Derleme / Review

Güncel Gelişmeler Işığında Kütleçekimsel Alan Denklemlerinin Gözden Geçirilmesi

Şilan BATURAY*, Figen BİNBAY

Dicle Üniversitesi, Fen Fakültesi, Fizik Bölümü
(ORCID: 0000-0002-8122-6671) (ORCID: 0000-0002-1390-4151)

Öz
Genel Göreliliğin alan denklemleri Einstein tarafından 1915 yılında elde edildi. Genel görelilik teorisinin temel denklemleri kütleçekimsel etkileşmeleri açıklar ve evrenin yapısını anlamak için modeller üretir. Kozmolojik sabiti içeren Einstein alan denklemleri bulunduğundan beri, çoğu fizikçi genel görelilik teorisi kapsamında kozmolojik terim λ ile ve evrensel kütleçekim sabiti G'deki değişim ile ilgilenmektedir.

Bu çalışmada, enerji-momentum tensörü ile dört-boyutlu Lorentz manifoldu olan ve kütle, enerji ve momentumun varlığıyla kapsanan uzay-zaman eğriliği arasındaki ilişki araştırılmaktadır. Ek olarak, evrenin diğer görünümlerini tartışmak üzere Einstein alan denklemlerine odaklanıldı. Bu amaçla, Genel göreliliğin temel ilkelerine dayanan kütleçekimsel alan denklemleri göz önüne alınmıştır. Daha sonra, genel görelilik teorisinin en önemli öngörülerinden biri olan ve son yıllarda saptanan kütleçekim dalgalarının özelliklerinden söz ederek, kütleçekim dalgalarının evrenin doğasını anlama konusunda sağladığı yeniliklerden bahsedilmektedir.

Anahtar kelimeler: Einstein alan denklemi, Kütleçekimsel alan denklemleri, kozmolojik sabit.

A Review of Gravitational Field Equations in Consideration of the New Developments

Abstract
General relativistic field equations were obtained by Einstein in 1915. Basic equations of the general relativity theory explain the gravitational interactions and give models in order to understand structure of the universe. Since the solution of the Einstein field equations including the cosmological constant has been found, many physicists interested in the cosmological term λ and the change of the universal gravitational constant G in the context of general theory of relativity.

In this work, it has been investigated the relation between the energy-momentum tensor and the space-time curvature, which is a four-dimensional Lorentz manifold and spanning by the existence of mass, energy and momentum. Additionally, it has been focused on the Einstein field equations to discuss other features of the universe. On this purpose, it is considered gravitational field equations based on the basic principles of general relativity. Later, It is studied some properties of gravitational waves which are the main prediction of general relativity theory and detected in recent years, we are finally emphasized the innovations that these waves yield to explaining the nature of our universe.

Keywords: Einstein Field Equation, Gravitational Field Equation, Cosmological Constant.

1. Giriş

Genel göreliliğin oluşumu eşdeğerlilik ilkesinden gelmektedir. Bu eşdeğerlilik ilkesi serbest düşme problemindeki eylemsizlik hareketlerinden biri olarak dikte edilir ve bu anlayışın oluşumu eylemsiz gözlemlerin birbirine bağlılığı ile ilişkilendirilebilir. Bu yeni tanım Newton'un fikrine ters düşer ve özel göreliliğin Öklit geometrisine uymaz. Einstein'in söylemiyle "*eğer bütün hızlandırılmış sistemler eşit değilse Öklit geometrisi onların bütününde kullanılmaz*" [1]. Diğer önemli etken yerçekimi etkisi olarak

*Sorumlu yazar: silan@dicle.edu.tr
Geliş Tarihi: 27.08.2018, Kabul Tarihi: 13.03.2019

adlandırılan niceliğin görelilikte iki ranklı tensör kullanılarak açıklanmasıdır ve Newton fiziğinde [2] kullanılan bu nicelik bir vektör değildir. Einstein, büyük nesneler içeren eğri uzay zamanı iki ranklı tensör olarak düşünmüş ve 1915'de Einstein alan denklemini yazmıştır.

Kütleçekimsel etkileşimleri ve buna bağlı olarak evrenin yapısını açıklayan genel görelilik teorisinin temel denklemleri olan ve 1915 de Einstein tarafından elde edilen Einstein alan denklemleri

$$G_{\mu\nu} = \left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R\right) = -8\pi G T_{\mu\nu}$$

biçiminde olup; burada $G_{\mu\nu}$ Einstein tensörü ve onun türevlerine bağlı bir tensör (μ,ν=0,1,2,3…), $T_{\mu\nu}$ enerji momentum tensörü, R eğrilik skaleri, $R_{\mu\nu}$ Ricci tensörü, $g_{\mu\nu}$uzay-zaman metrik tensörü ve G ise kütleçekimsel sabiti göstermektedir. Uzay-zaman yapısı, stres enerji tensörü ile betimlenir ve bu Einstein alan denkleminde kullanılır [3]. Einstein alan denkleminde bahsedilen $T_{\mu\nu}$ enerji momentum tensörü ikinci mertebeden simetrik bir tensör olup korunum özelliğine sahiptir:

$$\nabla^{\mu} T_{\mu\nu} = 0$$

Einstein alan denklemlerinin sol tarafı uzay-zaman geometrisiyle diğer tarafı da enerji-momentum tensörü ile ilgilidir. Bu denklemler, kütleçekimsel alanın enerji ve momentum taşımasından dolayı ikinci mertebeden lineer olmayan bir kısmi diferansiyel denklemler sistemi oluştururlar ve bu denklemlerin çözümü oldukça zordur. Bu yüzden denklemlerin çözümünü elde etmek için, bazı fiziksel ve matematiksel koşullardan birkaçını kullanmak gerekmektedir. Örneğin denklemin bir tarafına homojenlik, silindirik, düzlemsel-simetri terimleri gibi bir tanesi veya bunların bir birleştirimi eklenir; denklemin diğer tarafına da ideal akışkan, viskoz akışkan, ısı akısı, elektromanyetik alan ve buna benzer bazı fiziksel niceliklerden kaynaklanan terimlerden biri veya birkaçı eklenerek denklemin çözümleri elde edilir.

Kozmolojik sabit bulmacası modern kozmolojinin en önemli problemlerden bir tanesidir. Kozmolojik sabit terimi, boş uzayın enerjisinin bir ölçütü olarak tanımlanır ve negatif basınçlı itici bir kuvvet etkisi göstermektedir. Einstein kütle ve enerjinin eşdeğer olduğunu göstererek, eğer kozmolojik terim varsa onu gösteren enerjinin de bir kütle gibi alınması gerektiğini söylemiştir.

Son zamanlarda Einstein alan denkleminin kozmolojik sabitli çözümünün bulunmasından beri λ kozmolojik terim ve G kütleçekimsel sabitin değişimi ile birlikte düşünülmesi genel görelilik çerçevesinde oldukça çok çalışılan problem halini almıştır. İlk olarak, Bertolami tarafından elde edilen G ve λ'nın zamana bağlılığı, $\lambda \approx R^{-2} \approx T^{-2}$ şeklindedir [4]. Gve λ'lı bazı FRW (Friedmann-Robertson-Walker) tipi modeller [5-8] birçok bilim adamı tarafından çalışılmıştır. Daha sonra, elde edilen bu sonuçlar bazı bilim adamları tarafından farklı durumlara genelleştirilmiştir [9-12]. Homojen fakat izotropik olmayan modeller özellikle evrenin erken çağlarında parçacık oluşumunu, entropi üretimini, karanlık madde ve evrenin izotropisi gibi temel özellikleri anlamada önemli rol oynamaktadır. Bu nedenle homojen fakat izotropik olmayan Bianchi tipi metrikler önemli rol oynamaktadır. Bu tür modeller de Beesham [13], Kalligas ve arkadaşları [14], Arbab vd. [15], Beesham vd. [16] ve Salti [17] tarafından çalışılmıştır. Bu çalışmada, temel olarak, kozmolojik terim içermeyen Einstein alan denklemi ile λ kozmolojik sabitli diğer biçimi irdelenmiştir. Bu denklemlerden kozmolojik sabiti içeren denklemlerin, evrenin dinamik yapısını anlamaya ilişkin getirdikleri yenilikler üzerinde durulmuştur.

2. Bulgular ve Tartışma

2.1. Einstein Alan Denkleminin Türetilmesi

Kütleçekimsel alan denklemi hem enerji hem de momentum taşır ve bu sebeple denklem elektromanyetizmanın alan denkleminden daha zor hale gelir. Denklem, ikinci mertebeden lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemler sistemi oluşturduğundan çözümlerine ulaşmak oldukça zordur. Herhangi bir X noktasında keyfi ve güçlü bir kütleçekimsel alanı, temel koordinat sisteminde bir hareket olarak tanımlanırsa,

$$g_{\alpha\beta}(X) = \eta_{\alpha\beta} \tag{1}$$

olmak üzere (burada $g_{\alpha\beta}$ uzay-zaman metriğini, $\eta_{\alpha\beta}$ ise Minkowski metriğini betimler),

$$(\frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\gamma}})_{x=X} \quad (2)$$

şeklindedir. $g_{\alpha\beta}$ metrik tensörü, $x = X$'deki sadece ikinci dereceden dolayı $\eta_{\alpha\beta}$'dan ayrılır. Öncelikle zayıf statik alanın göreli olmayan ρ kütle yoğunluğuyla üretildiğini söylenerek başlanılabilir. Metrik tensörün zaman-zaman oluşumu yaklaşık olarak;

$$g_{00} \approx -(1 + 2\phi) \approx -2\phi \quad (3)$$

şeklinde ifade edilir; Dolayısıyla

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G\rho \quad (4)$$

(burada Φ Newton potansiyeli, G ise Newton sabiti) olmak üzere denklem (4) ile ifade edilen Poisson denkleminden yararlanılabilir ve ρ kütle yoğunluğu için de aşağıdaki denklem

$$T_{00\approx}\rho \quad (5)$$

elde edilir. Aynı zamanda, T_{00} göreli olmayan madde için enerji yoğunluğunu göstermek üzere, denklem (5) ve denklem (4)'ün denklem (3) de yerine yazılmasıyla,

$$\nabla^2 g_{00} = -8\pi G T_{00} \quad (6)$$

sonucu elde edilir. Bu alan denklemi sadece göreli olmayan maddeler ile oluşan zayıf statik alanın oluştuğunu göstermektedir. Bununla beraber, bu denklem,

$$G_{\alpha\beta} = -8\pi G T_{\alpha\beta} \quad (7)$$

biçiminde verilen denklemden yararlanılarak, $T_{\alpha\beta}$ enerji-momentum tensörü bağıntısının zayıf alan çözümü tahmin edilebilir. $G_{\alpha\beta}$ tensörü metriğin birinci ve ikinci türevinin lineer bir birleştirimidir. $G_{\alpha\beta}$ tamamen geometrik bir nicelik iken $T_{\alpha\beta}$ ise madde miktarını verir. İkisi arasındaki ilişki ise eşdeğerlilik ilkesinden,

$$G_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu} \quad (8)$$

şeklinde elde edilir. $G_{\mu\nu}{}'$yü bulmakta kullanılan özellikler maddeler halinde yazılacak olursa:

a) $T_{\mu\nu}$ tensör olduğundan, $G_{\mu\nu}$ de tensördür.
b) $G_{\mu\nu}$ sadece N=2 için metriğin türevlerini içerir yani ikinci türevin lineer olduğu durumu içermek zorundadır.
c) $T_{\mu\nu}$ simetrik olduğundan, $G_{\mu\nu}$ simetriktir.
d) $T_{\mu\nu}$ korunumlu olduğundan, $G_{\mu\nu}$ korunumludur.

Denklem (8)'in zayıf statik alanda göreli olmayan maddeler için zamana bağlılık durumu

$$G_{00} = -8\pi G T_{00} \quad (9)$$

şeklinde olup, denklem (6) ve denklem (9)'un eşitliğinden yazılan yeni denklem,

$$\nabla^2 g_{00} \cong G_{00} \quad (10)$$

biçimindedir. Burada ∇^2 Laplasyen işlemcisini, g_{00} uzay-zamanın zamana bağlılığını betimleyen bileşeni, G_{00} ise Einstein tensörünün zamana bağlılığını göstermektedir. Eğrilik skaleri $R = R^{\mu}_{\mu}$ ve Ricci tensörü $R_{\mu k=}R^{\lambda}_{\mu\lambda k}$ biçiminde betimlenmekte olup[18], ihtiyaç duyulan alan denklemi;

$$G_{\mu\nu} = C_1 R_{\mu\nu} + C_2 g_{\mu\nu} R \tag{11}$$

şeklinde olmaktadır. Burada C_1ve C_2 birer sabit olduğundan, yukarıdaki denklem ya $G_{\mu\nu}$'nün kovaryant türevi $G^{\mu}_{\nu;\mu} = (1/2C_1 + C_2)R_{;\nu}$ =0 olup, korunum özelliğinden dolayı $R_{;\nu} = 0$ veya $C_2 = -1/2C_1$ olmalıdır. $R_{;\nu} = 0$ olamaz, çünkü denklem (11) için G^{μ}_{μ} oluşturulursa;

$$G^{\mu}_{\mu} = C_1 R^{\mu}_{\mu} + C_2 g^{\mu}_{\mu} R \tag{12}$$

$$G^{\mu}_{\mu} = (C_1 + 4C_2)R \tag{13}$$

şeklinde elde edilir ve denklem (8)'den de,

$$G^{\mu}_{\mu} = -8\pi G T^{\mu}_{\mu} \tag{14}$$

yazılarak, denklem (13) ve denklem (14)'ün eşitliğinden;

$$G^{\mu}_{\mu} = (C_1 + 4C_2)R = -8\pi G T^{\mu}_{\mu} \tag{15}$$

elde edilir. Burada eğer $R_{;\nu} = 0$ ise, $\partial T^{\mu}_{\mu}/\partial x^{\nu}$'de sıfır olmalıdır. Bu durum homojen ve göreli olmayan maddelerin var olmadığını gösterdiğinden, $R_{;\nu} = 0$ alınamaz. Bu sebeple $C_2 = -1/2C_1$ durumu kullanılır. $C_2 = -1/2C_1$ değerinin denklem (12) de yerine konulmasıyla,

$$G_{\mu\nu} = C_1\left(R_{\mu\nu} - 1/2 g_{\mu\nu} R\right) \tag{16}$$

olacaktır. Göreli olmayan bir sistem için $|T_{00}| \gg |T_{ij}|$ olmalı ve bununla ilgili olan $|G_{00}| \gg |G_{ij}|$ olmalıdır. Bu özelliklerin denklem (11) de kullanılmasıyla C_1 katsayısı bulunabilir. Önce denklem (7)'nin G_{ij} bileşeni oluşturulmalıdır. (*i*,*j*=1,2,3) ve $G_{ij} = C_1\left(R_{ij} - 1/2 g_{ij} R\right)$ olup, $C_1 \neq 0'$dan dolayı denklem (16)'daki parantez içindeki ifade sıfır olmalıdır. R için kullanılacak olan bağıntı eğrilik skalerinden oluşturulursa;

$$R_{ij} \cong 1/2\, g_{ij} R \tag{17}$$

$$R \cong 2R_{00} \tag{18}$$

alınır. Denklem (16)'nın, zamana bağlılığının denklem (18) de yerine yazılmasıyla

$$G_{00} \cong C_1 R_{00}(1 - g_{00}) \cong 2C_1 R_{00} \tag{19}$$

sonucu elde edilir. R_{00} bileşeninin hesabı $R_{\lambda\mu\nu k}$'nın lineer parçası için $R_{\lambda\mu\nu k} \equiv \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial x^k \partial x^\mu} - \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial x^k \partial x^\lambda} - \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial x^\nu \partial x^\mu} - \frac{\partial^2 g_{\mu k}}{\partial x^\nu \partial x^\lambda}\right)$ alan denklemini verir, bütün zaman türevleri yok olduğunda alan statik olur ve ihtiyaç duyulan oluşumlar;

$$R_{0000} \cong 0, \qquad R_{i0j0} \cong \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{00}}{\partial x^i \partial x^j} \tag{20}$$

şeklinde olup; denklem (19) ifadesi, $G_{00} \cong 2C_1(R_{i0i0} - R_{0000}) \cong C_1\nabla^2 g_{00}$ biçimini alır. Bu ifadenin de denklem (10) ile karşılaştırılması sonucu $C_1 = 1$ olduğu görülür. Denklem (16) da $C_1 = 1$ yazılırsa

$$G_{\mu\nu} = \left(R_{\mu\nu} - 1/2\, g_{\mu\nu} R\right) \tag{21}$$

halini alır ve daha önce elde edilen denklem (8) ile bu denklem eşitlendiğinde, Einstein alan denklemi bulunur [16]:

$$G_{\mu\nu} = \left(R_{\mu\nu} - 1/2\, g_{\mu\nu} R\right) = -8\pi G T_{\mu\nu} \tag{22}$$

2.2. Einstein Alan Denkleminin Kozmolojik Terimli Türetimi

Denklem (22) için yeni bir bağıntı oluşturarak işe başlanırsa R^{μ}_{μ}

$$(R^{\mu}_{\mu} - 1/2\, g^{\mu}_{\mu} R) = -8\pi G T^{\mu}_{\mu} \tag{23}$$

olmaktadır. Burada, R^{μ}_{μ} eğrilik skaleri ve $g^{\mu\upsilon} g_{\mu\nu} = \delta^{\mu}_{\mu} = 4$'tür. Bunların denklem (23) de yerine konulmasıyla,

$$R = 8\pi G T^{\mu}_{\mu} \tag{24}$$

ifadesi elde edilir. Burada bulunan denklem (24) de, denklem (22) yerine yazılıp, $R_{\mu\nu}$ çekilirse;

$$R_{\mu\nu} = -8\pi G\left(T_{\mu\nu} - 1/2\, g_{\mu\nu} T^{\lambda}_{\lambda}\right) \tag{25}$$

elde edilir. Bu sonuç, Einstein denkleminin bir diğer ifadesidir. Bilindiği üzere boş uzay için $T_{\mu\nu} = 0$ olmalıdır. Bu durumun denklem (25)'de kullanılmasıyla $R_{\mu\nu} = 0$ sonucu elde edilir.

Son olarak, $G_{\mu\nu}$'nün metriğin iki türevinden daha az terim içerdiği kabul edilerek ve ikinci maddenin uygun olduğunu düşünülürse; ilk türevde serbestliğin kullanımı $G_{\mu\nu}$ nün herhangi bir yeni terimine izin vermez fakat metrik tensörü kullanılırsa $g_{\mu\nu}$ metrik tensörünü ve λ kozmolojik sabitini içeren farklı bir denkleme ulaşılır. Bu denklem;

$$R_{\mu\nu} = -1/2 g_{\mu\nu}\, R - \lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu} \tag{26}$$

biçimindedir. Burada λ'nın oldukça küçük bir değere sahip olduğunu vurgulamak gerekmektedir [18].

3. Sonuç ve Öneriler

Einstein 1915'te Görelilik teorisini öne sürdüğünde, özellikle Genel Görelilik teorisi Newton Fiziğinin yetersiz kaldığı durumların açıklanmasında büyük bir başarı elde etmiştir. Bu teoride Einstein, kütleçekimini uzay-zamanın geometrisiyle ilişkilendirmiştir [18]. Alan denklemleri olarak adlandırılan denklemlerini yazdığında bu denklemlerde evrenin statik olduğunu düşünerek eklediği kozmolojik sabit λ'nın daha sonra gereksiz yere eklenmiş bir sabit olduğunu düşünerek çıkartmıştır. Daha sonra astronom Edwin Hubble'ın ortaya koyduğu ve ispatladığı evrenin genişlemekte olduğu gerçeğiyle, kozmolojik sabitin alan denklemlerine eklenmesi gerektiği ortaya konmuştur. Keza, Hubble'dan 70 yıl sonra 1998'de Adam Guy Riess ve çalışma arkadaşları Evrenin genişlemesinin ivmeli bir şekilde olduğunu gözlemlemişlerdir [19]. Einstein bu durumu *"Benim en büyük gafım"* diyerek dile getirmiştir. *Kozmolojik sabit terimi, boş uzayın enerjisinin bir ölçütü olarak tanımlanır ve negatif basınçlı itici bir kuvvet etkisi göstermektedir*. Dolayısıyla Karanlık madde olarak adlandırılan ve evrenin büyük bir kısmını oluşturan bildiğimiz baryonik maddenin dışında kalan maddelerin varlığını araştırmak için kozmolojik sabitli denklemler daha açıklayıcı görülmektedir. Ayrıca, Einstein'ın 1916'da öngördüğü üzere, büyük kütleli cisimler ivmeli hareket yaptıklarında, uzay-zaman örgüsünde dalgalanmaya sebep olurlar bu dalgalanmalar ışık hızı ile hareket eder. Burada cisimlerin kütlelerinin büyüklüğü dalgalanmanın boyutunu etkilemektedir. Yani kütle ne kadar büyük olursa ve cismin hareketi ne kadar hızlı olursa, dalgalanma o kadar büyük olmaktadır. Kütleçekimsel ışınımlar patlamalar, periyodik ve stokastik olmak üzere üç tiptir. Patlamaların kaynaklarını, galaktik çekirdek, kuasarlar küresel galaksi gruplarından nötron yıldızları ve karadelik arasındaki çarpışma, karadeliklerin oluşumu, diğer galaksilerle içinde bulunduğumuz galaksi de süpernovanın çöküşü oluşturur. Periyodik kaynakları; ikili yıldız sistemi, bozulmuş yıldızların dönüşümü ve küçük beyaz dönüşümleri içerir. Stokastik dalgalar ise Bing Bang ve evrenin başlarında homojen olmayan yıldız nüfusuyla şekillenen karadelikleri içerir.

Kütleçekim dalgaları genellikle iki veya daha fazla sayıdaki kütleler arasındaki etkileşimden oluşur. Böyle etkileşimler, iki karadeliğin veya galaksilerin birleştirilmiş yörüngesini içermektedir. Birbiri etrafında dönen ve güneş kütlesinin onlarca katı kütleye sahip olan ikili karadelikler birleşmeleri sonucunda uzaya kütleçekimsel ışınım dalgaları gönderir. Bu kaynağından çıktığı için de kuvvette bir azalışa neden olur ve dalgalar zayıflar. Buna rağmen zayıflayan bu dalgalar uzay-zaman içinde belli belirsiz hareket eder ve bu dalgaların tespiti bize uzayda gerçekleşen olaylar ve uzayı oluşturan nesneler hakkında bilgi verecektir. Bu dalgaların çok düşük genlikli olmasından dolayı gözlenebilmeleri oldukça zordur. İki teknikten (Rezonans Kütle Saptayıcıları ve Lazer Girişimölçerler) en etkili olanın Girişimölçerli olan olduğunun anlaşılması üzerine LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) üzerinde yoğunlaşılmıştır. LIGO Fabry Perot kaviteleri ve ek aynalarla çözünülürlüğü ve Lazer gücü artırılmış bir Michelson Girişimölçeridir. Gözlemevi başta ABD'de (Hanford ve Livingstone'da) olmak üzere, VIRGO (İtalya),TAMA300 (Japonya)da inşa edilmiştir. Böylelikle yıldızların ölümü gibi bazı dinamik olaylar ve karadeliklerin oluşum nedeni anlaşılacaktır. Bilim adamları Kütleçekim dalgalarını uzay-zaman eğriliği ile ilişkilendirdiğinde Bing Bang (büyük patlama) den sonra ikinci önemli gelişme olan evrenin geleceği ve evrenin başlangıcı hakkında bilgiye sahip olarak evreni anlamamızı sağlayacaklardır. Bu ilerlemeler doğrultusunda yakında evrenin yeni olguları üzerine bir pencere açılacağı beklenmektedir. Kütleçekim dalgaları ilk kez LIGO tarafından 14 Eylül 2015 tarihinde tespit edildi [20]. Evreni oluşturan cisimlerden yayıldığı varsayılan kütleçekimsel dalgaların algılanabilmesi için gerçekleştirilen çalışmalar hem Einstein'ın alan denklemlerinin doğruluğunu onaylayacak hem de diğer pahalı teknolojik araçlar gerektiren deneylerde olduğu gibi kendi amacına ulaşmasa bile insanlığın bilgi birikiminin artmasına dolaylı katkıda bulunacaktır.

Kaynaklar

[1] Einstein A. 1961. Relativity: The Special and General Theory. Lawson, Crown-New York, 30: 76-83.

[2] Ohanian C., Ruffini R, 1994. Gravitation and Spacetime. W.. Norton & Co, W.W. Norton-New York, 2: 1-4.

[3] Wald R.M. 1984. General Relativity. University of Chicago, Chicago-London, 1: 80-90.

[4] Bertolami O. 1986. Time-Dependent Cosmological Term. Il Nuovo Ciment. B, 93 (1): 36-42

[5] Abdel-Rahman A.M.M. 1990. A Critical Density Cosmological Model with Varying Gravitational and Cosmological ''Constants''. Gen. Relat. and Gravit., 22 (6): 655-663.

[6] Bermann M.S. 1990. Cosmological Models in General Relativity and Brans-Dicke Theories: A Comparison. Gen. Relat. and Gravit., 29 (6): 571-577.

[7] Abdussattar and Vishwakarma R.G, 1997. Some FRW Models with Variable G and Λ. Class. and Quantum Gravit., 14 (4): 945-953.

[8] Belinchon J.A. 2000. Cosmological Models with Bulk Viscosity in the Presence of Adiabatic Matter Creation and with Variable g, c, and Λ. Gen. Relat. and Gravit., 32 (8): 1487-1498.

[9] Arbab I.A. 1997. Cosmological Models with Variable Cosmological and Gravitational ''Constants'' and Bulk Viscous Models. Gen.Relat. and Gravit., 29 (1): 61-74.

[10] Sing T., Beesham A. 2000. Causal Viscous Cosmological Models With Variable G and Λ. Gen. Relat. and Gravit., 32 (4): 607-614.

[11] Salti M., Korunur M., Acikgoz I. 2014. Extended Ricci and holographic dark energy models in fractal Cosmology. Eur. Phys. J. Plus, 129: 95.

[12] Salti M., Yanar H., Aydogdu O., Sogut K. 2017. Logarithmic-corrected Ricci and modified Chaplygin gas dark energy models in fractal framework, Eur. Phys. J. Plus., 132: 225.

[13] Beesham A. 1994. Bianchi Type I Cosmological Models with Variable G and Λ. Gen. Relat. and Gravit., 26 (2): 159-165.

[14] Kalligas D., Wesson P.S., Everitt C.V.F. 1995. Bianchi Type I Cosmological Models with Variable G and Λ: A Comment,. Gen. Relat. and Gravit., 27 (6): 645-650.

[15] Arbab I.A. 1998. Bianchi Type I Viscous Universe with Variable G and Λ. Gen. Relat. and Gravit., 30 (9): 1401-1405.

[16] Beesham A., Ghost S.G., Lombart R.G. 2000. Anisotropic Viscous Cosmology with Variable G and Λ. Gen. Relat. and Gravit., 32 (3): 47-477.

[17] Salti M. 2014. Reconstruction of ghost scalar fields, Eur. Phys. J. Plus, 129: 42.

[18] Weinberg S. 1972. Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of The General Principle of Relativity. John Wiley & Sons, Inc, Wiley-New York, 1: 151-155.

[19] Riess A.G, Filippenko A.V., Challis P., Clocchiattia A., Diercks A., Garnavich P.M., Gilliland R.L., Hogan C.J., Jha S., Kirshner R.P., Leibundgut B., Phillips M.M., Reiss D., Schmidt B.P., Schommer R.A., Smith R.C., Spyromilio J., Stubbs C., Suntzeff N.B., Tonry J. 1998, Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. Astron. J., 116: 1009.

[20] Abott B.P. et al., 2016. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger.Phy. Rev.Lett., 116: 061102.