Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2019), 10 (1), 37-56.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2019), 10 (1), 37-56.

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Belirlenmesi*

Determination of Secondary School Mathematics Teachers' Geometric Habits of Mind

Arife TOLGA, Doktora Öğrencisi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir/Türkiye.
arifetolga48@gmail.com

Berna CANTÜRK GÜNHAN, Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, İzmir/Türkiye.
bernagunhan@gmail.com

Tolga, A. ve Cantürk Günhan, B. (2019). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Belirlenmesi, *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi,* 10(1), 37-56.

Geliş tarihi: 21.05.2019 Kabul tarihi: 30.05.2019 Yayımlanma tarihi: 28.06.2019

Öz. Geometrik düşünme alışkanlıkları bireylerin geometri öğrenimini destekleyen düşünme yolları olarak düşünülebilir. Bu alışkanlıklara sahip olan öğretmenler yetiştireceği öğrencilerin geometri öğreniminde önemli rol oynayacağından çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışma grubunu üç devlet ortaokulundaki üç matematik öğretmeni olmuştur. Araştırmada verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Öğretmenlerle yapılan görüşmenin verileri klinik mülakatlarla toplanmıştır. Öğretmenlere zihnin geometrik alışkanlıklarının alt bileşenlerini içeren sekiz adet açık uçlu soru sorulmuştur. Araştırma sürecinde elde edilen veriler sorular bazında analiz edilmiş olup, her soru zihnin geometrik alışkanlıklarının bileşenlerine göre incelenmiştir. Veriler içerik analizi yöntemiyle incelenmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre öğretmenlerin soruların çözümünde kısmen benzer alışkanlıkları gösterdiği gözlemlenmiştir. Geometrik alışkanlıklar bileşeninden keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını göstermede diğer bileşenlere nazaran biraz daha zorlanmışlardır.

Anahtar Kelimeler: *Zihnin geometrik alışkanlıkları, Geometrik düşünme, Geometri problemleri*

Abstract. Geometric thinking habits can be considered as ways of thinking that support individuals' geometry learning. The teachers who have these habits will play an important role in the geometry learning of the students they will train. The study group consisted of three mathematics teachers in three state secondary schools. Qualitative research method was used in the data collection, analysis and interpretation. The data of the interview with the teachers were collected through clinical interviews. Eight open-ended questions were asked to the teachers, which included the sub-components of the geometric habits of the mind. The data obtained during the research process were analyzed on the basis of questions and each question was examined according to the components of the mind's geometric habits. Data were analyzed by content analysis method. According to the results of the study, it was observed that the teachers showed similar habits in the solution of the questions. Geometric habits were somewhat more challenging than other components in demonstrating the habit of balancing discovery and reflection from the component.

Keywords: *Geometric habits of mind, Geometric thinking, Geometry problems*

SUMMARY

Introduction. The new teaching program advocates the formation of classroom environments where the student is an active participant in the mathematics learning process, can make researches in the learning environment, share his / her criticisms and present different solutions (MEB, 2015). Geometry, which is one of the basic learning areas of mathematics, has an important place in developing mathematical thinking skills of individuals. The area of geometry learning, which plays an active role in establishing relationships between daily life and mathematical concepts, has an undeniable importance in the mathematics program. The understanding of geometry from a rich point of view also helps to understand other areas of learning in the mathematics curriculum (Van de Walle, Karp and Bay-Williams, 2014). The development of geometry requires improvement of the geometric thinking skills of individuals. The way of thinking that helps people to overcome geometry problems by establishing geometric relationships between objects is called geometric thinking (Van Van de Walle, Karp and Bay-Williams, 2014). Geometric thinking can make students positive for mathematics because they affect other lessons and improve their problem solving skills. As Baykul (1999) mentions, teachers should have the necessary duties here. Mathematics teachers should have a good knowledge of the field and they should prepare geometric learning environments by sharing their knowledge with the students' cognitive structures (Olkun, Toluk and Durmuş, 2002). The teacher should be a good guide to a planned learning environment. Therefore, the lack of knowledge of the teacher will adversely affect students' experiences related to geometry (Ball, 1990). In this process, when the problem can not be solved immediately, the habits of thinking enter into the circuit (Costa and Kallick, 2000). Many definitions for geometric thinking habits have been introduced. One of them was proposed by Driscoll, Wing DiMatteo, Nikula and Egan (2007). In order to increase the geometric thinking skills of students about geometric thinking habits, Driscoll, et al. (2007) described the Geometrical Habits of the Mind (ZGA) and explained why these habits should be understood by the teachers and how they would contribute to the students' geometric thinking.

Method. In this study, the qualitative research method was preferred because it was aimed to examine the geometric habits of the middle school mathematics teachers in solving the geometric problems. This study was carried out with three middle school mathematics teachers working in the public schools of İzmir province during the 2016-2017 academic year. The criterion in the study was determined as follows: Teachers are teachers who have at least 4 years of experience in mathematics classes at all grade levels from 5 to 8 years. In the study, open-ended problems were used in order to reveal and examine the geometric habits of the middle school mathematics teachers as a data collection tool and clinical interviews were conducted with them. Clinical interview helps in explaining the behaviors of individuals in problem solving process in mathematics education and in clinical interviews, not only the theoretical knowledge is explained in the explanation of students' cognitive behavior processes but also the environment in which the individual is located (Karataş and Güven, 2003). Content analysis method was used for this study. During the research process, content analysis was performed by considering the processes, explanations and figures of the teachers. Teachers are given the nicknames Hande, Demet, Elif. The habits were examined in terms of the interpretations. These habits are expected to arise from teachers and other habits that arise with teachers' solutions. The explanations of the teachers were taken into consideration in the geometric habit processes of the mind and the data were coded. Teachers' answers to open-ended questions are presented in detail in the findings section.

Results. In this study, it was aimed to determine the geometric habits of middle school mathematics teachers. The habits of teachers and students were examined by Driscoll et al. (2007) based on the framework of the geometric habits of the mind. This framework has four subcomponents, such as association, generalizing geometric ideas, researching invariants, and balancing discovery and reflection. Teachers were asked 8 open-ended questions, 3 of which were Driscoll (2007), which could show these sub-components. Clinical interviews were conducted with them to examine habits. It was tried to determine the type of habit or type of explanations of the statements made by teachers in solving the question.

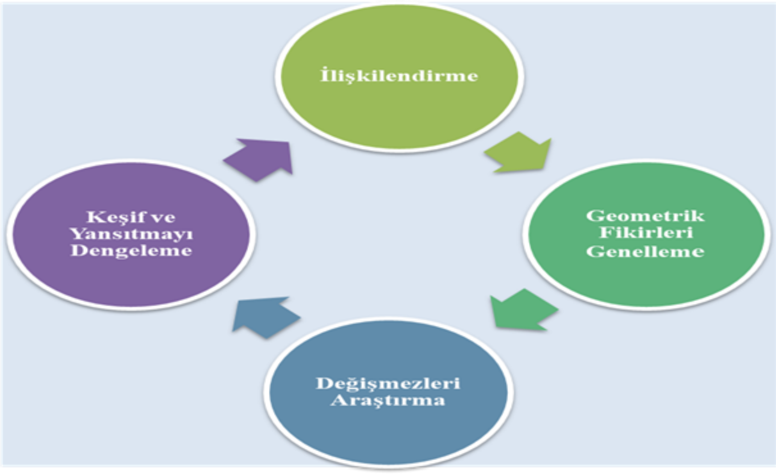
Discussion and Conclusion. According to the results of the study, it was observed that the teachers showed similar habits in the solution of the questions. Geometric habits were somewhat more challenging than other components in demonstrating the habit of balancing discovery and reflection from the component.

Giriş

Günümüzde teknoloji ve bilimin ilerlemesiyle dünyanın değişimine ayak uydurabilen, gördüğü yeniliklere adapte olup yaşamına geçirebilen, problemlerin üstesinden farklı düşünme yollarıyla gelebilen ve toplumsal beklentilere cevap verebilecek bireylerin yetiştirilmesi istenmektedir. Ortaokul öğretim programı, öğrencinin matematik öğrenme sürecinde aktif katılımcı olduğu, öğrenme ortamında rahatça araştırmalarını yapabildiği, eleştirilerini paylaşabildiği, farklı çözüm yollarını sunabildiği sınıf ortamlarının oluşmasını savunmaktadır (MEB, 2015). Matematiğin temel öğrenme alanlarından biri olan geometri bireylerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmede önemli bir yere sahiptir. Ayrıca geometri günlük yaşam ile matematiksel kavramlar arasında ilişkiler kurmaya da yardımcı olur (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014).

Kişilerin nesneler arasında geometrik ilişkiler kurarak, geometri problemlerinin üstesinden gelmesine yardımcı olan düşünme tarzına geometrik düşünme denir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014). Geometrik düşünme öğrencilerin diğer derslerini etkilemesi ve problem çözme becerilerini geliştirmesinden ötürü öğrencileri matematiğe karşı pozitif bir hale getirebilir. Baykul (1999) öğretmenlerin bu süreçte gerekli vazifelere sahip olmalarını gerektiğini belirtmiştir. Matematik öğretmenleri iyi bir alan bilgisine sahip olmalı bunun yanında bu bilgilerini paylaşacak şekilde öğrencilerinin bilişsel yapılarını önemseyerek geometrik öğrenme ortamları hazırlamalıdır (Olkun, Toluk ve Durmuş, 2002). Öğretmen, planlanmış bir öğrenme ortamının iyi bir rehberi olmalıdır. Dolayısıyla öğretmenin herhangi bir bilgi eksikliği, öğrencilerin geometriyle ilgili yaşantılarını olumsuz etkileyecektir (Ball, 1990). Yapılan uluslararası sınavlar incelendiğinde matematiğin geometri dalına ait sonuçlarının ortalamanın oldukça altında olduğu belirtilmiştir. Bunun sebebi öğretmenlerin öğrencileri geometrik şekilleri, kavramları ezberletmeye teşvik etmiş olmasından kaynaklı olabilir (Olkun ve Aydoğdu, 2003). Bunların doğal sonucu olarak öğrenciler yeterli bilgiyle gelişemez. Bu yüzden öğrencilerin iyi bir geometri bilgisine sahip olması isteniyorsa öğrenci merkezli, esnek, tartışılabilir öğrenme ortamları sağlanmalıdır (Shulman, 1987).

Öğrenciler karşılaştıkları problemleri çözerken düşünme alışkanlıklarını yansıtırlar (Costa ve Kallick, 2000). Cuoco Goldenberg ve Mark (2010) geometrik düşünme alışkanlıklarını (GDA) akıl yürütme, geometrik değişmezleri araştırma, uç durumları düşünme, görselleştirme ve manüpilasyon alışkanlıkları olarak ifade etmiştir. Driscoll, Wing DiMatteo, Nikula ve Egan (2007) zihnin geometrik alışkanlıklarının (ZGA) dört alt bileşenden oluştuğunu belirtmişlerdir.



Şekil 1. Zihnin geometrik alışkanlıklarının bileşenleri

Driscoll ve arkadaşları (2007) ZGA'nın bileşenlerini şu şekilde ifade etmişlerdir;

- İlişkilendirme sürecinde bireylerin geometrik şekil ve cisimlerin arasındaki ilişkileri nasıl kurdukları araştırılır. Bu süreçte "Şekillerin benzer yönleri nasıldır?", "Şekillerin farklılıkları nasıldır?" ,"Tanıma uyan başka şekiller nelerdir?" ,"Bu ilişkiyi farklı boyutta düşünsek ne olurdu?" gibi sorular irdelenir.
- Geometrik fikirleri genelleme sürecinde öğrenenler tarafından geometrik olguların anlaşılması beklenir. Bu noktadaki sorular ise "Bu olay her durumda oluyor mu?", "Oluyorsa neden?", "Bu tanıma uygun başka örnekler bulabilir miyim?", "Bu durum başka boyutlarda da geçerli mi?"şeklindedir.
- Değişmezleri araştırma sürecinde ise geometrik durumlarda değişen ve değişmeyen özelliklerin incelenir. Bu bağlamda "Neler değişti? Neden?", "Neler değişmedi? Neden?"sorularına verilen cevaplar irdelenir.
- Keşif ve yansıtmayı dengeleme sürecinde problemin çözümünde farklı yaklaşımlar kullanılarak yapılanlar değerlendirilir. En yaygın soruları şunlardır: "Bir şekle ekleme yapsam, parçalara ayırsam veya sondan geri gitsem ne olurdu?", " Yaptığım işlem bana ne anlatıyor?", " Problemi çözmek için daha önce kullandığım yaklaşımlar, şu anki çözüm yaklaşımıma nasıl katkıda bulunur?", "Hangi ara adımlar bana yardımcı olabilir?".

Ülkemizde, problem çözme yoluyla matematik öğretmeni adaylarının (Bülbül, 2016), dinamik geometri yazılımlarıyla ortaokul öğrencilerinin (Uygan, 2016) ve ders imecesi yöntemiyle matematik öğretmenlerinin (Özen, 2015) zihnin geometrik alışkanlıklarının geliştiği gözlenen çalışmalara rastlanmıştır. Köse ve Tanışlı'nın (2014) yaptıkları çalışmada ise sınıf öğretmeni adaylarının geometri problemlerini ZGA'ya uygun olarak analiz edemediklerini bulmuşlardır. Bu bağlamda öğretmenlerin sahip olduğu geometrik alışkanlıkları sınıf içerisinde öğrencilerini etkileyebileceğini de düşünürsek öğretmenlerin ZGA'larının ne durumda olduğunun incelenmesi oldukça önemlidir. Bu sebeple araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının incelenmesi amaçlanmıştır.

Yöntem

Çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik problemlerin çözümünde kullandıkları geometrik alışkanlıklarını belirlemek, tanımlamak ve incelemek amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden araştırma deseni olarak durum çalışması seçilmiştir. Durum çalışmasının amacı belli bir konuyu veya problemi en iyi şekilde anlamak için seçilmiş durumları anlamaktır (Stake, 1995). Benzer şekilde bir durumu meydana getiren ayrıntıları tanımlamak, açıklamak ve değerlendirmek amacıyla kullanılmaktadır (Gall, Gall ve Borg, 2007).

Katılımcılar

Bu çalışma 2016-2017 eğitim-öğretim yılında İzmir ilinin devlet okullarında görev yapmakta olan 3 ortaokul matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Katılımcılar belirlenirken amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi seçilmiştir. Öğretmenler seçilirken ölçüt şu şekilde belirlenmiştir: Öğretmenlerin 5'ten 8. sınıfa kadar tüm sınıf seviyelerinde matematik dersine giren en az 4 yıllık deneyime sahip öğretmen olmalarıdır. Katılımcılarla çalışabilmek için 12018877-604.01.02-E.1453444 ile 12018877-604.01.02-E.4567407 sayılı araştırma izinleri alınmıştır.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını ortaya çıkarmak ve incelemek amacıyla açık uçlu problemler kullanılmıştır. Bu süreçte katılımcılarla klinik mülakatlar yapılmıştır. Klinik mülakatlarda bireylerin problem çözme sürecindeki davranışlarının ve bilişsel süreçlerinin açıklanması sağlanır (Karataş ve Güven, 2003). Ayrıca klinik mülakatlar bireylerin davranış inceleme süreçlerinde nerelerde hata yaptığını ve bunları giderebilme imkanı verir (Karataş ve Güven, 2003).

Çalışmada kullanılanproblemlerden beş tanesi Driscoll ve arkadaşlarının (2007) kullandıkları problemlerden seçilmiştir. Üç tanesi de araştırmacılar tarafından hazırlanmış ve bir matematik öğretmeni ile bir matematik eğitimcisiden uzman görüşü alınarak son hali oluşturulmuştur (EK). Soruların zihnin geometrik alışkanlıklarına göre dağılımı Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1.
Açık uçlu soruların içerdiği alışkanlık süreçleri

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları		**Sorular**	**Alışkanlıkla Bağlantı Kurma Yolları**
İlişkilendirme	Oturum I-1.Soru	En az küp sayısını bulma	Kenar uzunluğu-hacim ilişkisi kurma
	Oturum II-1.Soru	Küpün içinden küp çıkarma	Küpün yüz sayısı ile kesim sayısı arasında ilişki kurma
Geometrik Fikirleri Genelleme	Oturum I-2.Soru	Üçgenin olası 3. noktasını bulma	Üçgenin hareketli olan sonsuz sayıdaki 3. nokta sayısını genelleme
	Oturum II-2.Soru	Kare kağıt kullanarak şekiller oluşturma	Alanları genelleme
Değişmezleri Araştırma	Oturum I-3.Soru	Alan oluşturma	Alan değişmezliğini dikkat ederek taban ve yükseklik değerlerini değiştirme
	Oturum II-3.Soru	Çok küplü geometrik yapılar oluşturma	Hacim korunumu dikkate alarak küp sayısını ayarlama
Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme	Oturum I-4.Soru	Dönme merkezi bulma	Üretici düşünerek doğru parçalarının dönme merkezlerini bulma
	Oturum II-4.Soru	Orijinal üçgeni bulma	Orijinal üçgeni bulmak için geri dönüp tüm seçenekleri dikkate alarak üçgenin kenar uzunluklarını bulma

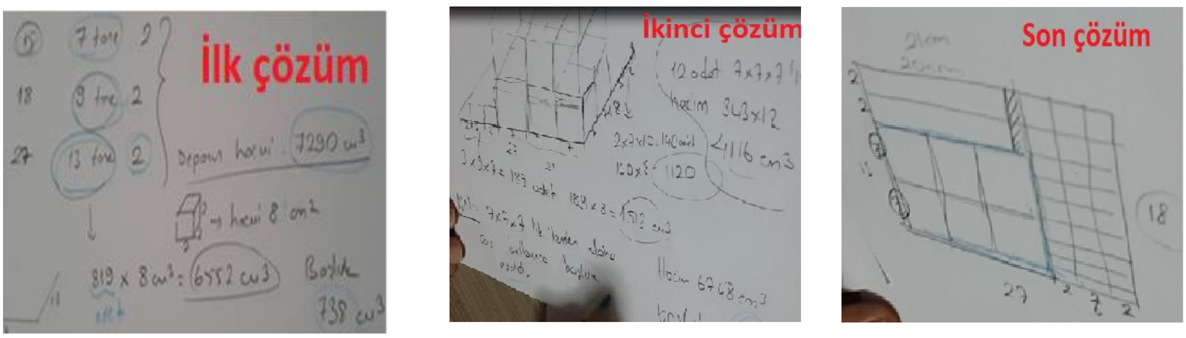
Sekiz tane açık uçlu sorudan oluşan veri toplama aracı öğretmenlere iki oturumda dörder soru olacak şekilde verilmiştir. Bu çalışmada 1. Oturum sorularının bulguları yansıtılmıştır. Öğretmenlerle yapılan her bir klinik mülakat oturumu yaklaşık otuz dakika sürmüştür. Öğretmenlerden beklenen geometrik alışkanlıklarla öğretmenlerin çözümleriyle ortaya çıkan diğer alışkanlıklar incelenmiştir.

Veri Analizi

Bu araştırmada elde edilen veriler değerlendirilirken içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Cohen, Manion ve Morrison (2007) içerik analizinin; metinlerin düzenlenerek sınıflandırılması, birbirleriyle kıyaslanması ve metinlerden teorik çıkarımlar oluşturularak meydana gelen bir araştırma tekniği olduğunu belirtmişlerdir. Bu özellikleriyle birlikte belli kavramlar ve temalar çerçevesindeki birbirine benzeyen verileri bir araya getirerek bu verileri okuyucunun anlamlandırabileceği bir şekilde dönüştürmesidir (Bauer, 2003; Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu çalışmada da öğretmenlerin yaptıkları işlemler, çizdiği şekiller, açıklamalar ile zihnin geometrik alışkanlıklarını ortaya çıkarmak için içerik analizi tercih edilmiştir. Çalışmanın inandırıcılığını sağlamak için verilerin betimlenmesinde nesnel olmaya çalışılmış ve öğretmenlerin verdiği cevaplardan doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Öğretmenlere bulgularının kendi düşüncelerini doğru yansıtıp yansıtmadığını sorarak katılımcılardan katılımcı teyidi alınmıştır. Tutarlılığın sağlanması için de zihnin geometrik alışkanlıkların göstergeleri dikkate alınarak öğretmenlerin çözümleri ayrı ayrı analiz etmiş daha sonra bu analizler karşılaştırılmıştır. Öğretmenlere Hande, Demet, Elif takma adları verilmiştir.

Bulgular

Bu bölümde öğretmenlerin ZGA'daki herbir alışkanlık türüne göre birer soru çözümlerine yönelik bulgulara yer verilmiştir. Öğretmenlere birinci soruda ayrıtları 15cm, 18cm ve 27cm olarak verilen dikdörtgenler prizması şeklindeki kutunun içine en az boşluk olacak şekilde boyutları 7x7x7'lik ve 2x2x2'lik küp şeklindeki konserve kutularından kaç adet konulması gerektiği sorulmuştur. Öğretmenlerden ilişkilendirme bağlamında prizmanın hacmi ile kenar uzunlukları arasında ilişki kurmaları beklenmiştir. Bu ilişkiyi kuran öğretmenlerin çözümleri aşağıda verilmektedir.



Şekil 2. Hande Öğretmen'in Çözümü

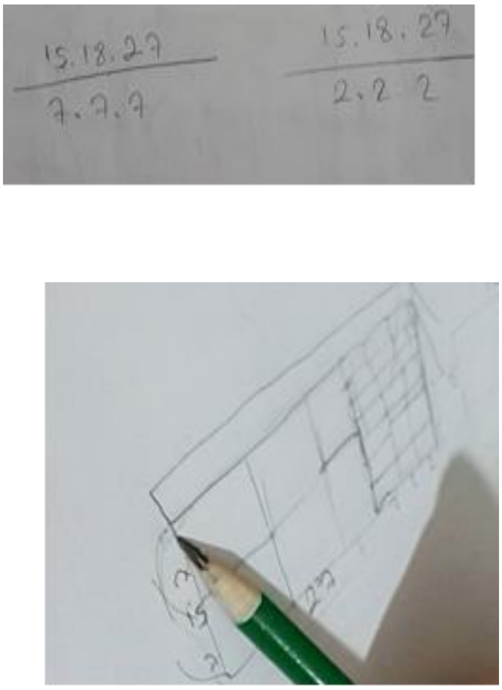
Hande Öğretmen en az boşluk kalacak şekilde küpleri ayarlamak için her koşulu denemiştir. Hande Öğretmen'in yaptıkları işlemler sırasıyla yukarıdaki şekilde verilmiştir. İlk aşamada öğretmen 15cm'lik ayrıta 7 tane 2 cm, 18cm'lik kenara 9 tane 2 cm ve 27cm'lik ayrıta 13 tane 2 cm uzunlukta küpler sığdırarak oluşan küplerin hacmini 6552 cm^3 olarak bulup, dikdörtgenler prizmasının hacminden bulduğu hacmi çıkararak boşluğun hacmini 738 cm^3 olarak bulmuştur. Çözümünün devamında Hande Öğretmen, bu sefer tüm küpleri 7x7x7'lik alarak aradaki farkı görmek istediğini belirtmiş ve Şekil 2'de yer alan ikinci çözümdeki gibi çözmüştür. Hande Öğretmen kutunun tabanlarını 27 cm ve 18 cm, yüksekliği ise 15 cm alarak 7x7x7'lik küpleri şekildeki gibi kutuya yerleştirmiştir. Bu durumda 15 cm’ lik yere 2 adet 7 cm, 18cm’lik yere 2 adet 7 cm kalan 4cm’lik yere de 2 adet 2 cm uzunluğu eklemiştir. 27 cm’lik yere ise 3 adet 7cm, 3 adet 2 cm uzunluk ekleyerek mümkün olduğunca küpleri boşluk kalmayacak şekilde doldurmuştur. Bunun sonucunda boşluk hacmini 542 cm^3 olarak bulmuştur. Devamında araştırmacının (A), Hande Öğretmenin (H) ile yaptığı görüşme şu şekilde idi:

H: Boşluk giderek azaldı. Bu sefer kenarları boşluk kalmayacak şekilde ayarlamak istiyorum.
A: Tamam.
H: 15cm’lik ayrıtta 1 tane 7cm, 4 tane 2cm uzunluk kullanırsam hiç boşluk kalmıyor. Aynı şekilde 27cm’lik yerde 3 tane 7cm, 3 tane 2cm ve 18cm’lik ayrıtta ikişer tane 7cm ve 2cm uzunluklardan alırsam hiç boşluk kalmıyor.
A: Peki bize bu yaptığını çizebilir misin? Nasıl olduğunu merak ediyorum.
H: Çizeyim.

Son olarak yapılan çözümde Hande Öğretmen toplamda 609 adet 2x2x2’lik küplerden, 6 adet ise 7x7x7’lik küplerden kullanmış olup boşluğun hacmini 360 cm^3 olarak bulmuştur. Bulduğu bu sonucun en az olan boşluk olduğunu belirtmiştir.

Demet Öğretmen ise sorunun çözümünde önce dikdörtgenler prizması hacim formülünü ele alarak içine kaç tane 2x2x2’lik, kaç tane 7x7x7’lik küp yerleştirebileceğini Şekil 3’teki gibi düşünmüştür. Bu şekilde sorunun çözümüne devam eden Demet Öğretmen, 329 adet 2x2x2’lik küplere ilaveten 12 adet 7x7x7’lik küp kullanacağını söyleyerek en az boşluğa ulaşacağını belirtmiştir.

Demet Öğretmen (D): Bu şekilde yaparsam iki işlemden de boşluklar olacak.
Araştırmacı (A): Hıhımm...
D: Ama mesela 15cm’lik yere 2 adet 7x7x7’lik küp koysam 1cm artacak. 27cm’lik yere 3 adet 7x7x7’lik, 3 adet 2x2x2’lik koyarsam tam dolacak. 18cm’lik yere de 2 adet 7x7x7’lik koyarsam 4 cm boşluk kalacak e oraları da 2x2x2’lik küplerle doldururum.
A: İstersen çizebilirsin. İşlemden daha çok yardımcı olabilir sana.
D: Evet çizmek daha iyi olur. Sağ tarafta olan 3 tane 2x2x2’lik, 15cm’lik yerden 7 tane 2x2x2’lik ve üstüne de 9 tane 2x2x2’lik koyabilirim.
A: Kaç 2x2x2’lik küp kullandın?
D: 3x7x9=189 adet 2x2x2’lik küp kullanmış oldum. Bir de buna 7x7x7’liklerin üstüne 2x2x2’likler eklenecek o da 2x10x7=140 tane oradan gelir. Toplamda 329 adet 2x2x2’lik kullanırım.



Şekil 3. Demet Öğretmen’in Çözümü

Elif Öğretmen dikdörtgenler prizmasının hacmini bulup, bunun içine önce sadece 7x7x7’lik boyutta küpleri, sonra sadece 2x2x2’lik boyutta küpleri koymuştur. Devamında yapılan görüşme şöyle idi:

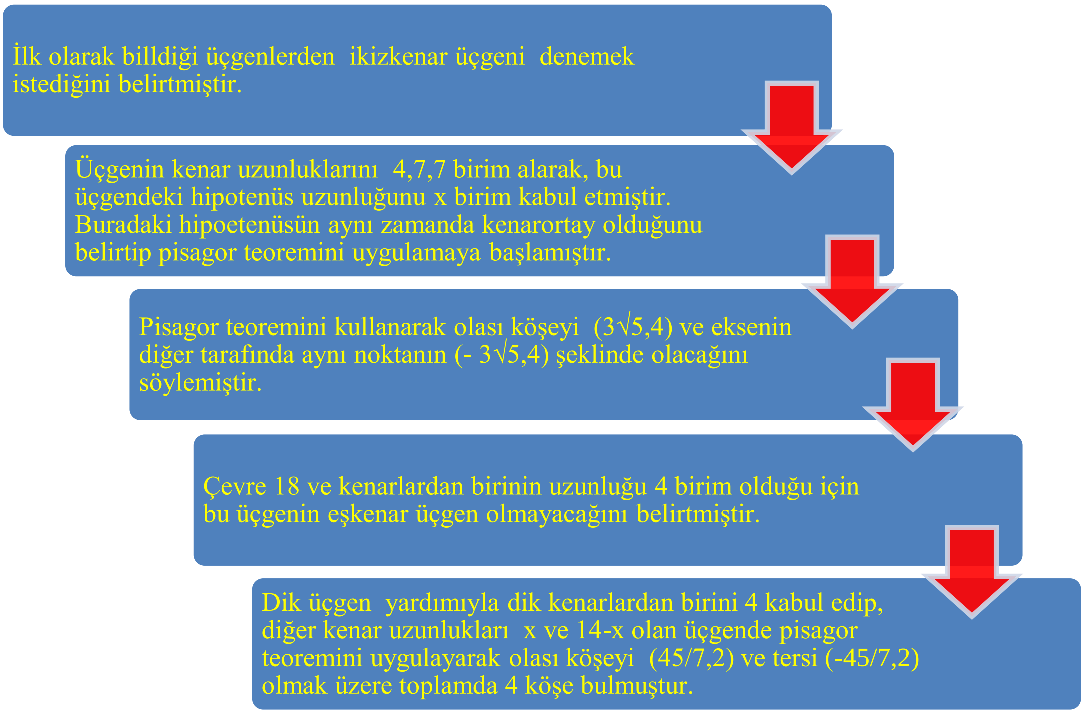
Elif Öğretmen (E): Hepsini 7x7x7'lik küp koyarsam prizmanın içinde 21 adet 7x7x7'lik küp olacak. Hepsini 2x2x2'lik olarak ayarlarsam 911 tane 2x2x2'lik küp çıkıyor. Bayağı 2x2x2'lik küp çıkmış oldu.

A: En az boşluk için ne yapmalısın peki? 2x2x2'lik ve 7x7x7'lik küplerin ikisi de kullanılması isteniyor soruda.

E: Bence en az boşluk için 7x7x7'lik küplerin sayısını fazla tutmam gerekiyor. O yüzden önce büyük küpleri yerleştirmeliyim.

Sorunun çözümünde Elif Öğretmen 15 cm'lik yere 2 adet 7x7x7'lik küp, 27 cm'lik yere 3 adet 7x7x7'lik, 3 adet 2x2x2'lik küpler ve 18 cm'lik yere de 2 adet 7x7x7'lik küpler koymuştur. Kalan boşluklara da uygun sayıda 2x2x2'lik ve 7x7x7'lik küplerden ekleyerek toplamda 12 adet 7x7x7'lik küp ve 329 adet 2x2x2'lik küplerden kullanmıştır. Bu soruda en az boşluk için en fazla 7x7x7'lik küp kullanınca yapılan işlemler sonrası en az boşluk çıkmadığı görülmüştür. Dolayısıyla ayrıtlara uygun boşluk kalmayacak şekilde Hande öğretmenin yaptığı gibi küpleri uygun bir şekilde yapıp yerleştirmek doğru sonucu vermiştir.

Geometrik fikirlerin genellenmesi bağlamında sorulan ikinci soruda öğretmenlerden çevresi 18 birim olan, iki köşesi (0,2) ve (0,6) noktaları üzerinde olan üçgenin üçüncü köşe noktası için olası tüm durumların neler olabileceğine cevap vermeleri istenmiştir. Üçgenin olası üçüncü köşe noktası için Hande ve Demet öğretmen yaklaşık olarak aynı işlem akışını ifade ederek, önce koordinat sistemini çizmişler ve noktaları koordinat sisteminde göstermişlerdir. Hande ve Demet öğretmen bildikleri şekillerden yola çıkarak bir ikizkenar üçgen çizip istenen köşe noktasını bulmuşlardır. Demet öğretmen bu üçgene ek olarak bir dik üçgen daha çizip başka köşe noktasını bulmuştur.



Şekil 4. Demet Öğretmen'in 2. Soruya Ait İşlem Basamakları

Elif öğretmen ise çözümüne üçgen çizip; üçgen eşitsizliğini uygulayarak üçüncü kenar uzunluğunu hangi değerler arasında olduğunu bularak başlamıştır. Bu şekilde kenar uzunlukları tam sayı olan kenar çiftleri bulmuştur. Sonra koordinat sistemine üçgeni taşıyarak bu köşenin koordinatlarının sadece tam sayılardan değil reel köklerden de oluşacağını belirtmiştir.

Öğretmenler ikinci soruda, olası durumlar içeren üçüncü noktanın hareketli olmasından dolayı sonsuz sayıda oluşacak nokta sayısını genelleyebilmişlerdir. Ancak Hande ve Elif Öğretmen üçüncü noktanın elips oluşturacağını belirtirken, Demet Öğretmen çember oluşturacağını belirtmiştir. Bu yüzden Demet Öğretmen yanlış bir genelleme yapmıştır. Öğretmenler ayrıca pisagor bağıntısıyla kenar uzunluklarını ilişkilendirmişlerdir. Koordinat sistemi üzerinde buldukları üçüncü noktanın y ekseninin diğer tarafında olduğunu söylemeleri öğretmenlerin değişmezleri araştırma alışkanlığını da sürece yansıttıklarını göstermiştir.

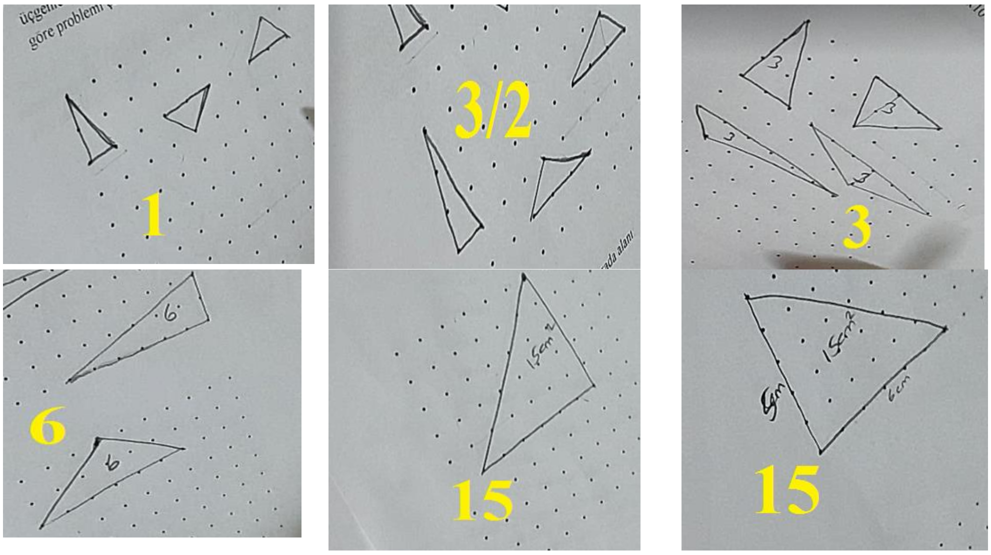
Üçüncü soruda öğretmenlerden, 10x10'luk noktalı ızgara kağıt üzerinde, tüm köşeleri ızgaradaki noktalar üzerinde olan belli alanlara sahip üçgenler oluşturmaları istenmiştir. Soru 4 madde şeklinde ayrıştırılmış olup öğretmenlerden a şıkkında alanı 1 br^2, 3/2 br^2, 3 br^2, 6 br^2 ve 15 br^2 olan üçgenler çizmeleri ve her basamağı nasıl bulduklarını açıklamaları istenmiştir. B şıkkında alanı 1 br^2 olan yapabilecekleri kadar fazla üçgen yapmaları beklenmiştir. C şıkkında ise alanı 1 br^2 olan üçgenlerden en büyük çevreye sahip olanı bulmaları istenmiştir. Son olarak d şıkkında ise en büyük alana sahip üçgeni çizip bu alanın en büyük olma sebebi ve aynı alana sahip başka üçgenlerin olup olmadığı sorulmuştur.

A şıkkı için Hande Öğretmen verilen alanlara uygun çok üçgen yapılabileceğini düşünmüştür. Önce "*İlk olarak yükseklik ve taban oluşturmalıyım. Ona göre kenarlar oluşturacağım. Mesela alanın 1 olması için yükseklik ve taban çarpımının 2 olması gerekir.*" deyip çözümüne başlamıştır. Tüm öğretmenler alanı 1, 3/2, 3, 6, 15 br^2'lik çok sayıda üçgen oluşturmuştur. Bu üçgenlerin yükseklik ve taban uzunluklarının çarpımlarını alanın 2 katı olacak şekilde ayarlamıştır. Öğretmenlerin üçgenlere ait çizim ayarlamaları yaklaşık olarak aynı olmuştur. Bu ayarlamalardan Elif Öğretmen'e ait olanlar tablo şeklinde gösterilmiştir.

Tablo 2.
Elif Öğretmen'in a şıkkına ait çizim ayarlamaları

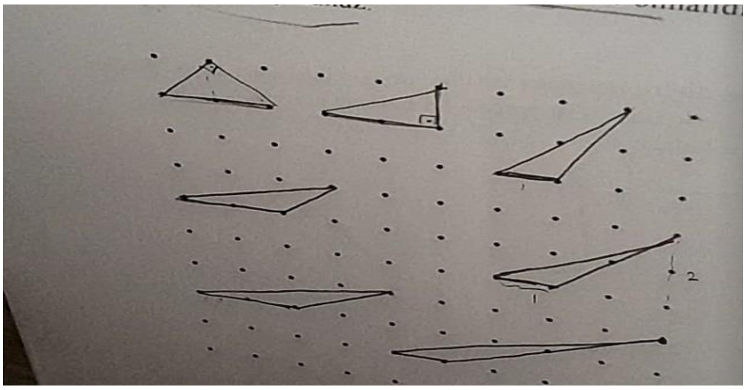
Alan	Taban	Yükseklik	Açılarına Göre Üçgen
1 br^2	1	2	Dik
	2	1	İkizkenar Dik Üçgen
3/2 br^2	3	1	Dar, Dik, Geniş
	1	3	Dar, Dik, Geniş
3 br^2	6	1	Dar, Dik, Geniş
	3	2	Dar, Dik, Geniş
6 br^2	2	6	Dar, Dik, Geniş
	3	4	Dar, Dik, Geniş
15 br^2	10	3	Dar, Dik, Geniş
	5	6	Dar, Dik, Geniş

Yukarıdaki kenar uzunluklarını ayarlamalarına benzer diğer öğretmenler de üçgenleri çizmişlerdir. Örneğin verilen bu madde için Demet Öğretmen'in üçgen çizimleri şekilde gösterildiği gibi olmuştur.



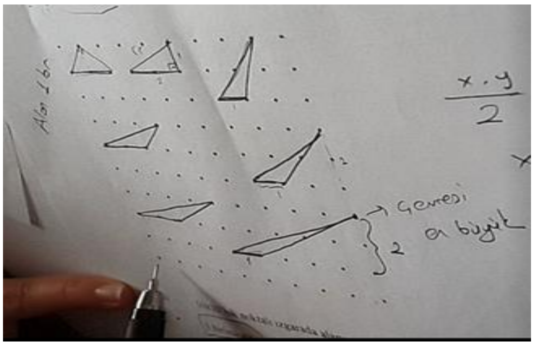
Şekil 5. Demet Öğretmenin a şıkkına ait üçgen çizimleri

Hande Öğretmen b şıkkına ait alanı 1 br^2 olan üçgenleri Şekil 6'da gösterilmiştir. Burada taban 2br, yükseklik 1br olan ikizkenar dik üçgen, aynı uzunlukların dik üçgenini çizmiştir. Tabanı 1 br, yüksekliği 2br ve tabanı 2br, yüksekliği 1br olan geniş açılı üçgenleri çizmiştir. Çizimi esnasında öğretmen "*Ben bu üçgenleri sünger gibi çekip daha da arttırabilirim çizimlerimi. Ama temel olarak farklı olanları çizdim sanırsam*." demiştir.



Şekil 6. Hande Öğretmenin b şıkkına ait üçgen çizimleri

Bu soruda öğretmenler ayriyeten keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında alanı 1 br^2 olarak çizdiği üçgenlerin içinde en büyük çevreli olanı bulmak için üçgenlere geri dönüp araştırmaya başlamışlardır. Hande ve Elif öğretmen en büyük çevre için kenar uzunluklarını en büyük seçmeye çalışmışlardır. Burada Hande Öğretmen üçgenin tabanını 1 br ve yüksekliğini 2 br aldı. Üçgenin tepe noktasını tabandan en uzak yere yerleştirip, pisagor bağıntısıyla kenar uzunluklarını bulmaya çalışarak en büyük çevreli üçgeni bulmuştur.

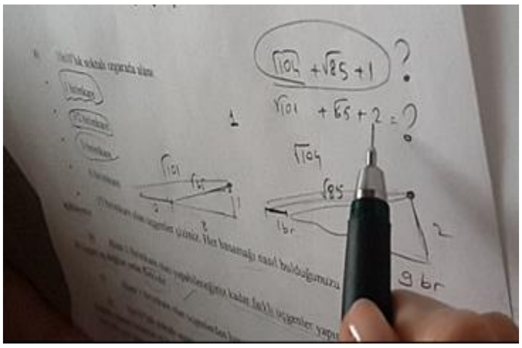


H: Çevre büyük olması için sayıların birbirinden uzak olması lazım. Bir de üçgenin geniş açılı olması lazım. Geri döneyim çizdiğim üçgenlere.

A: Hıhımm…

H: Örneğin bu yaptığım içindeki çevresi en büyük olan üçgen.

A: Peki başka daha büyük çevreli üçgen var mıdır?



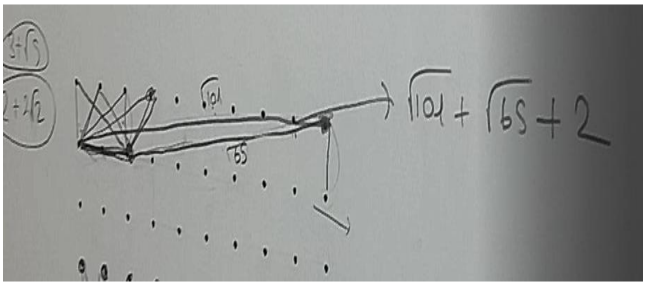
H: Bu kağıtta yapacağım yine değil mi?

A: Evet 10x10'luk ızgaranın dışına çıkmayacaksın.

H: O zaman hımm tabanı 1 mi, 2 mi alsamki? Bi deneyim. Tabanı 1 alırsam yükseklik 2 olacak. Bu durumda çevre 1+$\sqrt{104}$ + $\sqrt{85}$ olur. Bir de tabanı 2, yüksekliği 1 alayım. Çevre 2+$\sqrt{65}$ +$\sqrt{101}$ olur. Yaklaşık olarak hesaplarsam bence ilk bulduğum çevre daha büyük olur.

Şekil 7. Hande öğretmenin c şıkkı için çözümü

Elif Öğretmen en büyük çevreyi bulma maddesi için çizdiği üçgenleri incelemeye başlamıştır. Önce tabanı 2br, yüksekliği 1 br olan biri dik, diğeri ikizkenar olan üçgeni ele almıştır. Dik üçgenin kenar uzunluklarını pisagor bağıntısı ile bularak çevreyi 3+ $\sqrt{5}$ br olarak hesapladı. İkizkenar üçgende ise yine pisagor bağıntısıyla üçgenin çevresini 2+ $2\sqrt{2}$ br olarak bulmuştur. Çizdiği üçgenleri inceleyince "*Aslında ben bu üçgenin tepe noktasını değiştirirsem geniş açılı üçgenler elde edebilirim. Mesela ızgaranın en uzak yerine köşe noktasını koyarsam kenarları uzun seçmiş olurum*" demiştir. Bu durumda tabanı 2 br, yüksekliği 1 br seçtiği üçgeni geniş açılı yaparak kenar uzunluklarını da pisagor bağıntısıyla bularak üçgenin çevresini 2+ $\sqrt{65}$ + $\sqrt{101}$ br olarak bulmuştur.

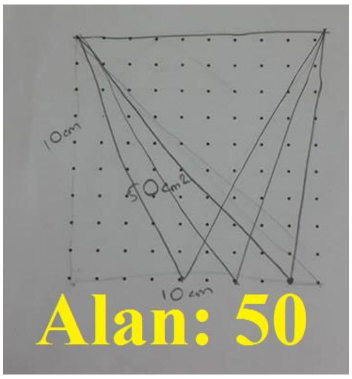


Şekil 8. Elif Öğretmenin üçgen çizimi

Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında b şıkkı için Demet Öğretmen alanı 1br^2 olan çizdiği üçgenleri tekrar geri dönüp incelemiştir. Kenar uzunluklarını pisagor bağıntısıyla ilişkilendirerek bulup üçgenin çevrelerini hesaplamıştır. Lakin tabanı 2 br ve yüksekliği 1 br uzunluğunda olan sadece dik üçgenleri düşünmüştür. Tepe noktalarını kaydırıp, geniş açılı üçgenler oluşturmadığı için ızgaradaki en büyük kenarı elde edememiştir. Çözüme ait görüşme şu şekilde devam etmiştir:

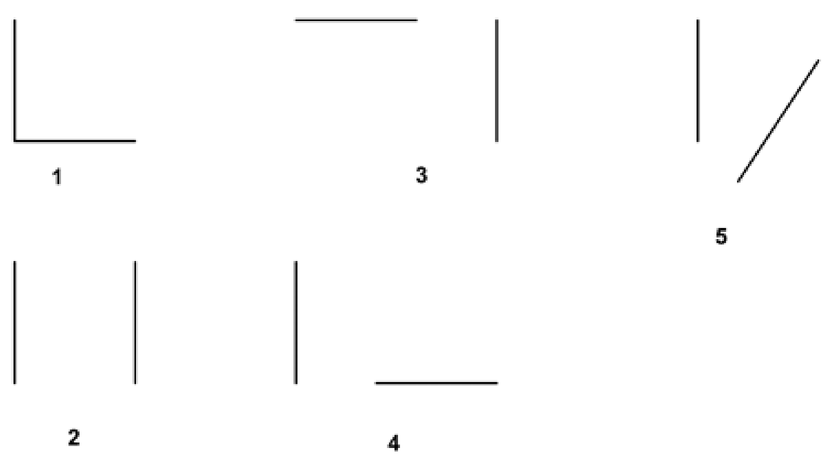
D:Şimdi iki üçgenin çevresine bakayım ikisi aynı zaten. İlk üçgenin çevresi 3+ $\sqrt{5}$, ikincisinin ise *2+* $2\sqrt{2}$ *'dir.*
A: Bu şartı sağlayan üçgenlerden sadece iki çevre mi çıkar? Başka böyle üçgenler yok mu?
D: Yani benim aklıma bunlar geldi. Tabanı 2 ve yüksekliği 1 aldım. Dik üçgen aldım. Bence çevre 2 tane.
A: Peki hangisinin çevresi en büyük?
D: Yaklaşık kökten çıkarırsam bunları 3+$\sqrt{5}$ *olan çevre daha büyük olur.*

Soruya ait d şıkkı için tüm öğretmenler genel olarak aynı şeyi düşünmüştür. Öğretmenler noktalı kağıt üzerinde en büyük alanlı üçgeni çizmek için alanın, karenin alanının yarısı olacağını yani 50 br^2 olacağını söylemişlerdir. Tabanı 10 birim, yüksekliği 10 birim olan çok sayıda üçgen olacağını belirtip, ikizkenar üçgen, dar açılı üçgenler bir de dik açılı üçgenler oluşturmuşlardır. Değişmezleri araştırma bağlamında dik üçgenin dönebileceğini ancak alanın değişmeyeceğini vurgulamışlardır. Ek olarak tepe noktaları değişince alan değişmeyecek ancak kenar uzunlukları değişen farklı üçgenler oluşacağını söylemişlerdir.



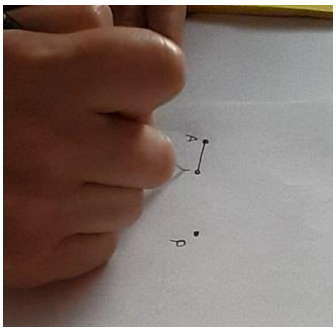
Şekil 9. Demet Öğretmen'in d şıkkı için üçgen çizimi

Dönme merkezlerinin araştırılmasının istendiği dördüncü soruda; öğretmenlere öncelikle kağıt üzerinde herhangi bir P noktası ve AB doğru parçası alıp, bu doğru parçasının P noktası etrafında döndürmeleri sonucu neyi fark ettikleri sorulmuştur. Diğer istenen ise şekildeki gibi eş doğru parçası çiftlerinin verilip, soldaki doğru parçasının sağdaki doğru parçası üzerine gelecek şekilde döndürüp, dönme merkezlerinin bulunması beklenmiştir.



Şekil 10. Öğretmenlere sorulan 4. soru

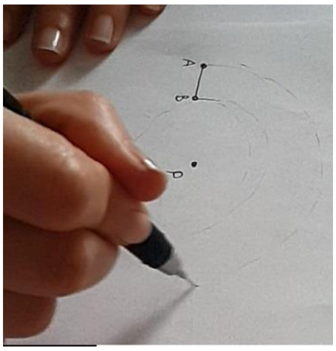
Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında öğretmenlerden üretici düşünerek dönme merkezlerini bulmaları beklenmiştir. Değişmezleri araştırma anlamında dönme merkezinin dönecek olan doğru parçalarına olan uzaklığının sabit olduğunu düşünmeleri beklenmiştir. Hande Öğretmen çözümüne bir P noktası alıp, etrafında AB doğru parçası çizerek başlamıştır. Daha sonra bu AB doğru parçasını, P noktasına olan uzaklığını koruyacak şekilde döndürmeye başlamıştır. Oluşan çizim ve görüşme de aşağıda belirtilmiştir.



Adım 1

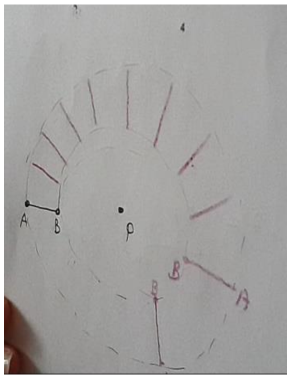
H: Şimdi AB doğru parçasını P etrafında döndürürsem bir dönme uzaklığı olacak. AB bu şekilde devam edecek döndükçe kendi üzerine gelecek yani. Neyi fark ederim? Burada dairenin içinden daire çıkmış gibi bir şey oluştuğunu fark ederim.

A: Uzaklıklar nasıl peki P noktasına?



H: Uzaklıklar zaten sabit ikisinde de. Dönme uzaklığı olduğu için. P ile aralarındaki mesafenin değişmediğini fark ederim.

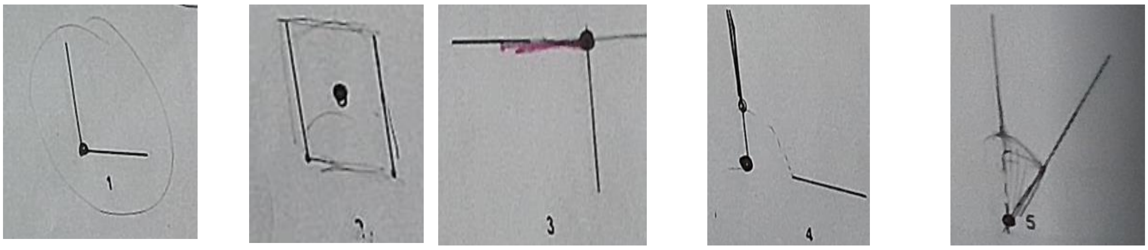
A: Tamam.



Adım 2

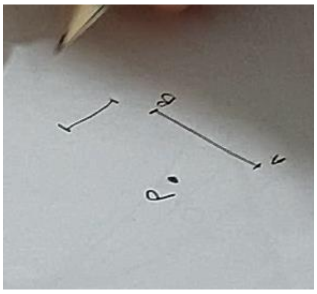
Şekil 11. Hande Öğretmen'in dairesel çizimi

Öğretmen cevap verilmesi istenen diğer madde için 5 tane doğru parça çiftlerinin her birini tek tek incelemiştir. 1. doğru çiftinin dönme merkezini hemen bulmuştur. Keşfetme ve yansıma bağlamında verilen doğru parçalarının uzantılarını kesiştirmiştir. Hande Öğretmen hem dairesel hareket yaparak hem uzantılarını kesiştirerek dönme merkezlerini doğru parçasının uzantılarının kesiştiği yer olarak belirlemiştir. "Burada şekiller çakışmıyor sadece sağdaki soldaki parçanın hizasına gelebiliyor " demiştir. Aynı şekilde diğer 2, 4 ve 5. doğru çiftleri içinde aynı dairesel dönmeler yapıp, uzantılarının kesişim noktalarını alarak dönme merkezlerini bulmuştur. Dönme merkezleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

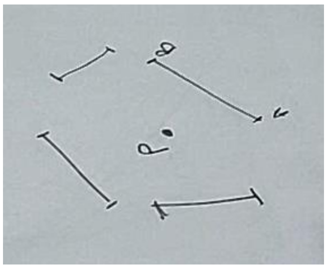


Şekil 12. Hande Öğretmen'in bulduğu dönme merkezleri

Demet Öğretmen ise çözümüne bir P noktası etrafında herhangi bir AB doğru parçası alarak istenileni yapmaya başlamıştır. Yapılan görüşme ve öğretmenin çizimi aşağıdaki gibidir.



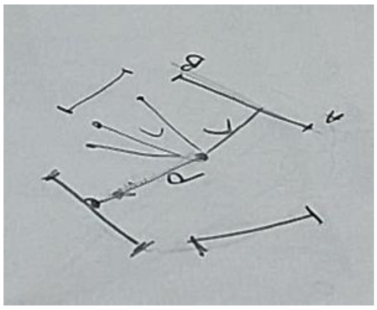
Adım 1



D: AB doğru parçasını döndürüyorum. Buraya geldi, şuraya geldi, buraya geldi. Tabi bu çizdiklerim aralıksız oluyor. Yani bunların hızlı bir şekilde döndüğünü düşünürsem aynı bisiklet tekerleğinin üstündeki süsler gibi zamanla çember gibi görünür döndüklerinde.

A: r olarak yazdığın ne peki?

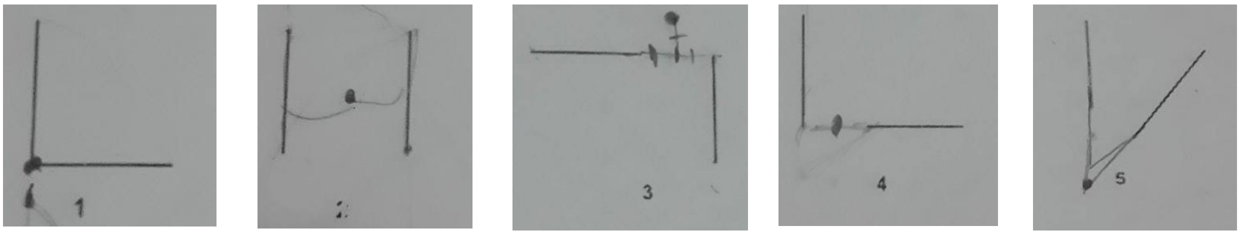
D: Doğru parçasının noktaya olan uzaklığı. Bu hep sabit kalır. Yani çember oluştuğunu fark ederim.



Adım 2

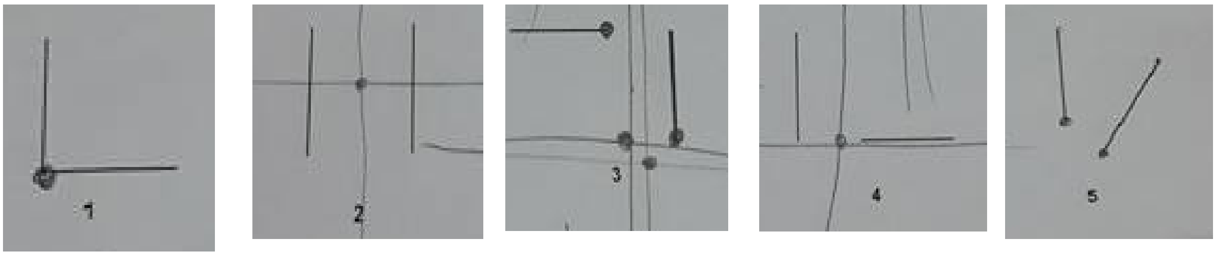
Şekil 13. Demet Öğretmen'in dairesel çizimi

Demet öğretmen ikinci, üçüncü ve beşinci doğru parçası çiftlerini zihninde dairesel hareketlerle döndürerek dönme merkezlerini bulmuştur. Ancak dördüncü doğru parçası çiftinin merkezini bulamamıştır.



Şekil 14. Demet Öğretmen'in bulduğu dönme merkezleri

Elif Öğretmen önce bir nokta alıp, bu noktanın etrafında AB doğru parçasını döndürmüştür. Şekil 15'ten de anlaşılacağı üzere doğru parçası döndüğünde merkezi P noktası olan iç içe geçmiş çemberler oluşacağını belirtmiştir. Bu çemberlerin noktaya olan uzaklıklarının hep sabit olduğunu fark ettiğini belirtmiştir. Elif Öğretmen dönme merkezlerinin belirlenmesinin istendiği diğer soruda ilk iki doğru parçası çifti için dönme merkezini doğru bulmuştur ama üçüncü ve dördüncü doğru çifti için bunların tam orta bölümüne koordinat sistemini alıp şekli döndürmeye çalışmıştır. Ancak bulduğu noktalarda soldaki doğru parçası sağdakiyle sadece aynı yöne sahip olmuştur. Aynı doğrultuda olamamıştır. 5. doğru parçası çifti için dönme merkezini bulamamıştır.



Şekil 15. Elif Öğretmen’in bulduğu dönme merkezleri

Tartışma ve Yorum

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğretmenler ve öğrencilerinin alışkanlıkları, Driscoll ve arkadaşlarının (2007) zihnin geometrik alışkanlıkları çerçevesi temel alınarak incelenmiştir. Bu çerçeve ilişkilendirme, geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri araştırma ile keşif ve yansıtmayı dengeleme gibi dört alt bileşene sahiptir. Öğretmenlerin alışkanlıkları incelemek için onlarla klinik mülakatlar yapılmıştır. Öğretmenlerin soruyu çözerken yaptığı açıklamaların, işlemlerin hangi alışkanlık türü ya da türlerine ait olduğu belirlenmeye çalışılmıştır.

Öğretmenlerin ilişkilendirme alışkanlığı bağlamında yaptıkları şu şekilde incelenmiştir. Öğretmenler 1. soruda dikdörtgenler prizması şeklindeki kutunun içine en az boşluk kalacak şekilde küpleri yerleştirirken küplerin ayrıt uzunluğu ile hacmini ilişkilendirmişlerdir. Prizmanın ayrıtlarına göre en az boşluk kalacak şekilde küpleri yerleştirmeye çalışmışlardır. Hande Öğretmen en az boşluk kalacak şekilde birbirinden farklı üç durumu deneyip, en az boşluğu bulmuştur. Demet ve Elif Öğretmen ise en çok 7x7x7’lik küpleri kullanmak gerektiğini düşünüp Hande Öğretmenin çözümünden bir yerde ayrılmışlardır. Diğer yerleştirmeleri Hande Öğretmeninkiyle aynı yapmışlardır. Dolayısıyla buldukları boşluk Hande Öğretmen’in bulduğu sonuca göre fazla çıkmıştır. Soru fazla işlem gerektirdiğinden öğretmenler soruyla bayağı uğraşmışlardır. En uygun seçeneklerin ne olacağı hakkında mantıklı düşünüp, ayrıtlara uygun şekilde küpleri yerleştirecek uygulamalar yapmışlardır. En az boşluk için en fazla 7x7x7’lik küp kullanınca en az boşluk çıkmadığı görülmüştür. Bu yüzden ayrıtlara uygun boşluk kalmayacak şekilde Hande Öğretmen’in yaptığı gibi küpleri yerleştirmek doğru sonucu vermiştir.

Geometrik fikirleri genelleme bağlamında sorulan soruda üçgenin olası üçüncü köşe noktası için Hande ve Demet Öğretmen önce koordinat sistemini çizip, noktaları koordinat sisteminde göstermişlerdir. Hande ve Demet Öğretmen ilk olarak ikizkenar üçgen çizerek üçüncü köşe için nokta bulmaya çalışmışlardır. Demet Öğretmen aynı durumu bir dik üçgen çizerek üçüncü köşe noktasını ifade etmeye çalışmıştır. Elif Öğretmen ise üçgen eşitsizliğini düşünerek üçüncü kenar uzunluğunun olabileceği değerler aralığını ele almış ve kenar uzunluğunun alacağı değere göre köşenin koordinatlarının reel köklerden de oluşacağını belirtmiştir. Üç öğretmen de olası üçüncü köşe noktasının hareketli bir nokta olmasından kaynaklı, nokta sayısının sonsuz tane olacağını belirtmiştir. Hande ve Elif Öğretmen bu köşe noktalarının bir elips oluşturacağını ifade etmiştir. Ancak Demet Öğretmen çember oluşturacağını ifade ederek yanlış bir genelleme yapmıştır. Ayrıca öğretmenlerin koordinat sistemi üzerinde buldukları üçüncü noktanın y ekseninin diğer tarafında da olabileceğini söylemeleri değişmezleri araştırma alışkanlığını kullandıklarını da göstermiştir. Bu bağlamda Özen’in (2015) çalışmasına paralel olarak öğretmenlerin alışkanlıkları beraber kullandıkları görülmüştür.

Değişmezleri araştırma bağlamında üçüncü soruda öğretmenler 10x10'luk ızgara kağıtta alanı 1, 3/2, 3, 6, 15 br^{2}' lik birbirinden farklı üçgenler ve bu kağıtta en büyük alanlı üçgeni çizmişlerdir. Bu bağlamda öğretmenler alan değişmezliğini dikkate alarak taban ve yükseklik değerlerini değiştirerek birbirinden farklı üçgenler elde etmişlerdir. Dolayısıyla bu üçgenlerin bazıları birbirinin yansımış, dönmüş hali olmuştur. Bu soruda öğretmenler ayriyeten keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında alanı 1 br^2 olarak çizdikleri üçgenlerin içinde en büyük çevreli olanı bulmak için üçgenlere geri dönüp araştırmaya başlamışlardır. Hande ve Elif öğretmen en büyük çevre için kenarları en uzun seçerek çevreyi bulmuşlardır. Lakin Demet Öğretmen alanı 1 br^2 olan çizdiği üçgenlere dönerek daha da başka uzunluğa sahip üçgen çizemeyeceğini belirtmiştir. Tabanı 2, yüksekliği 1 birim olan üçgeni almış ancak en uzun kenar için tabanı tepe noktasından uzak yerleştirmemiştir. Bu durumda en büyük çevreyi doğru olarak bulamamıştır.

Keşif ve yansıtma; bir problem durumunda çözüm için gerekli olan farklı yolları deneme ve her aşamada durum değerlendirmesi yaparak, matematiksel kavramların açıklamalarını ve bunları savunmalarına ihtiyaç duyan problemler kurma sonucu gelişir (Köse ve Tanışlı, 2014). Bu alışkanlık bağlamında dördüncü soruya ait dönme merkezlerini bulmada tüm öğretmenler ilk doğru çiftinin dönme merkezini kolaylıkla bulmuşlardır. Diğer dört doğru çifti için çizdikleri dairesel dönmelere dönüp uğraşlarda bulunmuşlardır. Hande öğretmen doğru parçalarının uzantısının kesiştiği yerleri dönme merkezleri alarak diğer doğru parçası çiftlerinin merkezlerini bulmuştur. Demet öğretmen dönme merkezlerini zihninde canlandırarak bulmuştur. Fakat bir doğru çiftinin dönme merkezini bulamamıştır. Elif öğretmen ise birinci ve ikinci doğru çiftinin dönme merkezini doğru bulurken ama üçüncü ve dördüncü doğru çiftini tam olarak bulamamıştır. Beşinci doğru parçası çifti için dönme merkezini bulamamıştır. Sonuç olarak bu soru öğretmenlerin çözmekte zorlandığı sorulardan bir tanesi olmuştur. Doğru oranı da en az olan soru olmuştur. Bunun sebebi Gürbüz ve Durmuş'un (2009) da bahsettiği gibi öğretmenlerin matematik öğretim programına eklenen dönüşüm geometrisi konusuna ait alan bilgisi eksikliğinden kaynaklanmış olabilir.

Araştırma sonuçlarına göre ZGA' nın desteklenip gelişimine yönelik aşağıda bazı öneriler verilmektedir.

- ✓ Öğretmenlerin ZGA'nın ilişkilendirme, geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtmayı dengeleme alt bileşenlerini geliştirme bağlamında hizmetiçi eğitim çalışmaları verilebilir.

- ✓ Bu çalışmada teknolojinin alışkanlıklar üzerine etkisi incelenmemiştir. Ancak yapılacak ileriki çalışmalarda teknoloji kullanılarak çoklu temsillerle birlikte alışkanlık süreçleri ortaya çıkarılabilir.

Kaynakça

Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers'understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21* (2), 132-144.

Bauer, M. W. (2003). Classical content analysis: a review. M. W. Bauer & G. Gaskell (Eds.)*, Qualitative researching with text, image and sound* (pp. 131-151). London: Sage.

Baykul, Y. (1999), *İlköğretimde Matematik Öğretimi*, Ankara: Anı Yayıncılık.

Bülbül, B. Ö. (2016). *Matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi. (Yayımlanmamış doktora tezi).* Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Cohen, L., Manion, L. ve Morrison, K. (2007). *Research methods in education (6th ed.)*. New York, NY: Routledge.

Costa, A. L. ve Kallick, B. (2000). *Discovering and exploring habits of mind.* Alexandria, VA: Association for Supervision & Currculum Development.

Cuoco, A., Goldenberg, E. ve Mark, J. (2010). Contemporary curriculum issues: Organizing a curriculum around mathematical habits of mind. *Mathematics Teacher, 103*(9), 682–688.

Driscoll, M., Wing DiMatteo, R., Nikula, J. ve Egan, M. (2007). *Fostering geometric thinking: a guide for teachers, grades 5-10.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Gall, M., Gall, J. ve Borg, R. (2007). *Educational research: An introduction (8th ed.).* New York, NY: Pearson Education.

Gürbüz, K. ve Durmuş, S. (2009). İlköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanındaki yeterlikleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9* (1),1-22.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: klinik mülakatın potansiyeli*. İlköğretim Online , 2*(2), 2-9.

Köse, Y.N. ve Tanışlı, D. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrideki zihinsel alışkanlıkları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 14*(3), 1203-1230.

MEB (2015). *Ortaokul matematik dersi 5,6,7 ve 8. sınıflar öğretim programı*. Ankara, 2015.

Olkun, S. ve Aydoğdu. (2003). Üçüncü uluslararası matematik ve fen araştırması (TIMSS) nedir? neyi sorgular? örnek geometri soruları ve etkinlikler*. İlköğretimOnline 2*(1), 28-35

Olkun, S., Toluk, Z. ve Durmus, S. (2002*).* Sınıf öğretmenliği ve matematik öğretmenliği öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri. *2002 V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi* içinde (1064-1070. ss.). Ankara: Devlet Kitapları Basımevi Müdürlüğü.

Özen, D. (2015). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi: bir ders imecesi*. *(Yayımlanmamış doktora tezi).* Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: foundation of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-21.

Stake, R.E. (1995). *The art of case study research*. Thousands Oaks, CA: Sage.

Uygan, C. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının kazanımına yönelik dinamik geometri yazılımındaki öğrenme süreçleri. (Yayımlanmamış doktora tezi).* Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. W. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim (7. Baskı)*.(Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayınları.

Yıldırım*,* A. ve Şimşek*,* H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

* Bu makale birinci yazarın ikinci yazar danışmanlığında yürüttüğü "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Belirlenmesi ve Derslerine Yansıması" isimli yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

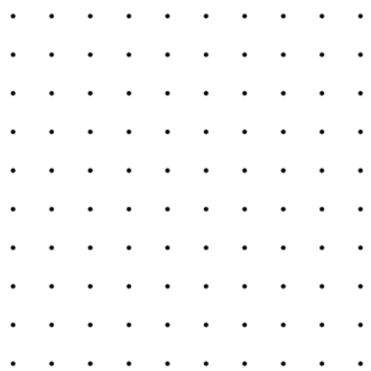
Ek.

Oturum I

1) Ayrıtları 15 cm, 18 cm ve 27 cm olan düzgün dikdörtgenler prizması şeklindeki depo kutusunun içine en az boşluk kalacak şekilde 7x7x7 cm lik ve 2x2x2 cm lik küp şeklindeki konserve kutularıyla doldurmak istiyoruz. Buna göre toplamda kaç tane 7x7x7 cm lik ve kaç tane 2x2x2 cm lik küpler kullanabiliriz? (NOT: Yeteri kadar 7x7x7 cm ve 2x2x2 cm'lik küpler bulunmaktadır.)

2) Çevresi 18 birim olan üçgenin iki köşesi (0,2) ve (0,6) noktalarında ise üçüncü köşe noktası için olası tüm durumlar nedir?

3) Aşağıdaki problemde 10x10'luk noktalı ızgarada üçgenler yapmanız isteniyor. Bu üçgenlerin tüm köşeleri noktaların üzerinde olmalıdır. Belirtilen işlem basamaklarına göre problemi çözünüz.



a) 10x10'luk noktalı ızgarada alanı:
   - 1 birimkare
   - 3/2 birimkare
   - 3 birimkare
   - 6 birimkare
   - 15 birimkare olan üçgenler çiziniz. Her basamağı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

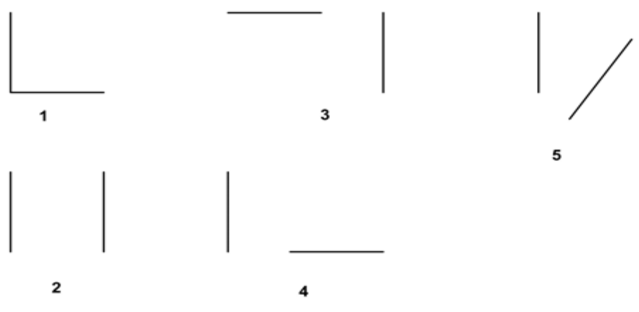
b) Alanı 1 birimkare olan yapabileceğiniz kadar farklı üçgenler yapınız. Burada, iki üçgen eş değilse onlar farklıdır.

c) Alanı 1 birimkare olan üçgenlerden hangisinin çevresi en büyüktür?

d) 10x10'luk noktalı ızgara üzerinde alanı en büyük olan üçgeni çiziniz. Bu üçgenin alanını bulunuz ve bu alanın neden en büyük olduğunu açıklayınız. Bu ızgara üzerinde aynı alana sahip başka üçgenler var mıdır? Açıklayınız.

4) a) Bir P noktası ve kağıtın herhangi bir yerinde olacak şekilde bir AB doğru parçası çiziniz. AB doğru parçasını, P noktası etrafında döndürürseniz neyi farkedersiniz?

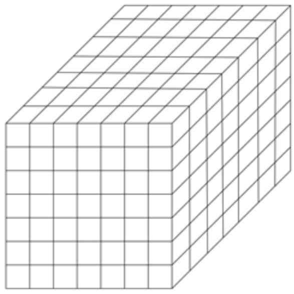
b) Aşağıdaki şekilde bazı eş doğru parçaları verilmiştir. Şekildeki her doğru parçası çifti için, sağdaki doğru parçası soldaki doğru parçasının üzerine gelecek şekilde döndürerek dönme merkezlerini bulunuz.



(2., 3., ve 4. sorular Driscoll'ün sorularıdır.)

Oturum II

1) Aşağıdaki 7x7x7'lik küpün en ortasındaki 1x1x1'lik küpü kesip çıkarmak için en az kaç kesim yapılmalıdır?



2) Aşağıda verilen her bir problem basamağı için bir kare yaprak kağıt alınız ve istenilenleri katlama yoluyla yapınız. Yeni yaptığınız şekilleri nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

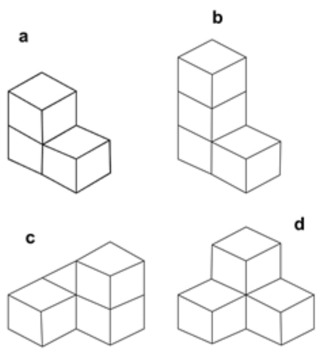
   a. Orijinal karenizin ¼'i olan alana sahip bir kare oluşturunuz. Oluşturacağınız şeklin neden bir kare olduğunu ve orijinal karenizin ¼'i kadar alana sahip olduğunu nasıl bildiğinizi açıklayınız.

   b. Orijinal karenizin ¼'ü alanına sahip bir üçgen oluşturunuz. Bu alanın karenin alanın ¼'i olduğunu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

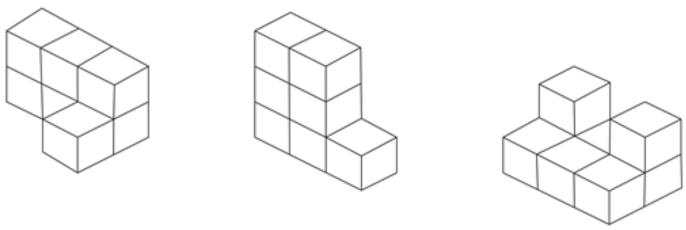
   c. Orijinal karenizin ¼'ü alanına sahip başka bir üçgen oluşturunuz. Ancak bu üçgen ilk oluşturduğunuz üçgenden farklı olsun. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

   d. Orijinal karenizin ½'i alanına sahip bir kare oluşturunuz. Oluşturacağınız şeklin neden bir kare olduğunu ve orijinal karenizin ½'i kadar alana sahip olduğunu nasıl bildiğinizi açıklayınız.

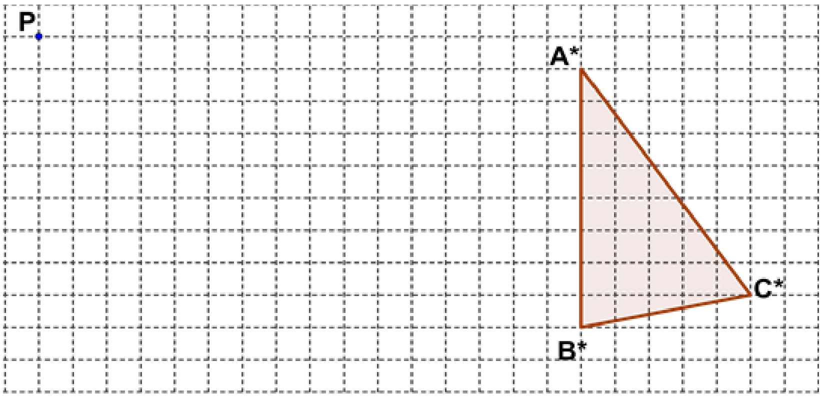
3)



Yandaki 4 çeşit çok küplü modellerinden hangileri kullanarak aşağıda verilen geometrik yapılar oluşturulmuştur?



4)



Bir kişi P noktasını çıkış noktası alarak şekildeki A*B*C*üçgeni yapmak için bir ABC üçgenini büyütmüştür. Bu üçgeni büyütürken şu kuralları uygulamıştır: PB doğru parçasından B* noktasına, P noktasının B noktasına olan uzaklığının 2 katı; PA doğru parçasından A* noktasına, P noktasının A noktasına olan uzaklığının 2 katı; PC doğru parçasından C* noktasına, P noktasının C noktasına olan uzaklığının 2 katı olacak şekilde uzatmalıdır. Ancak birisi bu kişinin ABC üçgenini silmiştir. ABC üçgeninin nerede olduğunu bulmasında bu kişiye yardımcı olur musunuz? Nasıl yardımcı olacağınıza dair düşüncelerinizi açıklar mısınız?

(2. ve 4. sorular Driscoll'ün sorularıdır.)