeyi yũksek olan Selin ve dũřuk başarılı olduğu bilinen Hale'nin yapılan gũrũşmelerde, uygulama problemlerinin birincisine 13 dakika 22 saniye, ikincisine ise 6 dakika 35 saniye zaman harcanmıştır. Koordinat sistemini oluşturma sũreci *tanıma*, *kullanma*,

oluşturma ve pekiştirme eylemleri dikkate alınarak her bir araştırma problemi için ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Bu öğrenci grubunun bilgi oluşturma süreci aşağıda dört bilişsel eylem dikkate alınarak sunulmuştur (A: Araştırmacı, S: Selin, H: Hale).

3.1. Dağıtılan Kitaplar Problemine İlişkin Bilgi Oluşturma Süreci

Uygulama esnasında, araştırmacı tarafından öğrencilerden kendilerine verilen çalışma kâğıdında yer alan araştırma problemi metnini okumaları istenmiştir. Bunun üzerine, Hale metni okumuş ve Selin ise arkadaşını dinlemiştir. Birlikte sınıfın bir şeklini çizmeye karar vermelerinin ardından ise, Selin eline kalemi almış ve şekli çizmeye başlamıştır. Bu aşamada; öncelikle öğrenciler kendi aralarında tartışarak sıraları ve kapıyı nasıl çizeceklerine karar vermişlerdir.

Öğrenciler bu esnada, noktalı şeklin farklı bir çizim için yeterli olmayacağı düşüncesiyle sıraları da kapıyı da çizgilerle yani kendi ifadeleri ile çubuklarla göstermeyi düşünmüşlerdir. Ardından, araştırmacı öğrencilerden sınıflarında kitap dağıtılacak beş öğrencinin yerini belirlemelerini ve bu öğrencilerin farklı yerlerde oturan öğrenciler olmalarına da dikkat etmelerini istemiştir. Bu iki öğrenci birlikte ve yine aralarında tartışarak sınıfta kitap dağıtılacak olan öğrencilerin yerlerini belirlemiş, isimlerini de şekil üzerinde belirtmişlerdir. Bununla birlikte, uygulamaya katılan bu öğrencilerin kitap dağıtılacak olan öğrencilerin yerlerini değil de sadece oturdukları sıraları işaretledikleri görülmüştür. Bu esnada, araştırmacı öğrencileri bu konuda uyarı yapmış fakat bu uyarısı öğrencilerin bu konudaki düşüncelerini değiştirmelerini sağlayamamıştır. Aşağıda, bu iki öğrencinin birlikte çizdikleri şekil görülmektedir.



Şekil 1: Hale ile Selin'in Dağıtılan Kitaplar Araştırma Problemi için Birlikte Çizdikleri Şekil

Sınıftaki sıralara yaptıkları işaretlemelerin ve işaretlemeleri için öğrenci isimleri yazmalarının ardından, öğrenciler kitap dağıtılacağını düşündükleri bu öğrencilerin oturdukları sıraları tarif etmeye başlamış ve bir taraftan da yaptıkları bu tarifleri çalışma

kâğıdında yer alan noktalı kâğıdın alt bölümüne yazmışlardır. Öğrenci tarifinde ilk olarak konuşmaya başlayan öğrenci yüksek başarılı öğrenci olan Selin'dir. Başlangıçta, iki öğrenci de çalışma kâğıdına bir süre dikkatlice bakmıştır. Ardından, Selin sıra tarifi yapmaya başlamıştır ve bu esnada Hale ise arkadaşını izlemektedir.

- 119H: Şimdi, görevli 1, 2, 3, ..., 10... (diye çalışma kâğıdına bakarak ve kapıdan başlayarak saymıştır. Ardından da, başını arkadaşının omzuna koyup bir müddet düşünmüştür).
- 120S: Kapıdan mı başlasak?
- 121H: Hı hı... Görevli... (derken dikkatlice çalışma kâğıdına bakmıştır. Tam bu esnada da Selin konuşmaya başlamıştır).
- 122S: Kapının... (derken kalemiyle sağa doğru devam eden noktalara bakarak düşündüğü görülmüştür) Kapı tarafından... (derken bir taraftan da söylediğini çalışma kâğıdına yazmıştır).
(Bu esnada Hale de kalemiyle çalışma kâğıdına eğilmiş ve tersine sola doğru saymaya çalışmaktadır. Yani, bu esnada iki öğrenci de ellerinde kalemleriyle çalışma kâğıdına eğilmişlerdir).
- 123H: Beşinci sıra...
- 124S: ...beşinci sıradaki öğrenci... (derken yine çalışma kâğıdına not almıştır)
(Hale ise, arkasına yaslanmış kalemini düzeltmektedir).

Hale'nin 119H ve 121H'deki ifadeleri ile Selin'in 120S ve 122S'deki ifadelerinden, görevli arkadaşlarının kapıya gelecek olması nedeniyle öğrenci tariflerine kapıdan başlamayı düşündükleri görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin *başlangıç noktası bilgisini oluşturmaya* başladıklarını gösterir niteliktedir. Bununla birlikte, 123H ve 124S'deki ifadelerden öğrencilerin yer tarifinde yalnızca yatay eksen bilgisinden yararlandığı fakat henüz yatay ve dikey eksenleri aynı anda düşünerek tarif yapamadıklarını yani bu bilgileri oluşturmadıklarını göstermektedir. Bu nedenle, araştırmacı bu esnada öğrencilerin düşüncelerini geliştirmeleri için müdahale yapma ihtiyacı duymuştur.

- 125A: Beşinci sıra deyince... (dikeydeki sıraları göstererek) ...ben buradan beşinci sıraya gidemez miyim? (yatayı göstererek) niçin buradan gideyim?
(Bu esnada Selin ise çalışma kâğıdına bakarak çok ciddi bir şekilde düşünmektedir ve ardından konuşmaya başlamıştır).
- 126S: Sağ taraftan beşinci sıradaki desek?
- 127H: Bence kapı tarafından... (elini ağzına götürüp bir an için düşünmüştür)
- 128S: Sağ taraftan yola çıkarak tarif etmeliyiz bence...
- 129H: Burası da sağ olabilir mesela deyip, başka bir yeri göstermiştir. (bir müddet düşünmüş ve ardından yeniden konuşmaya başlamıştır) Kapı tarafından başlayarak... (yatayı göstererek konuşmuştur) Bunları A, B, C diye söylesek?
(Selin Hale'nin söylediklerini dinlemeden konuşmaya başlamıştır).
- 130S: Tamam o zaman... A, B, C diyelim... (derken araştırmacıya bakmış ve onaylatmak istemiştir)
- 131A: Hı hı...
(Ardından Hale hemen çalışma kâğıdına yönelmiş ve dediği harfleri yukarıdaki şekilde de görüldüğü gibi yazmaya başlamıştır. Bu esnada Selin arkadaşını izlemektedir).
- 132H: Kapı tarafından... (demiş ve bir an için düşünmüştür)
(Bu esnada, Selin hemen lafa karışmış ve konuşmaya başlamıştır).
- 133S: A bölümü diyelim. (demiş ve söylediğini yine yazmaya başlamıştır)

- 134H: A bölümü beşinci sıra... (demiş ve çalışma kâğıdına eğilmiş durumda arkadaşının çiziminin bitmesini beklemiştir). ...sıradaki öğrencinin...
(Ardından hemen Hale yeni öğrenci yeri tarifine başlamıştır ki, araştırmacı dikey eksen oluşturmaları amacıyla sormuştur).
- 135A: Peki, şekil üzerinde aynı zamanda bu beşinci sırayı da gösterebilir miyiz mesela?
- 136H: 1, 2, 3 diye yazalım. (demiş ve hemen yazmaya başlamıştır)
(Bu esnada Hale çalışma kâğıdına eğilmiş arkadaşını izlemekte ve bu esnada arkadaşının yazdıklarını kontrol edip onaylamaktadır).
- 137S: 1, 2, 3, 4, 5, ...
(Ardından Selin diğer dikeydeki sıralara da aynı rakamları yazmak istemiş fakat Hale buna karşı çıkmıştır).
- 138H: Onlara yazmana gerek yok ki... (demiş ve eliyle de dikeyleri işaret ederek açıklamaya başlamıştır) Bir sıra 5 sıra ve bir sıra yine 5 sıra... (diye açıklamış ve ardından heyecanlanmış kalemi ağzına götürmüştür)
- 139S: Beş yani...(Bunun üzerine, Selin hemen yazdıklarını silip değiştirmiştir).
- 140H: Hepsi beşer beşer... (çalışma kâğıdına eğilmiş ve ardından duramayıp yine yeni öğrenci yeri tarifini yapmaya başlamıştır) Kapı tarafının...
- 141S: Kapı tarafının değil bu sefer...
(İki öğrenci de çalışma kâğıdına kalemleriyle eğilmiş düşünmekte ve açıklamaktadırlar).

Görüşme metinlerinde Selin'in 126S ve 128S'deki ifadeleri yön bilgisini, Hale'nin 127H, 129H, 132H ve 140H'deki ifadeleri ise kapı tarafını kullanarak fakat tek eksen üzerinden noktanın yerini tarif etmeye çabaladığını göstermektedir. Burada Hale'nin 129H'deki ile Selin'in 130S ve 133S'deki ifadesi öğrencilerin *yatay eksen bilgisini*, Selin'in 137S ve 139S'deki ve Hale'nin 134H ve 136H'deki ifadeleri de öğrencilerin *dikey eksen bilgisini oluşturdıklarını* göstermektedir. 134H'deki ifadesi ise Hale'nin yatay eksen yanında dikey eksen de kullanarak öğrenci yeri tarifi yapmaya yani *nokta bilgisini oluşturmaya* başladığını göstermektedir. Burada, öğrencilerin yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi yatay ve dikey eksen için harfler ve değerler atarken başlangıç noktası olarak kabul ettikleri kapıdan başlayarak atamalar yaptıkları görülmüştür ki, bu durum da öğrencilerin *başlangıç noktası bilgisini oluşturdıklarını* gösterir niteliktedir.

142H: B...

143S: B bölümünden iki...

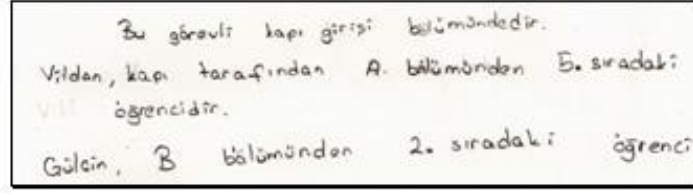
144H: Kapı tarafındaki B bölümünden... (Bu tarif ettikleri Gülçin'in oturduğu sıradır).

145S: Hayır kapı tarafı değil bu sefer... (diyerek arkadaşına bu konuda ısrar etmektedir. Hale de bunu kabullenmiş ve kapı tarafı demeden öğrenci yeri tarifine devam etmiştir. Bu esnada elini çalışma kâğıdından çekmiş ve başına koymuştur. Ardından, ikisi de aynı anda konuşmaya başlamışlardır).

146S-H: İkinci sıradaki öğrencidir.

(Ardından Büşra'nın yerini tarif etmeye başlamışlardır).

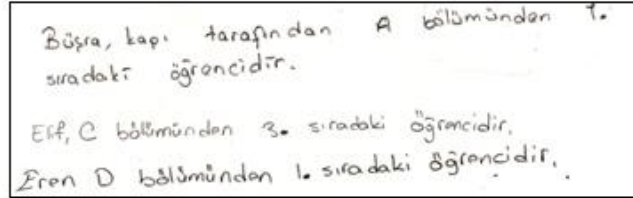
Öğrencilerin yaptıkları tariflerle ilgili olarak çalışma kâğıdına yazdıkları notlar aşağıdaki şekilde görülmektedir.



Şekil 2: Hale ve Selin'in Bu Araştırma Problemindeki İlk Öğrenci Yeri Tarifleri

- 147H: Kapı tarafından... (demiş ve kalemleyle tarif yapmak için şekle bakmaktadır)
 148S: ...birinci sıradaki... (derken bir taraftan da çalışma kâğıdına yazmaktadır).
 149H: A bölümündeki birinci sıradaki öğrenci... (demiş ve tarifi bitirmiş olmanın verdiği rahatlıkla, kendinden emin bir şekilde arkasına yaslanmıştır)
 150S: ...birinci sıradaki öğrenci (diyerek o da kendinden emin bir şekilde ifadeyi çalışma kâğıdına yazmıştır) Sonra Eren...
 (Ardından çalışma kâğıdını Hale almış ve son öğrencinin yerini yazmak üzere çalışma kâğıdına eğilmiştir).
 151H: Önce Elif'in yerini tarif edelim...
 152S: Sırayla mı gitmeliyiz? (diye araştırmacıya sorma ihtiyacı duymuştur)
 153A: Hayır...
 (Bu esnada iki öğrenci de dikkatli bir şekilde araştırmacıya bakmaktadırlar ve araştırmacının bu söyleminin ardından hemen hızlıca çalışmaya geri dönmüşlerdir).
 154S: Elif diyelim... Elif, C bölümünden 3. sırada oturan öğrencidir.
 (Bu esnada Hale çalışma kâğıdına tarifi yazmış ve Selin ise bu esnada yine tarifi yapmış olmanın verdiği rahatlıkla kalemını bırakarak arkasına yaslanmıştır. Ardından da, ikisi birlikte Eren'in oturduğu yeri tarif etmişlerdir).

Öğrenciler yaptıkları bu tariflerin ardından Öğrencilerin yaptıkları tariflerle ilgili olarak çalışma kâğıdına yazdıkları notlar aşağıdaki şekilde görülmektedir.

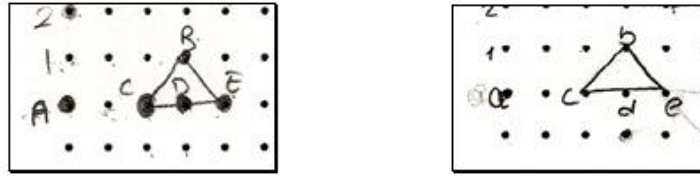


Şekil 3: Hale ve Selin'in Bu Problemdaki Öğrenci Yeri Tarifleri

Hale'nin 144H, 146H, 147H ve 149H'deki ifadeleri ile Selin'in 143S, 146S, 150S ve 154S'deki ifadelerinden, iki öğrencinin de kapı tarafından yola çıkarak öğrenci yeri tarifleri yaptığı ve dolayısıyla da *başlangıç noktası bilgisini kullanmaya* başladığı, *yatay* ve *dikey eksene* atanan değerlerden yararlanılarak öğrenci yeri / nokta tarifleri yaptığı yani *nokta bilgisini oluşturduğu* (144H, 146H ile 143S, 146S ve 150S) ve *kullanmaya* (147H, 149H ve 154S) başladığı anlaşılmıştır. Burada, öğrencilerin nokta tarifinde iki eksen aynı anda kullanmaları bu *yatay* ve *dikey eksene* ait bilgileri oluşturduklarını göstermektedir. Öğrencilerin son öğrenci yeri tarifi olan Eren'in yerini tarif etmeye başlamaları da, koordinat sistemini oluşturmaları için gerekli olan nokta ve başlangıç bilgisi ile yatay ve dikey eksen bilgisini oluşturduklarını gösterir niteliktedir.

3.2. Define Bulma Problemine İlişkin Bilgi Oluşturma Süreci

İkinci araştırma problemine ait çalışma kâğıtları araştırmacı tarafından öğrencilere verilmiş ve öğrencilerden bu metni okumaları istenmiştir. Selin problem metnini okurken, Hale de çalışma kâğıdına eğilmiş ve arkadaşını dinlemiştir. Metin üzerinde araştırmacı ile birlikte yapılan tartışmanın ardından, bu araştırma problemine ilişkin uygulamaya geçilmiştir. Bu uygulama sırasında, Selin arkadaşına göstermeden çalışma kâğıdına bir define çizmiş ve arkadaşına tarif etmektedir. Hale ise, kendisine verilen çalışma kâğıdına eğilmiş ve Selin'in tarif ettiği defineyi bulmaya çalışmaktadır. Aşağıdaki birinci şekilde Selin'in bu esnada tarif etmek üzere çizdiği define, ikinci şekilde ise Hale'nin arkadaşının tarifi sonucunda oluşturduğu define şekli görülmektedir.



Selin tarafından tarif edilen ada çizimi Hale tarafından oluşturulan ada çizimi

Şekil 4: Selin ve Hale'nin Çalışma Kâğıtlarından İlk Örnek Kesit

- 163S: A noktasının...
- 164H: Hangisi A noktası?
- 165S: Dur ya söylüyorum işte... A noktası sol bölümden...
- 166H: Tamam.
- 167S: ...dördüncü sıradaki...
- 168H: Tamam ama...
(Arkadaşının çalışma kâğıdına da bakmaktadır ve hemen düzeltmiştir).
- 169S: ...aşağı doğru...
- 170H: Hımm... Tamam anladım.
- 171S: Hı hı... Tam orada...
- 172H: Evet, buldum.
- 173S: A noktasından sağa doğru iki nokta ilerlersek... (derken bir taraftan da arkadaşının ne yaptığını kontrol etmektedir) ...C noktasını bulabiliriz.
- 174H: İşte burası...(demiş ve Selin de eğilip arkadaşının doğru yapıp yapmadığını kontrol etmiştir. Ardından ikinci noktayı tarif etmeye başlamıştır).
- 175S: A noktasından üç nokta ilerlersek... (derken arkadaşının kâğıdına bakmakta ve bir şey yapamadığını görmektedir. Bunun üzerine söylemini tekrarlamıştır). Evet, sağa doğru A noktasından üç nokta ilerlersek D noktasını bulabiliriz.
- 176H: A noktasından başlıyoruz değil mi?...
(Arkadaşının çizimini kontrol etmiş ve doğru yaptığından emin olunca diğer bir noktayı tarife başlamıştır).
- 177S: A noktasından beş birim sağa gidersek E noktasını bulabiliriz.
- 178H: Tamam anladım... (derken çalışma kâğıdında arkadaşının tarif ettiği noktayı göstermiştir).
(Bu esnada Selin de üçgenin son noktasını tarif etmek istemiştir).
- 179S: D noktasından bir nokta yukarıya gidersek üçgenin B noktasını bulabiliriz.

Selin'in 163S'deki ifadesinden bir *başlangıç noktası* belirlediği yani bu bilgiyi *kullandığı*, 173S, 175S ve 177S'deki ifadelerinden ise bu noktadan yalnızca bu nokta ile aynı yatayda bulunan üçgen köşelerini / noktalarını tarif etmede yararlandığı anlaşılmaktadır. Selin'in 179S'deki ifadesinden de, öğrencinin A noktası ile aynı yatayda olmayan B noktasını tarif ederken A noktasını kullanmadığı ve bunun yerine B noktasını en kolay tarif edebileceği şekli seçmiş olduğu görülmektedir. Bu durum, öğrencinin sıkıldığını ya da yorulduğunu ve bu nedenle de en kısa şekilde nokta tarifi yapmaya çabaladığını gösterebilir. Bununla birlikte, buradaki metinler Selin'in halen yalnızca yatay ya da yalnızca dikey eksen bilgisini kullanarak nokta tarifi yapmaya çabaladığını ve bu esnada da yön bilgisini kullanmaya devam ettiğini düşündürebilir. Bu esnada, 174H, 178H'deki ifadelerinden Hale'nin arkadaşının tarif ettiği noktaları A noktasından yararlanarak bulması da, bu öğrencinin *başlangıç noktası bilgisini kullandığı* anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, buradaki görüşme metinlerinden öğrencilerin koordinat sistemi için gerekli diğer bilgileri kullanıp kullanmadığı anlaşılamamıştır. Bu aşamada; araştırmacı öğrencilerin bu bilgileri tanıyıp tanımadıklarını ya da kullanıp kullanmadıklarını anlayabilmek amacıyla, öğrencileri yönlendirme ihtiyacı duymuştur.

180A: Şimdi bu araştırma problemi için bir yöntem geliştirmeniz isteniyor. Buna göre, bir nokta tarifini nasıl yaparsanız diğerlerini de aynı şeyleri farklı üçgenlere de uygulayabilmeniz gerekmez mi?...

181S: Tamam o zaman A noktasından tarif yapalım. A noktasından bir nokta yukarıya sonra da sağa doğru 3 nokta ilerlersek B noktasını bulmuş oluruz. (Arkadaşının çizimine bakmış ve yaptığı çizimi kontrol etmiştir. Bunun sonucunda, arkadaşının yaptığı çizimin doğru olduğunu anlamıştır).

Burada yer alan 181S'deki ifadede Selin'in B noktası A noktasından başlayarak doğru bir şekilde tarif etmiş olması, Selin'in sıkıldığı ya da yorulduğu için B noktasının tarifini A noktasından başlayarak yapmadığını kanıtlar niteliktedir. Bununla birlikte; Selin'in bu söyleminin ardından Hale'nin B noktasını doğru belirlemiş olması, iki öğrencinin de A noktasını *başlangıç noktası* olarak kullanabildiğini / *kullandığını* ve bunun yanında bir önceki uygulamada oluşturdukları *nokta bilgisini kullandıklarını* göstermektedir. B noktasını tarif ederken Selin'in ve Hale'nin yatay ve dikey eksenini de birlikte kullanarak ve belirledikleri başlangıç noktasından hareket ederek nokta tarifini yapmış olmaları, bu öğrencilerin koordinat sisteminin oluşturulabilmesi için gerekli olan bilgileri de tanıyıp kullandıklarını düşündürmektedir. Fakat burada öğrencilerin yatay ve dikey için bir önceki uygulamadakine benzer şekilde rakamlar ve harfler kullanmamış olmaları da, bu konuda bir tereddüt uyandırmaktadır. Bunun ardından, araştırmacı tarafından bu iki öğrencinin koordinat sistemini oluşturup oluşturamadıklarının anlaşılması amacıyla öğrencilere şekil üzerinde bazı

sorular yöneltmiş ve bazı yönlendirmeler yapılmış fakat bir sonuca ulaşılamamıştır. Yönlendirmelerle öğrencilerin bir eksene rakamları yazmaları sağlanmış ve öğrencilerin diğer eksene bir şeyler yazmayla ilgili ihtiyacı fark etmeleri sağlanmış fakat diğer eksen matematiksel olarak kullanmaları sağlanamamıştır.

3.3. Uygulamadaki Bilgi Oluşturma Sürecinin Genel Değerlendirmesi

Bu kısımda, elde edilen bu bulgulara ilişkin *genel* açıklama ve değerlendirmelere yer verilmiştir. Bu amaçla, öncelikle öğrenci grubunun bu bilginin oluşması için gerekli olan ön bilgileri (yön ve kroki, yatay ve dikey eksen, nokta, başlangıç noktası bilgileri) tanıyıp kullanmaları üzerine yapılan incelemeler sonucunda elde edilen bulgular araştırmaya katılan her bir öğrenci için ayrı ayrı açıklanmış ve ardından da koordinat sistemini oluşturup oluşturamadıklarına ilişkin bilgiler sunulmuştur.

Araştırmaya katılan yüksek başarılı öğrenci Selin'in; *yön bilgisini* (126S, 128S, 165S, 169S, 173S, 175S, 177S, 179S ve Hale ile birlikte kitap dağıtılacak öğrencilerin yerlerini tarif etme amacıyla çizdiği Şekil 1) *tanıdığı* ve bu uygulamada çözüme ulaşmak için *kullandığı* anlaşılmıştır. Matematik başarısı yüksek olduğu bilinen bu öğrencinin, öncelikle *yatay eksen bilgisini* (130S ve 133S) ve ardından da *dikey eksen bilgisini* (137S ve 139S) *oluşturduğu* ve ancak bunun sonrasında iki eksen bilgisini de *oluşturabildiği* görülmüştür. Yani, bu öğrenci yatay ve dikey eksen bilgisini, birinci araştırma probleminin uygulanması sırasında *oluşturmuş* (143S, 146S, 150S ve 154S), fakat yön bilgisini kullanmaya devam ettiği görülmüştür. Bu nedenle, ikinci uygulama esnasında tanıyıp kullanmada zorlandığı anlaşılmış fakat yine de başarılı (173S, 175S ve 177S) olduğu kanaatine varılmıştır.

Selin, birinci araştırma probleminin uygulanması sırasında *nokta bilgisini oluşturduğu* (143S, 146S ve 150S) ve ikinci uygulama esnasında *tanıyıp kullandığı* (181S) görülmüştür. Bu öğrencinin *başlangıç noktası bilgisini* birinci uygulama esnasında oluşturduğu (120S, 122S, 126S, 128S ve 137S) ve birinci uygulama esnasında *kullanmaya* başlamakla birlikte ikinci uygulama sırasında *başlangıç noktası bilgisini tanıyıp kullandığı* (143S, 146S, 150S ve 154S'nin kapı tarafından yola çıkarak yer tarifi yapması, 163S ve 181S) anlaşılmıştır. Burada; Selin'in nokta bilgisi ile alakalı olarak kullandığı ifadelerin sayısının oldukça az olması nedeniyle, bu öğrencinin bu bilgiyi tanıyıp kullandığı tam anlamıyla anlaşılamamıştır. Aynı zamanda; birinci uygulamada kullanmaya başlamakla birlikte, ikinci uygulama esnasında da halen yön bilgisini kullanmaya devam etmesi ve bu bilgiyi fazla sayıda ifade ile açıklaması da, bu öğrencinin düşüncesini geliştiremediğini gösterir niteliktedir ve bu durumun bu öğrencinin düşük başarılı bir öğrenci olan Hale ile çalışmasından kaynaklandığını akla

getirmektedir. Bununla birlikte; yön bilgisini kullanmaya devam etmesi nedeniyle, ikinci uygulamada tamamlanma aşamasında bile yatay ve dikey eksen bilgisini tanıyıp kullanmada zorlanmış olması da, bu öğrencinin koordinat sistemini oluşturması konusunda şüphelere neden olmuştur. Sonuç olarak da; Selin'in *koordinat sistemini oluşturduğu* düşünülmele birlikte, bunun yapılacak olan uygulamalarla *desteklenmesine ihtiyaç* olduğu anlaşılmıştır.

Başarı düzeyi düşük olan öğrencilerden biri olan Hale'nin de birinci araştırma probleminin uygulaması esnasında 129H'deki ifadesi, Selin ile birlikte çizdiği Şekil 1 ve Hale'nin ikinci uygulamada grup arkadaşının yön tarifini gerçekleştirebilmesi, bu öğrencinin *yön bilgisini tanıdığını* ve araştırma probleminde çözüme ulaşmak için *kullandığını* düşündürmektedir. Bununla birlikte; Hale'nin bu konudaki ifadelerinin az olması ise, bu öğrencinin yön bilgisini tesadüfen kullanmış olabileceğini düşündürmektedir. Gerçekleştirilen uygulamalara birlikte katılan düşük başarılı Hale'nin öncelikle *yatay eksen bilgisini* (129H) ve ardından da *dikey eksen bilgisini* (134H ve 136H) *oluşturduklarını* ve ancak bunun sonrasında iki eksen bilgisini de oluşturabildiği görülmüştür. Bu öğrencinin *yatay ve dikey eksen bilgisini* birinci uygulama esnasında *oluşturması* (134H, 144H, 146H, 147H ve 149H'deki ifadeleri) dikkat çekici olup, bu durumun yüksek başarılı öğrenci olan Selin ile birlikte uygulamaya katılmasından ve araştırma probleminin uygulanması esnasında öğrencinin hem kroki hem de yön bilgisinden yararlanmayı düşünmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Aynı zamanda, bu öğrencinin diğer düşük başarılı öğrencilerin aksine oluşturduğu bu bilgileri tanıma ve kullanma (134H) çabası içerisinde olduğu anlaşılmıştır. Bu durum ise, öğrencilerin düşüncelerini geliştirmelerinde ikili öğrenci grubunda çalışmalarının ve bu grupların farklı başarı düzeylerindeki öğrencilerden oluşturulmasının önemli olduğunu göstermektedir.

Düşük başarılı öğrenci olan Hale'nin *nokta* (134H, 144H ve 146H) ve *başlangıç noktası bilgisini* (127H, 129H, 132H, 134H, 136H ve 140H'deki yaptıkları tariflerde kapı noktasından hareket etmesi) birinci araştırma probleminin uygulanması esnasında *oluşturduğu* anlaşılmıştır. Düşük başarılı öğrenci olan Hale'nin bu başarısında, nokta bilgisini yüksek başarılı öğrenci olan Selin ile birlikte çalışmasının önemli bir rolü olduğu düşünülmektedir. Hale'nin yaptığı nokta işaretlemelerinden de *nokta bilgisini* (147H ve 149H), *başlangıç noktası bilgisini* (144H, 146H, 147H ve 149H'de kapı tarafından yola çıkarak yer tarifi yapması, 174H ve 178H) *tanıyıp kullandığı* görülmüştür. Burada ulaşılan sonuçlardan; bu öğrencinin söz konusu eksen *bilgisini* oluşturmakla birlikte tanıyıp kullanamadığı, başlangıç noktası bilgisini birinci uygulamada oluşturduğu ve tanıyıp kullandığı fakat ikinci

uygulamada ifadelerinden bu bilgiyi tanıyıp kullandığı konusunda herhangi bir bilgiye ulaşamadığı görülmüştür. Bu nedenlerle de, Hale'nin koordinat sistemini oluşturup oluşturamadığı net bir biçimde ortaya koyulamamıştır.

4. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu araştırmanın amacı, matematik başarıları farklı olan iki altıncı sınıf öğrencisinin koordinat sistemini oluşturma sürecini incelemektir. Bu amaçla, öğrencilere iki problem yöneltilmiş ve verdikleri cevaplar incelenmiştir.

Problem çözme tabanlı olarak gerçekleştirilen bu çalışmada, öğrenciler her bir problem üzerinde tartışmış ve özgün düşüncelerini ortaya koyabilmişlerdir. Öğrencilerin kendi düşüncelerini ortaya koymaya fırsat veren bu problemlerin yapılan uygulamaları sonucunda da, çalışmaya katılan iki öğrencinin de *başlangıç noktası* ile *nokta bilgisini oluşturdukları* ve *tanıyıp kullandıkları*, *yatay* ve *dikey eksen bilgisini oluşturdukları* görülmüş fakat bu eksen bilgisini tanıyıp tanımadıkları ve kullanıp kullanamadıkları net bir biçimde ortaya koyulamamıştır. Bu çalışma problemlerinin yeni birtakım bilgilerin (başlangıç noktası, yatay ve dikey eksen vb). oluşturulmasını gerektirmesi, koordinat sisteminde derinleşmeye yol açmaktadır. Bu durum da, bu çalışma problemlerinin diyalektik soyutlamanın soyuttan soyuta gerçekleşmesi ve derinliği bakımlarından (Dreyfus ve arkadaşları, 2006) uygunluğunu göstermektedir. Bununla birlikte, bu gruptaki öğrencilerin koordinat sistemini oluşturup oluşturamadıkları net bir biçimde açıklanamadığından, koordinat sisteminin diyalektik anlamda soyutlandığı da söylenememektedir. Bu nedenle, bu öğrencilerin koordinat sistemini oluşturmalarını sağlayacak yeni uygulamalara ihtiyaç olduğu ve bu soyutlamanın yeni çalışma problemleri üzerinden incelenmesinin uygun olacağı düşünülmektedir.

Yapılan analizler sonucunda ulaşılan çalışma bulguları incelendiğinde, Hale'nin düşük başarılı bir öğrenci olmakla birlikte koordinat sistemini oluşturabilmesi için gerekli ön bilgilerin tamamını oluşturduğu anlaşılmıştır. Bu durumun, Hale'nin uygulamalarda yüksek başarılı olan Selin ile birlikte çalışmış olmasından kaynaklanıyor olabileceği, Selin ile birlikte çalışmasının Hale'nin düşüncelerini geliştirebilmesi için avantaj sağlayabileceği ve bilgi oluşturma sürecindeki başarılarını olumlu biçimde etkileyebileceği düşünülmektedir. Bu nedenle de, farklı matematiksel bilgilerin oluşturulması yani soyutlanması süreçlerinin, RBC+C soyutlama modeli kullanılarak bilişsel eylemler üzerinden incelendiği durumlarda, farklı başarı düzeylerinden olan öğrencilerin birlikte çalışmalarının yani düşük ve orta

düzeyde başarılı olan öğrencilerin yüksek başarılı öğrencilerle çalışmaları bilgi oluşturmaları için uygun olabilir.

Araştırmada yer alan problemlerin soyutlamanın diyalektik doğası (Özmentar ve Monaghan, 2007) bakımından uygun olduğu düşünülmektedir. Bu araştırmadan yola çıkılarak, farklı matematik konularının soyutlanması üzerine yapılacak olan benzer araştırmalardaki uygulama problemleri, soyutlamanın diyalektik doğasına uygun biçimde ve bu araştırma problemlerine benzer şekilde tasarlanabilir. Bu araştırmalarda, farklı sınıf ve başarı düzeylerinden öğrencilerin bilgi oluşturma yani soyutlama süreçleri incelenebilir.

KAYNAKÇA

- Altun, M. & Yılmaz, A. (2010). Lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, XXIII(1), 311-337.
- Bikner-Ahsbabs, A. (2004). Towards The Emergence of Constructing Mathematical Meanings. In M. J. Hoines and A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 119-126). Bergen, Norway: International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME).
- Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A. & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in Mathematics Education. In J. Novotna (Ed.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Prague, Czech Republic: PME.
- Dreyfus, T. (2007). Processes of Abstraction in Context the Nested Epistemic Actions Model. Retrieved on November 12, 2008 from <http://cresmet.asu.edu/news/i2/dreyfus.pdf>, 12 Ekim 2008.
- Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2006). Mechanisms for Consolidating Knowledge Constructs. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 465-472). Prague, Czech Republic: PME.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2001a). Abstraction in Context II: The Case of Peer Interaction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 307-368.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2001b). The Construction of Abstract Knowledge in Interaction. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Eds.), *Proceedings of the 25th Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 377-384). Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Institute.
- Dreyfus, T. & Tsamir, P. (2004). Ben's Consolidation of Knowledge Structures about Infinite Sets. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(3), 271-300.
- Ekiz, D. (2003). *Eğitimde Araştırma Yöntem ve Metodlarına Giriş: Nitel, Nicel ve Eleştirel Kuram Metodolojileri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Geray, H. (2006). *Toplumsal Araştırmalarda Nicel ve Nitel Yöntemlere Giriş*. Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Hassan, I. & Mitchelmore, M. (2006). The Role of Abstraction in Learning about Rates of Change. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen and M. Chinnappan (Eds). *Identities, Cultures and Learning Spaces* (Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol. 1, pp. 278-285). Adelaide, the United States of America: MERGA.

- Hershkowitz, R., Schwarz, B. & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in Contexts: Epistemic Actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195-222.
- Karasar, N. (2005). *Bilimsel Araştırma Yöntemi: Kavramlar-İlkeler-Teknikler*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Kümbetoğlu, B. (2005). *Sosyolojide ve Antropolojide Niteliksel Yöntem ve Araştırma*. Ankara: Bağlam Yayıncılık.
- Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2005). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Klavuzu*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Monaghan, J. & Özmantar, M. F. (2004). Abstraction and Consolidation. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 55-68). Bergen, Norway: PME.
- Monaghan, J. & Özmantar, M. F. (2006). Abstraction and Consolidation. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 233-258.
- Özmantar, M. F. (2004). Scaffolding, Abstraction, and Emergent Goals. In O. McNamara (Eds.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 24(2). Retrieved on November 16, 2007 from <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip24-2/BSRLM-IP-24-2-14.pdf>.
- Özmantar, M. F. & Monaghan, J. (2007). A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 89-112.
- Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N. & Hershkowitz, R. (2004). Teacher Guidance of Knowledge Construction. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 169-176). Bergen, Norway: PME.
- Seyidoğlu, H. (1997). *Bilimsel Araştırma ve Yazma El Kitabı* (7. Baskı). İstanbul: Güzem Yayınları.
- Şen, Ü. S. (2005). Sanat Eğitiminde Bilimsel Araştırma Yöntemlerinin Kullanılması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(1), 343-360.
- Tanırlı, D. (2008). *İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülere İlişkin Anlama ve Kavrama Biçimlerinin Belirlenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Toptaş, V. (2008). An Examination of the Teaching – Learning Process and Teaching Materials Used in the Instruction of Geometry Sub-Learning Fields in a First Grade Classroom. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 41(1), 299-323.
- Tsamir, P. & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets – A Process of Abstraction: The case of Ben. *Journal of Mathematical Behaviour*, 21, 1-23.
- Vural, R. A. & Cenkseven, F. (2005). Eğitim Araştırmalarında Örnek Olay (Vaka) Çalışmaları: Tanımı, Türleri, Aşamaları ve Raporlaştırılması. *Süleyman Demirel Üniversitesi Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(10), 126-139.
- Yeşildere, S. (2006). *Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008). İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 485-510.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2005). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*, (5. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. K. (1994). *Case Study Research*, (Applied Social Research Methods Series, Vol. 5). California, the United States of America: Sage Publications.