ASİMETRİK EVOLVENT HELİSEL DİŞLİ ÇARKLARIN BİLGİSAYAR SİMÜLASYONU

Cüneyt FETVACI Mak.Müh.Böl., Müh.Fak., İstanbul Üniversitesi, TR-34320, İstanbul fetvacic@istanbul.edu.tr

(Geliş/Received: 11.03.2009 ; Kabul/Accepted: 03.06.2010)

ÖZET

Bu çalışmada kremayer takımla imal edilen asimetrik evolvent profilli helisel dişli çarkların bilgisayar simülasyonu ele alınmaktadır. Asimetri dişlinin aktif ve arka yanaklarının farklı kavrama açılı olduğunu ifade eder. Dişli çark teorisi ve kremayer-tipi kesici takım geometrisi esas alınarak aktif, kök ve taban bölgelerini de kapsayan asimetrik evolvent helisel dişlinin tam matematik modeli verilmiştir. İzafi hız ve eş çalışma denklemi göz önüne alınarak dişlinin alttan kesme durumu da incelenmiştir. Asimetrik evolvent profilli helisel dişli çark profili oluşturan bir bilgisayar programı geliştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Asimetrik evolvent diş, helisel dişli çark, alttan kesme analizi

COMPUTER SIMULATION OF HELICAL GEARS WITH ASYMMETRIC INVOLUTE TEETH

ABSTRACT

This paper studies the computerized tooth profile generation of involute helical gears cut by rack cutters with asymmetric teeth. The asymmetry means that different pressure angles are applied for driving and coast sides, respectively. Based on the theory of gearing and the geometry of straight-sided rack cutter, a complete mathematical model of asymmetric helical gears including working region, root fillet and bottomland is given. Undercutting analysis is also investigated by considering the relative velocity and equation of meshing. A computer program is developed to generate the tooth profile of helical gears with asymmetric involute teeth.

Keywords: Asymmetric involute teeth, helical gear, undercutting analysis

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Alın dişli çarklar paralel eksenli miller arasında güç iletimini sağlayan mekanizmalardır. Bu mekanizmalar dişlerin mil eksenine göre konumu bakımından alın düz ve alın helisel olarak gruplandırılmaktadır. Helisel dişli çarklar sessiz çalışmaları ve daha küçük diş sayılarında imal edilebilmeleri nedeniyle tercih edilmektedir. Çizgisel temas, sabit kavrama açısı ve vüksek imalat verimliliğini sağlavan doğrusal formda kesici takımları nedeniyle, evolvent profil alın dişlilerde yaygın olarak kullanılmaktadır. Dişli çarkların işletmede yük taşıma kabiliyetini tayin etmek için çeşitli parametrelerin etkilerini imalattan önce bilgisayar ortamında incelenmesini sağlayan sayısal yöntemler yaygın olarak kullanılmaktadır. Sonlu elemanlar yöntemi ve sınır eleman yöntemi bu sayısal yöntemlerden en çok kullanılanlarıdır. Bu yöntemlerin güvenilir sonuç vermesi için temel koşul modellemede diş profilinin hassas doğrulukta geometrik ifade edilmesidir [1].

Dişli çark mekanizmaları sıklıkla tek yönde çalışmaktadır. Devreye girmeyen yanaklar yüzey mukavemeti veya yenme mukavemetine etki etmezler, dolayısıyla eğilme mukavemetine katkıda bulunacak şekilde modifiye edilebilirler. Bu da dişin asimetrik dizaynını gerektirmektedir. Neticede, simetrik dişe göre tabanı daha kalın, böylelikle eğilmeye göre mukavemeti daha yüksek dişliler imal edilebilir. Diş profilinin asimetrik tertip edilmesiyle malzeme kalitesi değiştirilmeden dişli çark mekanizmasının yük taşıma kapasitesi arttırılmaktadır [2-4]. Dişli çarkların bilgisayar simülasyonu için literatürde çeşitli yaklaşımlar ile sunulan ifadeler mevcuttur[5-9]. Litvin kesici takımın vektörel gösteriminden başlayıp, matris dönüşüm, diferansiyel geometri ve yuvarlanma denklemlerini kullanarak diş profillerini ve geometrik özelliklerini tanımlayan metodlar geliştirmiştir [8-9]. Vektörel yaklaşım çeşitli kök ve profil modifikasyonlarının matematik modele ilave edilmesinde esneklik sağlamaktadır. Gerek kremayer tipi takım ve gerekse pinyon kesici takımla imal edilen diş yüzeylerini vektörel yaklaşıma göre çalışmalar matematik modelleyen literatürde sunulmaktadır [10-17]. Yang, Litvin'in vektör yaklaşımından hareketle asimetrik evolvent profilli alın dişli çarkların köşeleri yuvarlatılmış uçlu kremayer-tipi takımla imalatının matematik modelini sunmuştur [16]. Ayrıca kremayer kesicinin simüle edilmis hareketini görsellestirerek imal edilen düz dişli üzerindeki etkilerini inceleyen çalışmalar da literatürde mevcuttur [18-19].

Bu çalışmada asimetrik dişli evolvent helisel çarkların kremayer-tipi takımla imalatının matematik modellenmesi ve alttan kesme analizi ele alınmıştır. Yang'ın [16] sunduğu ifadeler sivri uçlu takım içinde $h_{i} = 1.25 \times m_{n}$ dişbaşı yüksekliğini sağlayacak şekilde düzenlenmiştir. Bombeli diş, taşlama veya raspalama paylı takımla imalat gibi herhangi bir kök veya profil modifikasyonu dikkate alınmamıştır. Profil kaydırma miktarı yuvarlanma denklemine ilave edilmiştir. Kesici takım ile taslak arasındaki izafi hız ve eş çalışma denkleminin diferansiyeli göz önüne alınarak alttan kesme şartı ve alttan kesmeyi önlemek için gerekli profil kaydırmanın tayini verilmiştir. Bir bilgisayar programı geliştirilerek çeşitli dizayn parametrelerinin ve takım yerleştirmesinin imal edilen dişli geometrisi üzerindeki etkileri incelenmiştir.

2. KESİCİ TAKIM MATEMATİK MODELİ (MATHEMATICAL MODEL OF THE RACK CUTTER)

Çalışmanın bu bölümünde, imalat simülasyonunda kullanılan takımın geometrik özellikleri incelenmektedir. Yang'ın matematik modeline göre hazırlanan kremayer-tipi takım dişi normal kesitte Şekil 1'de gösterilmiştir [16].

Orijini kremayer takım diş boşluğunun ortasına konumlandırılan $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ koordinat sisteminde, pozitif X_n ekseni yukarı doğru, pozitif Y_n ekseni sola doğru yönlendirilmiştir ve Z_n ekseni sağ el kuralı ile tayin edilmiştir. Asimetrik dişli kesici takım sağ ve sol yanlarda referans eksenine göre farklı açılı taban düz uç, taban yuvarlatılmış köşe ve aktif kenardan oluşmaktadır. Referans kremayere ait özellikler ISO53 standardından uyarlanmıştır [20].



Şekil 1. Asimetrik dişli kremayer takımın normal kesiti [16] (Normal section of a rack cutter with asymmetric teeth)

Şekil 1'de gösterildiği üzere, kesici takımın ac ve bd bölgeleri asimetrik disli carkın tabanını oluşturmaktadır. *ac* bölgesindeki bir noktanın X_n eksenine göre yerini parametresi l_a $0 \le l_a \le b_c - h_k \tan \phi_{cl} + r \tan \phi_{cl} - r \sec \phi_{cl}$ aralığında tayin etmektedir. Benzer şekilde l_b parametresi \overline{bd} bölgesinde bir noktanın X_n eksenine göre yerini $0 \le l_b \le b_c - h_k \tan \phi_{c2} + r_2 \tan \phi_{c2} - r_2 \sec \phi_{c2}$ aralığında tayin etmektedir. $c_y = 0,1,2...$ seçilerek takım istenilen sayıda diş ile tanımlanabilir. Sol ve sağ kenarların kavrama açıları ϕ_{c1} ve ϕ_{c2} sembolleriyle gösterilmektedir. ac kesici takım dişbaşı yüksekliğini tayin eden parametre ve $b_c = \pi m_n / 4$ takım diş kalınlığının yarısıdır. Normal modül m_n sembolüyle ve takım ucunun yuvarlatma yarıçapları sırasıyla r ve r₂ sembolleriyle gösterilmektedir. Standard dişbaşı yüksekliği $h_k = 1,25 \times m_n$ olarak hesaplanır. $a_c = h_k - r(1 - \sin \phi_{c1})$ ve $r_2 = r(1 - \sin \phi_{c1}) / (1 - \sin \phi_{c2})$ dir. $S_n(X_n, Y_n)$ koordinat sisteminde \overline{ac} ve \overline{bd} bölgelerinin denklemleri aşağıdaki ifadeler ile tayin edilir.

$$\boldsymbol{R}_{n}^{ac} = \begin{cases} x_{n}^{ac} \\ y_{n}^{ac} \end{cases} = \begin{cases} -h_{k} \\ \frac{\pi m_{n}}{2} - l_{a} + c_{y}\pi m_{n} \end{cases}$$
(1)

$$\boldsymbol{R}_{n}^{bd} = \begin{cases} \boldsymbol{x}_{n}^{bd} \\ \boldsymbol{y}_{n}^{bd} \end{cases} = \begin{cases} -h_{k} \\ -\frac{\pi m_{n}}{2} + l_{b} + c_{y}\pi m_{n} \end{cases}$$
(2)

Şekil 1'de gösterildiği üzere, kesici takımın \overline{ce} ve \overline{df} bölgeleri imal edilen dişli çarkın kök yüzeylerini oluşturmaktadır. \overline{ce} bölgesindeki bir noktanın yerini l_c parametresi $0 \le l_c \le 90^\circ - \phi_{c1}$ aralığında tayin etmektedir. Benzer şekilde \overline{df} bölgesindeki bir noktanın yeri $0 \le l_d \le 90^\circ - \phi_{c2}$ aralığında l_d parametresi ile tayin edilmektedir. S_n koordinat sisteminde, \overline{ce} ve \overline{df} bölgelerinin yer vektörleri aşağıdaki ifadeler ile tayin edilir.

$$\mathbf{R}_{n}^{ce} = \begin{cases} x_{n}^{ce} \\ y_{n}^{ce} \end{cases} = \begin{cases} -h_{k} + r \\ b_{c} + h_{k} \tan \phi_{c1} - r \tan \phi_{c1} \\ -r \cos l_{c} \\ + r \sec \phi_{c1} - r \sin l_{c} + c_{y} \pi n_{n} \end{cases}$$
(3)
$$\mathbf{R}_{n}^{df} = \begin{cases} x_{n}^{df} \\ y_{n}^{df} \end{cases} = \begin{cases} -h_{k} + r_{2} \\ -b_{c} - h_{k} \tan \phi_{c2} + r_{2} \tan \phi_{c2} \\ -r_{2} \cos l_{d} \\ -r_{2} \sec \phi_{c1} + r_{2} \sin l_{d} + c_{y} \pi n_{n} \end{cases}$$
(4)

Kesici takımın \overline{eg} ve \overline{fh} bölgeleri asimetrik sol ve sağ evolvent yüzeylerini sırasıyla oluşturmaktadır. Şekil 1'de görüldüğü üzere, l_e parametresi egbölgesindeki bir noktanın verini $-a_c / \cos \phi_{c1} \le l_e \le a_t / \cos \phi_{c1}$ aralığında tayin etmektedir. Benzer şekilde l_f parametresi fhbölgesindeki bir noktanın verini $-a_c / \cos \phi_{c2} \le l_f \le a_t / \cos \phi_{c2}$ aralığında tayin etmektedir. \overline{eg} ve \overline{fh} bölgelerinin yer vektörleri S_n koordinat sisteminde aşağıdaki ifadeler ile tayin edilir [16].

$$\boldsymbol{R}_{n}^{eg} = \begin{cases} \boldsymbol{x}_{n}^{eg} \\ \boldsymbol{y}_{n}^{eg} \end{cases} = \begin{cases} \boldsymbol{l}_{e} \cos \phi_{c1} \\ \boldsymbol{b}_{c} - \boldsymbol{l}_{e} \sin \phi_{c1} + \boldsymbol{c}_{y} \pi \boldsymbol{n}_{n} \end{cases}$$
(5)

$$\boldsymbol{R}_{n}^{fh} = \begin{cases} x_{n}^{fh} \\ y_{n}^{fh} \end{cases} = \begin{cases} l_{f} \cos \phi_{c2} \\ -b_{c} + l_{f} \sin \phi_{c2} + c_{y} \pi m_{n} \end{cases}$$
(6)

Helisel dişli çark imal için takım yüzeyinin simülasyonunda, O_n merkezli S_n koordinat sistemine bağlı normal kesit, $\overline{O_n O_c}$ doğrusu boyunca Şekil 2'de görüldüğü üzere ötelenir.

Bu nedenle $\rho = \overline{O_n O_c}$ kesici yüzeyinin dizayn parametrelerinden biridir ve β imal edilen helisel dişlinin helis açısıdır. Helisel dişli çark profili oluşturmak için kullanılan S_c koordinat sisteminde kesici takımın yüzeyi homojen koordinatlarda ifade edilen dönüşüm matrisinin uygulanması ile elde edilir [8].



Sekil 2. Helisel Kremayer Kesici Yüzeyinin Oluşumu (Formation of Rack Cutter Surface for Helical Gear Generation)

$$\boldsymbol{R}_{c}^{i} = \left[\boldsymbol{M}_{cn}\right] \boldsymbol{R}_{n}^{i} \tag{7}$$

Burada dönüşüm matrisi homojen koordinatlarda [8,15,16],

$$M_{cn} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & -\sin\beta & -\rho\sin\beta \\ 0 & \sin\beta & \cos\beta & \rho\cos\beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(8)

ifadesiyle verilmektedir ve üst indis *i* sırasıyla \overline{ac} , \overline{bd} , \overline{ce} , \overline{df} , \overline{eg} ve \overline{fh} bölgelerini gösterir.

Diferansiyel geometriden, S_c koordinat sisteminde (7) numaralı denklemde verilen kremayer kesici yüzeyinin birim normal vektörleri (9) numaralı denklem ile tayin edilir [8,16].

$$\boldsymbol{n}_{c}^{i} = \frac{\frac{\partial \boldsymbol{R}_{c}^{i}}{\partial l_{j}} \times \frac{\partial \boldsymbol{R}_{c}^{i}}{\partial \rho}}{\left| \frac{\partial \boldsymbol{R}_{c}^{i}}{\partial l_{j}} \times \frac{\partial \boldsymbol{R}_{c}^{i}}{\partial \rho} \right|} \quad (i = \overline{ac}, \dots, \overline{fh})$$
(9)

3. DİŞLİ ÇARK MATEMATİK MODELİ (mathematical model of generated gear)

İmal edilen dişli çarkın matematik modelini elde etmek için $S_c(X_c,Y_c,Z_c)$, $S_1(X_1,Y_1,Z_1)$ ve $S_h(X_h,Y_h,Z_h)$ koordinat sistemleri tesis edilmelidir. Şekil 3'de görüldüğü üzere, S_c kremayer takımın koordinat sistemi, S_1 dişli çarkın koordinat sistemi ve S_h sabit olan referans koordinat sistemidir. Koordinat sistemleri sağ el kuralına uymaktadır. Yuvarlanma prosesinde kremayer kesici takım $S = r_{p1} \phi_1$ kadar öteleme hareketi yaparken dişli taslağı ϕ_1 açısı kadar dönmektedir [8].



Şekil 3. Yuvarlanma prosesi (Generating process)

 S_c koordinat sisteminden S_1 koordinat sistemine dönüşümü sağlayan koordinat dönüşüm matrisi (10) numaralı ifadede verilmiştir [8].

$$\begin{bmatrix} M_{1c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_{1} & -\sin \phi_{1} & 0 & r_{p1}\phi_{1}\sin \phi_{1} + (r_{p1} + e)\cos \phi_{1} \\ \sin \phi_{1} & \cos \phi_{1} & 0 & -r_{p1}\phi_{1}\cos \phi_{1} + (r_{p1} + e)\sin \phi_{1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(10)

Böylelikle, kremayer takım yüzeylerinin geometrik yeri imal edilen dişli çarkın koordinat sisteminde ifade edilir [8].

$$\boldsymbol{R}_{1}^{i} = \left[\boldsymbol{M}_{1c}\right] \boldsymbol{R}_{c}^{i} \quad , \left(i = \overline{ac}, \dots, \overline{fh}\right)$$
(11)

Dişli Ana Kanunu gereğince kremayer kesicinin alın kesiti ile dişli taslağın yüzeyinin ortak normali ani dönme merkezinden geçmelidir. Bu kanunun matematiksel ifadesi olan Eş Çalışma denklemi S_c koordinat sisteminde (12) numaralı denklem ile ifade edilebilir [8].

$$\frac{X_c^i - x_c^i}{n_{xc}^i} = \frac{Y_c^i - y_c^i}{n_{yc}^i} = \frac{Z_c^i - z_c^i}{n_{zc}^i}$$
(12)

 X_c^i , Y_c^i ve Z_c^i koordinat sistemi S_c 'de takım-taslak mekanizmasının ani dönme ekseni I-I üzerindeki bir noktanın koordinatlarını; x_c^i , y_c^i ve z_c^i kremayer takımın yüzey koordinatlarını; n_{xc}^i , n_{yc}^i ve n_{zc}^i , yüzey birim normali n_c^i 'nin doğrultman kosinüslerini, ifade eder. ϕ_1 yuvarlanma parametresini ve r_{p1} imal edilen dişli çarkın taksimat dairesini gösterir. (10) numaralı denklemde verilen $[M_{1c}]$ koordinat dönüşüm matrisinde e terimi takımın taksimat doğrusunun taslağın taksimat dairesine göre ötelenmesini, diğer bir ifadeyle profil kaydırma miktarını, ifade eder.

Kremayer takım ile imal ettiği dişlinin eş çalışma denklemi (12) numaralı denklemin düzenlenmesi ile genel olarak aşağıdaki ifade ile elde edilir [8,12]. Asimetrik Evolvent Helisel Dişli Çarklarin Bilgisayar Simülasyonu

$$\phi_{1} = (y_{c}^{i} n_{xc}^{i} - x_{c}^{i} n_{yc}^{i}) / (r_{p1} n_{xc}^{i})$$
(13)

Takımın aktif kenarları için takım-taslak evolvent yüzeyi eş çalışma denklemi, (5-7) ve (9) numaralı denklemlerin (13) numaralı denkleme uygulanmasıyla elde edilir [15,16].

$$f(l_e, \rho, \phi_1) = (l_e - b_c \sin \phi_{c1}) \cos \beta + (r_{p1}\phi_1 + \rho \sin \beta) \sin \phi_{c1} = 0$$
(14)

$$f(l_{f}, \rho, \phi_{1}) = (l_{f} - b_{c} \sin \phi_{c2}) \cos \beta - (r_{p_{1}}\phi_{1} + \rho \sin \beta) \sin \phi_{c2} = 0$$
(15)

İmal edilen dişlinin evolvent, trokoid ve diş tabanı yüzeylerinin matematik modeli S_1 koordinat sisteminde (1-6) ve (13) numaralı denklemlerin (11) numaralı denklemde yerlerine konulması ile elde edilmektedir. Örnek olarak, kesici takımın \overline{eg} bölgesinin şekillendirdiği dişli taslağın evolvent yanağının denklemi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} x_{1}^{eg} &= l_{e} \cos \phi_{c1} \cos \phi_{1} - (b_{c} - l_{e} \sin \phi_{c1}) \cos \beta \sin \phi_{1} \\ &+ \rho \sin \beta \sin \phi_{1} + r_{p1} (\cos \phi_{1} + \phi_{1} \sin \phi_{1}) \\ y_{1}^{eg} &= l_{e} \cos \phi_{c1} \sin \phi_{1} + (b_{c} - l_{e} \sin \phi_{c1}) \cos \beta \cos \phi_{1} \\ &- \rho \sin \beta \cos \phi_{1} + r_{p1} (\sin \phi_{1} - \phi_{1} \cos \phi_{1}) \\ z_{1}^{eg} &= (b_{c} - l_{e} \sin \phi_{c1}) \sin \beta + \rho \cos \beta \\ \phi_{1} &= \frac{((b_{c} \sin \phi_{c1} - l_{e}) \cos \beta - \rho \sin \beta \sin \phi_{c1})}{(r_{p1} \sin \phi_{c1})} \end{aligned}$$
(16)

4. ALTTAN KESME ANALİZİ (TOOTH UNDERCUTTING ANALYSIS)

Evolvent helisel dişli çark herbiri bir öncekine göre helis eğrisini oluşturacak şekilde döndürülmüş çok sayıda ince kalınlıktaki düz dişliler ile tanımlanabilir. Şekil 3'de görüldüğü üzere helisel dişli çark ile kremayer kesicinin kavraması $z_1 = 0$ düzleminde ele alınabilir. Buna göre (7) numaralı denklemde $z_c = 0$ alınırsa, kremayer takımın sol aktif yüzeyinin yer vektörü S_c koordinat sisteminde aşağıdaki denklemde ifade edilir.

$$\boldsymbol{R}_{c}^{eg} = \begin{bmatrix} x_{c}^{eg} \\ y_{c}^{eg} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{e} \cos \phi_{c1} \\ \frac{1}{\cos \beta} (b_{c} - l_{e} \sin \phi_{c1} + c_{y} \pi n_{n}) \\ 1 \end{bmatrix}$$
(17)

(12) numaralı denkleme göre işlemler yapılarak, eş çalışma denklemi,

$$f(l_{e},\phi_{1}) = \sin\phi_{c1}(\frac{b_{c}}{\cos\beta} - r_{p1}\phi_{1}) - B\frac{l_{e}}{\cos\beta} = 0$$
(18)

olarak elde edilir ve bu denklemde $B = \sin^2 \phi_{c1} + \cos^2 \phi_{c1} \cos^2 \beta$ dir.

Kremayer kesicinin aktif yüzeyi tarafından oluşturulan helisel dişli çark evolvent yüzeyinde tekil noktanın hangi koşullar altında meydana gelebileceği incelenmelidir. Bu çalışmada alttan kesmenin incelenmesi için Litvin [8] tarafından teklif edilmiş metod kullanılmıştır. S_c koordinat sisteminde imal edilen dişli çark ile kremayer kesici arasındaki izafi hız (19) numaralı denklemde verilmiştir [8].

$$V_c^{c1} = \omega_1 \begin{bmatrix} r_{p1}\phi_1 - y_c \\ x_c \\ 0 \end{bmatrix}$$
(19)

Bu denklemde ω_1 imal edilen dişlinin açısal hızıdır ve $d\phi_1 / dt$ ifadesiyle elde edilir.

İmal edilen diş yüzeyinde tekilliği tayin etmek için (20-21) numaralı denklemler sağlanmalıdır [8].

$$\Delta_{1} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_{c}}{\partial l_{e}} & V_{xc}^{c1} \\ \frac{\partial f}{\partial l_{e}} & \frac{\partial f}{\partial \phi_{1}} \frac{d\phi_{1}}{dt} \end{vmatrix} = 0$$
(20)

$$\Delta_{2} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y_{c}}{\partial l_{e}} & V_{yc}^{c1} \\ \frac{\partial f}{\partial l_{e}} & \frac{\partial f}{\partial \phi_{1}} \frac{d\phi_{1}}{dt} \end{vmatrix} = 0$$
(21)

Buna göre imal edilen dişli yüzeyinde tekillik için yeterli şart (22) numaralı denklemde ifade edilmiştir [8].

$$G(l_e, \phi_1) = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 = 0$$
(22)

Sonuç olarak imal edilen dişli çarkta tekillik durumu (23) numaralı denklem uygulanarak tayin edilir [8,16].

$$l_{e} = \frac{1}{\cos\phi_{c1}} \left(\frac{-r_{p1}\sin^{2}\phi_{c1}}{B} \right)$$
(23)

Kremayer kesicinin imal edilen dişliyi alttan kesmemesi için verilmesi gereken profil kaydırma miktarı, $a_c = h_k - r(1 - \sin \phi_{c1})$ olduğu göz önüne alınarak aşağıdaki denklemle hesaplanır.

$$e \ge \left(\frac{-r_{p1}\sin^2\phi_{c1}}{B} + h_k - r(1 - \sin\phi_{c1})\right)$$
(24)

5. BİLGİSAYAR UYGULAMALARI (COMPUTER IMPLEMENTATION)

Çeşitli parametrelerin imal edilen diş profili üzerindeki etkileri matematik modelin programlanması ile incelenebilmektedir. Programın giriş değerleri modül, diş sayısı, kavrama açıları ve helis açısıdır. Programın çıkış dosyaları ise takım profilini ve diş profilini tayin eden noktaların koordinatlarından oluşur.

Şekil 4'de alttan kesilmiş dişli ve profil kaydırma ile alttan kesilmenin önlenmesi gösterilmiştir. Normal modül $m_n = 2,5 mm$, diş sayısı $T_1 = 10$, helis açısı $\beta = 25^{\circ}$, normal kavrama açıları $\phi_{c1} = 20^{\circ}$ ve $\phi_{c2} = 15^{\circ}$ olarak alınan örnek uygulamada alttan kesme kavrama açısı $\phi_{c2} = 15^{\circ}$ olan diş yanağında meydana gelmiştir. Alttan kesilmenin giderilmesi için takıma verilmesi gereken minimum kaydırma miktarı $e = 0,556 \times m_n$ olarak hesaplanır. Takıma $e = 0,6 \times m_n$ profil kaydırma verilerek alttan kesilme önlenmiştir.



Şekil 4. Alttan kesmenin profil kaydırma ile önlenmesi (Elimination of undercutting by tooth-profile shifting method)



Şekil 5. Sivri uçlu takımla profil kaydırmalı imalat (Generating shifted gear by rack cutter with a sharp tip)

Şekil 5'de sivri uçlu takımla profil kaydırmalı dişli imalatı takımın simüle edilmiş yörüngesi ile birlikte gösterilmiştir. Uygulama olarak, normal modül $m_n = 2,5 mm$, diş sayısı $T_1 = 10$, helis açısı $\beta = 25^\circ$, normal kavrama açıları $\phi_{c1} = 20^\circ$ ve $\phi_{c2} = 15^\circ$ olarak alınmıştır. Alttan kesme her iki yanakta görülmektedir. Alttan kesilmenin giderilmesi için takıma verilmesi gereken minimum kaydırma miktarı kavrama açısı $\phi_{c2} = 15^{\circ}$ olan diş yanağına göre hesaplanarak $e = 0,806 \times m_n$ olarak bulunur. Takıma $e = 0,85 \times m_n$ profil kaydırma verilerek alttan kesilme önlenebilir.

Profil kaydırma miktarının üst sınırını sivri tepe, alt sınırını ise alttan kesme tayin etmektedir. Literatürde çeşitli kavrama açıları için diş sayılarına göre uygulanabilecek profil kaydırma miktarı sınırları grafikler ile verilmektedir. Ayrıca dişbaşı kalınlığının müsaade edilen değerleri içinde grafikler mevcuttur. Şekil 6'da profil kaydırma faktörünün diş sayısına göre alt ve üst sınırları gösterilmektedir [21].



Şekil 6. Profil kaydırma faktörünün sınır diş sayısına etkisi [21] (Influence of profile shift on limiting number of teeth)

Şekil 4 ve Şekil 5'de bilgisayar grafik çıktıları verilen durumların karşılaştırılmasında şu sonuçlar ortaya çıkmaktadır. Sivri uçlu takımla imalatta aynı dizayn parametreleri için yuvarlatılmış uçlu takıma göre alttan kesmeyi önlemek için daha fazla profil kaydırma miktarı verilmesi gerekmektedir. Bu durumda sivri tepe tehlikesi daha yüksektir. Sivri uclu takımın uygulamada tercih edilmemesinin ana nedeni uçların kolaylıkla aşınarak imal edilen profilin hassasivetinin azalması ve avrıca dislinin kök bölgesine daha vüksek gerilme yığılması oluşturmasıdır.

Sunulan matematik model ile kesici takım ve imal edilen dişli çark istenilen diş sayısında gösterilebilir. Dişli taslağın tamamen şekillendirilmesi kesici takımın taslağa göre izafi konumlarının simüle edilerek Şekil 7'da gösterilmiştir. Helisel dişli çarklarda alttan kesilme olmaksızın daha küçük diş sayılarına inilebilmekte ve buda mekanizmanın boyutunu ve ağırlığını azaltmaktadır.



Şekil 7. Diş açma simulasyonu (Generation simulation)

6. SONUÇLAR (CONCLUSION)

Asimetrik dişli çarklar, yüksek performans gerektiren havacılık ve otomotiv dişli transmisyonları gibi uygulamalarda son yıllarda tercih edilmektedir. Yuvarlanma metodu ile simetrik dişli imalatında kullanılan MAAG (kremayer bıçak), azdırma ve Fellows (pinyon bıçak) takımlar asimetrik dizayn edilebilir. Böylelikle konvansiyonel diş açma tezgahlarında asimetrik dişli imal edilebilir. Çalışmada kremayer-tipi takımla (kremayer bıçak veya azdırma) imalat için asimetrik dişli çarkların matematik modellenmesi ele alınmıştır. Literatürde mevcut ifadeler sivri uçlu takım içinde $h_k = 1,25 \times m_n$ yüksekliğini sağlayacak dişbası sekilde düzenlenmiştir. Dişdibi kesitini zayıflatarak dişli çarkın eğilme mukavemetini düşüren alttan kesmenin analizi verilen matematik modele göre yapılmıştır. Alttan kesmenin önlenmesi için uygulanması gereken profil kaydırma miktarı hesaplanmıştır. Matematik model programlanarak dis açmanın bilgisayar simülasyonu gerçekleştirilmiştir. Çeşitli takım uç geometrileri icin imalatta takımın taslağı sekillendirmesi simüle edilmiştir. Profil kaydırmanın imal edilen dişli geometrisi üzerinde etkileri gösterilmiştir. Aynı dizayn parametreleri ile sivri yuvarlatılmış uçlu ve sivri uçlu takımla imalat karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak sivri uçlu takımla imalatta alttan kesmeyi engellemek için daha fazla profil kaydırması uygulanması gerektiğinden diş başı kalınlıkları müsaade edilen değerlerin altına düşebilmekte, diş ucu kırılabilecek şekilde sivrilmektedir. Sunulan yaklaşım ile imalattan önce çeşitli dizayn parametrelerinin etkileri görsel olarak incelenebilir.

SEMBOLLER (NOMENCLATURE)

- a_c kremayer takımın dizayn parametresi
- a_t kremayer takımın dizayn parametresi
- b_c kremayer takımın dizayn parametresi
- *e* profil kaydırma miktarı
- l_i kremayer takımın kurvilineer koordinatları,

i = a, b, c, d, e, f

M_{1c}	S_c koordinat sisteminden	S_1	koordinat
sister	nine dönüşüm matrisi		

- *m_n* normal modül
- n_n kremayer takımın birim normal vektörü
- *r* takım ucu yuvarlatma yarıçapı
- *r*₂ takım ucu yuvarlatma yarıçapı
- r_{p1} taksimat dairesi yarıçapı
- *S* kremayer takımın ötelenme mesafesi
- S_i koordinat sistemleri, (i = h, c, 1), h sabit, c hareketli takım, 1 hareketli taslak
- V_c^{c1} takım ile taslak arasındaki izafi hız
- T_1 diş sayısı
- ϕ_{c1} kavrama açısı
- ϕ_{c2} kavrama açısı
- ϕ_1 dişli taslağın yuvarlanma açısı

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- Kawalec, A., Wiktor, J. ve Ceglarek, D., "Comparative Analysis of Tooth-Root Strength Using ISO and AGMA Standards in Spur and Helical Gears With FEM-based Verification", Journal of Mechanical Design, Cilt 128, 1141-1158, 2006.
- Muni, D. V., Kumar V.S. ve Muthuveerappan, G., "Optimization of Asymmetric Spur Gear Drives for Maximum Bending Strength Using Direct Gear Design Method", Mechanics Based Design of Structures and Machines, Cilt 35, No 3, 127 – 145, 2007.
- Kapelevich, A., "Geometry and Design of Involute Spur Gears with Asymmetric Teeth", Mechanism and Machine Theory, Cilt 35, 117-130, 2000.
- 4. Costopoulos T. ve Spitas V., "Reduction of Gear Fillet Stresses by using One-sided Involute Asymmetric Teeth", **Mechanism and Machine Theory**, Cilt 37, No 3, 157-182, 2009.
- 5. Buckingham, E., Analytical Mechanics of Gears, McGraw-Hill, New York, A.B.D., 1949.
- Salamoun, C. ve Suchy M., "Computation of Helical or Spur Gear Fillets", Mechanism and Machine Theory, Cilt 8, No 3, 305-323, 1973.
- Arıkan, M.A.S., "Determination of Maximum Possible Contact Ratios for Spur Gear Drives with Small Number of Teeth", ASME Design Engineering Technical Conferences, Cilt 82, 569-576, 1995.
- 8. Litvin, F.L., Gear Geometry and Applied Theory, Prentice Hall, New Jersey, A.B.D, 1994

- 9. Litvin, F.L. ve Fuentes, A., Gear Geometry and Applied Theory, Cambridge University Press, New York, A.B.D., 2004.
- Tsay, C.-B., "Helical Gears with Involute Shaped Teeth: Geometry, Computer Simulation, Tooth Contact Analysis, and Stress Analysis", ASME J. Mech. Transm. Autom. Des., Cilt 110, 482-491, 1988.
- Litvin, F.L., Lu, J., Townsend, D.P. ve Howkins, M., "Computerized Simulation of Meshing of Conventional Helical Involute Gears and Modification of Geometry", Mechanism and Machine Theory, Cilt 34, 123-147, 1999.
- Liu, C.-C. ve Tsay, C.-B., "Tooth Undercutting of Beveloid Gears", ASME Journal of Mechanical Design, Cilt 123, 569-576, 2001.
- 13. Tseng, R.-T. ve Tsay, C.-B., "Mathematical Model and Undercutting of Cylindrical Gears with Curvilinear Shaped Teeth", **Mechanism and Machine Theory**, Cilt 36, 1189-1202, 2001.
- 14. Brauer, J., "A General Finite Element Model of Involute Gears", **Finite Elements in Analysis and Design**, 40, 1857-1872, 2004.
- Chen, C.-F. ve Tsay, C.-B., "Tooth Profile Design for the Manufacture of Helical Gear Sets with Small Numbers of Teeth", Int. J. of Machine Tools and Manufacture, Cilt 45, No 12-13, 1531-1541, 2005.
- Yang, S.-C., "Mathematical Model of a Helical Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Analysis", Int. J. Adv. Manuf. Technol., Cilt 26, No 5-6, 448-456, 2005.
- Li, J.-L. ve Chiou, S.-T., "Surface Design and Tooth Contact Analysis of an Innovative Modified Spur Gear with Crowned Teeth", Journal of Mechanical Engineering Science, Cilt 219, No 3, s. 193-207, 2005.
- Fetvacı, C. ve İmrak, C., "Mathematical Model of a Spur Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Cutting Simulation", Mechanics Based Design of Structures and Machines, Cilt 36, No1, 34- 46, 2008.
- Fetvacı, C. ve İmrak, C.E., "Kremayer Takım ile Evolvent Düz Dişli Çarkların İmalat Simulasyonu", Mühendis ve Makina, Cilt 48, No 572, 9-15, 2007.
- ISO53 Cylindirical Gears for General and Heavy Engineering-Basic Rack, International Organization for Standartization, Switzerland, 1974.
- 21. Maitra, G.M., **Handbook of Gear Design**, Tata McGraw-Hill, New Delhi, India, 2000.