

# DOĞRU AKIM MOTOR HIZININ UYARLAMALI KUTUP YERLEŞTİRME DENETİMİ

**Mehmet KARADENİZ, İres İSKENDER ve Selma YÜNCÜ**

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Gazi Üniversitesi, Maltepe  
06570 Ankara, [mekara@gazi.edu.tr](mailto:mekara@gazi.edu.tr), [iresis@gazi.edu.tr](mailto:iresis@gazi.edu.tr), [svuncu@gazi.edu.tr](mailto:svuncu@gazi.edu.tr)

## ÖZET

Doğru akım motorunun dinamiğinin anlaşılması için motor parametrelerinin bilinmesi gerekmektedir. Bu parametrelerden başlıcaları armatür endüktansı, armatür direnci, rotorun dönel eylemsizliği ve rotor yatağındaki sürtünmedir. Tüm bu parametrelerin belirlenmesi, her biri için ayrı deneylerin yapılmasını gerektirir. Ancak motor parametreleri, motorun çalışması sırasındaki koşullara bağlı olarak değişmektedir. Dolayısıyla, parametrelerin değişmediği varsayılarak tasarlanmış olan denetleyicinin performansı, çalışma sırasındaki değişimlerden dolayı düşer. Bu nedenlerden dolayı bu çalışmada, motor parametrelerinin belirlenmesine gerek kalmadan, motor hızının istenildiği gibi davranış gösterdiği bir uyarlamalı denetim yöntemi sunulmaktadır. Bir doğru akım motoru için yapılmış simülasyon sonuçları, motor hızının önerilen yöntem ile denetlenebildiğini göstermiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Uyarlamalı denetim, kutup yerleştirmeli denetim, Lyapunov'un doğrudan metodu, dc motor.

## ADAPTIVE POLE PLACEMENT CONTROL OF A DC MOTOR SPEED

### ABSTRACT

To understand the dynamic behavior of a dc motor it is required to know its parameters. Armature inductance, armature resistance, inertia of the rotor, and friction coefficient are the main parameters of a dc motor. To identify all these parameters, experiments should be performed for each of them. However, motor parameters change during the operation according to several conditions. Therefore the performance of the controller, which has been designed considering constant motor parameters, becomes poorer due to parameter variations. For these reasons, a model reference adaptive control method is proposed to control the speed of a dc motor without requiring any motor parameters. Simulation results show that how well this method controls the speed of the motor.

**Keywords:** Adaptive control, pole placement control, Lyapunov's direct method, dc motor.

### 1. GİRİŞ

Uyarlamalı denetim yöntemleri, uyarlamalı olmayan yöntemlere göre iki avantaja sahiptir. Bunlardan birincisi, denetlenen sistemin parametrelerinde (dinamiğinde) bir değişim olduğunda, denetleyicinin yeni değişimlere göre kendisini yeniden düzenleyebilmesidir. Uyarlamalı denetim sistemi kendisini yeni şartlara göre uyarlayarak denetim performansı istenilen düzeyde tutar. Uyarlamalı olmayan denetimde ise tasarım sabit parametrelere göre yapıldığından, yeni değişimler meydana geldiğinde denetim performansı düşer. Uyarlamalı denetimin ikinci avantajı, denetlenen sistemin

parametrelerinin bilinmesinin gerekmemesidir. Denetlenen sistem hakkında kısmen yada herhangi bir bilgiye sahip olunmaksızın denetim yapılabilir. Uyarlamalı olmayan denetim yöntemlerinde ise denetlenen sistemin parametreleri bilinmelidir. Bu nedenle, sistem parametrelerinin hassas olarak elde edilmesi ayrı bir işlem gerektirir.

Bir doğru akım motorunda armatür endüktansı, armatür direnci, rotorun dönel eylemsizliği, rotor yatağındaki sürtünme, hız ve moment katsayı parametreleri bulunmaktadır. Bu parametreler dış etkenlere ve motorun çalışma koşullarına bağlı olarak değişir. Bu değişimler motorun dinamiğini

etkileyerek, çalışmasını etkiler. Parametre değişimlerinin motor performansı üzerinde önemli etkileri olduğundan, motor parametrelerinin çalışma anında belirlenebilmesi için yapılmış çalışmalar bulunmaktadır [1-4].

Uyarlamalı denetim yöntemleri genel olarak, parametreleri daha önce bilinmeyen bir sistemi denetlemeyi amaçlamaktadır. Bu yöntemlerden dolayı uyarlamalı denetleyiciler denetlenmesi istenen sistemin parametrelerini çalışma anında (on-line) belirleyerek denetlerken, doğrudan uyarlamalı denetleyiciler ise denetlenmesi istenen sistemin parametrelerinin bilinmesine ihtiyaç duymamaktadır. Doğrudan uyarlamalı denetleyici zaman içerisinde kendisini istenen koşullara uyduracak şekilde uyarlayarak sistemi denetler. Her iki yöntemde de parametreleri çalışma sırasında değişen sistemlerin denetimi amaçlanmaktadır. Sistemin parametreleri değiştiğinde, denetleyici de kendini buna göre uyarlayarak, sistemi istenen şartlara uygun olarak denetler.

Doğrudan uyarlamalı denetim yöntemlerinden birisi de uyarlamalı kutup yerleştirme denetim yöntemidir [5]. Bu çalışmada sunulan yöntemde kapalı çevrim sisteminin kutuplarını denetlemektedir. Uyarlamalı kutup yerleştirme yönteminde kapalı çevrim sisteminin kutuplarının referans modeli kutuplarına eşit olması amaçlanmaktadır. Ancak bu yöntemde diğer uyarlamalı denetim yöntemlerinden farklı olarak, denetlenen sistemin sıfırlarının bilinmesi gerekmektedir. Bu nedenle bu makalede sunulan yöntem, sıfırları olmayan doğrusal sistemlerin denetimi için önerilmiştir. Bu özelliği ile yöntem, doğru akım motorlarının hız denetimine uygundur. Denetim yöntemi, denetleyicinin geri besleme katsayılarını ayarlayarak, kapalı çevrim sisteminin kutuplarını referans modelin kutuplarına eşitlemeye çalışır. Kapalı çevrim sisteminin kutupları referans modelin kutuplarına eşit olduğunda ise uyarlama fiilen durmaktadır. Çalışma sırasında sistem parametrelerinde bir değişiklik olduğunda kapalı çevrim sisteminin kutupları istenenden biraz farklı olacaktır. Uyarlayıcı geri besleme katsayılarını yeniden ayarlayarak, kapalı çevrim sisteminin kutupların yeniden referans modelinkine eşit olmasını sağlar.

Yöntemde denetlenen sistemin çıkış değişkeninin bir referans modeli takip etmesi istenmektedir. Böylece eğer istenilen kriterleri sağlayan bir referans modeli seçilirse, denetimden istenilen kriterler sağlamış olur. Derecesi bilinen ve sıfırları olmayan ancak parametreleri değişebilen bir sistemin aynı türden sabit parametrelili istenilen bir modele uygun olarak denetiminin yapılabilmesi yöntemin avantajıdır.

## 2. SIFIRLARI OLMAYAN SİSTEMLERİN DURUM DEĞİŞKENLERİ İLE MODEL REFERANS UYARLAMALI DENETİMİ

Bu yöntemde, sıfırları olmayan tek girişli-tek çıkışlı sistemlerin bir referans yöntemine göre uyarlamalı denetimi amaçlanmaktadır. Yöntemde denetim sisteminin katsayıları ayarlanarak, kapalı çevrim sisteminin kutuplarının referans modelin kutuplarına eşitlenmektedir.

### 2.1. Denetim Yönteminin Yapısı

Sıfırı olmayan tek-girişli tek çıkışlı sürekli bir sistemin transfer fonksiyonu

$$\frac{K}{s^n + a_n s^{n-1} + \dots + a_2 s + a_1} \quad (1)$$

şeklinde temsil edilebilir. Yine böyle bir sistemin kontrol edilebilir kanonik formundaki temsili

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & \dots & -a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ K \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = [1 \ 0 \ \dots \ 0]x \quad (2)$$

denklemleri ile verilsin. Sistem durumlarının  $F$  katsayı vektörünün çarpımı ile referans işaretinin bir  $g$  katsayısı ile çarpımının toplamı sistemin girişine verilirse,

$$u = gr - F^T x \quad (3)$$

denetim kuralı elde edilir. Bu denetim kuralı için kapalı çevrim sistemin durum uzayındaki temsili

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B(gr - F^T x) \\ &= (A - BF^T)x + Bgr \end{aligned}$$

veya

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_1 - KF_1 & -a_2 - KF_2 & -a_3 - KF_3 & \dots & -a_n - KF_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ Kg \end{bmatrix} r(t) \quad (4)$$

olarak elde edilir. Parametreleri zamanla değişmeyen referans modelin

$$\frac{K^*}{s^n + a_n^* s^{n-1} + \dots + a_2^* s + a_1^*} \quad (5-a)$$

transfer fonksiyonunun durum uzayındaki temsili

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_1^* & -a_2^* & -a_3^* & \dots & -a_n^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ K^* \end{bmatrix} u(t) \quad (5-b)$$

olsun. Bu durumda sistemin referans modelini takip etmesi için, denetleyicinin  $g$  ve  $F$  katsayılarının

$$F_j = \frac{a_j^* - a_j}{K} \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$g = K^* / K$$

olacak şekilde ayarlaması istenmektedir. Referans modeli zamanla değişmeyen sabit parametrelere sahip olduğundan, denetlenen sistemin zamanla değişmeyen bir sistem olması durumunda  $g$  ve  $\underline{F}$  katsayıları  $g^*$  ve  $\underline{F}^*$  sabit değerlerine yakınsar. Bundan dolayı, kapalı çevrim sisteminin giderek referans modeli gibi davranması beklenir.

Referans modele göre uyarlamalı denetimin yapılışı Şekil 1'de verilmiştir. Şekilde  $r$  referans işaretini,  $\underline{x}$  ve  $\underline{z}$  ise denetlenen sistemin ve referans modelin kontrol edilebilir kanonik formdaki durumlarıdır.  $g(t)$  zamana bağlı skaler bir büyüklük,  $\underline{F}(t)$ ,  $\underline{x}$ ,  $\underline{z}$  ve  $\underline{e}$  ise vektörel büyüklüklerdir.  $\underline{e}$  sistem durumları ile referans model durumları (sistem durumlarının bulunması istenilen değerler) arasındaki farktır.  $g(t)$  ve  $\underline{F}(t)$  değerleri her adımda yinelenerek sistemin referans modelini izlemesi istenmektedir.

Denetlenen sistemin durumları bir gözleyiciden elde edilmişse, veya sistemin işaretleri filtreden geçiriliyorsa, artık yeni dinamiklerin etkisinin de göz önüne alınması gerekir. Çünkü artık denetlenen durumlar yalnızca denetlenen sistemin durumları değil, tüm kapalı çevrim sisteminin durumları olacaktır. Ancak eğer harici dinamikler sistemin tepkisinden daha hızlı tepki verecek şekilde seçilirse, denetlenen sistem ile sisteme eklenen diğer dinamiklerden oluşan yeni sistemin dinamik davranışları birbirine oldukça yakın olacaktır.

## 2.2. Uyarlama Kuralının Elde Edilmesi

Sistem

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + Bu \quad (6-a)$$

denklem sistemi ile temsil edilirken, referans model

$$\dot{\underline{z}} = A_m\underline{z} + B_m r \quad (6-b)$$

ile temsil edilsin. Sistemin girişi

$$u = rg - \underline{F}^T \underline{x} \quad (7)$$

denklemleri ile ifade edilmektedir. Sistemin durumlarının istenen değerleri, referans modelin

durumlarıdır. Bu nedenle hata işareti

$$\underline{e} = \underline{z} - \underline{x} \quad (8-a)$$

olarak tanımlanmıştır. Hata işaretinin zamana göre türevi

$$\dot{\underline{e}} = \dot{\underline{z}} - \dot{\underline{x}} \quad (8-b)$$

dir. Her iki sistemin de kontrol edilebilir kanonik formları kullanılmaktadır (pratik olarak her iki sistemin kontrol edilebilir kanonik formundaki durumları elde edilebilir), dolayısıyla  $\underline{F}(t)$  ve  $g(t)$  değerlerinin ayarlanmasıyla

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + Bu \\ &= A\underline{x} + B \left( rg - \underline{F}^T \underline{x} \right) \\ &= \left( A - B\underline{F}^T \right) \underline{x} + Brg \end{aligned} \quad (9)$$

ile ifade edilen sistem, referans modele yaklaşmaktadır. Kontrol parametreleri yakınsadıkça

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{F}(t) \rightarrow \underline{F}^*$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) \rightarrow g^*$$

olacaktır. Bundan dolayı,

$$A_m = A - B\underline{F}^{*T} \quad (10)$$

$$B_m = Bg^*$$

eşitlikleri yazılabilir. Buna göre hata işaretinin türevi

$$\dot{\underline{e}} = A_m \underline{e} + \frac{1}{g^*} B_m (\underline{F}^T - \underline{F}^{*T}) \underline{x} + B_m r \frac{1}{g^*} (g^* - g) \quad (11)$$

olarak elde edilir. Bundan sonraki işlemlerin kolay takip edilebilmesi amacıyla,

$$\underline{\Phi}_F = \underline{F} - \underline{F}^*$$

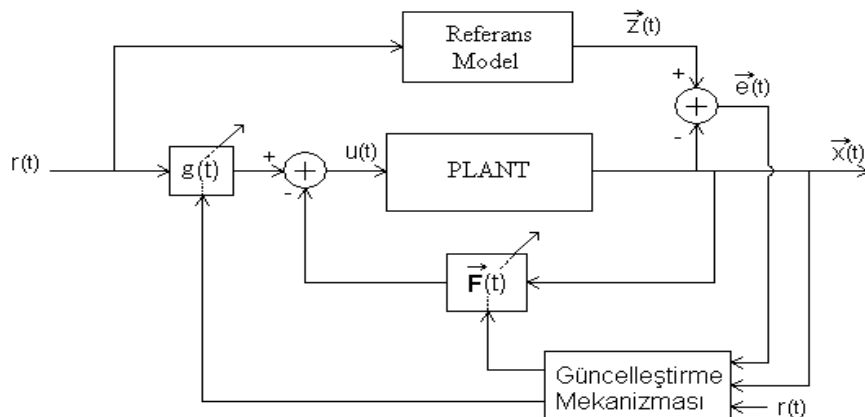
$$\underline{\Phi}_g = g^* - g$$

olarak tanımlansın. Yeni tanımların zamana göre türevleri

$$\dot{\underline{\Phi}}_F = \dot{\underline{F}}$$

$$\dot{\underline{\Phi}}_g = -\dot{g}$$

olur. Hata işaretinin türevi ise



Şekil 1. Uyarlamalı denetleyicinin yapısı

$$\begin{aligned}\dot{\underline{e}} &= A_m \underline{e} + \frac{1}{g} B_m \underline{\Phi}_F^T \underline{x} + \frac{1}{g} r \Phi_g B_m \\ &= A_m \underline{e} + \frac{1}{g} B_m \underline{x}^T \underline{\Phi}_F + \frac{1}{g} r \Phi_g B_m\end{aligned}\quad (12)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Kapalı çevrim sisteminin kararlılığı sağlanırken,  $\underline{F}$  ve  $g$  katsayılarının her adımda nasıl güncelleştirileceğinin bulunması amacıyla aşağıdaki Lyapunov fonksiyonu önerilsin:

$$V = \underline{e}^T P \underline{e} + \frac{1}{\alpha g} \underline{\Phi}_F^T \underline{\Phi}_F + \frac{1}{\alpha g} \Phi_g^2 \quad (13)$$

burada  $P$  kesin pozitif bir matris,  $\alpha$  ise pozitif bir katsayıdır. Fonksiyonun zamana göre türevi ise

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \frac{d}{dt} (\underline{e}^T P \underline{e}) + \frac{1}{\alpha g} \dot{\underline{\Phi}}_F^T \underline{\Phi}_F \\ &+ \frac{1}{\alpha g} \underline{\Phi}_F^T \dot{\underline{\Phi}}_F + \frac{2}{\alpha g} \dot{\Phi}_g \Phi_g \\ &= \underline{e}^T (A_m^T P + P A_m) \underline{e} + \frac{1}{g} \underline{\Phi}_F^T \underline{x} B_m^T P \underline{e} \\ &+ \frac{1}{g} \underline{e}^T P B_m \underline{x}^T \underline{\Phi}_F + \frac{1}{g} r \Phi_g B_m^T P \underline{e} \\ &+ \frac{1}{g} r \Phi_g \underline{e}^T P B_m + \frac{1}{\alpha g} \dot{\underline{\Phi}}_F^T \underline{\Phi}_F \\ &+ \frac{1}{\alpha g} \underline{\Phi}_F^T \dot{\underline{\Phi}}_F + \frac{2}{\alpha g} \dot{\Phi}_g \Phi_g\end{aligned}\quad (14)$$

olarak elde edilir. Kararlı bir referans modeline ait olan  $A_m$  matrisinin özdeğerlerinin gerçek kısımları negatiftir. Böyle bir matris için, uygun bir  $P$  matrisinin bulunmasıyla eşitliğin sağ tarafında yer alan ilk terim kesin negatif yapılabilir. Şöyle ki, eğer  $A_m$  matrisinin tüm özdeğerlerinin gerçek kısmı negatif ise, Lyapunov denklemi olarak bilinen

$$A_m^T P + P A_m = -Q \quad (15)$$

eşitliğindeki  $A_m$  ile kesin pozitif ve simetrik bir  $Q$  matrisi için, kesin pozitif ve simetrik bir  $P$  matrisi bulunabilir [6]. O halde diğer terimlerin birbirini yok etmesi sağlanabilirse, sistemin kararlılığı garanti edilir. Buna göre,

$$\dot{\underline{\Phi}}_F^T \underline{\Phi}_F = -\alpha \underline{e}^T P B_m \underline{x}^T \underline{\Phi}_F \quad (16-a)$$

$$\underline{\Phi}_F^T \dot{\underline{\Phi}}_F = -\alpha \underline{\Phi}_F^T \underline{x} B_m^T P \underline{e} \quad (16-b)$$

$$2\dot{\Phi}_g \Phi_g = -\alpha r \Phi_g B_m^T P \underline{e} - \alpha r \Phi_g \underline{e}^T P B_m \quad (16-c)$$

eşitliklerini sağlanmalıdır.  $P$  matrisinin simetrik olma koşulu ile,

$$\alpha \underline{e}^T P B_m \underline{x}^T \underline{\Phi}_F = \alpha \underline{\Phi}_F^T \underline{x} B_m^T P \underline{e}$$

ve

$$\alpha r \Phi_g B_m^T P \underline{e} + \alpha r \Phi_g \underline{e}^T P B_m = 2\alpha r B_m^T P \underline{e} \Phi_g$$

eşitlikleri sağlanır. Uyarlama kuralları

$$\dot{\underline{F}} = \dot{\underline{\Phi}}_F = -\alpha \underline{x}(t) B_m^T P \underline{e}(t) \quad (17-a)$$

$$\dot{g} = -\dot{\Phi}_g = \alpha r(t) B_m^T P \underline{e}(t) \quad (17-b)$$

seçildiğinde,

$$\dot{V} = -\underline{e}^T Q \underline{e} < 0$$

elde edilir. Lyapunov fonksiyonunun zamana göre türevi negatif olduğundan, sistem global asimptotik kararlıdır. Denetlenen sistem kararsız olsa bile, kendisiyle aynı derecede ve kararlı seçilmiş bir referans model ile kararlı bir şekilde denetlenebilir. Uyarlama denklemlerinde (Denklemler 17) geçen  $\alpha$  uyarlama katsayısı olup, denetlenen sistemin zaman sabitlerinden daha küçük olmak koşuluyla istenilen bir değer olarak seçilebilir.

Uyarlama için elde edilmiş olan denklemler (17-a, 17-b) diferansiyel denklem olmasına karşın, uyarlama işlemleri uygulamada kesikli zamanda yapılmaktadır. Denklem (17-a) ve (17-b)'nin kesikli zamandaki yaklaşımı

$$\underline{F}(k+1) = \underline{F}(k) - \mu \underline{x}(k) B_m^T P \underline{e}(k) \quad (18-a)$$

$$g(k+1) = g(k) + \mu r(k) B_m^T P \underline{e}(k) \quad (18-b)$$

olarak yazılabilir.  $\mu$  uyarlama katsayısı olup, uyarlama frekansı  $1/T$  ile ters orantılıdır ( $\mu = \alpha T$ ). Kesikli zamanda yapılan uyarlama esas olarak bir yaklaşım olduğundan, denetlenen sistemin zaman sabitlerinden çok daha küçük olacak şekilde seçilmelidir. Uyarlama frekansı ise, parametre değişiminden en az birkaç kat hızlı olacak şekilde seçilmelidir.

Tasarımda, uygun bir referans modelinin seçiminden sonra uygun bir  $P$  matrisinin seçilmesi gerekmektedir. Uyarlama denklemlerindeki  $B_m$  matrisinin olumsuz bir özelliği vardır: Referans modelin sıfırları olmadığından, bu sisteme ait olan  $B_m$  matrisinin son elemanı dışındaki tüm elemanları sıfırdır. Bu ise,  $P$  matrisinin son satırında yer alan elemanlarının dışındakileri işlem üzerinde etkisiz kılar. Dolayısıyla,  $P$  matrisinin yalnızca son satırındaki elemanları işlem üzerinde etkilidir. Bu nedenle, uyarlama denklemlerinde kullanılacak olan  $P$  matrisinin son satırındaki elemanların büyüklüklerinin (mutlak değerlerinin) çok farklı düzeyde olmasından kaçınılmalıdır. Örneğin  $P$  matrisinin diyagonal elemanları dışındaki elemanları sıfır ise, uyarlama denklemlerinde hatanın yalnızca  $n-1$  inci türevi etkili olacaktır. Bu durumda hem uyarlamanın gerçekleşebilmesi için sinyallerin oldukça zengin olması gerekecektir, hem de sürekli durumda uyarlama yapılamayacağından dolayı sürekli durum hataları olacaktır. Bu durumdan kaçınmak için, denklem (15)'in çözümü için önerilen  $Q$  matrisinin diyagonal olmayan elemanları sıfırdan farklı seçilebilir. İstenilen  $P$  matrisinin elde edilmesi için çeşitli  $Q$  matrisleri önerilerek, denklem (15)'in çözümünden bulunan  $P$  matrisleri, seçenek olarak değerlendirilebilir.

Yine yukarıda bahsedilen nedenlerden dolayı, uygulamadaki işlem hızı açısından uyarlama denklemleri

$$\underline{F}(k+1) = \underline{F}(k) - \mu \underline{x}(k) s^T \underline{e}(k) \quad (19-a)$$

$$\underline{g}(k+1) = \underline{g}(k) + \mu r(k) s^T \underline{e}(k) \quad (19-b)$$

şeklinde yeniden yazılarak, bellek ve işlem sayısı azaltılabilir. Burada

$$s^T = B_m^T P$$

olup, P matrisinin son satırlarının  $B_m$  matrisinin sonuncu elemanı ile çarpılmış halidir. Tüm bu değerler tasarım sırasında bilinen sabit sayılar olduğundan, bu çarpma işlemi tasarım sırasında yapılabilir.

Denetim parametrelerinin başlangıç değerleri ( $\underline{F}(0)$  ve  $\underline{g}(0)$ ) teorik olarak her değeri alabilir. Ancak başlangıç değerlerinin son değerlerden çok farklı seçilmesi, istenilen performansın yakalanmasını geciktirirken, denetlenen sistemin fiziksel yapısını zorlayabilir. Son değerler bilinmediğinden, güvenli bir operasyon için kararlı ve minimum faz sistemlerinin denetiminde başlangıç değerleri sıfır veya küçük değerler seçilebilir. Bu çalışmada yer alan tüm benzetimlerde başlangıç değerleri sıfır seçilmiştir.

### 2.3. Örnek Uygulama

Bu kısımda, elde edilen yöntemin kararsız sistemler üzerindeki başarısı incelenmektedir.

$\frac{1}{s^2 + a_1(t)s + a_0(t)}$  sisteminin  $\frac{5}{s^2 + 2s + 5}$  referans modeline göre denetimi denklem (18)'deki uyarlama kuralına göre yapılmıştır. Denetlenen sistemin parametrelerinin başlangıç değerleri  $a_1(0) = -5$  ve

$a_0(0) = 1$  olup, bu parametreler

$$a_1(t) = -5(1 + \sin(10\pi t))$$

ve

$$a_0(t) = 1 + \sin(15\pi t)$$

ifadelerine göre zamanla değişmektedir. Dikkat edilecek olursa, parametrelerinin değişiminden dolayı denetlenen sistemin zaman zaman kararsız hale geldiği görülmektedir. Referans modelin durum uzayındaki  $\dot{z} = A_m z + B_m r$  ifadesi için

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \text{ ve } B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ tir. Uygun bir P matrisi,}$$

Lyapunov denkleminin çözümünden elde edilmektedir. Q matrisi

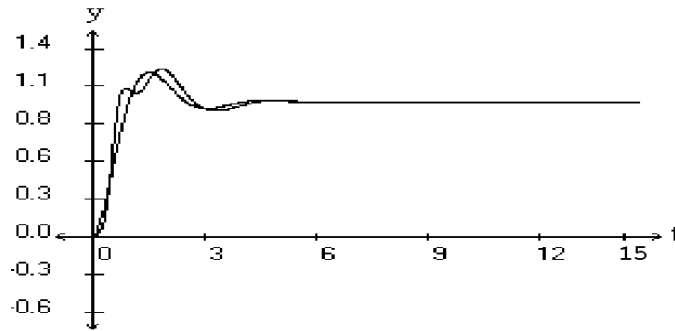
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0.5 \end{bmatrix}$$

olarak seçilirse, Lyapunov denkleminin (denklem 15) çözümü

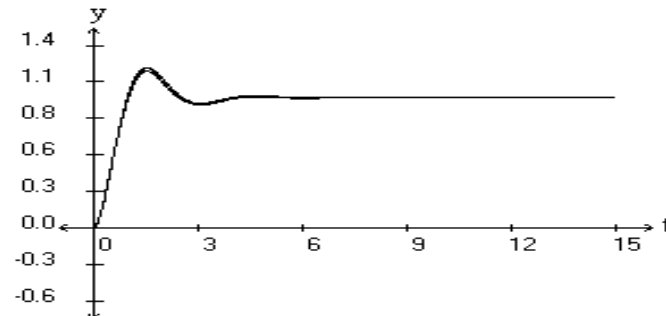
$$P = \begin{bmatrix} 0.075 & 0.1 \\ 0.1 & 0.175 \end{bmatrix}$$

bulunur. (MATLAB programının  $P = \text{lyap}(A, Q)$

fonksiyonu kullanılarak bulunmuştur). Uyarlama frekansı  $100\text{Hz}$ , uyarlama katsayısı ise  $0.025$  seçilmiştir. Referans işareti olarak kare dalga verildiğinde, denetlenen sistemin basamak tepkisinin tekrarlamaya olanağı elde edilir. Burada kare dalganın her bir periyodu iterasyon olarak anılmaktadır. Benzetimin henüz ilk aşamaları olan birinci ve üçüncü iterasyonları Şekil 2'de verilmiştir. Şekil (2.a)'da, benzetimin hemen başındaki denetim başarısı yüksektir. Şekil (2-b)'de gösterilen üçüncü iterasyonda ise, hatalar iyice azalmaktadır. On ikinci iterasyondan sonra ise hata sıfırlanmıştır.



Şekil 2.a. Sistemin denklemler (18) ile verilen yöntemle denetlenmesindeki 1. iterasyonu



Şekil 2.b. Sistemin denklemler (18) ile verilen yöntemle denetlenmesindeki 3. iterasyonu

### 3. DOĞRU AKIM MOTORUNUN DURUM DEĞİŞKENLERİ İLE MODEL REFERANS UYARLAMALI DENETİMİ

Bir doğru akım motorunun armatür direnci  $R_a$ , armatür endüktansı  $L_a$ , uyarım direnci  $R_f$ , uyarım endüktansı  $L_f$ , rotor eylemsizlik momenti  $J$ , rotor yatağındaki sürtünme  $B$ , gerilim sabiti  $K_v$ , moment sabiti  $K_t$ , zıt emk  $E_g$ , armatür (giriş) gerilimi  $v_a$ , armatür (giriş) akımı  $i_a$ , uyarım gerilimi  $v_f$ , uyarım akımı  $i_f$ , rotor hızı  $\omega$ , motor tarafından üretilen moment  $T_d$ , yük momenti  $T_L$  ile gösterilsin. Motorun matematiksel modeli

$$v_f = R_f i_f + L_f \frac{d}{dt} i_f \quad (20)$$

$$v_a = R_a i_a + L_a \frac{d}{dt} i_a + E_g \quad (21)$$

$$E_g = K_v i_f \omega \quad (22)$$

$$T_d = K_t i_f i_a = B \omega + T_L \quad (23)$$

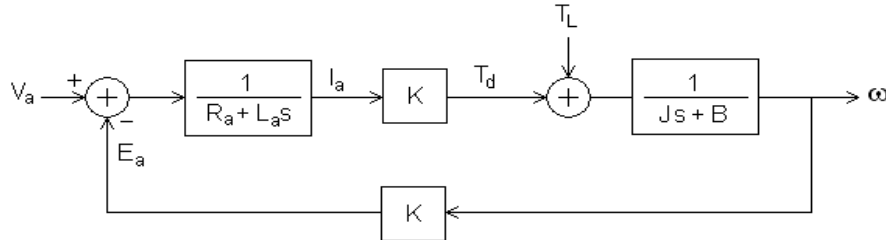
denklemleriyle verilmektedir [7]. Burada  $K_v$  ve  $K_t$  katsayıları birbirine eşittir. Motor, uyarım sargısına sabit bir gerilim uygulanarak denetlenmektedir. Bu nedenle denklem (21-22)'de verilen  $K_v$  ve  $K_t$  katsayıları  $K$  ile ifade edilmektedir. Bu denklemlerden yola çıkılarak, uyarım endüktansı ile

armatür endüktansı ayrı beslenen bir doğru akım motorunun motor hızı ile armatür gerilimi arasındaki ilişki Şekil 3'te blok diyagramı olarak verilmiştir.

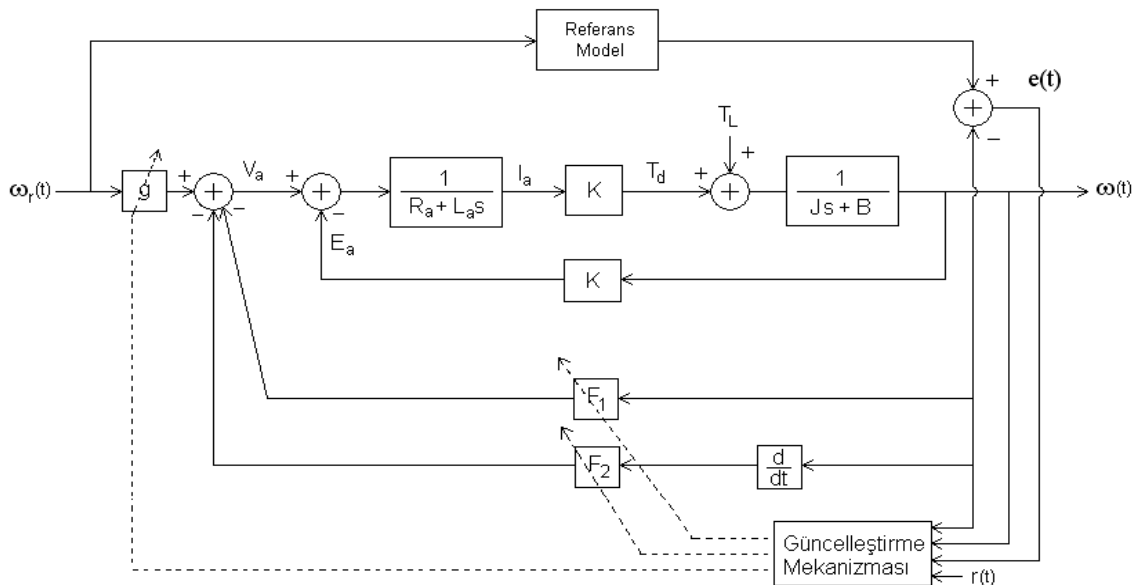
Uyarım gerilimi sabit olduğundan, motor ikinci mertebede bir sistem gibi çalışır. Motorun hızı ile giriş gerilimi arasındaki ilişki denklem (24)'te verilen transfer fonksiyonu ile ifade edilebilir [8].

$$\frac{\omega}{V_a} = \frac{K}{L_a J s^2 + (R_a J + B L_a) s + K^2 R_a B} \quad (24)$$

Doğru akım motorunun durum değişkenleri rotor hızı ve armatür akımıdır. Ancak motorun denetlenebilir kanonik formunun faz değişkenlerinin elde edilmesi istenmektedir. Burada açıkça, rotor hızı ve rotor hızının zamana göre türevinin motorun denetlenebilir kanonik formunun durum değişkenleri olduğu görülebilir. Bu nedenle, rotor hızı ve bunun zamana göre türevi motor girişine geri besleme olarak verilmektedir. Bu sayede yalnızca rotor hızının ölçümü, denetim için yeterli olmaktadır. Pratikte hız ölçümü enkoder ile yapılmaktadır. Enkoder ile yapılan hız ölçümlerinde gürültü oranı oldukça düşük olup, gürültünün tek kaynağı enkoderin çözünürlüğüdür. Bu nedenle türev alma işlemi güvenle yapılabilmektedir. Doğru akım motorunun hız denetiminin blok diyagramı Şekil 4'te gösterilmektedir.



Şekil 3. Doğru akım motorunun hız-gerilim blok şeması



Şekil 4. Doğru akım motorunun hız denetimi

#### 4. SİMULASYON SONUÇLARI

Simulasyonda

$$R_a(t) = 0.25 + 0.1 \sin(0.2\pi)\Omega,$$

$$L_a = 0.046H,$$

$$J(t) = 0.093 + 0.3 \sin(2\pi) \text{ Kg-m}^2,$$

$$B = 0.008 \text{ N.m/rad/s},$$

$$K_v = K_t = 0.7, R_f = 147 + 50 \sin(0.15\pi)\Omega,$$

$L_f = 0.1H$  parametrelerine sahip bir motorun bir referans modeline göre denetimi yapılmıştır. Motorun stator direnci, rotor direnci ve rotor milinin eylemsizliği zamana göre değişmektedir. Motorun

$$\omega = \frac{100000}{s^2 + 600s + 100000} \omega_r \quad (25)$$

referans modeline göre denetlenmesi istenmektedir ( $\omega_r$  referans hız girişidir). Bir başka deyişle, kapalı çevrim sisteminin  $\omega_r$  referans işaretine karşı denklem (25)'te verilen transfer fonksiyonu gibi davranması istenmektedir. İstenilen model için uygun bir P matrisi

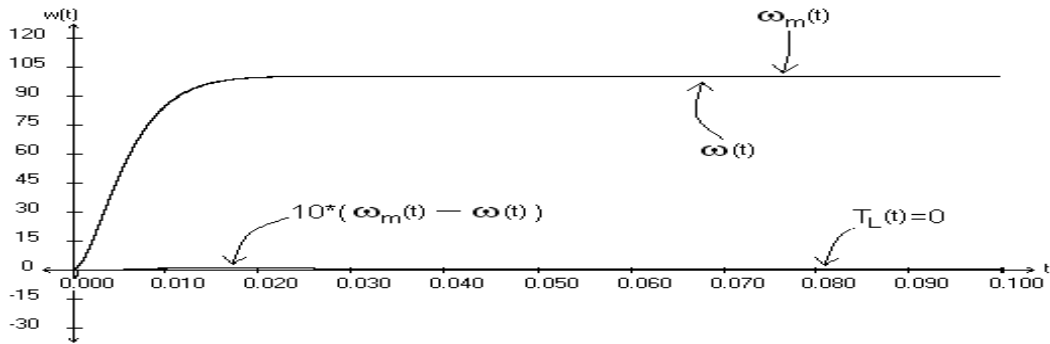
$$P = \begin{bmatrix} 82.7167 & 0.0005 \\ 0.0005 & 0.0008 \end{bmatrix} \quad \left( Q = \begin{bmatrix} 100 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

seçilmiştir. Uyarlama frekansı 400 kHz ve uyarlama

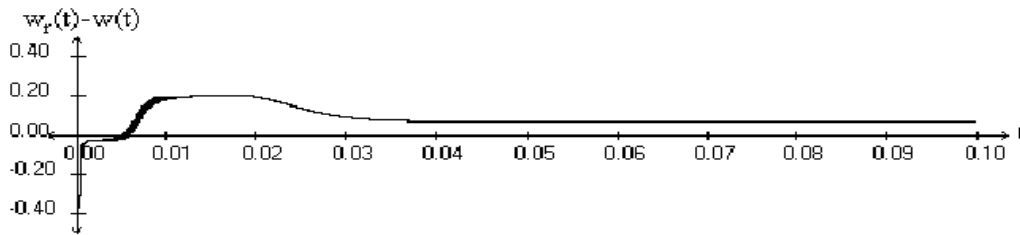
katsayısı 0.001 seçilmiştir. Yüksüz çalışan motorun hızı, referans modelin çıkışı ve hata işareti (motor hızı ile referans model çıkışı arasındaki fark) Şekil 5.a'da verilmiştir. Şekil 5.b'de ise hata işareti daha küçük ölçekte gösterilmiştir. Yükün sinüzoidal olarak değiştiği durum için motorun hızı, referans modelin çıkışı, hata işareti ve yük momentinin işareti Şekil 6.a'da verilmiştir. Şekil 6.b'de ise hata işareti daha küçük ölçekte gösterilmiştir. Şekil 6'da görüldüğü gibi, değişken yüklerde motorun hızı oldukça az etkilenmektedir.

#### 5. SONUÇ

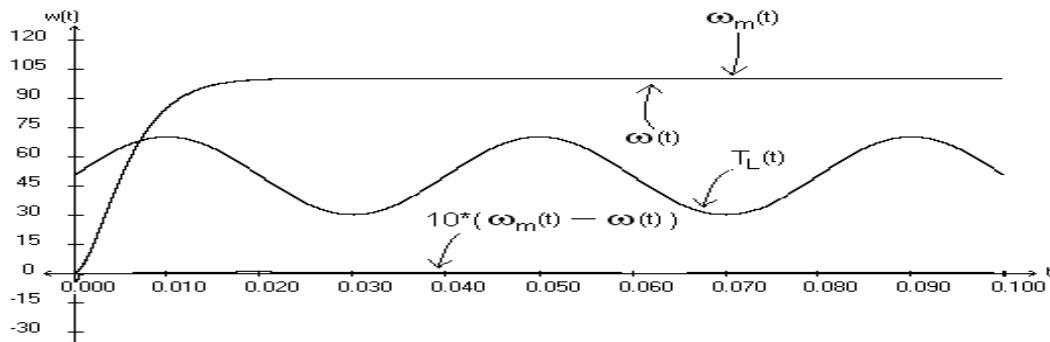
Bu çalışmada doğrusal sistemler için bir uyarlamalı denetim yöntemi önerilmiş ve bu yöntemle parametreleri zamanla değişen bir doğru akım motorunun hız denetimi yapılmıştır. Sunulan yöntem kapalı çevrim sisteminin kutuplarını referans modelin kutuplarına eşitlemeye çalışarak, kapalı çevrim sisteminin dinamiğini belirlemektedir. Bu yöntem, tek girişli-tek çıkışlı doğrusal sistemler için uygulanabilen genel bir yöntem olup, bu haliyle yalnızca sıfırları olmayan sistemlere uygulanabilmektedir.



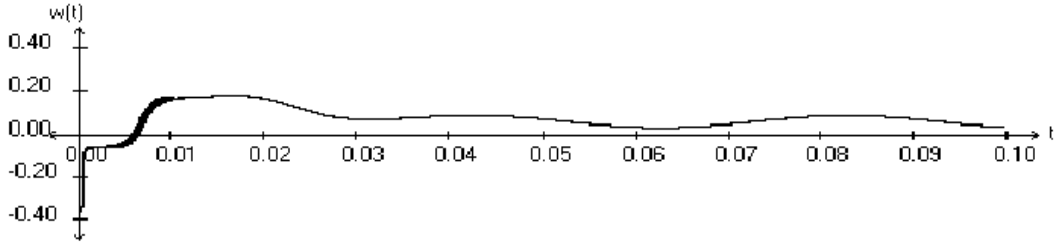
Şekil 5.a. Yüksüz durumdayken motorun ve referans modelin çıkışı ile hata işareti



Şekil 5.b. Yüksüz durumdayken motorun hata işareti ( $w_r(t) - w(t)$ )



Şekil 6.a. Sinüzoidal değişen yükü ( $T_L$ ) süren motorun ve referans modelin basamak tepkileri ile hata işareti



Şekil 6.b. Motor yükünün sintüzoidal değişimindeki hata işareti ( $w_r(t) - w(t)$ )

Bir doğru akım motoru, alan sargıları sabit gerilimle uyarıldığında ikinci dereceden bir sistem gibi davranmaktadır. Motorun hız-gerilim ilişkisinde sıfır bulunmadığından, sunulan yöntem hız denetimi için uygundur. Motora ait gerilim-hız transfer fonksiyonunun kontrol edilebilir kanonik formunun ikinci durum değişkeni türev operatörü kullanılarak elde edilmiştir. Türev alıcının kullanılması gürültüyü arttırması nedeniyle sakıncalıdır, ancak pratikte hız ölçümü enkoder ile yapılmaktadır. Enkoder ile yapılan hız ölçümlerinde gürültü oranı çok düşük olduğundan, türev alma işlemi güvenle yapılabilmektedir.

#### KAYNAKLAR

1. Matsui, N., Ohashi, H., "DSP-based adaptive control of a brushless motor" **IEEE Transactions on Industry Applications**, Volume: 28, Issue: 2, Pages: 448-454 March-April 1992.
2. Saab, S.S., Kaed-Bey, R.A., "Parameter identification of a DC motor: an experimental approach", **The 8th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS 2001)**, Volume: 2, Pages: 981-984, 2-5 Sept. 2001.
3. Jung, Y.G., Cho, K.Y., Lim, Y.C., Park, J.K., Chang, Y.H., "Time-domain identification of brushless DC motor parameters", **Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics**, vol.2, Pages: 593-597 1992.
4. Guinee, R.A., Lyden, C., "Accurate modelling and simulation of a DC brushless motor drive system for high performance industrial applications", **Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Circuits and Systems**, Volume: 5, Pages: 106 - 109 30 May-2 June 1999.
5. Sastry. S., Bodson. M., **Adaptive Control**, Prentice-Hall 1989.
6. Willems. J. L., **Stability of Dynamical Systems**, 50-51, Thomas Nelson & Sons Ltd. Great Britain 1970.
7. Rashid. M. H., **Power Electronics**, Prentice-Hall 1993.
8. Kuo. B. C., **Automatic Control Systems**, Prentice-Hall 1995.