Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Konu Alan Bilgilerinin Gelişiminde Hata Temelli Aktiviteler: Kesirlerle Toplama İşlemi*

Merve Özkaya, Alper Cihan Konyalıoğlu*****

Makale Geliş Tarihi: 26/10/2018 *Makale Kabul Tarihi: 23/11/2018*

DOI: 10.35675/befdergi.475076

Öz

Bu çalışmada hata temelli aktivitelerle ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik konu alan bilgilerinin gelişimleri incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda hata temelli aktiviteler ile desteklenen uygulama öncesinde öğretmenlerin kesirlerle toplama işlemine yönelik alan bilgileri işlem yapma, problem kurma, model kullanma (resim veya diyagram temsili) ve önemli noktaları açıklama ve bilme bağlamında belirlenmiştir. Nitel yaklaşımlardan durum çalışması yönteminin kullanıldığı bu çalışma yedi ortaokul matematik öğretmeniyle yürütülmüştür. Öğretmenler amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Veriler konu alan bilgisi testi, odak grup görüşmeleri ve günlüklerden oluşan doküman kullanılmıştır. Toplanan verilere betimsel analiz uygulanmıştır. Çalışma sonuçlarına göre uygulama öncesinde konu alan bilgisi bağlamında öğretmenlerin problem kurma becerilerinin eksik olduğu görülmüştür. Ayrıca hata temelli aktivite uygulamaları öğretmenlerin kendi kavramsal düzeylerinin farkında olmalarına katkı sağlamıştır.

Anahtar Kelimeler: *Öğretim için matematiksel bilgi, konu alan bilgisi, hata temelli aktiviteler, kesirlerle toplama işlemi, ortaokul matematik öğretmenleri*

Mistake Handling Activities in the Development of Middle School Mathemathics Teachers' Subject Matter Knowledge: Addition Operation with Fractions

Abstract

In this study, the effects of mistake handling actvities in the development process of middle school mathematic teachers' subject matter knowledge for addition operation with fractions was examined. For this purpose, teachers' subject matter knowledge in the context of operation, problem posing, using model, explain and know important points about addition operation with fractions set before applications supported by mistake handling activities. Case study methods from qualitative research approaches was used as the design of study, where seven middle school mathemathics teachers were sampled. Teachers were selected by using purposive sampling technique. Datas were obtained through subject matter knowledge test, focus group inteviews and diaries. Descriptive analysis was applied to the collected data. According to the

[*] Bu makale Prof. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU'nun danışmanlığında Merve ÖZKAYA'nın Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nde hazırladığı tezden üretilmiştir.

[**] Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Erzurum, Türkiye, mdurkaya@atauni.edu.tr, ORCİD: 0000-0002-0436-4931

[***] Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Erzurum, Türkiye, ackonyali@atauni.edu.tr, ORCİD: 0000-0002-6009-4251

Kaynak Gösterme: Özkaya, M. ve Konyalıoğlu, A.C. (2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin konu alan bilgilerinin gelişiminde hata temelli aktiviteler: Kesirlerle toplama işlemi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 14*(27), 23-52. https://doi.org/10.35675/befdergi.475076

results of the study, it was seen that problem posing skills of teachers were lacking in the context of subject matter knowledge.

Key Words: *Mathemathical knowledge for teaching, subject matter knowledge, mistake handling activities, addition operation with fractions, middle school mathemathics teachers*

Giriş

İyi bir öğretmende bulunması gereken özellikleri belirleyebilmek önemini hiçbir zaman kaybetmeyen araştırma konularından biri olmuştur. Gerçekten öğretmen bilgisinin belirlendiği çalışmaların 80'li yıllardan günümüze kadar devam ettiği görülmektedir. Öğretmen bilgisinin belirlendiği en önemli çalışmalardan biri Shulman'ın 1986 yılındaki çalışmasıdır. Öğretmenin sahip olduğu bilginin özelliklerinin açıkça belirtildiği bu çalışmada, pedagojik alan bilgisi kavramı ortaya atılmıştır. Pedagojik alan bilgisi, öğretmenlerin kendi alanlarını iyi bilmelerinin yanı sıra alan öğretimini de iyi bilmeleri gerektiğine vurgu yapmaktadır. Sahip olunan bilgiyi farklı bileşenlere ayırarak analiz etme daha yararlı sonuçlar ortaya koyacağından (Leinhardt, 1990) araştırmacılar, pedagojik alan bilgisini farklı bileşenlere ayırarak incelemişlerdir (Park ve Oliver, 2008). Bu bileşenlerin hepsinde öğrenciyi anlama bileşeni yer almıştır. Son yıllarda öğrenciler öğretmenlere niçin, neden gibi daha sorgulayıcı sorular yönelttiklerinden öğrenciyi anlamanın yanı sıra öğretmenlerin sahip oldukları öğretim bilgisi de ön plana çıkmıştır. Shulman'ın (1986) tanımladığı pedagojik alan bilgisi bunların hepsini içermektedir. Her bir alanda olduğu gibi matematik alanında da öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini çeşitli açılardan inceleyen çalışmalar vardır. Mewborn (2001) bu çalışmaların bir analizini yapmıştır. Buna göre çoğu çalışmada, araştırmacılar matematik öğretmenleri ya da öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerini durum çalışmasıyla ortaya koymuşlardır. Pedagojik alan bilgisinin belirlendiği çalışmaların çokluğu, öğretmen bilgisinin pedagojik alan bilgisinden bağımsız olamayacağını düşündürmektedir. Ayrıca matematik alanına özgü öğretmen bilgisine ihtiyaç duyulduğu da açıktır. Tüm bunlar göz önüne alındığında Ball ve takipçileri matematik alanına özgü öğretmen bilgisini yeniden yapılandırmış, pedagojik alan bilgisini de içerisine alan öğretim için matematiksel bilgiyi ortaya atmışlardır (Hill, Ball ve Schilling, 2008).

Bir matematik öğretmeni, öğrettiklerini ve öğrencilerin öğrettiklerinden ne anladığını bilmeli, öğretim sürecinde öğrencilere yararlı ve anlaşılan açıklamalar yaparak uygun sınıf içi etkinlikler hazırlayabilmelidir (Ball ve Bass, 2000; Ball ve Bass, 2002; Ball, Hill ve Bass, 2005). Öğretim için matematiksel bilginin içeriğini oluşturan bu özellikler dışında Hill ve diğerlerine göre (2008) öğretim için matematiksel bilgi, iyi bir alan bilgisini, öğrencileri anlamayı ve iyi bir öğretim bilgisini içerir. Ball, Thames ve Phelps'in (2008) öğretim için matematiksel bilgi haritası Şekil 1'de yer almaktadır.

Şekil 1. Öğretim için matematiksel bilgi haritası (Ball ve diğerleri, 2008, s.403)

Öğretim için matematiksel bilginin temel bileşenlerinden biri konu alan bilgisidir. Konu alan bilgisinin farklı tanımları yapılmıştır. En genel ifadeyle, bir konuyla ilgili temel özellikleri ve o konun içeriğini bilmeyi, öğrenmeyi sağlayabilmede ki sahip olunan deneyimlere dair bilgiyi içerir (Even, 1993; Grossman, 1990). Bir öğretmenin iyi bir konu alan bilgisine sahip olması önemlidir (NCTM, 2000). Öğretmenlerin bir konu hakkındaki bilgilerini belirlemeden önce öğretmenlerin konuyu nasıl anladıklarının ortaya konulması gerekir (Ball, 1991a). Ayrıca iyi bir konu alan bilgisi öğretim bilgisini geliştirir ve destekler (Ball vd., 2008; Ma, 1999). Bu durum göz önüne alındığında çoğu araştırmacı konu alan bilgisini, öğretmen bilgisinin önemli bir parçası olarak ifade etmişlerdir (An, Kulm ve Wu, 2004; Grossman, 1990; Leinhardt ve Smith, 1985; Shulman, 1986; Shulman, 1987).

Öğretmenlerin sahip olduğu konu alan bilgisinin öğretim sürecini etkilediği (Buckreis, 1999) düşünülürse konu alan bilgisinin geliştirilmesi önemli bir durum haline gelmiştir. Konu alan bilgisini geliştirmede öğretmenlerin öğrenci hatalarını tespit edebilme ve açıklayabilmeleri kullanılmaktadır (Carpenter, Franke ve Levi, 2003). O halde iyi bir alan bilgisine sahip bir öğretmenin hataları doğru bir şekilde belirlemesi, sebeplerini açıklaması ve sorgulayabilmesi gerekir. Borasi (1986; 1988) hatayı, entelektüel araştırma sürecine zemin hazırlayan, ilgili konuya motiveyi arttıran ve öğrenmede bir araç olarak kullanılabilen bir olgu olarak açıklamaktadır. Hatanın bu açıklaması, alan bilgisinin geliştirilmesi için hataların temel alındığı uygulamaların önemi üzerinde düşünmemiz gerektiğine vurgu yapmaktadır. Matematiksel konuları derinlemesine anlama imkanı veren hata temelli aktiviteler (Borasi, 1988) öğretmenlerin konu alan bilgilerini geliştirmede etkili olabilir. Alan bilgisini geliştirmede hatalı soru çözümlerini kullanan Borasi (1989), bu şekilde katılımcıların hatalarını fark ettiklerini, yeni fikirler kazandıklarını ve sorgulama becerilerinin geliştiğini ortaya koymuştur. Hata temelli aktivitelerin etkililiğini ortaya koyan deneysel çalışmalarda göze çarpmaktadır. Heinze ve Reiss (2007) yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdikleri yarı deneysel çalışmada, hata temelli aktivitelerin kullanıldığı grubun ispat ve muhakeme performanslarının daha iyi olduğunu belirlemişlerdir. Rach, Ufer ve Heinze (2013) öğretmenleri hataları bir öğrenme fırsatı olarak değerlendirmeleri için desteklemişlerdir. Bu şekilde desteklenen öğretmenlerin öğrencilerinin hata yapma korkularının azaldığı gözlenmiştir.

Borasi (1986) hata temelli aktiviteleri öğretmenlerin matematik alan bilgilerini geliştirebilmeleri ve matematiğin doğasını anlamlandırabilmeleri için kullanmıştır. Lise öğrencileriyle gerçekleştirilen hata temelli aktiviteler, öğrencilerin problem durumları karşısında ne yapacağını bilmesine, araştırmaya yapmasına ve tartışmaya katılmasına imkan sağladığı gibi genel sonuçlar ortaya koymuştur (Borasi, 1994). Bir konuya özgü olarak alan bilgisini geliştirmeye yönelik hata temelli aktivitelerin kullanıldığı bir çalışmaya rastlanmamıştır. Hem ilkokul hem de ortaokul matematiğinde kesirler konusu fazlasıyla yer almakta ve sayılar öğrenme alanının öğrenilmesi için temel oluşturmaktadır (Aksu, 2013; MEB, 2018). Ayrıca kesirler, öğrenilmesi zor konular içerisinde yer almaktadır (Dorgan, 1994; Işık ve Kar, 2012; Işıksal, 2006; Kar ve Işık, 2014; Tirosh, 2000). Bu nedenlerden dolayı konuya özgü alan bilgisini geliştirmede kesirlerle toplama işlemi ele alınmıştır. Ayrıca sürece dayalı öğretmen eğitiminin önemi (Baturo, Cooper, Doyle ve Grant, 2007; Jaworski, 2001) göz önüne alınırsa konu alan bilgisi gelişimi için bilişsel çatışma ortamlarının hazırlanması etkili olabilir. Hata temelli aktiviteler, bu bilişsel çatışma ortamlarını hazırlamak için kullanılabilir bir yöntemdir. Bu şekilde öğretmenler kendi hatalarıyla yüzleşir ve bilişsel çatışma ortamı sayesinde kesirlerle toplama işlemine yönelik alan bilgilerinin farkına varabilip alan bilgilerini geliştirebilirler. Bu bağlamda çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik konu alan bilgilerinin gelişiminde hata temelli aktivitelerin etkililiğini araştırmaktır. Bahsedilen durumlar göz önüne alındığında bu çalışmada hata temelli aktivitelerle ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik konu alan bilgileri nasıl bir değişim göstermektedir? sorusuna cevap aranmıştır.

Yöntem

Nitel araştırma yaklaşımı sürece odaklanarak olay ve olguları doğal ortamında araştırır ve değerlendirir (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel 2011; Ekiz, 2009). Bu yaklaşım birden çok veri toplama aracıyla sürece dahil olan katılımcıların ne düşündüğünü esnek ve bütüncül olarak ortaya koyar (Güler, Halıcıoğlu ve Taşğın, 2013; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Durum çalışması yöntemi katılımcılardan derinlemesine bilginin toplanıp bu bilginin betimlenerek ya da durum temalarına ayırarak sunulmasıdır (Creswell, 2015). Çalışmanın amacı düşünüldüğünde öğretmenlerin hata temelli aktiviteler sürecindeki durumları birden fazla veri toplama aracı kullanılarak derinlemesine incelenmiştir. Bu nedenle çalışmada nitel araştırma yaklaşımlarından durum çalışması yöntemi kullanılmıştır.

Çalışma Grubu

Çalışma amaçlı örnekleme yöntemiyle belirlenen yedi ortaokul matematik öğretmeniyle yürütülmüştür. Demografik özellikleri Tablo 1'de yer alan öğretmenlere Ahmet, Burak, Gamze, Hakan, Metin ve Zafer şeklinde takma isimler verilmiştir. Bulgularda kolaylık olması için bazı durumlarda bu takma isimlerin baş harfleri kullanılmıştır.

Tablo 1.
Araştırma Grubunu Oluşturan Öğretmenlerin Demografik Özelliklerine Göre Sınıflandırılması

Demografik Özellikler		Öğretmen
Hizmet Süresi	0-5 (5 dahil değil) yıl	Gamze, Nihan
	5-10 (10 dahil değil) yıl	Metin, Zafer
	10 ve üzeri yıl	Ahmet, Burak, Hakan
Derse girilen sınıf seviyeleri	İlkokul seviyesi	Metin
	Ortaokul seviyesi	Ahmet, Burak, Hakan, Metin, Zafer, Gamze, Nihan
	Lise seviyesi	Ahmet, Burak, Hakan, Zafer

Veri Toplama Araçları ve Verilerin Analizi

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak konu alan bilgisi testi, odak grup görüşmeleri ve günlüklerden oluşan doküman kullanılmıştır.

Konu alan bilgisi testi ve konu alan bilgisi testi verilerinin analizi

Konu alan bilgisi testi (KABT), öğretmenlerin hata temelli aktiviteler öncesinde kesirlerle toplama işlemiyle ilgili konu alan bilgilerini ortaya koymak için kullanılmıştır. Kesirlerle toplama işlemine dair konu alan bilgisi işlem yapma, problem kurma, model kullanma (resim ve diyagram temsili) ve önemli noktaları açıklama olarak sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırma, literatür kullanılarak konu alan bilgisini ortaya koyacak şekilde belirlenmiştir. Kapsam geçerliği için iki basit kesir, bir tam sayılı bir basit kesir, iki tam sayılı kesir kullanılarak toplama işlemleri hazırlanmıştır. Pilot uygulamayla son hali verilen test, bir uzman tarafından incelenmiştir. Ayrıca problem cümlesi göz önünde bulundurulmuştur. KABT'de yer alan sorular, soruların özellikleri ve sorulardan istenenler Tablo 2' de yer almaktadır.

Tablo 2.
Konu Alan Bilgisi Testinde Yer Alan Sorular, Özellikleri ve Sorulardan İstenenler

Sorular	Özellikleri	Her bir soruda yapılması istenenler
$\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=?$	İki basit kesrin toplanması	Her bir işlemin yapılması Her bir işleme uygun iki problem cümlesinin kurulması Her bir işlemi en az iki model kullanarak gösterilmesi
$1\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=?$	Bir tam sayılı bir basit kesrin toplanması	
$1\frac{1}{2}+3\frac{3}{4}=?$	İki tam sayılı kesrin toplanması	

Kesirlerle toplama işlemine yönelik açıklanmasını gerekli gördüğünüz önemli noktalar ve kavramlar nelerdir?

İlk üç soru analiz edilirken, üç aşama kullanılmıştır. Birincisi yapılan işlemlerin analizi, ikincisi işlemlere yönelik kurulan problemlerin analizi, üçüncüsü ise oluşturulan modellerin analizidir.

Her bir soru için yapılan işlemler sonuçlarına göre doğru ve yanlış olarak değerlendirilmiştir. İşlemin sonucu doğru ise doğru, yanlışsa yanlış olarak belirlenmiştir.

Kesirlerle toplama işlemi için kurulan problemler, Işık ve Kar'a (2012) göre kategorize edilmiştir. Elde edilen verilerin bir kısmı, bu kategoriler içerisinde yer almadığından araştırmacı tarafından yeni kategoriler eklenmiştir. Bu kategoriler, Tablo 3'de sunulmuştur. Bu kategorilerin içeriği aşağıda özetlenmiştir.

Tablo 3.
Kesirlerle Toplama İşlemine Yönelik Problemlerin Analiz Kategorileri

Kesirlerle Toplama İşlemine Yönelik Analiz Kategorileri
Parça-bütün ilişkisi kuramama (T_1)
Çözümlenmiş kesir sayıları ile problem kurma (T_2)
Başlangıç miktarı belirleyerek problem kurma (T_3)
Referans alınan bütünlerin farklı olması (T_4)
Referans alınan bütünün eşliğinin belli olmaması (T_5)
Birim kargaşası (T_6)
Gerçek problem durumu olmama (T_7)
Doğru (T)
Boş (B)

Not: İtalik yazılı kategoriler araştırmacı tarafından eklenmiştir.

Parça-bütün ilişkisi kuramama (T_1): Bu kategoride yer alan problem cümlelerinde iki kesrin toplamının bütünden büyük olma durumu göz ardı edilmiştir. Ayrıca tam sayılı kesirlerin bütünden büyük olma durumu düşünülmeden problem kurulmuştur.

*Çözümlenmiş kesir sayıları ile problem kurma (T_2):*Tam sayılı kesirlerle toplama işleminde, tam sayılı kesirlerin çözümlenerek verildiği problem cümlelerini içerir.

*Başlangıç miktarı belirleyerek problem kurma (T_3):*Başlangıç miktarı verilmediği halde, belli bir başlangıç miktarı kullanılarak kurulan problemler bu kategoride yer almaktadır.

Referans alınan bütünlerin farklı olması (T_4): Kesirlerle toplama işlemi için gerekli olan aynı bütün üzerinde çalışma durumunun kullanılmadığı problem cümlelerinin yer aldığı kategoridir.

Referans alınan bütünün eşliğinin belli olmaması (T_5): Bu kategoride yer alan problem cümlelerinde kesir sayılarına ait bütünlerin aynı mı farklı mı olduğu belli değildir.

Birim kargaşası (T_6): Bu kategori, kesir sayıları için kullanılan birimlerin uygun olmadığı, birbirleriyle tutarlı olmadığı ve birimlerin açık, anlaşılır olmadığı problem cümlelerini içerir.

Gerçek problem durumu olmama (T_7): Marton'un (1955) belirttiği gerçeklik ve ilgi özelliklerini bulundurmayan problemler, bu kategoride yer almaktadır.

*Doğru (T):*Kesirlerle toplama işlemi için kurulan doğru problemler, bu kategoridedir.

Boş (B): Verilen işleme yönelik problem kurulmadığı durumlarda kullanılmıştır.

Kesirlerle toplama işlemi için kurulan modellerin analizi için araştırmacı tarafından oluşturulan yeterli, kısmen yeterli ve yetersiz kategorileri kullanılmıştır. Her bir soru bu kategorilere göre değerlendirilmiştir. Kategoriler oluşturulurken hem alan hem de çizgi modeli için bazı kriterler baz alınmıştır. Alan modeli için kriterler, bütünleri eşit çizme, her bir kesir sayısını birim kesir cinsinden gösterme, işlem sonucunu da model üzerinde göstermedir. Çizgi modelinde sadece sayı doğrusu kullanılmıştır. Buna bağlı olarak kesir sayılarını sayı doğrusunda doğru gösterme, okların yerlerini doğru gösterme ve işlem sonucunun da oklarla gösterilmesi sayı doğrusu için oluşturulan kriterlerdir. Bu kriterlere göre oluşturulan kategorilerin içerikleri şu şeklidedir.

Yeterli: Eğer yukarıda belirlenen kriterlerin hepsi sağlanırsa oluşturulan model yeterli kategorisinde yer almaktadır.

Yetersiz: Belirtilen kriterlerin hiçbiri yoksa oluşturulan model yetersiz kategorisinde yer almaktadır.

Kısmen yeterli: Yeterli ve yetersiz kategorilerine girmeyen diğer bütün modeller bu kategoride yer almaktadır.

"Kesirlerle toplama işlemine yönelik açıklanmasını gerekli gördüğünüz önemli noktalar ve kavramlar nelerdir?" sorusundan elde edilen veriler betimsel analize tabi tutulmuş, direkt alıntılarla da desteklenmiştir. Kategoriler, Van den Kieboom'un (2008) çalışmasında kullandığı, veri toplama araçlarındaki sorulardan oluşturulmuştur. Bu kategoriler:

1. Kesirlerle toplama işleminde paydanın bütünle payın ise bütünün parçalarıyla ilgili olduğunu algılamak
2. Paydaları eşit olmayan iki kesrin toplanmasında kesirlerde denklik konusunun öneminin farkında olmak

3. Paydaları eşit ve eşit olmayan kesirlerle toplama işlemini yaparken bütün kavramından bahsetmek
4. Paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama işlemi yapılırken ortak paydaya neden ihtiyaç olduğunu açıklamak
5. Ortak paydayı bulmak için çarpanlara ayırmanın nasıl kullanılacağını anlamaktır.

Öğretmenlerin cevapları, bu kategorilerin hangisi ya da hangilerini içeriyorsa, verilen cevaplar ilgili kategori içerisinde yer almıştır.

Odak grup görüşmesi ve görüşme verilerinin analizi

Hata temelli aktivitelerle yürütülen uygulamada veriler odak grup görüşmesiyle toplanmıştır. Odak grup görüşmesiyle katılımcılar karşılıklı sorularla birbirlerinin düşüncelerini öğrenebilir, anladıklarını düşündükleri bazı noktaları tekrar düşünme imkanı sağlanabilir (Ekiz, 2009). Bu araştırmada, öğretmen-öğretmen ve öğretmen-araştırmacı etkileşimi önem kazanmaktadır. Öğretmenler, KABT'de yaptıkları hatalarla yüzleştirilmiştir. Hatalarını görmüşler ve bu hataları öğretmen arkadaşlarıyla tartışmışlardır. Daha sonrasında tekrar KABT'deki soruların cevaplarını günlüklerine yazmışlardır. Model oluşturma ve kesirlerle toplamaya yönelik önemli noktalara vurgu yapmayı barındıran hata içerikli çözümler, Van de Walle ve diğerleri (2012) ve Beckmann (2008)'dan yararlanarak oluşturulmuştur. Bu hatalı çözümler üzerinden öğretmenler fikir yürütmüşlerdir. Bazı durumlarla ilgili görüşlerini günlüklerine not etmişlerdir. Detaylara yer verilen odak grup görüşmesinde veriler betimsel olarak analiz edilmiştir.

Doküman ve doküman verilerinin analizi

Dokümanlar, nitel veri toplama araçları içerisinde yer alır. Araştırılan olgu veya olgular hakkındaki yazılı ya da görsel materyalleri kapsar. Yazılı materyaller arasında ders ve ünite planları, sınavlar, anılar, günlükler, dergi, kitaplar vs. yer almaktadır. Film, video ve fotoğraflar görsel materyallere girer (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmada öğretmenlere ait günlükler öğretmenlerin hata temelli aktivitelerle ilgili görüşlerini almak için kullanılmıştır. Ayrıca uygulama esnasında sorulan bazı sorulara dair fikirlerini günlüklerinde belirtmişlerdir. Günlüklerden elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir.

Bulgular

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Hata Temelli Aktiviteler Öncesi Konu Alan Bilgileri

KABT ile öğretmenlerin kesirlerle toplama işlemine yönelik konu alan bilgileri işlem yapma, problem kurma, model kullanma (resim veya diyagram temsili) ve önemli noktaları açıklama ve bilme bağlamında belirlenmiştir.

İki basit, bir tam sayılı bir basit ve iki tam sayılı kesrin toplanmasına yönelik gerçekleştirilen işlemlere bakıldığında, beklendiği gibi, öğretmenlerin tamamı doğru cevap vermiştir.

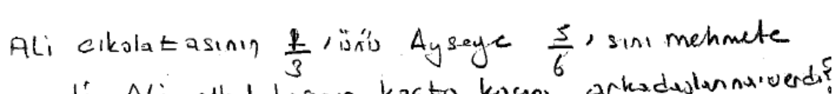
Kesirlerle toplama işlemine yönelik kurulan problemlerden elde edilen bulgular Işık ve Kar (2012) ve araştırmacı tarafından oluşturulan kategorilere göre analiz edilmiştir. Öğretmenlerden her bir işlem için iki problem cümlesi kurmaları istenmiştir. Kesirlerle toplama işlemine yönelik elde edilen kategorileri Tablo 4'de yer almaktadır.

Tablo 4.
Öğretmenlerin Kesirlerle Toplama İşlemine Yönelik Kurdukları Problemlere İlişkin Kategoriler

SORULAR		**ÖĞRETMEN**						
		Ahmet	**Burak**	**Metin**	**Zafer**	**Gamze**	**Nihan**	**Hakan**
1. SORU $\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=?$	1.problem	T_1, T_7	T_1	T_1	T_1	T	T_1,T_5	T_1
	2.problem	B	B	T_5, T_6	T_1	T	T_5	T_1
2. SORU $1\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=?$	1.problem	T_1, T_7	T_1	T	T	T	T_1	T_1
	2.problem	B	B	T_1	T_3	T	T_1	T_1
3. SORU $1\frac{1}{2}+3\frac{3}{4}=?$	1.problem	T_7	T_1	T	T_2, T_4	T	T_2	T
	2.problem	B	B	T	T_2, T_5	T	T_2, T_5	T_1

İki öğretmen (B,A) yukarıda verilen her bir soruya yönelik bir problem cümlesi kurmuştur. Ayrıca Gamze öğretmenin kurduğu bütün problemler doğrudur.

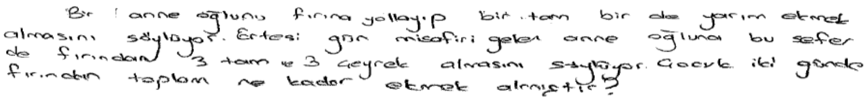
Verilen işlemlere yönelik öğretmenlerin kurduğu problemlerin çoğu parça-bütün ilişkisi kuramama (T_1) kategorisindedir. Burada öğretmenlerin toplamın bütünden daha büyük olmasının yanı sıra kesir sayılarının da bütünden daha büyük olma durumunu göz ardı ettikleri görülmüştür. Bununla ilgili olarak bir öğretmenin kurduğu problem cümlesi aşağıdaki gibidir.



Şekil 2. Hakan öğretmenin 1.soruya ilişkin kurduğu 1.problem

Şekil 2'de yer alan Hakan öğretmenin $\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=?$ işlemine yönelik kurduğu problem cümlesinde "Ali'nin çikolatasının $\frac{1}{3}$'inin Ayşe'ye $\frac{5}{6}$ 'inin ise Mehmet'e" verildiği belirtilmektedir. Oysa Ayşe ve Mehmet'e verilen çikolata miktarının toplamı Ali'nin sahip olduğu çikolatadan daha fazladır. Burada Hakan öğretmen, kesir sayılarının toplamının bütünden büyük olması durumunu kullanmamıştır.

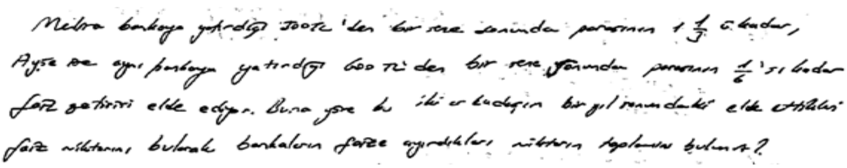
Tam sayılı kesirle kurulan problemlerde çözümlenmiş kesir sayılarının (T_2) kullanıldığı belirlenmiştir. Bu kategorideki problem cümleleri incelendiğinde tam sayılı kesirlerin çözümlendiği görülmüştür. Nihan öğretmenin $1\frac{1}{2}+3\frac{3}{4}=?$ işlemine yönelik kurduğu problem cümlesi Şekil 3'de verilmiştir.



Şekil 3. Nihan öğretmenin 3.soruya ilişkin kurduğu 1.problem

"Bir tam bir de yarım ekmek" ve "Üç tam ve üç çeyrek ekmek" ifadelerinden de anlaşılacağı gibi $1\frac{1}{2}$ tamsayılı kesri $1+\frac{1}{2}$; $3\frac{3}{4}$ tamsayılı kesri $3+\frac{3}{4}$ şeklinde çözümlenmiştir.

Zafer öğretmenin kurduğu bir problem cümlesinde başlangıç miktarı belirlenerek problemin kurulduğu (T_3) görülmüştür. Zafer öğretmenin $1\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=?$ işlemine yönelik kurduğu problem cümlesi Şekil 4'de yer almaktadır.

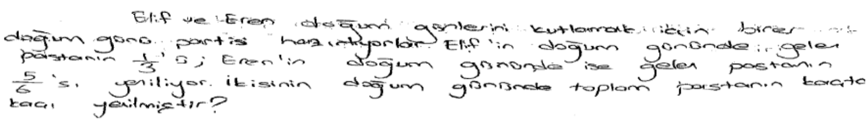


Şekil 4. Zafer öğretmenin 3.soruya ilişkin kurduğu 2.problem

Problem cümlesi incelendiğinde bankaya yatırılan 300 TL ve 600 TL'den bahsedilmektedir. Oysa verilen işlem bu verileri barındırmamaktadır. Bu durum öğretmenlerin tamsayılı kesirlerle problem kurmayı kolaylaştırmak için başlangıç miktarı belirledikleri düşünülmüştür.

Sadece Zafer öğretmenin iki tamsayılı kesrin toplanmasına ilişkin kurduğu problemlerden birinde aynı bütün üzerinde çalışma durumu kullanılmamıştır. Yani referans alınan bütünlerin farklı (T_4) farklı olduğu görülmüştür.

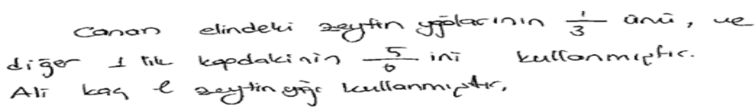
Kurulan problemlerin bazılarında kesir sayılarına ait bütünlerin aynı olup olmadığı belli değildir. Bu nedenle bu problem cümleleri, referans alınan bütünlerin eşliğinin belli olmaması (T_5) kategorisinde yer almıştır. Bu kategoride yer alan bir öğretmenin kurduğu problem aşağıdaki gibidir.



Şekil 5. Nihan öğretmenin 1.soruya ilişkin kurduğu 1.problem

Şekil 5'de yer alan Nihan öğretmenin problem cümlesinde Ayşe ve Ali'nin çikolatalarının aynı olduğundan bahsedilmemiştir. "Toplam pastanın kaçta kaçı yenmiştir?" soru cümlesiyle iki pasta olma durumunun düşünülmediği açıktır. Bu nedenle bu problem cümlesi aynı zamanda parça-bütün ilişkisi kuramama kategorisinde de yer almaktadır.

Kesir sayıları için yazılan birimlerin birbiri ile tutarlı olmadığı problem cümleleri birim kargaşası (T_6) içerisinde yer almaktadır. Metin öğretmenin $\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=?$ işlemi için kurduğu problem cümlesi aşağıdaki gibidir.



Şekil 6. Metin öğretmenin 1.soruya ilişkin kurduğu 2.problem

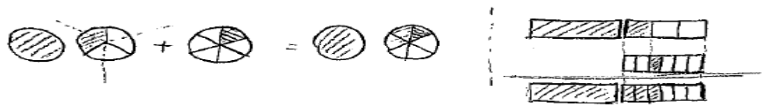
Şekil 6'daki problem cümlesi incelendiğinde "Ali kaç litre zeytinyağı kullanmıştır?" ve "1 litrelik kaptaki zeytinyağlarının $\frac{5}{6}$'i" ifadelerinde litre biriminden bahsedilirken "zeytinyağlarının $\frac{1}{3}$'i" ifadesinde herhangi bir birim ifadesi söz konusu değildir.

Ahmet öğretmenin kurduğu problemlerin çoğunluğu problem olarak değerlendirilememiştir. Çünkü kurulan problemler gerçeklikten tamamen uzaktır. Buna uygun problem cümlesi aşağıdaki gibidir.

Şekil 7. Ahmet öğretmenin 1.soruya ilişkin kurduğu 1.problem

Şekil 7'deki gibi problem cümleleri gerçek problem durumu olmama (T_7) şeklinde değerlendirilmiştir.

Çalışma grubundaki öğretmenlerden her bir toplama işlemine yönelik en az iki model oluşturmaları istenmiştir. Oluşturulan modeller incelendiğinde üç öğretmen (B, A, M) bir model oluşturabilmişlerdir. Bu üç öğretmenin oluşturduğu modeller incelendiğinde alan modellerinin ve çizgi modeli içerisinde ifade edebileceğimiz sayı doğrusunun kullanıldığı görülmüştür. İki model oluşturan öğretmenlerin aslında farklı model oluşturamadıkları anlaşılmaktadır. Bu öğretmenlerin kullandıkları modellerin hepsi alan modelidir. Gamze öğretmenin $1\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ işlemine yönelik oluşturduğu iki model aşağıdaki gibidir.



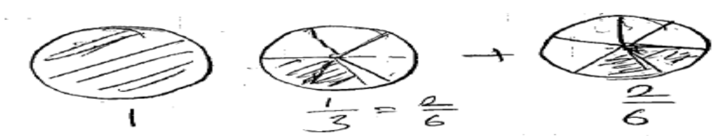
Şekil 8. Gamze öğretmenin 2.soruya ilişkin oluşturduğu iki model

Çalışma grubunda yer alan öğretmenlerin oluşturduğu modellerin belirlenen kriterlere göre sınıflandırılmış hali Tablo 5'de yer almaktadır.

Tablo 5.
Öğretmenlerin Verilen İşlemlere Yönelik Oluşturdukları Modellerin Kriterlere Göre Sınıflandırılması

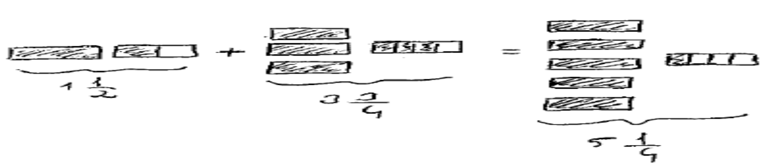
Sorular		Kriterler		
		Yeterli	**Kısmen Yeterli**	**Yetersiz**
Kesirlerle Toplama İşleminin Modellenmesi	$\frac{1}{3}+\frac{5}{6}$ işleminin modellenmesi	N,G,B	Z,M,A,H	
	$1\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ işleminin modellenmesi	N,B,M,G	H,A,Z	
	$1\frac{1}{2}+3\frac{3}{4}$ işleminin modellenmesi	G,N,B	M,A,Z,H	

İşlemlere yönelik oluşturulan modeller dikkate alındığında öğretmenlerin ya işlemin sonucunu model üzerinde göstermedikleri ya da birim kesri kullanmadan model oluşturdukları belirlenmiştir. Hakan öğretmenin $1\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ işlemine yönelik oluşturduğu model Şekil 9'dadır.



Şekil 9. Hakan öğretmenin 2.soruya ilişkin oluşturduğu model

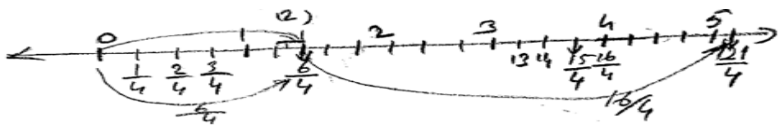
Şekil 9 incelendiğinde işlemdeki her bir kesir sayısı model üzerinde kullanıldığı halde işlemin sonucu model üzerinde gösterilmemiştir. Birim kesir kullanılmadan oluşturulan modele örnek Şekil 10'da yer almaktadır.



Şekil 10. Zafer öğretmenin 3.soruya ilişkin oluşturduğu model

Zafer öğretmenin $1\frac{1}{2}+3\frac{3}{4}$ işlemine dair oluşturduğu model incelendiğinde $1\frac{1}{2}$ kesrinin $\frac{1}{2}$ kısmı ile $3\frac{3}{4}$ kesrinin $\frac{3}{4}$ kısmı için ortak birim kesir olan $\frac{1}{4}$ kullanılmamıştır. Modellemenin öğrenciler tarafından doğru anlaşılabilmesi için birim kesrin belirtilmesi gerek olduğundan bu model kısmen yeterli olarak değerlendirilmiştir.

Ahmet öğretmen her bir işlem için sayı doğrusu kullanmıştır. Ahmet öğretmen diğer öğretmenlerden farklı bir model oluşturmuş olmasına rağmen oluşturduğu model yeterli değildir. $1\frac{1}{2}+3\frac{3}{4}$ işlemine yönelik oluşturulan model Şekil 11'de yer almaktadır.



Şekil 11. Ahmet öğretmenin 3.soruya ilişkin oluşturduğu model

Şekil 11 göz önüne alındığında okların yanlış gösterildiği anlaşılmaktadır. Ahmet öğretmenin oluşturduğu bütün modellerde oklar ya yukarıdaki gibi yanlış gösterilmiş ya da sonucu gösteren ok kullanılmamıştır. Kesir sayıları sayı doğrusu üzerinde doğru gösterildiğinden oluşturulan modeller kısmen yeterli olarak belirtilmiştir.

Kesirle toplama işlemine yönelik konu alan bilgisini ortaya koymak için öğretmenlerin bu konuyla ilgili önemli noktalara vurgu yapıp yapamadıklarına dair öğretmenlere "Kesirlerle toplama-çıkarma işlemine yönelik açıklanmasını gerekli gördüğünüz önemli noktalar ve kavramların neler?" olduğu sorulmuştur. Bu soruya dair oluşturulan tablo aşağıdaki gibidir.

Tablo 6.
Kesirlerle Toplama İşlemine Dair Önemli Nokta ve Kavramlara İlişkin Öğretmen Cevaplarının Sınıflandırılması

Kesirlerle toplama işlemine yönelik önemli nokta ve kavramlar	**Öğretmen**
Kesirlerle toplama işleminde paydanın bütünle payın ise bütünün parçalarıyla ilgili olduğunu algılamak	
Paydaları eşit olmayan iki kesrin toplanmasında kesirlerde denklik konusunun öneminin farkında olmak	B,M
Paydaları eşit ve eşit olmayan kesirlerle toplama işlemini yaparken bütün kavramından bahsetmek	
Paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama işlemi yapılırken ortak paydaya neden ihtiyaç olduğunu açıklamak	A,H,Z,B,N,G
Ortak paydayı bulmak için çarpanlara ayırmanın nasıl kullanılacağını anlamak	

Tablo 6 incelendiğinde öğretmenlerin çoğu ortak paydaya neden ihtiyaç duyulduğunun öneminden bahsetmiştir. Ortak paydaya ihtiyaç duyulma ve genişletme dışında tabloda belirtilen kesirlerle toplama işlemiyle ilgili önemli nokta ve kavramlardan (Van den Kieboom, 2008) hiçbiri bahsetmemiştir. Üç öğretmen (M,H,B) modellemeyi kesirlerle toplama işleminde önemli bir nokta olarak görmüştür. Fakat bu öğretmenlerin hiçbiri doğru bir modelleme yapamamıştır.

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Hata Temelli Aktiviteler Sürecindeki Konu Alan Bilgileri

Hata temelli aktivitelerin kullanıldığı uygulamada öğretmenler KABT testindeki hatalarıyla yüzleştirilmiştir. Öğretmenlerin kendi KABT'leri verilmiş ve ayrıca problem cümlelerine ait analiz kategorileri de dağıtılmıştır. Böylece öğretmenler kendi hataları ile yüzleştirilmiştir. Verilen işlemleri doğru yaptıklarından direkt kurdukları problemlerdeki hatalara odaklanılmıştır. Her bir kategoride yer alan rastgele bir problem cümlesi kişinin kendi tarafından okunmuş, okunan problem cümlesi üzerinden diğer öğretmenlerin fikirleri alınmıştır. Böylece o kategorideki problem cümlesine sahip öğretmenin hatasını fark etmesi sağlanmıştır. Kesirlerle toplama işlemine yönelik kurulan problemlerin analizi incelendiğinde problemlerin çoğu parça-bütün ilişkisi kuramama kategorisinde yer almıştır. Bu nedenle hata temelli aktivite uygulamaya ilişkin bu kategoriye ait bir kesit sunulmuştur.

Araştırmacı: *Şimdi, gerçekleştirdiğiniz işlemlerde sıkıntı yok. Kurduğunuz problemlere bakalım. Her bir işlem için iki problem cümlesi kurmuştunuz. Her bir problem cümlenizin kategorize edilmiş hali, elinizdeki kağıtlarda mevcut. Sırayla altı probleme de bakalım. Her bir kategoride yer alan problemlerden herhangi birini bir arkadaş okusun. Aynı kategoride yer alan problem cümlesine sahip olan arkadaşlarda kendi kurdukları problemlere baksın. Diğer arkadaşlarda bu problem cümlesinde hata varsa, nerede olduğuna dair fikir yürütsün. Birinci problem için belirlenen kategoriler şunlardır.*

1. *Parça-bütün ilişkisi kuramama*
2. *Referans alınan bütünlerin eşliği belli olmaması*
3. *Birim kargaşası*
4. *Gerçek problem durumu olmama*

Birinci işlem için parça-bütün ilişkisi kuramama kategorisinde yer alan problemlerden birini okuyalım. Mesela Metin hocam siz okuyun.

Metin: *Ali ilk girdiği sınavda soruların* $\frac{1}{3}$*'ini ikinci sınavında da ilk sınavdaki soru sayısının* $\frac{5}{6}$*'ini doğru cevaplamıştır. Ali soruların kaçta kaçını cevaplamıştır?*

Araştırmacı: *Bütün olarak sınav sorularını aldın ve "Soruların kaçta kaçını cevaplamıştır?" diye soruyorsun. Senin kurduğun bu problem cümlesi, parça-bütün ilişkisi kuramama kategorisinde yer alıyor. Sence burada hata var mıdır? Varsa hata nedir?*

Hakan: *Bende şey yazmışım. "Ali çikolatasının $\frac{1}{3}$'ünü Ayşe'ye $\frac{5}{6}$'sını Mehmet'e verdi. Ali çikolatasının kaçta kaçını arkadaşlarına verdi?" Bir de ben burada ne yazmışım ki? Ali çikolatasının $\frac{1}{3}$'ünü Ayşe'ye $\frac{5}{6}$'sını Mehmet'e veriyor. Zaten bir çikolatayı geçti ki? Evet $\frac{7}{6}$.*

Metin: *Hımmm $\frac{7}{6}$. Soruların tamamını geçiyor yani.*

Burak: *"Pastasının $\frac{1}{3}$'i ile $\frac{5}{6}$'ini yiyen Ayşe ne kadar pasta yemiştir?"*

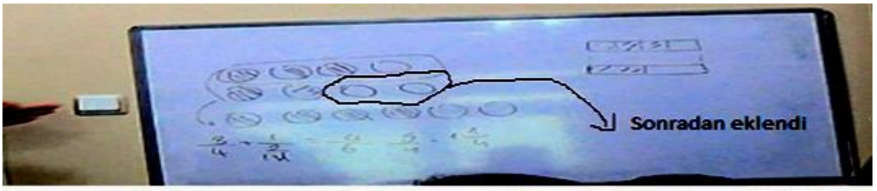
Araştırmacı: *Ayşe ne kadar pasta yedi topladığınızda?*

Burak: $1\frac{1}{6}$...

Burak: *Bir tane pastası var değil mi? Burada sanki ikinci pastanın $\frac{1}{6}$'ini de yemiş oldu. Ayşe aslında bir tam bütün pastadan daha fazla yemiş. Bütünü aşmamak lazım. Mesela benim kurduğum problemi şöyle düzeltebilirim. Ayşe pastaneden aldığı iki pastadan $\frac{1}{3}$'i ile $\frac{5}{6}$'ini yemiştir. İşte Ayşe ne kadar pasta yemiştir? O zaman ikinci pasta devreye giriyor. Yani iki bütün ama aynı bütün.*

Kendi hatalarıyla yüzleşmek özellikle çalışma yılı fazla olan öğretmenler için farklı olmuştur. İlk etapta bu öğretmenlerin hatalarının ortaya çıkması onları tedirgin etse de daha sonrasında bu tedirginlikleri ortadan kalkmıştır. Öğretmenler hataya karşı olumlu bir tutum geliştirdiklerini ifade etmişlerdir. Ayrıca hata temelli aktiviteler öğretmenlere doğru bir problem cümlesi kurma yolunda önemli bir etkiye sahiptir.

Çoğunlukla alan modelini kullanan öğretmenlere *"Öğrenciler sizin kullandığınız modeller dışında bu sorular için hangi modelleri kullanırlar?"* sorusu yöneltildiğinde "*Sayı doğrusunu kullanıyorlar."* cevabı alınmıştır. Yine *"Dikdörtgen ve yuvarlak farklı model mi?"* sorusuna *"Farklı model değil de farklı şekil*" cevabı alınmıştır. Alan modeli ve sayı doğrusu dışında farklı bir açıklama yer almamıştır. Küme modelinden öğretmenlerin hiçbirinin bahsetmemesi üzerine tahtaya Van de Walle ve diğerlerinden (2012) yararlanılarak hazırlanılmış hatalı bir kullanım yazılmıştır.



Şekil 12. Odak grup görüşmesinden bir kesit

Bir öğrencinin "$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{4}{6}$" şeklinde gerçekleştirdiği işlemini Şekil 12'deki gibi modellediği söylenmiştir. Ardından bu öğrencinin hangi modeli kullandığı sorulmuştur. Bir kitapta buna benzer bir model gördüğünü belirten Metin öğretmen

"Tekrar bütünü bulmak lazım." şeklinde bir ifade kullanmıştır. Sonradan $\frac{1}{2}$ kesrinin modeline iki daire daha çizerek bütünü eş hale getirmiştir. Gamze öğretmen de "*Ben şey yapardım mesela. Burada* $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$ *işlemi yapıldığında ilk olarak bütünün ne diye sorardım. Çocuk ilk bütün olarak dört elma diye cevap verir. Dört elma benim bütünüm.* $\frac{3}{4}$ *'ünü aldı. İkinci bütünü sorardım. Bu sefer senin bütünün ne diye sorduğumda çocuk iki elmayı bütün olarak kabul ettiğinden bütünlerimiz farklı hani biz kesirlerde aynı bütünün parçalarından bahsetmiştik. O zaman bu şekilde bir işlem yapamayacağını yine dört elmayı bütün olarak kabul edecekse ikisi için de dört elma kabul edilmeli.*"açıklamasını yapmışlardır. Küme modelini isim olarak ifade edemeseler de bu model hakkında bir fikir edindikleri anlaşılmaktadır.

Son olarak kesirle toplama işlemi ile ilgili önem noktaları vurgulamaya çalışan aktiviteler kullanılmıştır. Pay-paydanın anlamını öğretmenlerin çoğu doğru ifade etmiştir. Sadece bir öğretmenin açıklaması yeterli değildir. Fakat bu öğretmenin de tartışma ortamından etkilenerek yanlışını düzeltmeye çalıştığı görülmüştür.

Öğretmenlere $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=?$ işlemini nasıl yaptıkları sorulduğunda payda eşitleyerek cevabı alınmıştır. Üç öğretmen (G, B, H) payda eşitlemenin gerekliğini aynı birim kesri kullanma olarak açıklamıştır. Metin öğretmen bunun sebebini aynı bütünde çalışma, Zafer ve Ahmet öğretmen ise işlem kolaylığı olduğunu ifade etmişlerdir. Bu açıklamaların doğru bir kavramsal açıklama olmadığı görülmektedir.

Uygulama öncesinde bütün kavramına öğretmenler tarafından vurgu yapılmamıştır. Bu kavramı vurgulamak için Beckmann'dan (2008) yararlanılarak *"Ali öğretmenin sınıfındaki kızların* $\frac{1}{3}$*'i erkeklerin ise* $\frac{1}{4}$*'i İngilizce kursuna gidiyor. Ali öğretmenin sınıfında İngilizce kursuna giden öğrenciler hangi kesirle ifade edilir?"* sorusu öğretmenlere yöneltilmiştir. Öğretmenler kızlar ve erkeklerin sayısının belli olmamasına odaklanmışlardır. Kaç öğrencinin İngilizce kursuna gittiğinin sorulmadığı hatırlatılmıştır. Metin öğretmenden *"Burada birimler farklı olduğu için."* şeklinde bir açıklama gelmiştir. Bu öğretmenin bütün ve aynı birim kavramını karıştırdığı görülmektedir. "*Birimden kastınız nedir*?" diye sorulduğunda öğretmenlerin hepsi "*Aslında burada bütün aynı değil.*" ifadesini kullanmışlardır. Bu soru üzerindeki tartışmalar bütün kavramının önemini öğretmenlerin kavradığını düşündürmüştür.

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=?$ *işleminde payda eşitleme sonucu* $\frac{1}{2}$ *yerine* $\frac{2}{4}$ *yazılır ve işlem yapılır.* $\frac{1}{2}'in$ $\frac{2}{4}$*'ye denk olduğunu nasıl anlıyorsunuz? En az iki açıklama yapınız?"* (Van de Walle, vd., 2012) şeklinde bir soru yöneltilmiştir. Bütün öğretmenler bu iki kesrin birbirine denk olduğunu modelleme yoluyla göstermişlerdir. Sadece iki öğretmen (G, M) ikinci bir açıklama yapmıştır. Bu iki öğretmen iki kesrin sayı doğrusu üzerinde bir noktada çakışmasından dolayı denk olduklarını ifade etmişlerdir. Hakan öğretmenin "*Bir bütünü iki eşit parçaya bölüp birini alırsak yarısını almış oluruz veya aynı bütünü dört eşit parçaya bölüp ikisini alırsak yine yarısını almış oluruz.*" şeklinde yaptığı açıklama modellemeyle aynıdır. Ahmet öğretmen, $\frac{1}{2}$ kesrini genişlettiğinde $\frac{2}{4}$ kesrini elde edeceğini, bu yüzden bu iki kesrin denk olduğunu belirtmiştir. Bu açıklamalara bakılınca kavramsal olarak sadece iki öğretmen (G,M) birbirinden farklı iki açıklama yapmıştır. Bu şekilde farklı görüşler ile genişletmenin kesirlerle toplama işlemindeki önemi vurgulanmaya çalışılmıştır.

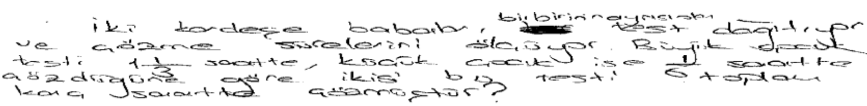
Öğretmenlere son olarak ortak paydayı bulmayı kolaylaştıran önerileri olup olmadığı sorulmuştur. Bütün öğretmenler EKOK'un kullanılabileceğini söylemiştir. Ortak paydayı bulmak için üç öğretmen (G, Z, M) genişletmenin, dört öğretmen (B, N, H, A) çapraz çarpımın kullanılabileceğini ifade etmişlerdir.

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Hata Temelli Aktiviteler Sonrasındaki Konu Alan Bilgileri

Uygulama öncesinde öğretmenlerin kesirlerle toplama işlemine yönelik konu alan bilgileri KABT ile toplanmıştır. Hata temelli aktivitelerle desteklenen odak grup görüşmesi sürecinde ise KABT'deki cevaplar tartışılmıştır. KABT, kesirlerle toplamaya yönelik işlem yapma, problem kurma, model kullanma ve önemli noktaları bilme ve açıklamayı içermektedir. Bu başlıklar altında öğretmenlerin gösterdiği değişim belirlenmiştir.

Odak grup görüşme sürecinde ve sonrasında da öğretmenler kesirlerle toplama işlemine yönelik işlem yapmakta sıkıntı çekmemektedirler.

Hata temelli aktiviteler öncesinde kurduğu problemler parça-bütün ilişkisi kuramama (T_1) kategorisinde yer alan öğretmenlerin hepsi hatalarını uygulama sonrasında fark etmişlerdir. Bu kategoride yer alan tam sayılı kesrin bütünü geçme durumunun göz ardı edildiği problem cümlesine sahip Nihan öğretmenin uygulama sonrasında kurduğu problem cümlesi Şekil 13'de yer almaktadır.


İki kardeşe babaları, birbirinin aynısı olan test dağıtıyor ve çözme sürelerini ölçüyor. Büyük çocuk testi $1\frac{1}{3}$ saatte, küçük çocuk ise [illegible] saatte çözdüğüne göre ikisi bu testi toplam kaç saatte çözmüştür?

Şekil 13. Nihan öğretmenin uygulama sonrası KABT 2.soruya ilişkin kurduğu problem cümlesi

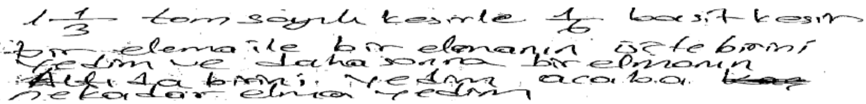
Şekil 13'de yer alan problem cümlesi incelendiğinde Nihan öğretmenin kesirlerin ölçme anlamını kullanmaya başladığı anlaşılmaktadır. Böylece bu öğretmen kurduğu problem cümlesindeki hatayı kesrin başka bir anlamını kullanarak gidermiştir.

İki öğretmenin (N, Z) üçüncü soru için kurdukları her iki problem cümlesinde de çözümlenmiş kesir sayıları (T_2) kullanılmıştır. Uygulama sonrasında ise "... Babaları çocuklarına test dağıtıyor. Büyük çocuk $1\frac{1}{2}$ saatte, küçük çocuk $3\frac{3}{4}$ saatte çözdüğüne göre..." ve "... Ahmet koşulacak yolu $1\frac{1}{2}$ saatte, Mehmet ise $3\frac{3}{4}$ saatte tamamlıyor..."

ifadelerine bakılınca bu iki öğretmenin de doğru birer problem ifadesine ulaştığı anlaşılmaktadır.

Başlangıç miktarı belirleyerek problem kurma (T_3), referans alınan bütünlerin farklı olması (T_4), referans alınan bütünlerin eşliğinin belli olmaması (T_5), birim kargaşası (T_6) kategorileri içerisinde yer alan problem cümlelerine sahip öğretmenler, uygulama sonrasında bu durumları ortadan kaldırarak verilen sorulara uygun problem cümlesi kurmuştur. Kesirlerin parça-bütün ilişkisi dışında bir anlamıyla ilgilenmeyen öğretmenlerin kesirlerin ölçme anlamını kullanmaya başladıkları görülmüştür.

KABT'deki toplama işlemine yönelik verilen soruların hiçbirinde gerçek bir problem durumundan (T_7) bahsedemeyen Ahmet öğretmenin $1\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ işlemine yönelik kurduğu problem aşağıdadır.



Şekil 14. Ahmet öğretmenin uygulama sonrası KABT 2.soruya ilişkin kurduğu problem cümlesi

Şekil 14 incelendiğinde Ahmet öğretmenin gerçek problem cümlesi kurmaya çalışmaya başladığı anlaşılmaktadır. Bunu yaparken çözümlenmiş kesir sayıları ile problem kurduğu ve referans alınan bütünlerin yani elmaların eşliğinin belli olmadığı görülmektedir. Hizmet süresi en fazla olan Ahmet öğretmen hata temelli aktiviteler sonrasında az da olsa gelişim göstermiştir fakat beklenen düzeye ulaşamamıştır.

Uygulama öncesinde sadece alan modelinden haberdar olan öğretmenler, uygulama sonrasında çizgi modellerinden bahsetmeye başlamışlardır. Bütün öğretmenler sayı doğrusunun da (çizgi modeli) kesirlerle toplama işleminin modellenmesinde kullanılabileceğini ifade etmiştir. Üç öğretmen (N, B, Z) kesir çubuklarından (çizgi modeli) model olarak kullanılabileceğini söylemişlerdir. Metin, Gamze ve Hakan öğretmen uygulama öncesinde kullandıkları modellere ve sayı doğrusuna ek olarak küme modelini belirtmişledir. Metin öğretmen açık olarak küme modeli ifadesini kullanırken, Hakan öğretmen farklı küme modeli örnekleri göstermiştir. Gamze öğretmen ise küme modeli için *"belli bir miktarın kullanıldığı nesne toplulukları"* ifadesini kullanmıştır.

Uygulama öncesinde öğretmenler, kesirlerle toplama işlemi için genişletmenin ve ortak paydaya neden ihtiyaç duyulduğunu bilmenin önemini vurgulamışlardır. Hata temelli aktivite uygulamaları sonrasında öğretmenlere aşağıdaki sorular sorulmuştur.

1. Pay ve payda ne anlam ifade eder?
2. Kesirlerde bütün kavramının önemi nedir?
3. Payda neden eşitlenir?

4. Kesirlerde genişletme kavramının kesirlerle toplama-çıkarma işlemi yaparken yeri nedir?
5. Ortak payda bulmayı kolaylaştıran önerileriniz nelerdir?

Hata temelli aktivitelerle desteklenen odak grup görüşmelerinde bu beş özelliği içerecek uygulamalara yer verilmiştir. Uygulama sonrasında öğretmenler “bütün” kavramının öneminden bahsetmeye başlamışlardır. Bunun dışında öğretmenlerin düşüncelerinde büyük bir değişim olmamış fakat kesirlerle toplama işlemi için önemli olan kavramlara yönelik farkındalıkları artmıştır.

Uygulama sonrasında birinciyi soruya ilişkin iki öğretmen (M, B) hariç diğerleri, bütünün kaça bölündüğünü gösteren sayıya payda; eş parçalardan kaç tane alındığını gösteren sayıya ise pay denildiğini ifade etmiştir. Odak grup görüşme sürecinde öğretmenlerin pay-payda kavramını bildiği anlaşılmaktadır.

Uygulama öncesinde aynı bütün üzerinde çalışmanın önemine vurgu yapmayan öğretmenlerin çoğu uygulama sonrasında kesirlerle toplama işlemi yaparken bütünün önemli olduğuna vurgu yapmıştır. Bu soruya ilişkin odak grup görüşmesindeki alıntılar aşağıda yer almaktadır.

"... Bir bütünü aldın parçalara böldün aldığın parçaları paya yazdın. Eee şimdi bunu başka bir bütünle toplayıp çıkaramazsın...(A)"

"...Aynı bütünler olması gerekiyor. Yani toplayacağım veya çıkaracağım kesirlerin bütün olarak bahsettiğim zaman, iki bütünün de birbirine eş olması gerekiyor.(G)"

"Biz aynı bütün üzerinde çalışıyoruz. Aynı pasta üzerinde çalışıyoruz başka bir pasta üzerine geçmiyoruz. (Z)"

"İşlem yapabilmek için eş büyüklükleri sağlamak. (M)"

"Kesirlerle toplama çıkarma işlemi yaparken bütünlerin eşitliği çok önemli aynı bütünün parçaları olması önemli bu açıdan örneğin mesela küçük bir elma bir meyve tabağında büyük bir elma bir meyve tabağında ikisini de iki dilime bölüyorsunuz iki eş dilime ikisini de ½ olarak ifade ediyorsunuz ve sonra diyorsunuz ki küçük elma ile büyük elmanın yarısını topla. Eee şimdi üst üste getiriyorsunuz kenarlarından artmış bu buna eşit değil diyorsunuz. Dolayısı ile toplama işlemini yapamazsınız. O zaman ne yapmamız lazım bütünlerin eşitliğinden yola çıkmamız lazım...(B)"

Yukarıda cevapları bulunan beş öğretmenin cevapları incelendiğinde aynı bütün üzerinde çalışma durumu detaylıca açıklanmıştır. İki öğretmenin (N, H) süreç boyunca bütünleri hep eş olarak kullandıkları görülmüştür. Fakat bu iki öğretmen bütüne ihtiyaç duyulduğunu belirten dolaylı açıklamalar yapmışlardır. Uygulama süreciyle kesirlerle toplama işleminde bütünlerin eşliğinin vurgulanması gereken bir durum olduğunun farkına varmışlardır.

Paydaların neden eşitlendiği öğretmenlerin uygulama öncesinde de önemini vurguladıkları bir durumdur. Odak grup görüşmeleri sonrasında öğretmenlere *"Payda neden eşitlenir?"* şeklinde yöneltilen soruya verilen cevaplardan birkaç alıntı aşağıdaki gibidir.

"Paydayı neden eşitliyoruz çünkü birimler farklı oluyor $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$*dediğimizde birimleri ayrı... Yani aynı iki pizza düşünürsek birisini iki eşit parçaya bölmüşüm birini üç eşit parçaya bölmüşüm ama o dilimleri aldığımda onun büyüklükleri farklı yani başka bir örnek olarak düşünürsek birimleri ayrı birimleri eşit hale getirmek için paydaları eşitliyoruz. (N)"*

"...Boyutların eşit olması gerektiği, aslında parçaların boyutlarının eşit olmadığı bu nedenle işlem yapılamadığı... Burada paydaların eşitlenmesinin aslında parçaların boyutlarının eşitlenmesinin olduğunu yani işte genişleterek parçaların boyutlarını eşitlediğimizi zaten modeller üzerinden de gösteriyoruz. (H)"

"Bütünlerle birlikte işlemler yaptığım zaman parça dilimlerin de birbirine eşit olması gerekiyor bu parça dilimleri de eşitlemek bizim için payda eşitlemek anlamına geliyor.(G)"

Ahmet öğretmen hariç diğer bütün öğretmenler yukarıdaki cevaplara benzer cevaplar vermişlerdir. Bu öğretmenler payda eşitleme altında yatan nedeni açıklayabilmişlerdir. Ahmet öğretmen ise mantıksal bir açıklama yapamamıştır.

Denklik ve çarpanlara ayırma kavramlarını kesirlerle toplama işlemi için önemli kavramlar içerisinde göstermeyen öğretmenlere uygulama sonrasında bu iki kavramın kesirlerle toplama işlemi için önemi sorulmuştur. Öğretmenlerin çoğu bu iki kavramın paydayı eşitlemede kolaylık sağladığını belirtmiştir. Farklı farklı ortak paydayı bulmayı kolaylaştıran önerilerde bulunmuşlardır. EKOK kullanmak, ortak kat buldurmak ve çapraz çarpım öneriler arasında yer almıştır.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada hata temelli aktivitelerle ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik konu alan bilgilerinin gelişimleri incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda hata temelli aktiviteler ile desteklenen uygulama öncesinde öğretmenlerin kesirlerle toplama işlemine yönelik alan bilgileri işlem yapma, problem kurma, model kullanma (resim veya diyagram temsili) ve önemli noktaları açıklama ve bilme bağlamında belirlenmiştir. Uygulama sonrasında yine aynı bağlamlar değerlendirilerek gelişimleri ortaya konmaya çalışılmıştır.

Uygulama öncesinde öğretmenlerin çoğunluğunun işleme uygun problem cümlesi kurarken hatalar yaptıkları anlaşılmaktadır. Kesirlerle toplama işlemine yönelik alan bilgileri problem kurma bağlamında değerlendirildiğinde öğretmenlerin yeterli olmadığı söylenebilir. Özellikle tam sayılı kesirleri çözümleyerek problem içerisinde kullanmışlardır. Bu durum öğretmenlerin tam sayılı kesirlere anlam yüklerken sıkıntı yaşadıklarını göstermektedir. Misquitta (2011), öğrencilerle yaptığı çalışmasında öğrencilerin kesrin parça-bütün anlamı dışında bir anlamını bilmediklerinden dolayı tam sayılı kesirleri anlamlandırırken zorlandıklarını belirtmiştir. Bu çalışmayla birlikte öğretmenlerin kesirlerin parça-bütün anlamı dışında diğer anlamlarını bilmedikleri söylenebilir. Kurulan problem cümleleri tek tek incelendiğinde öğretmenlerin aynı bütün üzerinde çalışma durumunu göz ardı ettikleri belirlenmiştir. Oysa odak grup görüşme verilerine göre öğretmenler kesirlerle toplama işleminde bütünün aynı olma durumunun farkında oldukları görülmüştür. Buradan öğretmenlerin sahip oldukları bilgileri kullanamadıkları söylenebilir. Ayrıca öğretmenlerin kurduğu problemlerin çoğu parça-bütün ilişkisi kuramama kategorisinde yer almıştır. Buradan öğretmenlerin parça-bütün ilişkisi kurmada zorluk çektiği anlaşılmaktadır. Bu sonuç, Kar (2014), Işık ve Kar (2012) ile paralellik göstermektedir. Benzer şekilde Kar (2014) ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik olarak parça-bütün ilişkisi kuramama durumunu öğretmenlerde en çok rastlanan güçlük türü içerisinde değerlendirmiştir. Işık ve Kar (2012) ise yedinci sınıf öğrencilerinin toplamın bütünü geçen iki basit kesrin toplamında en çok parça-bütün ilişkisi kuramama güçlüğüne sahip olduğunu ortaya koymuşlardır. Uygulama öncesinde öğretmenlerden verilen her bir işleme yönelik iki model oluşturmaları istenmiştir. Oluşturulan modeller incelendiğinde öğretmenlerin çoğunlukla alan modelini kullandığı belirlenmiştir. Ayrıca oluşturdukları farklı modellerin ikisi de şekilleri farklı olan alan modelleridir. Bu durumda öğretmenlerin alan modeli dışındaki diğer modelleri çokta kullanmadıkları söylenebilir. Öğretmenlerin oluşturduğu modellerin çoğu kısmen yeterli kategorisinde yer almıştır. Öğretmenler modelin önemine vurgu yapmalarına karşın öğretmenlerin model oluşturmada tam anlamıyla yeterli olmadıkları söylenebilir. Hata temelli aktivite uygulamaları öncesinde kesirlerle toplama işlemi için denklik kavramının ve payda eşitlemeye neden ihtiyaç duyulduğunun bilinmesi gerektiği öğretmenler tarafından belirtilmiştir.

Hata temelli aktivite uygulamaları hem hatalı sorular hem de öğretmenlerin kendi yaptıkları hatalar kullanılarak yürütülmüştür. Uygulamalar esnasında özellikle hizmet süresi fazla olan öğretmenlerin kendi hatalarını söylemekte çekindikleri hatta kabul etmekte zorlandıkları görülmüştür. Birçok araştırmada kendi bilgi eksikliklerinin fark edilmesiyle (Mercier, 1995'den akt. Margolinas, Coulange ve Bessot, 2005 ; Ryan ve McCrae, 2005; Ryan ve Williams, 2007) oluşturulan bilişsel çatışma ortamının (Bell, 1983; Borasi, 1996; Graeber ve Johnson, 1991'den akt. Borasi, 1996; Movshovitz-Hadar ve Hadas, 1990) önemine vurgu yapılmıştır. Uygulama ilerledikçe öğretmenler hatalarını söyleyip bunun üzerinde tartışabilir duruma gelmişlerdir. Böylece öğretmenlerin hataya yaklaşımlarının değiştiği söylenebilir. Hata temelli aktiviteler ile öğretmenlerin kendi bilgi düzeylerinin farkında olmaları sağlanmıştır. Bu sonuç Borasi'nin (1994) çalışmasıyla benzerlik göstermektedir. Ayrıca negatif bilgi kişide duyuşsal bazı özellikler (girişimcilik, risk alma, yaratıcılık) kazandırmaktadır (Akpınar ve Akdoğan, 2010). Negatif bilginin hatalarla oluştuğu göz önüne alınırsa (Heinze, 2005) hatalardan öğrenmenin duyuşsal bazı değişikliklere sebep olduğu düşünülebilir. Bu çalışmada da öğretmenlerin sorgulama becerisinin geliştiği görülmüştür. Benzer bir sonuç Borasi'nin (1989) araştırmasında yer almıştır. Borasi (1989) hata temelli aktivite uygulamalarında soruların doğru cevaplarının verilmemesinden dolayı hata temelli aktivitelerin katılımcılara sorgulama becerisi kazandırdığını belirtmiştir. Schoenfeld (1992) kişilerin kendi bilgi düzeylerinden haberdar olma durumunu üstbilişsel beceri içerisinde değerlendirmiştir. Çalışma sonucuna göre uygulamalar öğretmenlerin kendi düzeylerini bilmelerine imkan verdiğinden öğretmenlerin kısmen de olsa üstbilişsel beceri kazandığı söylenebilir. İlgili literatür incelendiğinde hata temelli aktivitelerin matematik alan bilgisini geliştirdiği ortaya konmuştur (Borasi, 1986; Borasi, 1989; Borasi, 1994). Bu çalışma sonuçlarına da bakılınca özellikle öğretmenlerin kendi hatalarından elde ettikleri kazanımlarla matematik alan bilgilerinin geliştiği belirlenmiştir. Uygulama süreci boyunca öğretmenlerin hataya olan yaklaşımlarında değişim olduğu görülmüştür. Öğretmenler, Ball (1991b) ve Borasi'nin (1994) çalışmalarında olduğu gibi hataları öğrencilerin düşüncelerini belirlemek için kullanılan bir yöntem olarak görmeye başlamışlardır. Elde edilen bulgulara göre öğretmenler kendi öğrencilerinin hatalarına daha hoşgörülü baktıklarını, hataya karşı tutumlarının değiştiğini belirtmişlerdir. Benzer şekilde birkaç çalışmada, hata temelli aktivitelerle öğrencilerin hata yapmaktan korkmadıkları ve hata temelli aktiviteleri sınıf içerisinde kullanan öğretmenlerin hataya karşı olumlu tutum geliştirdikleri ortaya konmuştur (Heinze ve Reiss, 2007; Rach, vd., 2013). Hata temelli aktivitelerin kavramsal temelli bir tartışma ortamı sağlamasından dolayı öğretmenler kendi kavramsal düzeylerini belirleyebilmişlerdir. Bilişsel anlamda öğretmenlerin çoğu uygulamanın, bilinmeyen veya yanlış bilinen kavramları ortaya çıkardığını düşünmüştür. Bu sonuç birçok çalışmayla da tutarlılık göstermektedir (Akpınar ve Akdoğan, 2010; Borasi, 1986; Borasi, 1989; Borasi, 1994; Kuntze ve Reiss, 2006). Zaten hatalar öğrencilerin sahip olduğu düşünceleri belirleyebilmek için kullanılan bir yöntem olarak görülmeye başlanmıştır (Ball, 1991b; Borasi, 1994). Ayrıca bu aktivitelerin merak duygusu ve istek uyandırdığını ve dikkat çektiğini ifade etmişlerdir. Bu sonucun yer aldığı çalışmalar mevcuttur (Borasi, 1986; Borasi, 1988; Klymchuk ve Kachapova, 2012).

Uygulama öncesinde kesirlerle toplama işlemine yönelik kurulan problemler parça-bütün ilişkisi kuramama kategorisinde yer alan öğretmenlerin hepsi hatasını fark ederek, uygulama sonrasında, parça-bütün ilişkisi açısından uygun problemler kurmuşlardır. Kesirlerin parça-bütün anlamı dışında anlamlarını kullanmayan öğretmenlerin, uygulama sonrasında özellikle tam sayılı kesirlerle problem kurarken kesrin ölçme anlamını kullandıkları ortaya konmuştur. Böylelikle öğretmenler tamsayılı kesirleri çözümleyerek problem kurmak yerine kesrin ölçme anlamını kullanarak problem kurmaya başlamışlardır. Uygulama sonrasında kurulan problemler hata temelli aktivitelerin öğretmenlerin kurdukları problemlerdeki hatalarını anlamada ve düzeltmede etkili olduğunun bir ispatıdır. Uygulama sonrasında öğretmenler, farklı model olarak gösterdikleri modellerin sadece şekli farklı olan alan modeli olduğunun farkına varmışlardır. Böylelikle öğretmenler farklı bir model olarak sayı doğrusu modelinden bahsedebileceklerini ifade etmişlerdir.

Küme modelini bilmeyen öğretmenlerin uygulama sonrasında, küme modeli hakkında bir fikir edindikleri görülmüştür. Küme modelinin hatalı bir örneği ile küme modeli hakkında doğru bilgiye erişen öğretmenler, çeşitli örneklerle bu modelin mantığını oluşturmuşlardır. Bu açıdan düşünüldüğünde hata temelli aktivitelerin, belli bir hazırbulunuşluğa sahip olunduğunda yeni bir kavramın öğretilmesinde etkili olabileceği gösterilmiştir. Uygulama sonrasında, uygulama öncesinden farklı olarak öğretmenlerin bütün kavramı üzerine yoğunlaştıkları görülmüştür. Uygulama sonrasında öğretmenlerin bütün kavramını öğrenciler için kesirlerle toplama işleminde önemli olduğuna vurgu yaptıkları görülmüştür. Uygulama öncesinde sadece iki öğretmenin önemli kavram olarak bahsettiği denklik kavramının öneminden uygulama sonrasında çoğu öğretmen bahsetmiştir. Bu nedenle hata temelli aktivitelerin, kesirlerle toplama işlemine yönelik önemli noktalar bilme açısından bir değişim sağlamasa da açıklama açısından bir değişim sağladığı söylenebilir.

Hata temelli aktivitelerin kazandırdığı bilişsel etkiler düşünüldüğünde farklı konu ve kavramlar üzerinde hata temelli aktiviteler yürütülebilir. Bu şekilde öğretmeler kendi kavramsal düzeylerinin farkına varabilir ayrıca eksik oldukları yönleri görebilirler. Bu çalışmada uygulama yedi öğretmenle yürütülmüştür. Bu uygulamaların okuldaki yansımaları değerlendirilmemiştir. En azından iki öğretmenle hata temelli aktivitelerin yansımaları sınıf içerisinde gözlemlenip bu gözlemlere dair dönütler öğretmenlerle tartışıldığında öğretim bilgisine yönelik gelişim sağlanabilir. Çalışma sonuçlarının daha genellenebilir olması için çalışma süreci daha uzun tutulabilir ve öğretmen sayısı artırılabilir. Bu çalışmada öğretmenlerin ortaokulda çalışıyor olmalarından dolayı matematikten uzaklaştıkları görülmektedir. Bu nedenle öğretmenlerin sahip olduğu matematiksel dili belirleyip geliştirmeye yönelik çalışmalar yapılabilir. Öğretmenlerin kesirlerle toplama işlemine yönelik alan bilgilerine geliştirmek için gerçekleştirilen bu çalışma öğretim için matematiksel bilginin sadece bu bileşeniyle sınırlı kalmıştır. Diğer bileşenlere dair veriler toplanarak yeni çalışmalar yapılabilir. Ayrıca öğretim için matematiksel bilginin belirlenmesine yönelik çalışmalar çok iken bunu geliştirmeye yönelik çalışmalar azdır. Hata temelli aktivitelerin yanı sıra başka yöntemlerle öğretmene ait bu bilginin geliştirilmesin amaçlayan çalışmalara yer verilebilir. Araştırma sonuçlarına göre hata temelli aktiviteler öğretmenlere bilişsel beceriler yanında duyuşsal beceriler kazandırmıştır. Bu nedenle hata temelli aktivitelerin katılımcılar üzerindeki duyuşsal etkilerinin ortaya konduğu çalışmalar yapılabilir. Artık öğrenci hatalar olumsuz olarak değerlendirilmemektedir. Aksine öğrenci hataları bir eğitim aracı olarak görülmeye başlanmıştır. Bu nedenle öğretmenler için düzenlenen hizmetiçi kurslarında öğretmenlerin öğrenci hatalarını nasıl eğitim aracı olarak kullanabileceklerine dair bilgilendirilmeleri öğretimde etkili olmalarını sağlayacaktır.

Kaynakça

Akpınar B. & Akdoğan, S. (2010). Negatif bilgi kavramı: Hata ve başarısızlıklardan öğrenme. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 1*(1), 14-22.

Aksu, Z. (2013). *Sınıf öğretmeni adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgileri gelişimi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

An, S., Kulm, G. & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education, 7*, 145–172.

Ball, D.L. (1991a). Research on teaching mathematics: Making subject-matter knowledge part of the equation. In J. Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching: Teachers' knowledge of subject matter as it relates to their teaching practice* (pp. 1–48). Greenwich, CT: JAI Press.

Ball, D.L. (1991b). What's all this talk about "discourse"? *Arithmetic Teacher, 39*(3), 44–48.

Ball, D.L. & Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics* (pp. 83-104). Westport, CT: Ablex.

Ball, D.L. & Bass H. (2002). toward a practice-based theory ofmathematical knowledge for teaching. *Canadıan Mathematıcs Educatıon Study Group, Proceedıngs / Actes 2002 Annual Meetıng*, Queen's University, 3-14.

Ball, D.L., Hill, H.C. & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?. *American Educator, 29*(3), 14-46.

Ball, D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Baturo, A., Cooper, T., Doyle, K. & Grant, E. (2007). Using three levels in design of effective teacher-education tasks: The case of promoting conflicts with intuitive understandings in probability. *Journal of Mathematics Teacher Education, 10*, 251-259.

Beckmann, S. (2008*). Mathematics for elemantary teachers* (Second Edition). USA: Addison-Wesley (Pearson Education).

Bell. A. (1983). Diagnostic teaching of additive and multiplicative problems. In R. Hershkowits (Ed.). *Proceedings of the Seventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 205-210). Rehovot. Israel: Weizmann Institute of Science.

Borasi, R. (1986). *On the educational roles of mathematical errors: Beyond diagnosis and remediation* (Ph.D. dissertation). State University, New York.

Borasi, R. (1988). Towards a reconceptualization of the role of errors in education: the need for new metaphors. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, New Orleans, LA.

Borasi, R. (1989). Students' constructive uses of mathematical errors: A taxonomy. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, San Francisco.

Borasi R. (1994). Capitalizing on errors as "springboards for ınquiry": A teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, *25*(21), 66- 208.

Borasi, R. (1996). *Reconceiving mathematics instruction: A focus on errors.* Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.

Buckreis, W.F. (1999). *Elementary mathematics teacher subject matter knowledge and its relationship to teaching and learning* (Doktoral dissertation). Oregon State University, USA.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2011). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (8. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Carpenter, T.P., Franke, M.L. & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: ıntegrating arithmetic and algebra in elementary school.* New Hampshire, USA.

Creswell, J.W. (2015). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni* (3. Baskıdan Çeviri). (Çeviri Editörleri: M. Bütün ve S. B. Demir). Ankara: Siyasal Yayın Dağıtım.

Dorgan, K. (1994). What textbooks offer for instruction in fraction concepts. *Teaching Mathematics 1*(3), 150-155.

Ekiz, D. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (2. Baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.

Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(2), 94-116.

Grossman, P.L. (1990). *The making of a teacher: teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.

Güler, A., Halıcıoğlu, M.B. & Taşğın, S. (2013). So*syal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Heinze, A. (2005). Mistake-handling activities in german mathematics classroom. In H.L. Chick & J.L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics* Education(pp. 105-112). Melbourne (Australien): Melbourne University.

Heinze, A. & Reiss, K. (2007). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom: Effects of an In-Service Teacher Training on Students' Performance in Geometry. In J.-H. Woo, H.-C. Lew, K.-S. Park & D.-Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31stConference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (9-16). Seoul: PME.

Hill, H.C., Ball, D.L. & Schilling, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education, 39*(4), 372-400.

Işık, C. & Kar, T. (2012). 7.sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online, 11*(4), 1021-1035.

Işıksal, M. (2006). *A study on pre-service elementary mathematicsteachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplicatıon and division of fractions* (Unpublished doctoral dissertation). Middle East Technical University, Turkey.

Jaworski, B. (2001). Developing mathematics teaching: Teachers, teacher-educators and researchers as co-learners'. In F.L. Lin and T.J. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education,* Kluwer, Dordrecht.

Kar, T. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğretim için matematiksel bilgisinin problem kurma bağlamında incelenmesi: Kesirlerle toplama işlemi örneği* (Yayımlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Kar, T. & Işık, C. (2014). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online, 13*(4), 1223-1239.

Klymchuk, S. & Kachapova, F. (2012) Paradoxes and counterexamples in teaching and learning of probability at university. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 43*(6), 803-811.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2006). Evaluational research on a video-based in-service mathematics teacher training project -reported instructional practice and judgementson instructional quality. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. &Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of theInternational Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp.1-8.). Prague: PME.

Leinhardt, G. & Smith, D. A. (1985). Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge. *Journal of Educational Psychology*, *77*, 247-271.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the Unite States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Margolinas, C., Coulange, L. & Bessot, A. (2005). What can the teacher learn in the classroom?. *Educational Studies in Mathematics, 59,* 205-234.

Marton, R.L. (1955). *İlkokulda aritmetik öğretimi* (Çev. Yakalıoğlu, A.). İstanbul: Maarif Basımevi.

MEB (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar).* http://ttkb.meb.gov.tr/.

Mewborn, D. (2001). Teachers content knowledge, teacher education, and their effects on the preparation of elementary teachers in the United States. *Mathematics Teacher Education and Development*, *3*, 28-36.

Misquitta, R. (2011). A review of the literature: Fraction instruction for struggling learners in mathematics. *Learning Disabilities Research & Practice, 26*(2), 109–119.

Movshovitz-Hadar N. & Hadas R. (1990). Perspective education of math teachers using paradoxes. *Educational Studies in Mathematics, 21*, 265-287.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author. NCTM.

Park, S. & Oliver, J.S. (2008). Evisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachrs as professionals. *Research in Science Education, 38*(3), 261-284.

Rach, S., Ufer, S. & Heinze, A. (2013). Learning from errors: effects of teachers training on students' attitudes towards and their individual use of errors, *PNA, 8*(1), 21-30.

Ryan, J. & McCrae, B. (2005). Subject matter knowledge: Mathematical errors and misconceptions of beginning pre-service teachers. In P. C. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce & A. Roche (Eds.), *28th Annual Conferenceof the Mathematics Education Research Group of Australasia,* (pp. 641-648). Deakin University, Melbourne.

Ryan, J. & Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4–15 learning from errors andmisconceptions* (First published). New York: McGraw-Hill Companies.

Schoenfeld, A.E. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making inmathematics. In Grouws D.A. (Ed.), *Handbook of researchon mathematics teaching and learning,* 334-370.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Rersearcher, 15*(2), 4–14.

Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1–22.

Tirosh, D. (2000). Enhancing pre-service teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(1), 5-25.

Van De Walle, J.A., Karp, K.S. & Bay-Williams, J.M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çeviri Editörü: Soner Durmuş). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Van den Kieboom, L.A. (2008). *Developing and using mathematical knowledge for teaching fractions: A case study of preservice teachers* (Submitted for the degree Doctor of Philosophy). Marquette University, ABD.

Yıldırım, A. & Şimşek, H (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Extended Abstract

The aim of the study is to investigate the effectiveness of error-based activities in the development of subject area information about fractions collection by secondary school mathematics teachers. This study, which used the case study method among qualitative approaches, was conducted with seven middle school mathematics teachers. Teachers were selected by purposeful sampling method. Data subject matter knowledge test, focus group interviews and documents were used. The subject matter knowledge test (SMKT) was used to reveal the subject matter knowledge of the teachers about the addition operation with fractions before implementing mistake handling activities. Data were collected through focus group interviews, conducted with mistake handling activities. Teachers are confronted with the mistakes they made in the SMKT. Mistake handling solutions with an emphasis on important points for model creation and addition operation with fractions are created by benefiting from the studies of Van de Walle et al. (2012) and Beckmann (2008). The teachers expressed their opinions on these mistaken solutions. They noted their views on some situations in their diaries. In this research, the diaries of the teachers were used to collect teachers' views on mistake handling activities. In addition, they have mentioned some of their ideas in their diaries about the questions that have been asked during the implementation. All data were descriptively analyzed.

Subject matter knowledge of middle school mathematics teachers was evaluated before, during and after implementing mistake handling activities. As expected before the implementation, all of the teachers have completed the operations correctly. Two teachers have created a problem sentence for each question. In addition, all the problems that a teacher has created were correct. Most of the problems created by the teachers about the given processes are in the category of part-whole relation. It was observed that the teachers ignored that the addition was larger than the total, as well as the fraction numbers were larger than the total. Teachers in the study group were asked to create at least two models for each addition operation. When the models were examined, three teachers were able to create only one model. When the models of these three teachers are examined, it is comprehended that they have used the number line that we can express within the line model and the area models. It is understood that teachers forming two models cannot create different models. In order to reveal the subject matter information related to addition operation with fractions, the teachers were asked whether they can emphasize critical points about this subject and the following question was asked; “What are the important points and concepts that you

think are necessary to explain about the addition operation with fractions?". Most of the teachers mentioned the need for the common denominator. Confronting their own mistakes during the implementation process was particularly different for teachers, who have been working for a long time. In the first stage, the confrontation with the mistakes of these teachers made them feel uneasy, but then they were relieved. Teachers stated that they have developed a positive attitude towards mistakes. Confronting their own mistakes and considering the mistaken expressions has been particularly different for teachers, who have been working for a long time. In the first stage, the confrontation with the mistakes of these teachers made them feel uneasy, but then they were relieved. Teachers stated that they have developed a positive attitude towards mistakes. After the implementation, the development of the teachers about the addition operation with fractions was evaluated under these headings; completing a mathematical operation, forming the problem, using a model, knowing important points and explaining. During and after the focus group interview, teachers do not have any problems in performing addition operations with fractions. The teachers that had problems in terms of part-whole relation before the implementation of mistake handling activities have all realized their mistakes after the implementation. Prior to the implementation, only teachers who were aware of the subject matter knowledge started talking about line models after the implementation. All teachers indicated that the number line (line model) could be used to model the addition operation with fractions. Although some of the teachers did not express the set model explicitly, they started to explain the set models by the examples. In the focus group interviews supported by mistake handling activities, the implementations that include significant concepts related to the addition operation with fractions are included. After the implementation, the teachers started to talk about the significance of the concept of the "whole".

At the end of the study, it is comprehended that teachers have difficulty in establishing part-whole relation in addition operation with fractions. This result is in parallel with the results of the studies conducted by Kar (2014), Işık and Kar (2012). Similarly, Kar (2014) evaluated the failure to form the part-whole relation of middle school mathematics teachers in addition operation with fractions was the problem that was encountered the most. Işık and Kar (2012) revealed that the seventh-grade students had the most difficulty in not being able to form the part-whole relation in the addition of the two simple fractions. Mistake handling activity practices were conducted by using both the mistaken questions and the mistakes made by the teachers themselves. It is observed that teachers, who have been working for a long time, have difficulty to accept their own mistakes. Many studies emphasize the importance of cognitive conflict environment (Bell, 1983; Borasi, 1996; Borasi, 1996 cited in Graeber and Johnson, 1991; Movshovitz-Hadar and Hadas, 1990) for discovering the knowledge deficiencies (Margolinas, Coulange and Bessot, 2005 cited in Mercier, 1995; Ryan and McCrae, 2005; Ryan and Williams, 2007). As the implementation progressed, teachers were able to discuss their mistakes. After the implementation, it can be stated that the subject matter knowledge of the teachers about the addition operation with fractions was developed.