

BİLYALI RULMAN YEREL KUSURLARININ NEDEN OLDUĞU TİTREŞİMLERİN MODELLENMESİ

Tuncay KARAÇAY ve Nizami AKTÜRK

Makina Mühendisliği Bölümü, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Gazi Üniversitesi, 06570 Maltepe, Ankara
karacay@gazi.edu.tr, nakturk@gazi.edu.tr

(Geliş/Received: 29.03.2007 ; Kabul/Accepted: 06.11.2007)

ÖZET

Makinalarda sıklıkla kullanılan rulmanlardaki hasarın, titreşimlerin ölçülmesi ve analiziyle tespit edilebileceği birçok sayısal ve deneysel çalışmayla gösterilmiştir. Titreşimlerin analiziyle kusur tespitindeki en kritik nokta, kusurun rulmanın çalışmasını engelleyecek seviyeye gelmeden önce ve doğru olarak tespit edilebilmesidir. Bunun için kusur sonucu ortaya çıkan titreşim davranışının iyi bilinmesi gereklidir. Bu çalışmada açılmalı temaslı bir bilyalı rulmanın dış bileziğinde, iç bileziğinde ve yuvarlanma elemanında oluşan yerel kusurlar modellenmiş, rulmanda oluşan ezilmeler ve iç kuvvetler analiz edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Rulman titreşimleri, yerel kusurlar, kestirimci bakım.

MODELING OF VIBRATIONS CAUSED BY LOCALIZED DEFECTS IN BALL BEARINGS

ABSTRACT

Condition monitoring of ball bearings by analyzing vibration signals is successfully applied both numerically and experimentally. The most critic point in vibration analysis is early and successful detection of defect formation. The characteristic vibrations due to these defects ought to be understood well enough for this reason. In this study, localized defects in balls and rings of an angular contact ball bearing are modeled and deformations at the contact between ball and rings as well as internal forces are analyzed.

Keywords: Ball bearing vibrations, localized defects, condition monitoring.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Rulmanlar bilezikler ve yuvarlanma elemanı arasındaki doğrusal olmayan Hertz türü temastan dolayı kusursuz olsalar bile titreşim üretirler. Rulman elemanlarında kusur olması durumunda kusurun büyüklüğüne ve yerine göre makinede daha kötü titreşimler ortaya çıkar. Bu titreşimlerin tespit edilmesi hatta önlenmesi için kusurların rulmana etkisinin incelenmesi ve kusurlar dolayısıyla ortaya çıkan dinamik değişikliklerin iyi bilinmesi gereklidir. Rulmanlardaki karakteristik titreşimlerin takip edilmesiyle rulman elemanlarındaki yüzey bozuklukları belirlenebilir [1]. Yuvarlanma elemanı bileziklerdeki zarar görmüş yüzey üzerinden geçtiğinde veya yuvarlanma elemanı üzerindeki kusur bileziklerle temas ettiğinde, kusurdan dolayı oluşan geometrik bozukluğun mikroskobik kenarları temas basıncında

büyük ve ani değişikliklere yol açar. Ortaya çıkan dinamik davranış birbirini takip eden darbeler şeklinde tanımlanabilir. Dolayısıyla, rulmandaki yerel hatalar periyodik titreşimler oluştururlar, bu nedenle rulmanların titreşimlerinin ölçülmesi makinaların durum takibi için oldukça elverişlidir [2-3]. Bu periyodik davranışın ortaya çıkartılması için rulman hatalarının sebep olduğu dinamik davranışların belirlenmesi gereklidir. McFadden ve Smith [4] bu karakteristik titreşimleri tanımlamak için rulmanda oluşan tek bir yerel kusuru modellemiş ve daha sonra bu modeli çoklu kusurları ifade edecek şekilde geliştirmişlerdir. Elde ettikleri sonuçları deneysel çalışmalarla karşılaştırmışlardır [5]. Tandon ve Choudhury de [6] analitik bir yerel hata modeli geliştirmişler ve bu modelin düşük frekanslı titreşim (<5 kHz) sinyallerinin analizi için uygun olduğunu deneysel olarak göstermişlerdir. Kiral ve Karagülle

[7] bu davranışı ortaya koymak için kusursuz ve yerel kusurlara sahip rulmanın dinamik yüklemeye modelini oluşturmuşlar ve rulmanın titreşim davranışını sonlu elemanlar yöntemini kullanarak elde etmişlerdir. Soppanen ve Mikola [8-9] yuvarlanma elemanları ile bilezikler arasında oluşan Hertz türü teması elastohidrokinematik yağ filminin etkisini katarak incelemişlerdir.

Yerel kusurlara sahip rulmanlara ait Hertz türü teması ve elastohidrokinematik yağlamayı içeren farklı modeller bulunmaktadır. Fakat kusursuz rulmanlar bile karakteristik bilya geçiş titreşimleri üretirler [10], dolayısıyla rulmanların titreşim ölçümüyle sağlık durumunun takibinde dikkatli olmak gereklidir [11]. Bu periyodik titreşimlerin filtrelenmesi takip metodlarındaki başarıyı artırabilir [12].

Bu çalışmada dış bilezik, iç bilezik ve yuvarlanma elemanında ayrı ayrı hata oluşması durumu modellenmiş ve temas noktasındaki yük-ezilme ilişkileri incelenmiştir. İnceleme için iki uçundan açılmalı temaslı rulmanlarla yataklanmış bir shaft-rulman sistemi ele alınmış [10] ve her bir kusur durumunda shaftta meydana gelen dinamik değişiklikler gösterilmiştir.

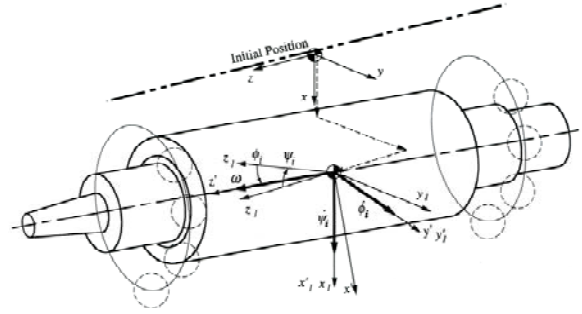
2. MODELLEME (MODELING)

Şaft-rulman sistemi, sistemin modellenmesi ve hesaplama prosedürü Karaçay [10] tarafından detaylı bir şekilde verilmiştir. Gerçek bir shaft-rulman sistemi oldukça karmaşıktır ve modellenmesi zordur. Dolayısıyla sayısal modelin oluşturulması için aşağıdaki kabuller yapılmıştır:

1. Yuvarlanma elemanları kütesiz kabul edilmiştir.
2. Bilezikler rijittir ve sadece yerel deformasyonlar oluşmaktadır.
3. Deformasyonlar Hertz elastik teorisine göre oluşmaktadır.
4. Sağ ve sol taraftaki rulmanlar iç bilezik etrafında her zaman eşit aralıklarda konumlanmışlardır.
5. Şaft rijit kabul edilmiştir.
6. Her iki rulmanda aynı fazda hareket etmektedir (yuvarlanma elemanları karşılıklı olarak aynı konumdadır).

Bu kabuller altında shaft-rulman sisteminin beş serbestlik dereceli hareket denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir (Bkz. Şekil 1). Burada R ve L altındisleri sırasıyla sağ ve sol taraftaki rulmanları, K_i terimi ise temas katılığını ifade etmektedir ve her bir yuvarlanma elemanı konumu için ayrı hesaplanmaktadır [10].

$$M\ddot{x} + \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_L^{\frac{3}{2}} \cos(\alpha_i)_L \cos(\theta_i)_L \right) + \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_R^{\frac{3}{2}} \cos(\alpha_i)_R \cos(\theta_i)_R \right) + Q_x - Mg = 0 \quad (1)$$



Şekil 1. Şaft-rulman sistemi (Shaft-bearing system)

$$M\ddot{y} + \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_L^{\frac{3}{2}} \cos(\alpha_i)_L \sin(\theta_i)_L \right) + \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_R^{\frac{3}{2}} \cos(\alpha_i)_R \sin(\theta_i)_R \right) + Q_y = 0 \quad (2)$$

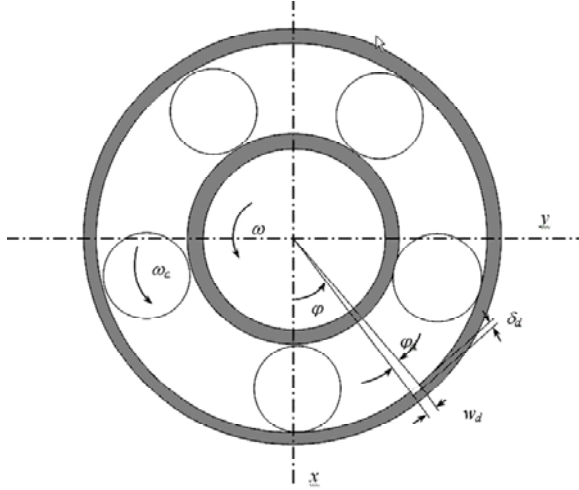
$$M\ddot{z} + \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_L^{\frac{3}{2}} \sin(\alpha_i)_L \right) + \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_R^{\frac{3}{2}} \sin(\alpha_i)_R \right) + Q_z = 0 \quad (3)$$

$$I_{yy}\ddot{\phi} + \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_L^{\frac{3}{2}} \cos(\alpha_i)_L \cos(\theta_i)_L \right) a_1 - \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_R^{\frac{3}{2}} \cos(\alpha_i)_R \cos(\theta_i)_R \right) b_1 + \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_L^{\frac{3}{2}} \sin(\alpha_i)_L \cos(\theta_i)_L \right) R - \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_R^{\frac{3}{2}} \sin(\alpha_i)_R \cos(\theta_i)_R \right) R + Q_x (a_1 + a) - I_{zz}\dot{\psi}\omega = 0 \quad (4)$$

$$I_{xx}\ddot{\psi} + \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_L^{\frac{3}{2}} \cos(\alpha_i)_L \sin(\theta_i)_L \right) a_1 - \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_R^{\frac{3}{2}} \cos(\alpha_i)_R \sin(\theta_i)_R \right) b_1 + \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_L^{\frac{3}{2}} \sin(\alpha_i)_L \sin(\theta_i)_L \right) R - \sum_{i=1}^n \left(K_i (\delta_i)_R^{\frac{3}{2}} \sin(\alpha_i)_R \sin(\theta_i)_R \right) R - Q_y (a_1 + a) - I_{zz}\dot{\phi}\omega = 0 \quad (5)$$

2.1. Dış Bilezik Kusurunun Modellenmesi (Modeling of Outer Race with Localized Defect)

Rulman dış bileziğindeki hatayı modellemek için dış bilezik yuvarlanma yüzeyi üzerinde dikey x ekseninden φ kadar açıda w_d genişliğinde ve δ_d derinliğinde bir bozulma meydana geldiğini kabul edelim (Bkz. Şekil 2). Eğer $\omega_c t + i\gamma$ ($i=1, m$) hata açısı φ açısı ile $\varphi + \varphi_d$ arasında kalıyorsa bu durumda bilya teması δ_d kadar azalacaktır. Diğer bir ifadeyle;



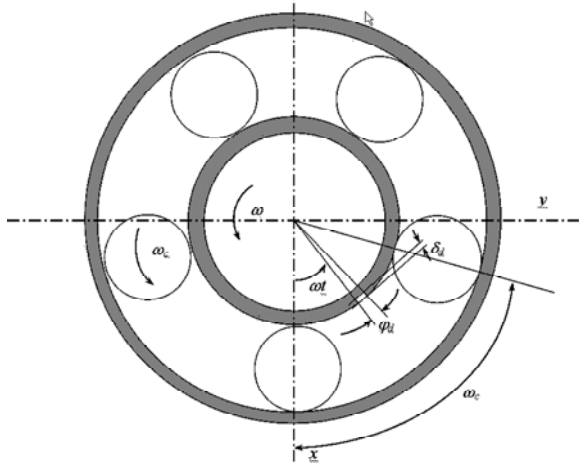
Şekil 2. Dış bilezik kusuru modeli (Model of a bearing with localized defect on the outer race)

$$\delta_i = \begin{cases} \delta_i - \delta_d, & \varphi < \omega_c t + i\gamma < \varphi + \varphi_d \\ \delta_i, & \text{diğer} \end{cases} \quad : i = 1, m \quad (6)$$

Burada ω_c kafes dönüş hızı ve γ yuvarlanma elemanları arasındaki açıdır; bilgisayar programlaması açısından düşünüldüğünde $\omega_c t + i\gamma$ ($i = 1, m$) açısı sürekli olarak arttığı için 2π 'ye göre modu alınarak hesaplamalar yapılmıştır. Bu açının hata açısıyla karşılaştırılması için de mantıksal bir karşılaştırma ifadesi kullanılmıştır.

2.2. İç Bilezik Kusurunun Modellenmesi (Modeling of Inner Race with Localized Defect)

İç bilezik şaftta sıkı geçme ile bağlı kabul edildiğinden iç bilezik yuvarlanma yolu üzerinde hata olması durumunda bu hata şaft hızında, ω , dönecektir (Bkz. Şekil 3). Yuvarlanma elemanlarından biri bu hata ile çakışırsa, o elemandaki ezilme hatanın derinliği kadar azalacaktır. Bu durum matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:



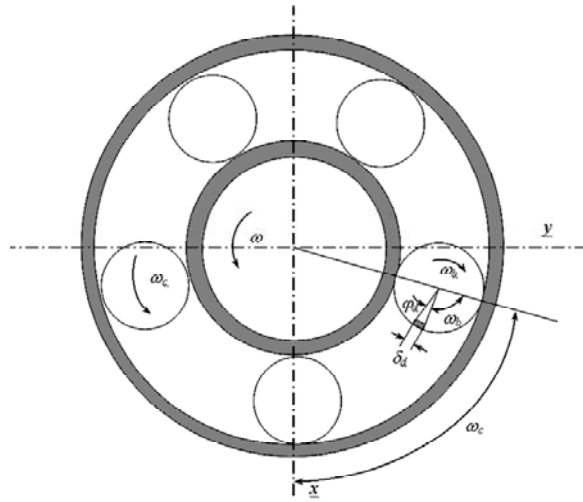
Şekil 3. İç bilezik kusuru modeli (Model of a bearing with localized defect on the inner race)

$$\delta_i = \begin{cases} \delta_i - \delta_d, & \omega t < \omega_c t + i\gamma < \omega t + \varphi_d \\ \delta_i, & \text{diğer} \end{cases} \quad : i = 1, m \quad (7)$$

2.3. Bilya Kusurunun Modellenmesi (Modeling of Ball with Localized Defect)

Yuvarlanma elemanı üzerinde bir hata olması durumunda eleman iç bilezik veya dış bilezik yuvarlanma yoluna temas ettiğinde ezilme miktarı hatanın derinliği kadar azalacaktır. Şekil 4'te görüldüğü gibi $\omega_b t$ açısının sinüsü sıfıra eşit olduğunda hata iç veya dış bilezik ile temas edecektir. Bu yuvarlanma elemanı için ezilme;

$$\delta_i = \begin{cases} \delta_i - \delta_d, & \sin(\omega_b t) = 0 \\ \delta_i, & \text{diğer} \end{cases} \quad (8)$$



Şekil 4. Bilya kusuru modeli (Model of a bearing with localized defect on the ball)

3. BULGULAR, YORUMLAR VE TARTIŞMA (RESULTS AND DISCUSSION)

Kusursuz ve yerel kusurlara sahip rulmanda bilyalar ve bilezikler arasındaki temas deformasyonunu incelemek ve bu deformasyonun şaft-rulman sistemi titreşimlerine etkisini görmek için hareket denklemleri belirli ilk değerler alınarak çözülmüştür. Çözümü yapılan şaft-rulman sistemine ait fiziksel büyüklükler Tablo 1'de verilmiştir. Simülasyonların hepsi 2000 d/d şaft devri, 10 N ön yükleme ve 8 yuvarlanma elemanı için yapılmıştır ve doğal frekansın etkisini elemine etmek için sisteme 300 Ns/m viskoz sönüm eklenmiştir. Analizlerde geçici cevabın etkisini büyük ölçüde azaltıp durağan durumu incelemek için simülasyonlar yapıldıktan sonra zaman serisinin ilk bölümleri inceleme dışı bırakılmış, son 0,5 saniyelik kısmı değerlendirilmiştir.

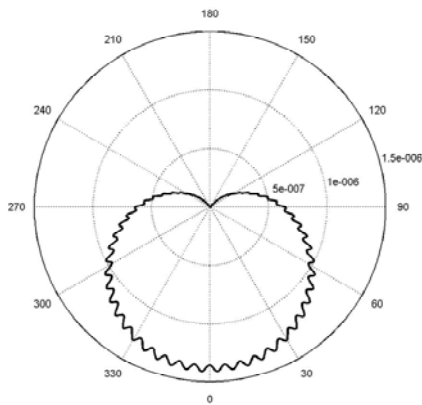
Şekil 5'te kusursuz rulmanın 1. bilyasının kafes içinde bir tam turu sırasında meydana gelen deformasyonlar görülmektedir. Modellenen sistemde şaft üzerinde dış yük olmamasına karşın şaft ağırlığından dolayı aşağı

yönde bir yüklemeye bulunduğundan bilya en alt konuma geldiğinde (en yüksek yüklemeye) deformasyon en büyüktür. Bilyanın kafes çevresindeki açıyla deformasyon büyüklüğü doğrusal değildir, çünkü bilya ile bilezikler arasındaki temas doğrusal değildir. Ayrıca bilya üzerindeki yüklemeye ile temas açısı da sürekli olarak değişmektedir. Bilyalardaki bu deformasyonlar sonucu oluşan kuvvetlerin bileşkesinin x eksenine yönündeki bileşeni Şekil 6'da verilmiştir.

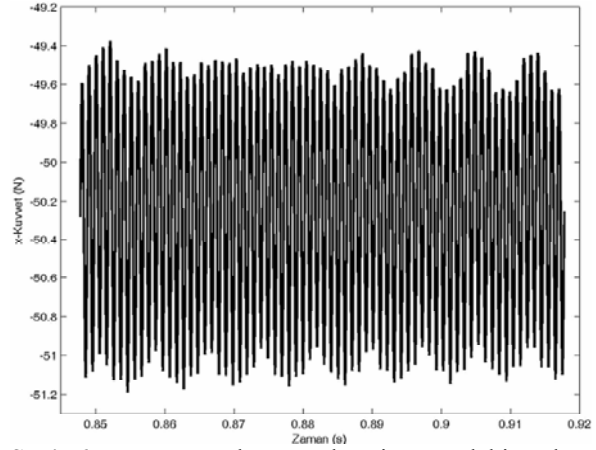
Tablo 1. Şaft-rulman sistemi fiziksel özellikleri (Physical properties of shaft-bearing system)

Tanım	Boyut
Çap	0,04 m
Boy	0,55 m
Ağırlık	5,5 kg
Tip	Açısal Temaslı
İç bilezik iç çapı	0,04 m
İç bilezik yuvarlanma çapı	0.046038 m
Ortalama çap	0,0539855 m
Dış bilezik yuvarlanma çapı	0,061933 m
Dış bilezik dış çapı	0,068 m
Rulman genişliği	0.015 m
Bilya çapı	0.0079375 m
İç bilezik eğrilik yarıçapı	0.004082 m
Dış bilezik eğrilik yarıçapı	0.004161 m
Yüksüz temas açısı	15°

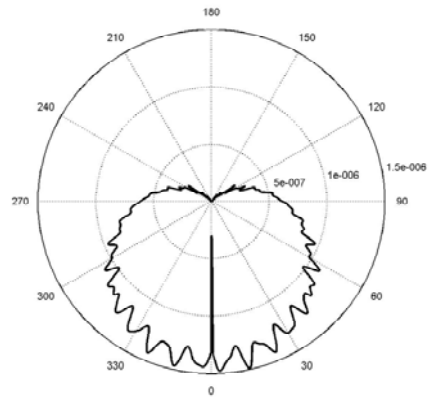
Dış bilezikte yerel bir hatanın olduğu durumdaki titreşim davranışını incelemek için sol taraftaki rulmanın dış bileziğinde 0° konumda, yani rulmanın en çok yüklenmiş alt kısmında, 0.25 mm genişliğinde ve 1 μm derinliğinde bir hata oluşturulmuştur. Gerçekte hata oluşumu kare şeklinde değildir, fakat modelleme açısından bu şekilde seçilmiş bir hata gerçekte oluşan darbe şeklindeki şokları ifade edebilmektedir. Şekil 7'de dış bileziği kusurlu rulmanın 1. bilyasının temas deformasyonu görülmektedir. Bilya hata üzerinden geçtiğinde deformasyon hızlı bir şekilde değişmekte ve bir darbe oluşmaktadır. Bu darbe sonucu şaft üzerinde oluşan bileşke kuvvet de değişmektedir. Bu kuvvetin x eksenine yönündeki bileşeni Şekil 8'de verilmiştir.



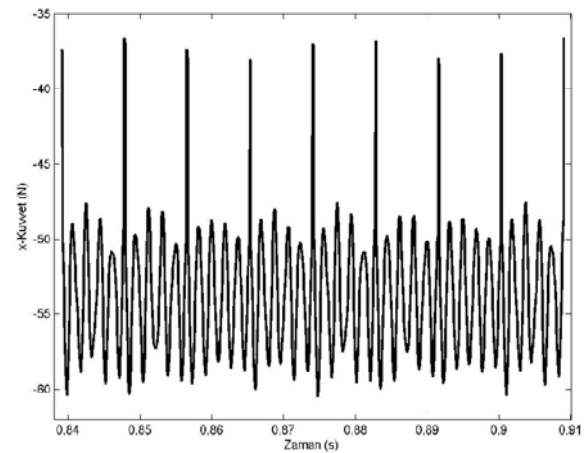
Şekil 5. Kusursuz rulman temas deformasyonu (Contact deformation of healthy bearing)



Şekil 6. Kusursuz rulman x eksenine yönündeki toplam kuvvet (Resultant force of healthy bearing- x direction)



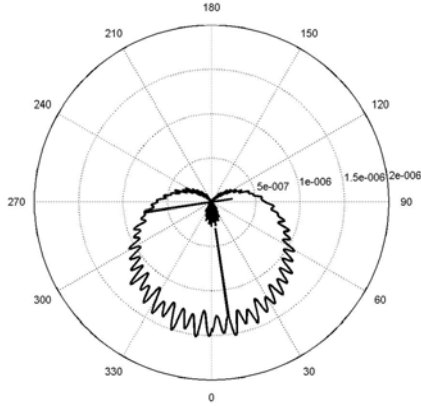
Şekil 7. Dış bileziği kusurlu rulman temas deformasyonu (Contact deformation of bearing with localized defect on the outer race)



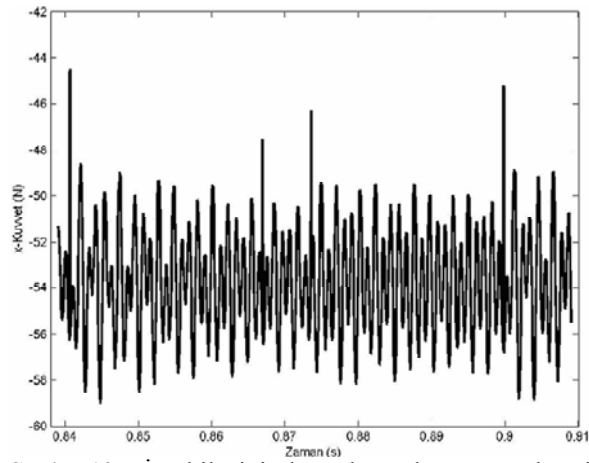
Şekil 8. Dış bileziği kusurlu rulman x eksenine yönündeki kuvvet (Resultant force of bearing with localized defect on the outer race- x direction)

İç bilezikte yerel bir hatanın olduğu durumdaki titreşim davranışını incelemek için sol taraftaki rulmanın iç bileziğinde 0.25 mm genişliğinde ve 1 μm derinliğinde bir hata oluşturulmuştur. Şekil 9'da görüldüğü gibi iç bilezik üzerindeki hata kafesin bir tam turunda 1. bilya ile iki defa karşılaşmaktadır. Bu karşılaşma sonucu şaft üzerindeki bileşke kuvvetin x

ekseni yönündeki bileşeni Şekil 10'da görüldüğü gibi değişmektedir.

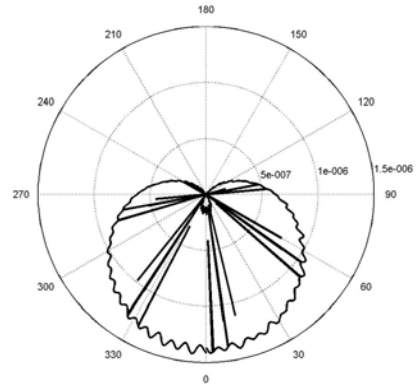


Şekil 9. İç bileziği kusurlu rulman temas deformasyonu (Contact deformation of bearing with localized defect on the inner race)

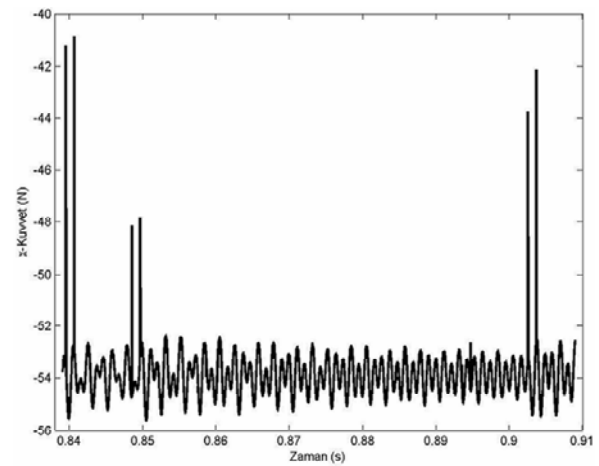


Şekil 10. İç bileziği kusurlu rulman x eksenindeki kuvvet (Resultant force of bearing with localized defect on the inner race- x direction)

Bilyada yerel bir hatanın olduğu durumdaki titreşim davranışını incelemek için sol taraftaki rulmanın birinci bilyasında 0.5° merkez açısı genişliğinde ve $1 \mu\text{m}$ derinliğinde bir hata oluşturulmuştur. Şekil 11'de bilya üzerinde hata olması durumunda 1. bilyada oluşan deformasyonlar görülmektedir. Çözümlemesi yapılan rulman ve çalışma parametrelerine göre kafesin bir tam turunda bilya dönüşü esnasında üzerindeki kusur ardışık olarak iç bilezikle ve dış bilezikle birer defa temas ettiğinden, bilya üzerindeki kusur bileziklerle 12 defa temas etmektedir. Bu durum Şekil 11'de ardışık olarak oluşan darbeler halinde açıkça görülmektedir. Deformasyondaki bu değişikliklerin tümü şaft üzerinde oluşan toplam bileşke kuvvetin x eksenindeki bileşkesinde görülmektedir (Şekil 12). Çünkü Şekil 11'de görüldüğü gibi bilya kafes çevresinde bir tam tur attığında kusur rulmanın daha az yüklü olan üst kısmında iç ve dış bilezik ile temas etmektedir, dolayısıyla kuvvet üretmemektedir.

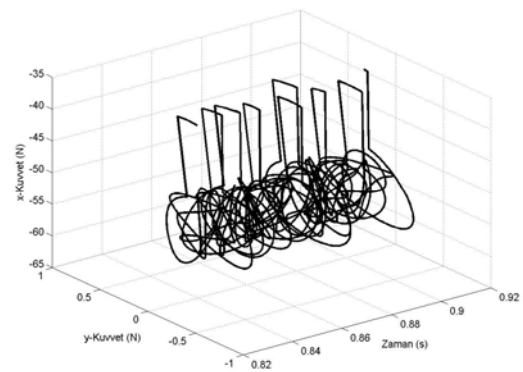


Şekil 11. Bilyası kusurlu rulmanın temas deformasyonu (Contact deformation of bearing with localized defect on the first ball)



Şekil 12. 1. bilyası kusurlu rulman x eksenindeki kuvvet (Resultant force of bearing with localized defect on the first ball- x direction)

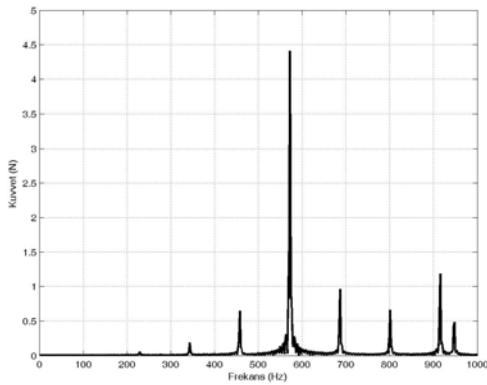
Dış bilezik kusuru diğer yerel kusurlara göre nispeten daha basit yapıda olduğu için kusurların titreşimlere olan etkisinin gözlemlenmesi ve incelenmesinde bu durum ele alınmıştır. Şekil 13'te modellenmiş olan dış bilezik kusuru için şaft üzerinde oluşan radyal kuvvetin zamanla değişimi görülmektedir. Görüldüğü gibi rulmandaki her bilya hata üzerinden geçtiğinde



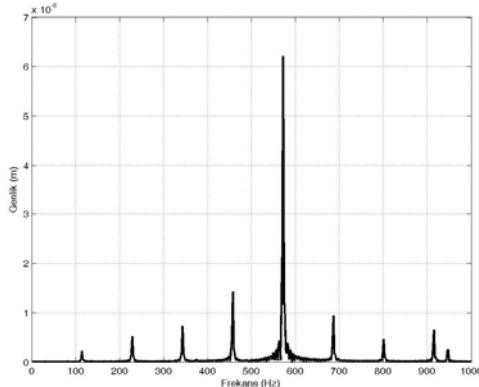
Şekil 13. Dış bileziği kusurlu rulmanda radyal yöndeki kuvvetlerin değişimi (Resultant force of bearing with localized defect on the outer race- radial)

radyal kuvvet değişmektedir. Modellenen kusur dış bileziğin en alt kısmında yani 0° konumunda olduğu için radyal kuvvet bu doğrultuda darbeler halinde değişmektedir.

Kuvvetteki bu değişimi incelemek için radyal kuvvetin x eksenı yönündeki bileşenin spektrumu alındığında Şekil 14 ve aynı yöndeki şaft titreşimlerinin spektrumu alındığında Şekil 15 elde edilmiştir. Görüldüğü gibi kuvvetteki bu anlık değişimler tamamen şaft titreşimlerinde de görülmektedir. Dolayısıyla rulmanlardaki titreşimlerin incelenebilmesi için rulmandaki bilya ile bilezikler arasındaki temas deformasyonlarının iyi bilinmesi ve rulman kusurlarının doğru bir şekilde modellenmesi gereklidir.



Şekil 14 Dış bileziği kusurlu rulmanın x eksenı yönündeki kuvvet spektrumu (Resultant force spectrum of bearing with localized defect on the outer race)



Şekil 15. Dış bileziği kusurlu rulmanın x eksenı yönündeki yerdeğiştirme spektrumu (Displacement spectrum of ball bearing with localized defect in x direction)

4. SONUÇ (CONCLUSION)

Rulmanların bileziklerinde ve bilyalarında meydana gelen yerel kusurlar bilya ile bilezikler arasındaki temas deformasyonlarında darbe şeklinde ani değişikliklere yol açmaktadır. Bu deformasyonlar kusurun bulunduğu rulman elemanı ve kusurun temas ettiği dış yükleme durumuna göre rulmanın ürettiği bileşke kuvvette değişikliklere sebep olmaktadır. Bu

değişiklikler rulmanın doğrusal olmayan dinamik cevabını oluşturmakta ve rulmanlarla yataklanmış şaftta karakteristik titreşimlere sebep olmaktadır. Temas deformasyonunun iyi anlaşılması ve bu deformasyonlar sonucu oluşan titreşimlerin frekans ve büyüklük olarak doğru tespit edilebilmesi titreşim ölçümü yoluyla rulman kusurlarının tespitinde daha başarılı sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır.

Simgeler Açıklama (Symbols) (Description)

a	Dış kuvvet ile sol rulman arasındaki mesafe, m
a_1	Sol rulman ile ağırlık merkezi arasındaki mesafe, m
b_1	Sağ rulman ile ağırlık merkezi arasındaki mesafe, m
c	Sönüm sabiti, Ns/m
f	Frekans, Hz
F	Dış kuvvet, N
g	Yerçekimi ivmesi, m/s^2
I	Atalet momenti, m^4
K_i	İç bilezik/bilya teması elastikiyet katsayısı, $N/m^{3/2}$
n	Yuvarlanma elemanı sayısı
M	Şaft kütlesi, kg
t	Zaman, s
Q	Dış kuvvet, kg
R	Bilya merkezi ile dönüş merkezi arasındaki mesafe, m
α	Temas açısı, rad.
δ	Temas ezilmesi, m
ϕ	Şaftın y eksenine göre yuvarlanma açısı, rad.
θ	Bilyaların açısal konumu, rad.
ω	Açısal hız, rad/s
ψ	Şaftın x eksenine göre yuvarlanma açısı, rad.

5. KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Kanai, H., Abe, M. ve Kido, K., 1987, "Estimation of the Surface Roughness on the Race or Ball of Ball Bearing by Vibration Analysis", Trans. ASME J. Vibration, Stress ve Reliability in Design, Vol. 109, pp. 60-68.
2. McFadden, P.D. ve Smith, J.D., 1984, "Vibration Monitoring of Rolling Element Bearings by the High-Frequency Resonance Technique-A Review", Int. J. of Tribology, Vol. 17, pp. 3-10.
3. Tandon, N. ve Choudhury, A., 1999, "A Review of Vibration and Acoustic Measurement Methods for the Detection of Defects in Rolling Element Bearings", Tribology Int., Vol.32, pp. 469-480.
4. McFadden, P.D. ve Smith, J.D., 1984, "Model for the Vibration Produced by a Single Point Defect in a Rolling Element Bearing", JSV, Vol. 96(1), pp. 69-82.
5. McFadden, P.D. ve Smith, J.D., 1985, "The Vibration Produced by Multiple Point Defects in a Rolling Element Bearing", JSV, Vol. 98(2), pp. 263-273.

6. Tandon, N. ve Choudhury, A., 1997, "An Analytical Model for the Prediction of the Vibration Response of Rolling Element Bearing due to Localized Defect", JSV, Vol.205(3), pp. 275-292.
7. Kiral, Z. ve Karagülle, H., 2003, "Simulation and analysis of Vibration Signals Generated by Rolling element Bearing with Defects", Tribology Int., Vol. 36, pp. 667-678.
8. Sapanen, J. ve Mikkola, A., 2003, "Dynamic Model of a Deep-groove Ball Bearing Including Localized and Distributed Defects. Part 1: Theory", Proc. IMechE Part K: J. of Multi-body Dynamics, Vol 217, pp. 201-211.
9. Sapanen, J. ve Mikkola, A., 2003, "Dynamic Model of a Deep-groove Ball Bearing Including Localized and Distributed Defects. Part 1: Theory", Proc. IMechE Part K: J. of Multi-body Dynamics, Vol 217, pp. 213-223.
10. Karaçay, T. "Açısal Temaslı Rulmanlarla Yataklanmış Şaftların Dinamiği Ve Rulman Hatalarının Deneysel Analizi", Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2006.
11. Ho, D. ve Randall, R.B., 2000, "Optimisation of Bearing Diagnostic Techniques Using Simulated and Actual Bearing Fault Signals", MSSP, Vol. 14(5), pp. 763-788.
12. Brie, D., 2000, "Modelling of the Spalled Rolling Element Bearing Vibration Signal: An Overview and Some New Results", MSSP, Vol. 14(3), pp. 353-369.