

DİFERANSİYEL KUADRATUR YÖNTEMİ KULLANILARAK DİFÜZYON DALGA YAKLAŞIMI İLE TAŞKINLARIN ÖTELENMESİ

Birol KAYA*, Aşlı ÜLKE**

* Dokuz Eylül Üniversitesi, Tınaztepe Kampüsü, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İzmir.

** Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Kurupelit Kampüsü, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Samsun.

birol.kaya@deu.edu.tr, asli.ulke@omu.edu.tr

(Geliş/Received: 20.10.2010; Kabul/Accepted: 15.02.2012)

ÖZET

Taşkın, yeryüzüne düşen yağışların, akarsu yatak kapasitesinin dışına çıkarak taşması olayıdır. Yüksek ve engebeli topoğrafik yapısı ve yarı kurak iklim kuşağında yer alan Türkiye’de yağışların hem mevsimsel hem de alansal dağılımı oldukça düzensizdir. Bu düzensiz yağışlar yüzey şekilleri, topoğrafik yapı, arazi kullanımı, çarpık kentleşme, orman arazilerinin tahribatı ve insan faaliyetleri neticesinde taşkınlarla dönüşmektedir. Akarsular üzerinde inşa edilecek tüm yapılar için akımın hızı, akımın seviyesi ve kesit boyunca taşıdığı hacim miktarı gibi taşkına ait karakteristiklerin bilinmesi ve bu karakteristiklere göre önlemlerin alınması gerekir. Taşkın karakteristiklerinin belirlenmesi amacıyla yapılan ve taşkınların ötelenmesi olarak tanımlanan hesaplar St.Venant denklemleri ile yapılmaktadır. St.Venant denklemleri değişik dalga yaklaşımları altında çözülebilmekte ve taşkın ötelenmesinde hidrolik yöntemler olarak tanımlanmaktadır. Bunun yanında sadece kütlenin korunumu esasına dayanan hidrolojik yöntemler de kullanılabilir. St.Venant denklemleri matematiksel olarak bazı kabullerle doğrusallaştırılabilmekte, farklı dalga yaklaşımları kullanılsa da difüzyon dalga denklemi şeklinde ifade edilebilmektedir. Elde edilen denklem sonlu farklar, sonlu hacimler gibi sayısal çözüm yöntemleri ile çözülebilmektedir. Bu çalışmada difüzyon dalga denkleminin çözümünde Diferansiyel Kuadratur Yöntemi (DKY) kullanılmış ve Sivapalan (1997) ve Özdoğan (2010)’dan alınan gerçek taşkın örnekleri üzerinde uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar, sonlu fark yöntemleri ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır [1, 2]. Her iki örnek çözümden de görüldüğü üzere, çözüm için DKY’de az sayıda hesap noktası kullanılması yeterli olmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Taşkın Ötelenmesi, St. Venant Denklemleri, Difüzyon Dalga Modeli, Diferansiyel Kuadratur Yöntemi.

DIFFERENTIAL QUADRATURE METHOD FOR FLOOD ROUTING USING DIFFUSION WAVE MODEL

ABSTRACT

The flooding event occurs when the discharge of a river is more than the river capacity. With high and rough topographic structure, Turkey is located in a semi-arid climate zone and both spatial and seasonal distribution of precipitation is quite irregular. These irregular precipitations create the flooding events with landform, topographic structure, faulty land use, unplanned urbanization and destruction of forest areas. Since floods are characterized by discharge velocity, discharge level and high water levels, these flood characteristics should be known and preventive actions must be taken for all buildings to be built in river basins. The solutions which are made for determining flood characteristics are called as flood routing and developed by means of St. Venant equations. St. Venant equations can be solved in different wave approaches and named hydraulic methods in flood routing phenomenon. In addition to hydraulic methods, hydrological methods that based only mass conservation can also be used in flood routing phenomenon. St. Venant equations can be linearized mathematically with some assumptions, however different wave approaches can be used, it can be denoted as diffusion wave approach. The diffusion wave equation can be solved by different methods like finite difference and finite element methods. In this study, the differential quadrature method (DQM) is used for the numerical solution of diffusion wave equation and it is employed to real flood events data obtained from Sivapalan(1997)

and Ozdogan(2010). The DQM results are compared with finite difference results [1,2]. As seen from the examples, for the solution in DQM it is enough to use fewer solution points.

Key Words: Flood Routing, St. Venant Equations, Difusion Wave Model, Differential Quadrature Method.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Türkiye’de meydana gelen taşkın olayları incelendiğinde taşkınların, erozyona maruz bulunan, bitki örtüsü tahrip olmuş su havzalarında, taşkın koruma yapılarının olmadığı akarsularda ve çarpık kentleşmenin olduğu şehirlerde özellikle elverişsiz altyapı sistemleri ile ortaya çıktığı görülmektedir. Türkiye’nin sahip olduğu yüksek ve engebeli topoğrafik yapısı içinde bulunduğu yarı kurak iklim kuşağı nedeniyle yağışların hem mevsimsel hem de alansal dağılımı oldukça düzensizdir. Diğer yandan son 50 yıldır dünyayı yakından ilgilendiren küresel iklim değişikliğinin sonuçları ısı dalgaları, kuraklık, katastrofik yağışlarla bunların oluşturduğu taşkınlar şeklinde görülmektedir. Yüzey şekilleri, topoğrafik yapı, arazi kullanımı, çarpık kentleşme, orman arazilerinin tahribatı ve insan faaliyetleri taşkın riskini artıran temel unsurlardandır. Özellikle büyük şehirlerde nüfusun artması yerleşim alanlarının giderek genişlemesine, insan faaliyetlerinin zaman ve alan ölçeğinde artmasına yol açmaktadır. Günümüzde çarpık kentleşme ile dere yataklarının geçekundu bölgesi haline gelmesi, doldurulması, ya da nehir yataklarının değiştirilmesi söz konusu olmakta bu da havza bütününde hidrolojik dengeyi tehdit etmektedir. Böylece aslında etkisi az olabilecek orta şiddeteki taşkınlar bile büyük yıkımlara yol açmaktadır [3]. Son yıllarda hem katastrofik yağışlar hem de çarpık kentleşme, artan nüfus nedeniyle gittikçe betonlaşan ve geçirimsiz bir yüzeye sahip büyük kentlerde yağışın kısa sürede akışa geçip felaketlere yol açmasına neden olmuştur. İstanbul’da 1995 ve 2009 yıllarında Ayamama Deresi’nde meydana gelen taşkınlar bu felaketlere örnek gösterilebilir. Bu taşkınlarda sadece maddi kayıplar değil aynı zamanda can kayıpları da görülmüştür [4]. Özellikle yüksek hızlı akış ve yüksek su seviyeleri ile karakterize edilen taşkınların hesabında ve akarsu yatağı boyunca tasarlanacak tüm yapıların planlanmasında bu karakteristiklerin ve en yüksek hacim miktarının bilinmesi gereklidir. Taşkın ötelenmesi, akarsu yatağı, kapalı mecraya veya biriktirme haznelerinde ilerleyen taşkın dalgasının zamana ve konuma bağlı değişiminin matematiksel olarak belirlenmesidir [5]. Kısaca taşkın dalgasının bir kesitten diğer kesite ilerlerken geçirdiği değişimdir.

Açık kanallardaki kararsız, tedrici değişken akımların hesabı için 1848 yılında geliştirilen St.Venant denklemleri doğrudan integre edilemediğinden sonlu elemanlar, sonlu farklar gibi sayısal çözüm teknikleri ile çözülmektedir. Denklemlerin çözümünde bazı terimlerin ihmal edilmesiyle değişik dalga modeli yaklaşımları ortaya çıkmıştır. St.Venant denklemlerinin değişik dalga yaklaşımları ile

çözülmesi konusundaki yayınlar önemli ölçüde Yen ve Tsai (2001) ve Fan ve Li (2006) tarafından yapılan yayınlarda özetlenmektedir [6, 7]. Bu çalışmalara bakıldığında St.Venant denklemleri kullanılarak taşkın ötelenmesinde difüzyon analogisinin ilk uygulaması Hayami (1951) tarafından yapılmış [8], bunu sırasıyla Appleby (1954), Cunge (1969), Dooge ve Napierkowski (1987), Ponce (1990), Rutschmann ve Hager (1996), Sivapalan ve diğ., (1997), Bajracharya ve Barry (1997) ve birçok diğer araştırmacı izlemiştir [1, 9, 10, 11, 12, 13, 14]. Bu araştırmalarda dalga yaklaşımının farklı tarafları üzerinde durulmuş, momentum denkleminin atalet terimlerinin çıkartılmasıyla elde edilen difüzyon dalga denklemi incelenmiştir. Singh (1996), hidrolojik modelleme için difüzyon dalga denklemlerinin kullanımı hakkında ayrıntılı bir tanımlama vermiştir [15]. Ponce (1990), doğal kanallarda taşkın ötelenmesinin pratik uygulamalarının pek çoğunda St.Venant denklemlerindeki ivme terimlerinin ihmal edilebileceğini ve bu durumda sistemin difüzyon dalga modeline dönüşeceğini, aynı zamanda difüzyon dalga modelini atalet etkilerini de içerebileceğini belirtmiştir [12]. St.Venant denklemlerini, bazı kabuller altında difüzyon denklemi formuna getirmek mümkün olabilmektedir [6, 12]. Bugüne değin yapılan çözümlere bakıldığında difüzyon denkleminin değişik sayısal çözüm yöntemleriyle çözüldüğü görülmektedir.

Bu çalışmada doğrusallaştırılmış St.Venant denklemlerinin difüzyon denklemi şeklindeki biçimlerinin çözümü amacıyla DKY metodu anlatılmakta ve gerçek bir taşkın örneğine metodun uygulanışı verilmektedir. DKY metodu Bellman ve Casti (1971) tarafından geliştirilmiştir [16]. Bu yöntem herhangi bir sistemin diferansiyel formda elde edilmiş denklemlerinin, mevcut sınır/başlangıç koşullarını da denklemlere dahil ederek, çözümünü önermektedir. Shu ve Richards (1992) bazı akışkanlar mekaniği uygulamaları ve plak ve kirişlerin burkulması ve eğilmesi alanında DKY’ni kullanarak çalışmalar yapmışlardır [17]. Son zamanlarda yapılan bazı çalışmalarda Fung, (2003) ısı iletimi, akışkanlar mekaniği gibi bazı alanlarda karşılaşılan başlangıç değer problemlerinde diferansiyel kuadratur yönteminin uygulama prensipleri vurgulanmıştır [18]. Civalek (2004) elastik zemin üzerindeki dikdörtgen plakların lineer olmayan statik ve dinamik analizi için Harmonik Diferansiyel Kuadratur ve sonlu farklar yöntemini birlikte kullanmıştır [19]. Shu ve diğerleri (2003), DKY metodunu esas alan lokal radyal tabanlı bir fonksiyon geliştirmişlerdir [20]. Yine Shu ve diğerleri (2004), iki eksantrik silindir arasındaki çevrinti akımı DKY modeli ile analiz etmişlerdir [21]. Lo ve diğerleri (2005), yaptıkları çalışmada Navier–

Stokes denklemlerinin hız-çevrinti formunu Genelleştirilmiş DKY ile çözmüşlerdir [22]. Ding ve diğerleri (2006), DKY yöntemini üç boyutlu sıkıştırılmaz akım problemlerine uygulamışlardır [23]. Kaya ve Arısoy (2011) DKY'yi bir boyutlu yeraltısu akım problemlerinin çözümünde kullanmıştır [24]. Hashemi ve diğ. (2006) ile Hashemi ve diğ. (2007) de doğrusal olmayan Saint Venant denklemlerinin çözümünde artımlı DKY yöntemine başvurmuşlardır [25, 26]. Kaya ve Arısoy (2010) St.Venant denklemlerini doğrusallaştırarak DKY ile kanallardaki uzun dalgaların yayınımlarını incelemişler [27], Kaya (2010) ise adveksiyon difüzyon denkleminin çözümünde DKY'yi uygulamıştır [28].

2. DİFÜZYON DALGA DENKLEMİ (DIFFUSION WAVE EQUATION)

Açık kanallardaki kararsız akımların çözümünde St.Venant denklemleri, farklı yaklaşımları (kinematik dalga, ataletsiz dalga, ağırlık dalgası, yarı kararlı dinamik dalga) ile kullanılabilir. Bu yaklaşımlar yerel ivme, konvektif ivme, basınç değişimi, yerçekimi ve sürtünme etkilerine bağlı olarak tanımlanmaktadır. Prizmatik kanallardaki bir boyutlu, kararsız, tedrici değişken açık kanal akımlarını tanımlayan temel denklemler

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_1 \quad (1)$$

$$k_t \frac{\partial Q}{\partial t} + k_c \left(\frac{\partial(QV)}{\partial x} - V_x q \right) + \quad (2)$$

$$k_p g A \frac{\partial y}{\partial x} - k_f g A (S_0 - S_f) = 0$$

ile ifade edilebilmektedir. Burada Q debi, y akım derinliği, A kesit alanı, q kanal boyunca birim uzunluk için net yanal debi (sızma, yağış vs), V_x yanal akım hızının x bileşeni, S_0 kanal taban eğimi ve S_f sürtünme eğimi, x boyuna koordinatı ve t de zamanı göstermektedir. Denklem (2) de k_t terimi yerel ivmeyi, k_c taşınasal ivmeyi (ve yanal akımın taşınasal ivmeye etkisini), k_p basınç değişimini, k_f ise kanal taban eğimi ve sürtünme eğiminin dahil edilmesi için tanımlanan katsayılarıdır. k_c , k_b , k_p , k_f katsayıları dalga yaklaşımlarına bağlı olarak 0 yada 1 değerini almaktadırlar. St. Venant denklemlerinin çözümünde şu dalga yaklaşımları kullanılabilir [6, 29]:

- (1) Kinematik dalga: $k_t=k_c=k_p=0$ ve $k_f=1$.
- (2) Ataletsiz dalga: $k_t=k_c=0$ ve $k_p=k_f=1$.
- (3) Ağırlık dalgası: $k_t=k_c=k_p=1$ ve $k_f=0$
- (4) Yarı kararlı dinamik dalga: $k_t=0$ ve $k_c=k_p=k_f=1$.
- (5) Dinamik dalga: $k_t=k_c=k_p=k_f=1$.

Momentum denklemindeki (Denk.2) yerel ve konvektif ivme atalet terimlerinin ihmal edilmesi durumunda (Ataletsiz dalga yaklaşımı)

$$\frac{\partial y}{\partial x} - (S_0 - S_f) = 0 \quad (3)$$

denklemine dönüşmekte ve (1) denklemi ile birleştirilmesiyle difüzyon denklemi elde edilmektedir. Bu yaklaşım, daha önceki birçok araştırmada, difüzyon dalga yaklaşımı olarak tanımlanmıştır. Diğer yandan, difüzyon dalgasının atalet etkilerine de sahip olabileceği bazı araştırmacılar tarafından da belirtilmiştir [1, 12].

Bazı kabuller altında St.Venant denklemlerinin doğrusallaştırılması ve farklı dalga yaklaşımları ile çözülmesi mümkündür. Doğrusallaştırılmış St. Venant denklemleri değişik dalga yaklaşımları için difüzyon dalga denkleminde dönüştürülebilmektedir. Pratikte, yağış ve sızmanın, yanal akımın taşına neden olan boşalma oranı nispeten küçüktür ve ihmal edilebilmektedir. Prizmatik kanallarda kararsız ve tedrici değişken akımın temel denklemlerinin doğrusallaştırılması, $Q=Q_0+Q'$ ve $A=A_0+A'$ dönüşümü ile yapılabilmektedir. Burada 0 indisli değerler kararlı durumdaki başlangıç değerlerini göstermektedir. Doğrusallaştırılmış St.Venant denklemleri düzenlendiğinde ve denklemdeki 3. dereceden terimler ihmal edildiğinde

$$\frac{\partial Q'}{\partial t} + C \frac{\partial Q'}{\partial x} = D_h \frac{\partial^2 Q'}{\partial x^2} \quad (4)$$

şeklinde, genel difüzyon denkleminde ulaşılabilir. Dinamik dalga için D_h hidrolik difüzyon katsayısı

$$D_h = \left[1 - \left(1 - 2 \frac{C}{u_0^2} + \left(\frac{C}{u_0^2} \right)^2 \right) Fr_0^2 \right] * \frac{u_0}{2S_0} \frac{A_0}{B_0} \quad (5)$$

yarı kararlı dinamik dalga için;

$$D_h = \left[1 - \left(1 - \frac{C}{u_0^2} \right) Fr_0^2 \right] \frac{u_0}{2S_0} \frac{A_0}{B_0} \quad (6)$$

ataletsiz dalga yaklaşımı için;

$$D_h = \frac{u_0}{2S_0} \frac{A_0}{B_0} \quad (7)$$

ve kinematik dalga yaklaşımında ise;

$$D_h = 0 \quad (8)$$

olmaktadır. Bu denklemlerde u akım hızı, A kesit alanı, B su yüzeyi genişliği, Fr Froude sayısı olmakta ve kinematik dalga hızı

$$C = - \frac{\partial S_f / \partial A}{\partial S_f / \partial Q} \Big|_0 u_0 \quad (9)$$

kesitin geometrisine ve S_f bağıntısına bağlı olarak belirlenebilmektedir [29].

3. DİFERANSİYEL KUADRATUR YÖNTEMİ (DIFFERENTIAL QUADRATURE METHOD)

DKY fizik ve mühendislikte karşılaşılan başlangıç değer ve sınır değer problemleri için sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemlerine alternatif, farklı bir yöntemdir. DKY ilk defa Bellman ve arkadaşları tarafından ortaya konulmuştur [16]. Bir fonksiyonun bir değişkene göre r . türevinin çözüm aralığının herhangi bir noktasındaki değerinin, çözüm aralığının bütün noktalarındaki fonksiyon değerlerinin ağırlıklı bir lineer toplamı şeklinde ifade edilmekte ve

$$\frac{\partial^r u}{\partial x^r} \Big|_{x=x_i} = \sum_{j=1}^N A_{ij}^{(r)} u(x_j) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

şeklinde yazılmaktadır. Burada x_j değişken bölgesindeki noktaları, $u(x_j)$ bu noktalardaki fonksiyon değerlerini, ve $A_{ij}^{(r)}$, r . dereceden türev için ağırlık katsayılarını ifade eder.

Ağırlık katsayılarının belirlenmesi, çözüm için en önemli noktalardan birisidir. Ağırlık katsayıları seçilen fonksiyona bağlı olarak değişmektedir. Seçilen fonksiyona bağlı olarak yöntem Polynomial Differential Quadrature (PDQ), Fourier Expansion Base Differential Quadrature (FDQ), Harmonic Differential Quadrature (HDQ) gibi isimler almaktadır [30]. Ağırlık katsayılarının belirlenmesi konusunda önemli çalışmalar yapılmış ve çözümler önerilmiştir [17, 20, 21, 30, 31, 32]. Diferansiyel kuadratur yönteminde çözümün hassasiyeti bazı problem türlerinde sınır koşullarına bağlı olsa da (sınır değer problemlerinde) genelde bu hassasiyet düğüm noktalarının seçimine ve sayısına bağlıdır. Daha önce yapılan çalışmalar göstermiştir ki; lineer türden denklemler ve homojen sınır koşullarına sahip problemlerde eşit aralıklı seçilen düğüm noktaları çözüm hassasiyeti açısından yeterlidir. Bununla birlikte titreşim problemlerinde daha çok bir diğer tür (Chebyshev-Gauss-Lobatto) düğüm nokta seçiminin daha uygun olduğu gösterilmiştir. Zamana bağlı denklemlerde ve başlangıç değer problemlerinde ise eşit aralıklı olmayan türden düğüm nokta seçimi en uygun çözümleri üretmiştir. Herhangi bir problem için en etkili seçimin bilinmesi analiz süresini kısaltacaktır [33].

3.1. Doğrusal Difüzyon dalga denklemi için DKY (DQM for Linear Diffusion Wave Equation)

Doğrusal difüzyon dalga denklemi (Denk.4), DKY ile çözüm için $i = 1, 2, \dots, N$ ve $s = 1, 2, \dots, R$ olmak üzere

$$\sum_{r=1}^R A_{r,s} Q_{i,r} + \left(C \sum_{j=1}^N B_{j,i} - D_h \sum_{j=1}^N B_{j,i}^{(2)} \right) Q_{j,s} = 0 \quad (11)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Burada N x doğrultusundaki düğüm sayısı, R ise zaman ekseninde hesap noktası sayısı olmaktadır. Sınır koşulları tanımlanarak, yazılan denklem takımı çözüldüğünde $Q(i,s)$ değerleri belirlenmektedir. Örneğin $Q(x,0)$ ve $Q(0,t)$ değerlerinin bilinmesi durumunda (11) denklemi

$$\sum_{r=2}^R A_{r,s} Q_{i,r} + \left(C \sum_{j=2}^N B_{j,i} - D_h \sum_{j=2}^N B_{j,i}^{(2)} \right) Q_{j,s} = -A_{1,s} Q_{i,1} - \left(cB_{1,i} - D_h B_{1,i}^2 \right) Q_{1,s} \quad (12)$$

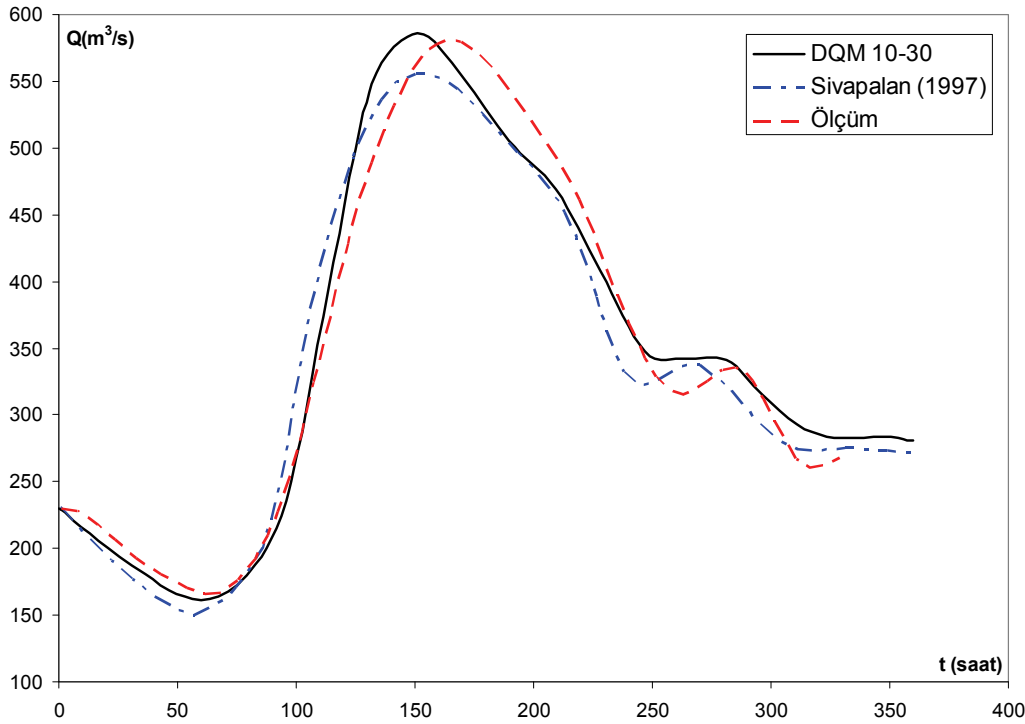
şekline dönüşmektedir.

A ve B ağırlık katsayılarının hesabı için farklı yaklaşımlar bulunmaktadır. Bu çalışmada $N-1$. dereceden polinom kullanılarak elde edilen katsayılar kullanılmıştır [17]. Hesap noktalarının belirlenmesinde ise dalga problemlerinde iyi sonuçlar verdiğinden dolayı Chebyshev-Gauss-Lobatto nokta dağılımı uygulanmıştır [29].

4. SAYISAL ÖRNEKLER (NUMERICAL EXAMPLES)

1. Uygulama Örneği (Numerical Examples-1)

Bu çalışmada DKY yöntemi ilk olarak, Avustralya New South Wales'de Murrumbidge Akarsuyu'ndaki Gundagai ve Wagga Wagga istasyonları arasında meydana gelmiş gerçek bir taşkın olayına uygulanmıştır. Gundagai memba, Wagga Wagga istasyonu ise mansap istasyonudur. İki istasyon arasındaki mesafe 120km olup, yatak eğimi %0,032'dir. Akarsuda 1916 yılından 1978'e kadar birçok taşkın olayı yaşanmış ve saatlik ölçümler yapılmıştır. Uygulamada, sabit C ve D_h kullanılarak çözülen DKY ile Sivapalan ve diğ. (1997)'de yer alan 23 Ağustos- 7 Eylül 1964 meydana gelen taşkın ölçümlerinden yararlanılmıştır. Sivapalan ve diğ. (1997)'de doğrusal difüzyon dalga denklemini kullanarak sonlu fark denklemlerini çözmüşler ve Şekil 1'de verilen sonuçları elde etmişlerdir [1]. Aynı Şekil üzerinde DKY kullanılarak elde edilen sonuçlar ve ölçüm değerleri de görülmektedir.



Şekil 1. Wagga Wagga 23 Ağustos- 7 Eylül 1964 taşkını sayısal çözüm ve ölçüm sonuçları (Results of numerical solutions and observation for Wagga Wagga flood at 23 August – 7 September 1964)

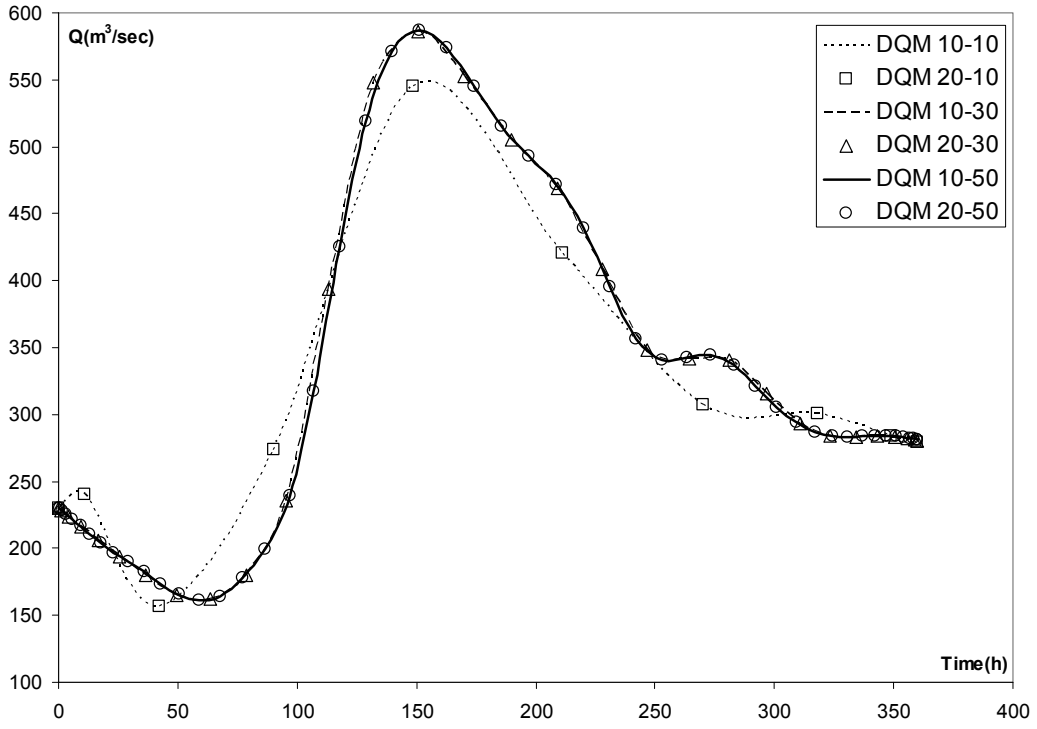
DKY ile yapılan çözümde farklı hesap noktası sayıları kullanılmış ve sonuçlar üzerindeki etkisi ortaya konulmaya çalışılmıştır. Şekil 2’de N_x : x ekseninde nokta sayısı, N_t : t ekseninde nokta sayısı olmak üzere farklı değerler için elde edilen bazı sonuçlar görülmektedir. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde N_x değerlerinin artırılmasının sonuçlar üzerinde önemli etkisinin olmadığı görülmektedir. N_t değerlerinin artırılmasıyla sonuçların hızlı bir şekilde sabit bir değere yaklaştığı görülmektedir. Hesap noktasının pik değerini oluşturduğu zamana rastlamaması durumlarında hesaplanan pik değerlerde küçük farklılıklar görülmektedir. Yeterli hassasiyette bir çözüm için N_t değerinin 25 alınması yeterli olmaktadır (Şekil 3).

Benzer problemler üzerinde yapılan çalışmalarda hesap noktası sayısının bu mertebelerde alınmasıyla analitik çözüme oldukça yakın sonuçlar alındığı, çözümün hesap noktası sayısına bağlı olarak hızlı bir şekilde analitik çözüme yakınsadığı görülmüştür. Analitik çözüme göre DKY ile aynı hata oranına sahip sonlu fark çözümlerinde ise çok daha fazla hesap noktası dikkate almak gerekmektedir [29].

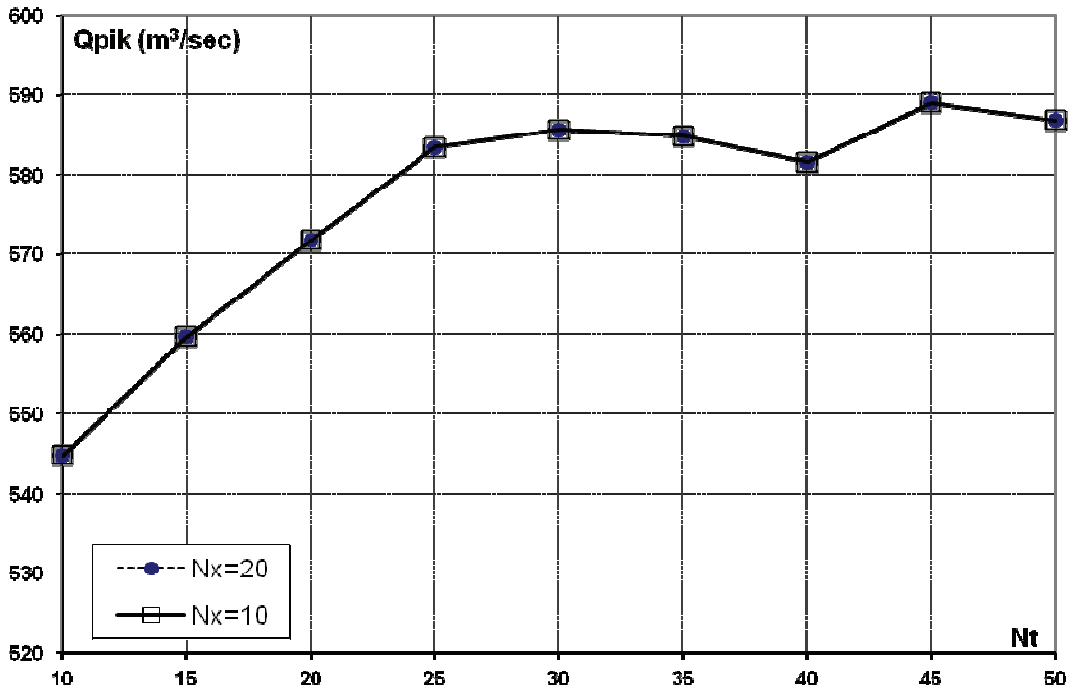
2. Uygulama Örneği (Numerical Examples-2)

DKY’nin taşkınların kinematik dalga modeli ile ötelenmesinde kullanımına ilişkin 2. örnek olarak Alara Çayı alınmıştır. Alara Çayı, Orta Akdeniz havzasında yer alan önemli akarsulardan biridir. 05.03.2004 tarihinde yaşanan taşkına ait 922 no’lu Narağacı Akım Gözlem İstasyonu (AGİ) ve 924 no’lu Ortakonuş AGİ (Şekil 4) akım ölçümleri kullanılarak taşkın öteleme hesapları yapılmış, ölçüm sonuçları ve sayısal çözüm sonuçları karşılaştırılmıştır. Gözlenen taşkın verileri ve tüm akım parametreleri Özdoğan (2010)’dan alınmıştır [2].

12.02.1992 tarihinde açılan 922 no’lu Alara Çayı Narağacı AGİ $32^{\circ}06'39''$ Doğu, $36^{\circ}46'44''$ Kuzey koordinatlarında yer almaktadır. 382 m rakımda kurulu bulunan AGİ, $396,30 \text{ km}^2$ yağış alanına sahiptir. 924 no’lu Alara Çayı Ortakonuş AGİ ise 01.10.1995 yılında hizmete alınmıştır. $32^{\circ}01'00''$ Doğu, $36^{\circ}45'33''$ Kuzey coğrafi koordinatlarında kurulu bulunan istasyon $611,00 \text{ km}^2$ yağış alanına sahiptir ve 250 m rakımda yer almaktadır. Aralarında 10 kilometre mesafe ve 132 metre kot farkı bulunan iki istasyon arasında ortalama kanal taban eğimi $S_0=0,0132$ ve Manning pürüzlülük katsayısı $n=0,095$ olarak alınmış, difüzyon katsayısı $205 \text{ m}^2/\text{s}$ ve difüzyon dalga hızı ise $3,7 \text{ m/s}$ olarak elde edilmiştir [2].



Şekil 2. DQM metodunda farklı N_x ve N_t değerleri kullanılarak elde edilen sonuçlar (Results of DQM for different N_x and N_t values)



Şekil 3. Farklı N_x ve N_t değerleri için elde edilen taşkın pik değerinin değişimi (Flood peak values for different N_x and N_t values)



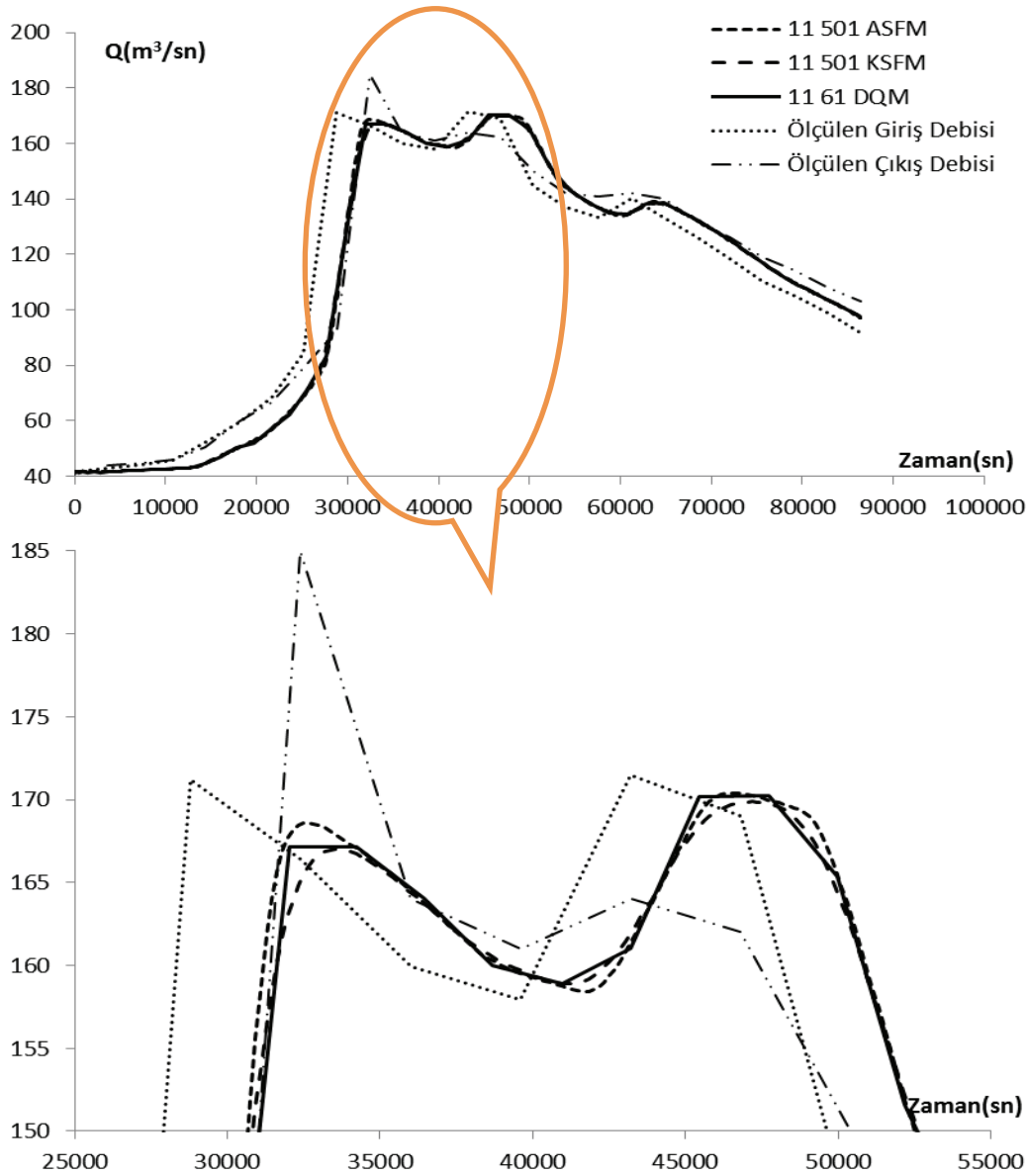
Şekil 4. Orta Akdeniz Havzası, Alara Çayı (Middle Mediterranean Basin, Alara Stream) [2]

Narağacı akım gözlem istasyonu ölçümleri giriş verisi olarak alınarak, taşkın öteleme hesapları Diferansiyel Kuadratur Yöntemiyle ve karşılaştırma amacıyla da, açık ve kapalı sonlu farklar çözümleri yapılmıştır. Çözümlerde mesafe boyutunda $N_x=11$ ve 21 hesap noktası dikkate alınmış, zaman adımında ise farklı hesap noktası değerleri kullanılmıştır.

Açık sonlu farklar (ASFM) çözümünde kararlılık probleminde dolayı $N_x=11$, $N_t=501$ ve 1001 ile $N_x=21$, $N_t=1001$ hesap noktası değerleri kullanılmıştır. Kapalı sonlu farklar (KSFM) çözümünde ise N_t değerleri 21 ile 1001 arasında değişen değerler alınmıştır. Diferansiyel Kuadratur Yöntemi ile çözümde ise N_t değerleri için 21 ile 61 arasında değişen değerler kullanılmıştır. Yöntemlerin en az hesap noktası kullanılarak elde edilen en iyi çözümleri Şekil 5'de görülmektedir. Şekil incelendiğinde, ölçülen çıkış debisi ile sayısal çözüm sonuçları arasında ciddi farklar bulunduğu

görülmektedir. Özdoğan (2010)'da da belirtildiği gibi, giriş debisinin pik değeri, çıkış debisinin pik değerinden küçüktür ve iki istasyon arasında yanal katkıların olduğu anlaşılmaktadır. Yanal katkılarla ilgili herhangi bir veri olmadığından dolayı sayısal çözümlere dahil etmek mümkün olamamıştır. Bu nedenle ölçülen çıkış debileri ile sayısal çözüm sonuçlarını karşılaştırmak çok anlamlı olmamaktadır. Çözümde kullanılan yöntemlerin sonuçlarına bakıldığında, her üç yöntemin de birbirine yakın sonuçların elde edilebildiği görülmektedir.

Gerek ilk uygulama örneğinde, gerekse incelenen ikinci örnekte daha hassas çözümler elde edebilmek amacıyla hesap noktası sayısını arttırmaya gerek kalmadan, DKY'nin az sayıda hesap noktası ile kullanılmasıyla, klasik sonlu farklar metodu sonuçlarından daha iyi sonuçlar elde edilebildiği görülmektedir.



Şekil 5. Alara Çayı taşkın ötelemesi DKY, ASFM ve KSFM çözümleri (Solutions of flood routing in Alara Stream using DQM, EFDM and IFDM)

5. SONUÇLAR (RESULTS)

DKY hidrolik mühendisliği alanında son yıllarda kullanılmaya başlanan bir yöntemdir. Az sayıda hesap noktası kullanılarak analitik çözümlere oldukça yakın sonuçlar elde edilebilmektedir. Bu durum sonlu fark çözümlerine göre önemli bir üstünlüğüdür [28, 29]. DKY'nin uygulanmasında dikkat edilmesi gereken en önemli nokta ağırlık katsayılarının belirlenmesi için fonksiyonun ve hesap noktası dağılımının seçilmesidir.

Belirli tür problemlerde hangi seçimlerin yapılmasının uygun olacağı literatürde belirtilmektedir [19, 30]. Bu çalışmada Polinomiyel Diferansiyel Kuadratur Yöntemi Chebyshev-Gauss-Lobatto nokta dağılımı ile kullanılmıştır. Taşkın dalgalarının ötelenmesinde

Chebyshev-Gauss-Lobatto nokta dağılımı daha iyi sonuç vermiştir. Taşkınların ötelenmesi problemlerinde, hidrolik modellerin DKY ile çözülmesi durumunda sonlu fark yaklaşımlarına nazaran çok daha az hesap noktası kullanılmasına rağmen, ilk uygulama örneğinde gerçek değerlere daha yakın sonuçlar elde edilmiştir. 2. Uygulama örneğinde ise ölçüm sonuçlarının çok sağlıklı olmamasından dolayı ölçüm sonuçları ile karşılaştırmak mümkün olmamıştır. Ancak yöntemlerin makul en iyi çözümlerine bakıldığında, DKY'nde kullanılan hesap noktası sayısının diğer yöntemlere göre daha az olduğu görülmektedir. Benzer sonuçlar yöntemin kinematik dalga modeline uygulanması durumunda da elde edilmiştir [34].

Sonuç olarak; DKY'nin sonlu fark yöntemlerine göre az sayıda hesap noktası kullanılarak daha güvenilir sonuçlar verdiği görülmekle birlikte, ağırlık katsayılarının hesabı ve hesap noktası dağılımının seçilmesi konularında dikkatli olunması ve DKY konusundaki çalışmaların sürdürülmesi gerekmektedir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Sivapalan, M., Bates, B.C.ve Larsen, J.E., "A Generalized, Non-Linear, Diffusion Wave Equation: Theoretical Development and Application", **Journal of Hydrology**, 192, 1-16, 1997.
2. Özdoğan, İ., "Akarsularda Taşkın Ötelenme Modelleri: Alara Çayı Uygulaması", Doktora Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü (Yön.Prof.Dr. M.Erol Keskin), 126 s., 2010.
3. Şen, Z., "Taşkın Afet ve Modern Hesaplama Yöntemleri", Su Vakfı, İstanbul, 2009.
4. Demir, A., "Şehir Taşkınları ve İstanbul", 2. Ulusal Taşkın Sempozyumu, Afyonkarahisar, Panel Sunuları, Panel 1.1., 22-24 Mart 2010.
5. Ülke, A., "Muskingum Metodu Kullanılarak Taşkın Ötelenmesi", Yüksek Lisans Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü (Yön.Doç.Dr. M.Erol Keskin), 93 s., 2003.
6. Yen, B.C ve Tsai, C.W. "On Noninertia Wave Versus Diffusion Wave in Flood Routing", **Journal of Hydrology**, 244, 97-104, 2001.
7. Fan, P.ve Li, J.C., "Diffusive Wave Solutions for Open Channel Flows with Uniform and Concentrated Lateral Inflow", **Advances in Water Resources**, 29, 1000-1019, 2006.
8. Hayami, S., "On The Propagation of Flood Waves, **Bulletin of the Disaster Prevention**" Research Institute, Kyoto University 1, 1-16, 1951.
9. Appleby, F.V., "Runoff Dynamics: A Heat Conduction Analogue of Storage Flow in Channel Networks", **International Association of Scientific Hydrology**, Assemblee Generale de Rome 38 (3), 338-348, 1954.
10. Cunge, J., "On The Subject of A Flood Propagation Computation Method (Muskingum Method)", **Journal of Hydraulic Research**, 7 (2), 205-230, 1969.
11. Dooge, J.C.I.ve Napiorkowski, J.J., "Applicability of Diffusion Analogy in Flood Routing", **Acta Geophysica Polonica** 35 (1), 66-75, 1987.
12. Ponce, V.M., "Generalized Diffusion Wave Equation with Inertial Effects", **Water Resources Research**, 26 (5), 1099-1101, 1990.
13. Rutschmann, P.ve Hager, W.H., "Diffusion Of Flood Waves", **Journal of Hydrology**, 178, 19-32, 1996.
14. Bajracharya, K. ve Barry, D.A., "Accuracy Criteria for Linearized Diffusion Wave Flood Routing", **Journal of Hydrology**, 195, 200-217, 1997.
15. Singh, V.P., "Kinematic Wave Modeling In Water Resources - Surface Water Hydrology", Wiley-Interscience, New York, 1996.
16. Bellman, R. ve Casti, J., "Differential Quadrature and Long-Term Integration", **Journal of Mathematical Analysis And Applications**. 34, 235-238, 1971.
17. Shu, C., ve Richards, B.E., "Application of Generalized Differential Quadrature to Solve Two Dimensional Incompressible Navier-Stokes Equations", **International Journal For Numerical Methods In Fluids**, 15, 791-798, 1992.
18. Fung, T.C., "Generalized Lagrange Functions and Weighting Coefficient Formulae for The Harmonic Differential Quadrature Method", **Int. J. Numer. Meth. Engng**, 57, 415-440, 2003.
19. Civalek, Ö., "Harmonic differential quadrature-finite differences coupled approaches for geometrically nonlinear static and dynamic analysis of rectangular plates on elastic foundation", **Journal Of Sound And Vibration**, 294, 966-980, 2006.
20. Shu, C., Ding, H. ve Yeo K.S., "Local Radial Basis Function-Based Differential Quadrature Method and Its Application to Solve Two-Dimensional Incompressible Navier-Stokes Equations", **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.**, 192, 941-954, 2003.
21. Shu, C., Wang, L., Chew, Y.T.ve Zhao, N., "Numerical Study of Eccentric Couette-Taylor Flows and Effect of Eccentricity on Flow Patterns", **Theoret. Comput. Fluid Dynamics**, 18, 43-59, 2004.
22. Lo, D.C., Young, D.L., ve Murugesan, K., "GDQ Method for Natural Convection in a Cubic Cavity Using Velocity-Vorticity Formulation", **Numerical Heat Transfer, Part B**, 48, 363-386, 2005.
23. Ding, H., Shu, C., Yeo, K.S.ve Xu, D., "Numerical Computation of Three-Dimensional Incompressible Viscous Flows in The Primitive Variable Form by Local Multiquadric Differential Quadrature Method", **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.** 195, 516-533, 2006.
24. Kaya, B. ve Arsoy, Y. Differential Quadrature Solution for One Dimensional Aquifer Flow, **Mathematical and Computational Applications**, Association for Scientific Research, Vol 16, 524-534, 2011.
25. Hashemi, M.R., Abedini, M.J.ve Malekzadeh, P., "Numerical Modelling of Long Waves in Shallow Water Using Incremental Differential

- Quadrature Method”, **Ocean Engineering**, 33, 1749-1764, 2006.
26. Hashemi, M.R., Abedini, M.J. ve Malekzadeh, P., “A Differential Quadrature Analysis of Unsteady Open Channel Flow”, **Applied Mathematical Modelling**, 31, 1594-1608, 2007.
 27. Kaya, B. ve Arisoy, Y., "Differential Quadrature Method for Linear Long Wave Propagation in Open Channels", **Wave Propagation in Materials for Modern Applications**, Ed.:Andrey Petrin, ISBN 978-953-7619-65-7, Published by Intech, Vukovar, Croatia, p.253-266, 2010.
 28. Kaya, B., “Solution of the advection-diffusion equation using the differential quadrature method”, **KSCE Journal of Civil Engineering**, Vol.14, No.1., 69-75., 2010.
 29. Kaya, B., Arisoy, Y. ve Ülke, A., “Differential Quadrature Method (DKY) for Numerical Solution of the Diffusion Wave Model”, **Journal of Flood Engineering**, Vol.1, No.2, 2010.
 30. Shu, C., “**Differential Quadrature and Its Application in Engineering**”, Springer-Verlag London Limited, 2000.
 31. Shu, C., ve Chew Y.T., “Fourier Expansion-Based Differential Quadrature and Its Application to Helmholtz Eigenvalue Problems”, **Communications in Numerical Methods in Engineering**, 13, 643–653, 1997.
 32. Shu, C., Yao, Q., Yeo, K.S. ve Zhu, Y.D., “Numerical Analysis of Flow and Thermal Fields in Arbitrary Eccentric Annulus by Differential Quadrature Method”, **Heat and Mass Transfer**, 38, 597-608, Springer-Verlag, 2002.
 33. Civalek, Ö., “**Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Harmonik Diferansiyel Kuadrature (HDQ) Metodu ile Lineer ve Lineer Olmayan Dinamik Analizi**”, Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü (Yön. Prof.Dr. H.Hüseyin Çatal), 2003.
 34. Ercan, C., “**Kinematik Dalga Denkleminin Çözümünde Muskingum Yöntemi ve Diğer Sayısal Çözüm Yöntemlerinin Karşılaştırılması**”, DEÜ İnşaat Müh.Böl. Bitirme Tezi (Yön. Yrd.Doç.Dr. Birol Kaya), 25, 2009.