

RİJİD BİR KILIF İÇİNE YERLEŞTİRİLMİŞ AKMA DAYANIMI SICAKLIĞA BAĞLI BİR MALZEMEDEN YAPILMIŞ SİLİNDİRDE ELASTİK-PLASTİK GERİLME ANALİZİ

Müfit GÜLGEÇ

Makine Mühendisliği Bölümü, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Gazi Üniversitesi
Maltepe 06570 Ankara, mgulgec@gazi.edu.tr

ÖZET

Bu çalışmada, akma dayanımı sıcaklığa bağlı bir malzemeden yapılmış, uçları serbest ve düzgün iç ısı üretimi etkisindeki bir silindir için elastik-plastik deformasyon analizi yapılmıştır. Silindirin dışına geçirilmiş bir kılıf ile radyal doğrultuda dış yüzeyindeki deplasmanı engellenmiştir. Analiz sırasında Tresca akma şartı ve yardımcı akış kuralı kullanılmıştır. Silindir malzemesinin akma dayanımının sıcaklığa bağlı olmasının, plastik bölgenin ilerlemesine ve gerilme dağılımına olan etkisi grafiklerle gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Rijid kılıflı silindir, Tresca akma şartı, elastik-plastik gerilme analizi

ELASTIC-PLASTIC ANALYSIS OF A CYLINDER HAVING TEMPERATURE DEPENDENT YIELD STRESS WITH RIGID CASING

ABSTRACT

In this study, the elastic-plastic deformation of a free-end cylinder with temperature dependent yield stress subjected to uniform internal heat generation is investigated. The cylinder is assumed to be radially constrained at the outer boundary by means of the external cladding. The analysis is based on Tresca's yield condition and the associated flow rule. The effect of the temperature dependence of yield stress on the expansion of plastic region and on the distribution of stress is displayed graphically.

Keywords: Cylinder with rigid casing, Tresca's yield condition, elastic-plastic stress analysis

1. GİRİŞ

Mühendislikte geniş uygulama alanı bulması nedeniyle, silindirik veya küresel geometriye sahip cisimlerde düzgün olmayan (nonuniform) sıcaklık dağılımı etkisiyle meydana gelen elastik-plastik gerilmelerin belirlenmesi ile ilgili çalışmalar literatürde yer almaktadır [1-4]. Bu çalışmalarda genellikle Tresca akma şartı ve yardımcı akış kuralı (associated flow rule) kullanılmış ve tamamen analitik veya hem analitik hem de sayısal yöntemler birlikte uygulanarak çözüm elde edilmiştir [5]. Son yıllarda ise cimin malzemesinin akma dayanımının sıcaklığa bağlı olmasının, gerilme dağılımına olan etkilerinin incelendiği çalışmalar yapılmıştır [6,7].

Günümüzde silindirik yakıt elemanları pek çok nükleer reaktörlerde kullanılmaktadır. Yakıt elemanları genellikle dolu silindir geometrisinde olup, dışında bir kılıf (external cladding) bulunmaktadır. Yakıt elemanlarının dışında kılıf kullanılmasının nedeni hem yakıt elemanından soğutma suyuna fizyon parti küllerinin saçılmasını önlemektir. Yakıt elemanları metalden yapıldığında ve kullanım süreleri boyunca fiziksel yapılarını muhafaza etmeleri gerektiğinden, bu elemanlar içerisindeki ısıl gerilmelerin belirlenmesi, tasarım açısından önemli bir parametre haline gelmektedir. Yakıt elemanları içerisindeki elastik gerilmelerin belirlenmesine yönelik olarak Nowacki'nin çalışması örnek olarak verilebilir [8].

Eraslan 2003 yılında yapmış olduğu çalışmalarda, iç içe geçmiş, uçları sabit iki tüpte, içteki tüpte düzgün olmayan iç ısı üretimi nedeniyle oluşan elastik-plastik gerilmeleri, farklı radyal sınır şartları kullanarak elde etmiştir [9-10].

Bu çalışmanın amacı, silindir malzemesinin akma dayanımının sıcaklığa bağlı olmasının, silindir içerisindeki gerilme ve deplasman dağılımlarına ve plastik bölgenin ilerlemesine olan etkisini incelemektir. Gerilme analizi yapılacak silindir birim zamanda birim hacimde q''' düzgün iç ısı üretiminin etkisi altındadır. İç ısı üretimi zamana göre yavaş yavaş arttırılmaktadır. Silindir uçları serbest olup, dışına rijid bir kılıf yerleştirilmiştir. Problem Eraslan tarafından yapılan çalışmalardan [9-10] gerek geometrik gerekse uç şartları itibarıyla tamamen farklıdır. Ayrıca bu çalışmada silindir malzemesinin akma dayanımı sıcaklığa bağlı olarak alınmıştır. Çalışmada ele alınan uçları serbest silindirin dışındaki rijid kılıf ile etkileşiminde, uç etkileri ihmal edilmiştir. Bu nedenle elde edilen çözüm, silindirin uçlarından yeteri kadar uzaklıktaki bölgelerde geçerli olacaktır.

2. TEORİ

Uçları serbest, dışına rijid kılıf geçirilmiş bir silindirde, $T(r)$ sıcaklık dağılımı etkisinde elastik gerilme ve deplasman ifadeleri aşağıdaki gibi verilebilir [11].

$$\sigma_r = -\frac{E\alpha}{1-\nu}\theta + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2} \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E\alpha}{1-\nu}(\theta - T) + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} \quad (2)$$

$$\sigma_z = -\frac{E\alpha}{1-\nu}T + \nu C_1 + E\varepsilon_z \quad (3)$$

$$u = -\frac{(1+\nu)}{E}\frac{C_2}{r} + \left[\alpha\left(\frac{1+\nu}{1-\nu}\theta\right) + \frac{1}{2E}(1+\nu)(1-2\nu)C_1 - \nu\varepsilon_z \right] r \quad (4)$$

Bu ifadelerde, σ_r radyal gerilme, σ_θ teğetsel gerilme, σ_z aksel gerilme, u radyal deplasman, E elastisite modülü, ν Poisson oranı, α ısıl genleşme katsayısı ve $\theta = \frac{1}{r^2} \int Trdr$ şeklinde bir kısaltmadır.

(1)-(4) denklemlerinde yer alan C_1 ve C_2 integral sabitleri: silindirin dış yüzeyinde ($r=b$) deplasmanın sıfır olması ve silindir ekseninde ($r=0$) deplasmanın sonlu olması şartları kullanılarak aşağıdaki gibi bulunabilir;

$$C_1 = \frac{2E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ -\frac{(1+\nu)}{(1-\nu)}\alpha\theta(0,b) + \alpha T(b) + \nu\varepsilon_z \right\} \quad (5)$$

$$C_2 = 0 \quad (6)$$

(5) denkleminde $\theta(0,b) = \frac{1}{b^2} \int_0^b Trdr$ şeklinde tanımlanmıştır. Elastik bölgedeki

eksel gerinim ise $\int_0^b \sigma_z(2\pi)rdr = 0$ serbest uç şartı kullanılarak

$$\varepsilon_z = \frac{2(1+\nu)}{(1-\nu)}\alpha\theta(0,b) \quad (7)$$

şeklinde bulunabilir.

Bir silindir için deformasyon alanının etkisini de dikkate alan (coupled) kutupsal koordinatlarda genel ısı iletim denklemi

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q''' \\ = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + (3\lambda + 2\mu) \alpha T \frac{\partial D}{\partial t} \end{aligned} \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir [12]. Bu denklemde r, ϕ, z silindirik koordinatları, t zamanı, T sıcaklık dağılımını, q''' birim zamanda birim hacimdeki iç ısı üretimini, ρ yoğunluğu, C_p özgül ısıyı, λ ve μ Lamé sabitlerini ve D dilatasyonu ifade etmektedir. Eğer silindir içerisindeki iç ısı üretimi yavaş yavaş arttırılırsa, (8) denklemi

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q''' = 0 \quad (9)$$

halini alır. Silindir içerisindeki sıcaklığın $r = 0$ 'da sonlu olması gerektiği ve silindirin dış yüzeyinin referans sıcaklıkta tutulduğu dikkate alınarak gerekli sınır şartları yazılırsa, q''' uniform iç ısı üretimi etkisindeki bir silindir için radyal sıcaklık dağılımı

$$T(r) = \frac{q'''}{4\lambda} (b^2 - r^2) \quad (10)$$

şeklinde elde edilebilir. (5) ve (6) bağıntıları ile belirlenen C_1 ve C_2 integral sabitleri ve (10) bağıntısı ile tanımlanan sıcaklık dağılımı, (1)-(4) denklemlerinde yerine konulduğunda, elastik bölge için gerilme ve deplasman ifadeleri elde edilmiş olur.

Bu çalışmada, akma dayanımının sıcaklığın fonksiyonu olduğu varsayılmıştır. Bu varsayıma göre akma dayanımı

$$\sigma_y = \sigma_0 (1 - \beta T) \quad (11)$$

şeklinindedir. Bu ifadeye σ_0 referans sıcaklıktaki akma dayanımı, β ise termal akma parametresidir. q''' yük parametresi arttırıldığında, silindir içerisindeki sıcaklık artacaktır. $q''' = q_i'''$ olduğunda silindirin dış yüzeyinde akma başlamaktadır. Bu durum için Tresca akma şartı $\sigma_z - \sigma_r = \sigma_0 [1 - \beta T(b)]$ 'dır. Silindirin dış yüzeyinin referans sıcaklıkta tutulduğu hatırlanacak olursa, Tresca akma şartı $\sigma_z - \sigma_r = \sigma_0$ olarak yeniden yazılabilir. Öte yandan, silindirin ekseninde sıcaklığın en yüksek değerde olduğu düşünülecek olursa, β parametresine bağlı olarak silindirin merkezinde akma olabileceği de dikkate alınmalıdır. Bu durum için $\sigma_r = \sigma_\theta$ olduğundan Tresca akma şartı $\sigma_z - \sigma_r = \sigma_0 [1 - \beta T(0)]$ ve $\sigma_z - \sigma_\theta = \sigma_0 [1 - \beta T(0)]$ olarak yazılabilir.

Gerilme bileşeni ifadeleri Tresca akma şartı denkleminde konularak silindirin dış yüzeyinde akmaya neden olacak boyutsuz yük parametresi

$$\bar{q}_i''' = \frac{E \alpha q_i''' b^2}{\sigma_0 \lambda} = 4(1 - \nu) \quad (12)$$

olarak bulunabilir. Bu yük parametresi, silindir ekseninde akma durumu için yazılan Akma Şartı denklemlerinden birinde $(\sigma_z - \sigma_r = \sigma_0 [1 - \beta T(0)])$ veya

$\sigma_z - \sigma_\theta = \sigma_0[1 - \beta T(0)]$ yerine yazılıp, böylece bulunan denklemden β çekilirse, silindirin hem ekseninde hem de dış yüzeyinde aynı anda akmaya neden olacak boyutsuz kritik termal akma parametresi $\bar{\beta}_c$ aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\bar{\beta}_c = \frac{4}{\bar{q}_i'''} \left[1 - \frac{\bar{q}_i'''}{16(1-\nu)} \right] \quad (13)$$

Bu ifadede boyutsuz kritik termal akma parametresi $\bar{\beta}_c = \beta_c \sigma_0 \bar{q}_i''' / E\alpha$ şeklinde tanımlanmıştır. $\nu=0,295$ olarak alındığında, $\bar{q}_i''' = 2,82$ olarak bulunabilir. Bu değer (13) eşitliğinde yerine konulduğunda, silindirin hem dış yüzeyinde hem de merkezinde akmanın aynı anda başlamasına neden olacak kritik boyutsuz termal akma parametresi $\bar{\beta}_c = 1,06383$ olarak elde edilebilir. $\bar{q}_i''' = 2,82$ olduğunda, boyutsuz termal akma parametresi $\bar{\beta} < \bar{\beta}_c$ ise; akma silindirin dış yüzeyinde, $\bar{\beta} > \bar{\beta}_c$ olduğunda ise akma silindirin merkezinde başlayacaktır. $\bar{\beta} = \bar{\beta}_c$ olduğunda ise bu yük parametresinde akma aynı anda hem silindirin merkezinde hem de dış yüzeyinde başlayacaktır ve silindir bir anda tamamen plastik hale gelecektir.

Çalışmada $\bar{\beta} \leq \bar{\beta}_c$ durumu için inceleme yapılmıştır. $\bar{\beta} > \bar{\beta}_c$ durumu için inceleme yapılmış ancak yüksek β değerlerinde silindirin merkezinde yüksek sıcaklığın etkisiyle akma dayanımının çok azalması nedeniyle, sonuçları itibariyle pratikte uygulamasının olamayacağı düşüncesiyle bu çalışmada yer verilmemiştir.

Plastik Bölge: ($r_1 < r < b$)

Silindirin dış yüzeyinde başlayan plastik bölgede gerilmeler $\sigma_z > \sigma_\theta > \sigma_r$ eşitsizliğini sağlar ve akma şartı

$$f = \sigma_z - \sigma_r = \sigma_0[1 - \beta T] \quad (14)$$

halini alır. Akış kuralı $\left(d\varepsilon_{ij}^p = \sum \frac{\partial f_{kj}}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda_k \right)$ kullanılarak plastik gerinimler arasındaki ilişki

$$d\varepsilon_\theta^p = 0 \quad d\varepsilon_r^p = -d\varepsilon_z^p \quad (15)$$

şeklinde bulunabilir. ε_r ve ε_θ toplam gerinim ifadeleri, elastik, plastik ve ısı gerinim bileşenlerinin toplamı olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^p + \alpha T \quad (16)$$

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^p + \alpha T \quad (17)$$

Akış kuralı (15) ve elastik gerinim bileşenlerini gerilmeler cinsinden ifade etmek için Hooke kanunu kullanılırsa, toplam gerinim ifadeleri

$$E\varepsilon_r = (1-\nu)\sigma_r - 2\nu\sigma_\theta + (1-\nu)\sigma_z - E\varepsilon_z + 2E\alpha T \quad (18)$$

$$E\varepsilon_\theta = \sigma_\theta - \nu\sigma_r - \nu\sigma_z + E\alpha T \quad (19)$$

olarak bulunabilir. (18) ve (19) denklemleri $d(r\varepsilon_\theta)/dr = \varepsilon_r$ uygunluk denkleminde yerine konulup, $d\sigma_r/dr + (\sigma_r - \sigma_\theta)/r = 0$ denge denkleminde ve akma şartından faydalanılarak, σ_θ cinsinden aşağıdaki diferansiyel denklem bulunabilir:

$$r^2 \frac{d^2\sigma_\theta}{dr^2} + 3r \frac{d\sigma_\theta}{dr} - (1-2\nu)\sigma_\theta = \sigma_0 - E\varepsilon_z + E\alpha \left[T - r \frac{dT}{dr} - r^2 \frac{d^2T}{dr^2} \right] - \sigma_0\beta \left[T + (1+2\nu)r \frac{dT}{dr} + \nu r^2 \frac{d^2T}{dr^2} \right] \quad (20)$$

Bu denklemin çözümünden teğetsel gerilme bileşeni [13]

$$\sigma_\theta = C_3 r^{-1+M} + C_4 r^{-1-M} + \frac{1}{(1-2\nu)} (-\sigma_0 + E\varepsilon_z) + \frac{E\alpha}{2} [(2-M)\theta_1 + (2+M)\theta_2 - 2T] - \frac{\sigma_0\beta}{2} [(1-\nu + \nu M)\theta_1 + (1-\nu - \nu M)\theta_2 + 2\nu T] \quad (21)$$

şeklinde elde edilebilir. Bu ifadede $\theta_1 = r^{-1+M} \int Tr^{-M} dr$, $\theta_2 = r^{-1-M} \int Tr^M dr$ ve $M = \sqrt{2(1-\nu)}$ olarak tanımlanmıştır.

Denge denkleminde faydalanarak σ_r ve akma şartı kullanılarak σ_z aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\sigma_r = \frac{C_3}{M} r^{-1+M} - \frac{C_4}{M} r^{-1-M} + \frac{1}{(1-2\nu)} (-\sigma_0 + E\varepsilon_z) + \frac{E\alpha}{2M} [(2-M)\theta_1 - (2+M)\theta_2] - \frac{\sigma_0\beta}{2M} [(1-\nu + \nu M)\theta_1 - (1-\nu - \nu M)\theta_2] \quad (22)$$

$$\sigma_z = \frac{C_3}{M} r^{-1+M} - \frac{C_4}{M} r^{-1-M} - \frac{2\nu}{(1-2\nu)} \sigma_0 - \sigma_0\beta T + \frac{E\varepsilon_z}{(1-2\nu)} + \frac{E\alpha}{2M} [(2-M)\theta_1 - (2+M)\theta_2] - \frac{\sigma_0\beta}{2M} [(1-\nu + \nu M)\theta_1 - (1-\nu - \nu M)\theta_2] \quad (23)$$

$\varepsilon_\theta = u/r$ geometrik eşitliğinden ve (19) denkleminde faydalanarak, u radyal deplasman ifadesi bulunabilir. Benzer şekilde $\varepsilon_r = du/dr$ geometrik eşitliği ve (16) denkleminde faydalanarak plastik radyal gerinim ifadesi elde edilebilir. Bu yolla elde edilen deplasman ve plastik gerinim ifadeleri aşağıda verilmiştir;

$$Eu = \left(1 - \frac{2\nu}{M}\right) \left[C_3 r^M + \frac{(2-M)}{2} E\alpha r \theta_1 - \frac{(1-\nu+\nu M)}{2} \sigma_0 \beta r \theta_1 \right] \quad (24)$$

$$+ \left(1 + \frac{2\nu}{M}\right) \left[C_4 r^{-M} + \frac{(2+M)}{2} E\alpha r \theta_2 - \frac{(1-\nu-\nu M)}{2} \sigma_0 \beta r \theta_2 \right] - (1+\nu)\sigma_0 r + E\varepsilon_z r$$

$$E\varepsilon_r^p = -E\varepsilon_z^p = \frac{(1-\nu-\nu M)}{M} \left[C_3 r^{-1+M} + \frac{(2-M)}{2} E\alpha \theta_1 - \frac{(1-\nu+\nu M)}{2} \sigma_0 \beta \theta_1 \right]$$

$$- \frac{(1-\nu+\nu M)}{M} \left[C_4 r^{-1-M} - \frac{(2+M)}{2} E\alpha \theta_2 - \frac{(1-\nu-\nu M)}{2} \sigma_0 \beta \theta_2 \right] \quad (25)$$

$$+ (1+\nu)E\alpha T - (1-\nu^2)\sigma_0 \beta T$$

$\bar{\beta} \langle \bar{\beta}_c$ olması durumunda, silindirin dış yüzeyinde başlayıp artan yük parametresi ile silindirin merkezine ilerleyen plastik bölge bulunduğundan, problemin bilinmeyen sayısı altıdır. Bunlar: C_1, C_2, C_3, C_4 integral sabitleri, ε_z aksel gerinimi ve η elastik-plastik arayüz yarıçapıdır. $r=0$ 'da deplasmanın sonlu olması şartından C_2 sıfır olarak bulunabilir. C_1, C_3, C_4 integral sabitleri ve ε_z aksel gerinimi

$$\sigma_z^e - \sigma_r^e = \sigma_0(1 - \beta T) \quad r = \eta \quad (26)$$

$$\left(\sigma_r^p\right)^I = \sigma_r^e \quad r = \eta \quad (27)$$

$$\left(\varepsilon_r^p\right)^I = 0 \quad r = \eta \quad (28)$$

$$\left(u^p\right)^I = 0 \quad r = b \quad (29)$$

sınır şartları kullanılarak aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$C_1 = \frac{2}{(1-2\nu)} \left\{ -\sigma_0 + \sigma_0 \beta T - \frac{E\alpha}{(1-\nu)} T(\eta) + \frac{E\alpha}{(1-\nu)} \theta(0, \eta) + E\varepsilon_z \right\} \quad (30)$$

$$C_3 = \frac{1}{\eta^{-1+M}} \left\{ C_4 \eta^{-1-M} + \frac{ME\alpha}{(1-\nu)(1-2\nu)} [2\nu\theta(0, \eta) - T(\eta)] + \frac{M\sigma_0 \beta T(\eta)}{(1-2\nu)} \right\} \quad (31)$$

$$C_4 = \frac{1}{2\nu\eta^{-1-M}} \left\{ (1+\nu)E\alpha T(\eta) - (1-\nu^2)\sigma_0 \beta T(\eta) \right. \quad (32)$$

$$\left. + \frac{2\nu(1-\nu-\nu M)}{(1-\nu)(1-2\nu)} E\alpha \theta(0, \eta) - \frac{(1-\nu-\nu M)}{(1-\nu)(1-2\nu)} E\alpha T(\eta) + \frac{(1-\nu-\nu M)\sigma_0 \beta T(\eta)}{(1-2\nu)} \right\}$$

$$\begin{aligned}
E\varepsilon_z = & (1+\nu)\sigma_0 - \left(1 - \frac{2\nu}{M}\right) \frac{(2-M)}{2} E\alpha\theta_1(r_1, b) - \\
& \left(1 + \frac{2\nu}{M}\right) \frac{(2+M)}{2} E\alpha\theta_2(r_1, b) - \left(1 - \frac{2\nu}{M}\right) C_3 b^{-1+M} - \left(1 + \frac{2\nu}{M}\right) C_4 b^{-1-M} \\
& + \left(1 - \frac{2\nu}{M}\right) \frac{(1-\nu+\nu M)}{2} \sigma_0 \beta \theta_1(r_1, b) + \left(1 + \frac{2\nu}{M}\right) \frac{(1-\nu-\nu M)}{2} \sigma_0 \beta \theta_2(r_1, b)
\end{aligned} \quad (33)$$

r_1 elastik-plastik arayüz yarıçapı ise

$$\int_0^{r_1} \sigma_z^e (2\pi r) dr + \int_{r_1}^b \sigma_z^p (2\pi r) dr = 0 \quad (34)$$

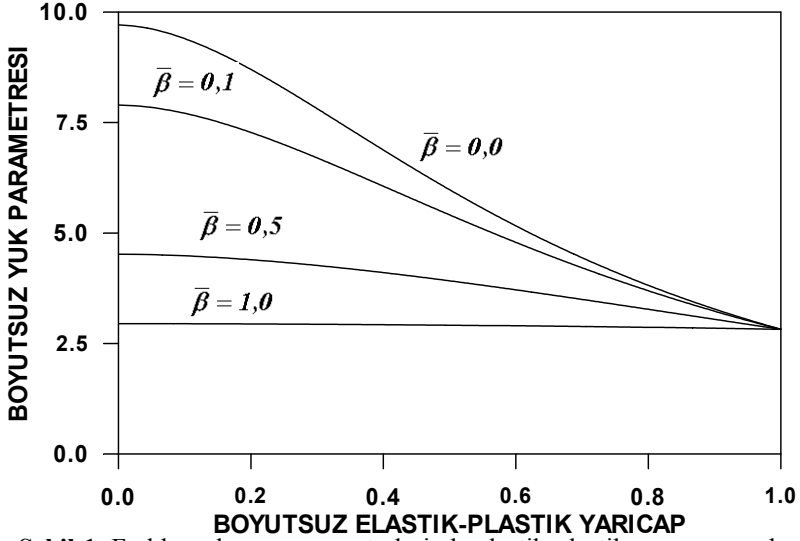
serbest uç şartından elde edilen aşağıdaki eşitliğin sayısal çözümünden bulunabilir:

$$\begin{aligned}
& -\frac{E\alpha}{1-\nu} \int_0^{r_1} T(r) r dr + \nu C_1 \frac{r_1^2}{2} + E\varepsilon_z \frac{r_1^2}{2} \\
& + \frac{C_3}{M} \int_{r_1}^b r^M dr - \frac{C_4}{M} \int_{r_1}^b r^{-M} dr - \frac{2\nu}{1-2\nu} \sigma_0 \int_{r_1}^b r dr + \frac{E\varepsilon_z}{1-2\nu} \int_{r_1}^b r dr \\
& + \frac{E\alpha}{2M} (2-M) \int_{r_1}^b \theta_1 r dr - \frac{E\alpha}{2M} (2+M) \int_{r_1}^b \theta_2 r dr \\
& - \sigma_0 \beta \int_{r_1}^b T dr - \frac{\sigma_0 \beta}{2M} (1-\nu+\nu M) \int_{r_1}^b \theta_1 r dr + \frac{\sigma_0 \beta}{2M} (1-\nu-\nu M) \int_{r_1}^b \theta_2 r dr = 0
\end{aligned} \quad (35)$$

3. SAYISAL SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Sayısal sonuçlar elde edilirken $\nu=0,295$ olarak alınmıştır. Daha önce de ifade edildiği gibi $\bar{\beta} < \bar{\beta}_c$ durumunda ve $\bar{q}_i''' = 2,82$ olduğunda akma silindirin dış yüzeyinde başlamaktadır. Artan yük parametresi ile plastik bölge silindir merkezine doğru ilerlemekte ve $\bar{q}''' = \bar{q}_p'''$ olduğunda silindir tamamen plastik olmaktadır.

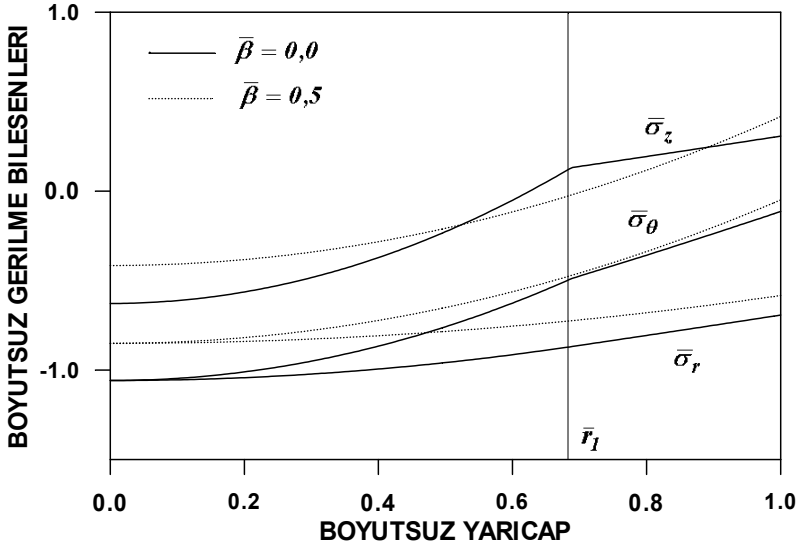
$\bar{\beta} = \bar{\beta}_c$ olduğunda ise $\bar{q}_i''' = 2,82$ yük parametresinde akma aynı anda hem silindirin merkezinde hem de dış yüzeyinde başlamaktadır ve silindir bir anda tamamen plastik hale gelmektedir Şekil 1'de. $\bar{\beta} = 0$ (akma dayanımının sıcaklığa bağlı olmaması durumu), $\bar{\beta} = 0,1$, $\bar{\beta} = 0,5$ ve $\bar{\beta} = 1,0$ değerleri için $\bar{r}_1 = r_1 / b$ boyutsuz elastik-plastik arayüz yarıçapının yük parametresine göre değişimi grafiklenmiştir. Şekilden de görüleceği gibi, $\bar{\beta}$ değeri arttıkça silindir daha düşük yük parametrelerinde tam plastik hale gelmektedir. $\bar{\beta} = 0$ için $\bar{q}_p''' = 9,7069$, $\bar{\beta} = 0,1$



Şekil 1. Farklı malzeme parametrelerinde elastik-plastik yarıçapın yük parametresine göre değişimi

için $\bar{q}_p''' = 7,8946$, $\bar{\beta} = 0,5$ için $\bar{q}_p''' = 4,5194$, ve $\bar{\beta} = 1,0$ için $\bar{q}_p''' = 2,9454$ olmaktadır.

Şekil 2'de $\bar{q}_p''' = 4,5194$ yük parametresinde boyutsuz gerilme bileşenlerinin

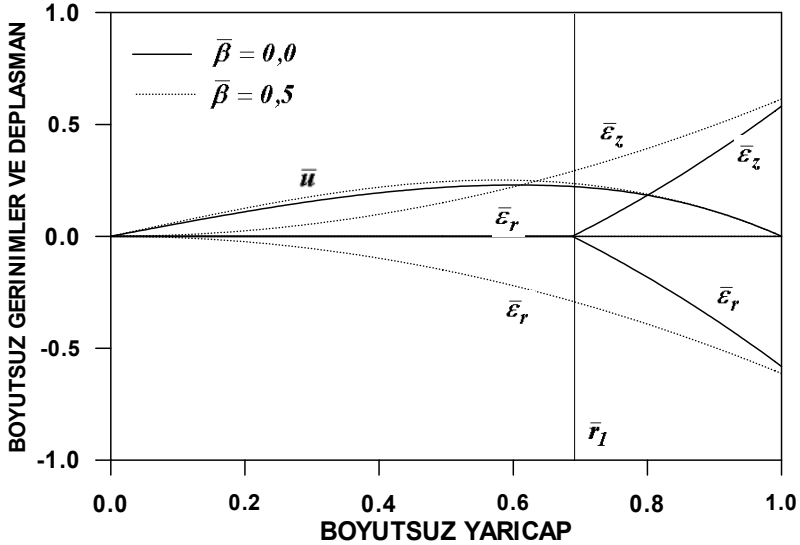


Şekil 2. $\bar{q}_p''' = 4,5194$ yük parametresinde boyutsuz gerilme dağılımı

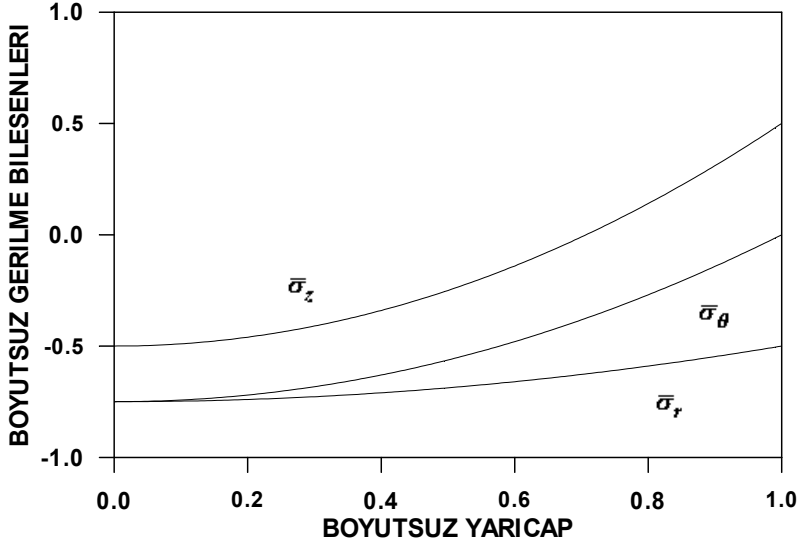
$\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} / \sigma_0$ dağılımı $\bar{\beta} = 0$ ve $\bar{\beta} = 0,5$ için verilmektedir. Bu yük parametresinde, $\bar{\beta} = 0,5$ termal akma parametresi için silindir tamamen plastik hale gelmişken, $\bar{\beta} = 0,0$ termal akma parametresi için silindirin bir bölümü plastik olup elastik-plastik yarıçap $\bar{r}_1 = 0,68819$ 'dir. Yani silindir tamamen plastik hale gelmemiştir. Şekil 3'de ise aynı yük parametresinde ve $\bar{\beta} = 0$ ve $\bar{\beta} = 0,5$ durumları için boyutsuz plastik gerinim bileşenlerinin $\bar{\epsilon}_{ij}^p = E\epsilon_{ij}^p / \sigma_0$ ve boyutsuz deplasman $\bar{u} = Eu / \sigma_0 b$ dağılımları gösterilmektedir. Şekil 4'de $\bar{\beta} = \bar{\beta}_c$ durumu için ve $\bar{q}_i^m = 2,82$ yük parametresinde gerilme bileşenlerinin silindir içerisindeki değişimi verilmektedir. Bu durumda sıcaklığı etkisiyle silindirin merkezindeki akma dayanımı, referans sıcaklıktaki akma dayanımının %25'i mertebesindedir.

KAYNAKLAR

1. Kammash, T., "Elastic-plastic Thermal Stresses in Tubes Subjected to Uniform Heat Generation, Evaluation of Experimental Results Obtained Using Graphite Tubes", **Nucl. Sci. Engng.**, Cilt. 7, 425-439, 1960.
2. Ishikawa, H., "A Thermoelastoplastic Solution for a Circular Solid Cylinder Subjected to Heating and Cooling", **J. Thermal Stresses**, Cilt. 1, 211-222, 1972.



Şekil 3. $\bar{q}_i^m = 4,5194$ yük parametresinde boyutsuz gerinim ve deplasman dağılımı



Şekil 4. $\bar{q}_i''' = 2.82$ ve $\bar{\beta} = \bar{\beta}_c = 1,06383$ durumu için boyutsuz gerilme dağılımı

- Guerreri, G., Cossa, M.L., "Temperature Stresses in Thick Circular Cylindrical Shells Used in Nuclear Reactors with and without Uniform Internal Heat Generation Within the Shell Wall Thickness", **Proc. of the Institute of Mechanical Engineers, Part C - J. Mechanical Engineering Science**, Cilt. 212, No 7, 547-554, 1998.
- Orcan, Y., Gamer, U., "Elastic-plastic Deformation of a Centrally Heated Cylinder", **Acta Mechanica**, Cilt. 90, 61-80, 1991.
- Gamer, U., "On the Quasi-analytical Solutions of Elastic-plastic Problems with Nonlinear Hardening". In **Advances in Continuum Mechanics** (Brüller, O., Mannl, V., Najor, J. eds.), 168-177. Berlin, Springer, 1991.
- Bengeri, M., Mack, W., "The Influence of the Temperature Dependence of the Yield Stress on the Stress Distribution in a Thermally Assembled Elastic-Plastic Shrink Fit", **Acta Mechanica**, Cilt 103, 243-257, 1994.
- Orcan, Y., Gulgeç, M., "Influence of the Temperature Dependence of the Field Stress on the Stress Distribution in a Heat-Generating Tube with Free Ends", **J. Thermal Stresses**, Cilt. 23, No 6, 529-547, 2000.
- Nowacki, W., **Thermoelasticity**, Reading, Mass., Addison-Wesley, 1962.
- Eraslan, A.N., "Thermally Induced Deformations of Composite Tubes Subjected to a Nonuniform Heat Source", **J. Thermal Stresses**, Cilt 26, No 2, 167-193, 2003.
- Eraslan, A.N., "Stress Distribution in Energy Generating Two-layer Tubes Subjected to Free and Radially Constrained Boundary Conditions", (submitted), 2003.

11. Orcan, Y., "Thermal Stresses in a Heat Generating Elastic-plastic Cylinder with Free Ends", **Int. J. Engng Sci.**, Cilt. 32, No 8, 883-898, 1994.
12. Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., **Conduction of Heat in Solids**, 2nd ed., London, Oxford, 1959.
13. Çakır B., **Uniform Isı Üretimi Etkisinde Rijid Kılıf İçine Yerleştirilmiş Silindirde Elastik-Plastik Gerilme Analizi**, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2002.