

Problem, Problem Çözme ve Eleştirel Düşünme

Problem, Problem Solving And Critical Thinking

Elif B. TÜRNUKLÜ

*D.E.Ü. Buca Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı,
İzmir-TÜRKİYE*

Sibel YEŞİLDERE

*D.E.Ü. Buca Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı,
İzmir-TÜRKİYE*

ÖZET

Eleştirel düşünme, her sektörde çalışan bireyin ihtiyaç duyacağı ve sahip olması gereken bir beceridir. Matematik öğretiminin temel amaçlarından bir tanesi olan problem çözme becerisi, eleştirel düşünmenin gelişiminde etkili olabilir. Bu araştırmanın amacı matematiksel problem çözmenin eleştirel düşünme becerisini kazandırmadaki önemini vurgulamak ve matematik öğretmen adaylarının eleştirel düşünme düzeylerini ortaya çıkarmaktır. Bu amaçla matematiksel eleştirel düşünme problemleri ölçeği geliştirilerek 227 ilköğretim matematik öğretmen adayına uygulandı. Elde edilen sonuçlardan hareketle eleştirel düşünmenin değerlendirilmesi ve gelişimine etkili olabilecek matematik problemlerinin nasıl olması gerektiği ile ilgili kriterler belirlendi.

Anahtar Kelimeler: Matematik Öğretimi, Problem Çözme, Eleştirel Düşünme

ABSTRACT

Critical thinking is an essential skill that all people from various sectors should have and need. Problem solving skill which is one of the main purpose of mathematics teaching can be effective in developing critical thinking. The purpose of this study is to emphasize the importance of problem solving in developing critical thinking skills and to expose critical thinking to the pre-service primary mathematics teachers. Aiming these, some mathematical critical thinking problems are prepared and applied to 227 pre-service primary mathematics teachers. According to the results, the main characteristics of mathematics problems which may support critical thinking are determined.

Key words: Mathematics Teaching, Problem Solving, Critical Thinking

1. Giriş

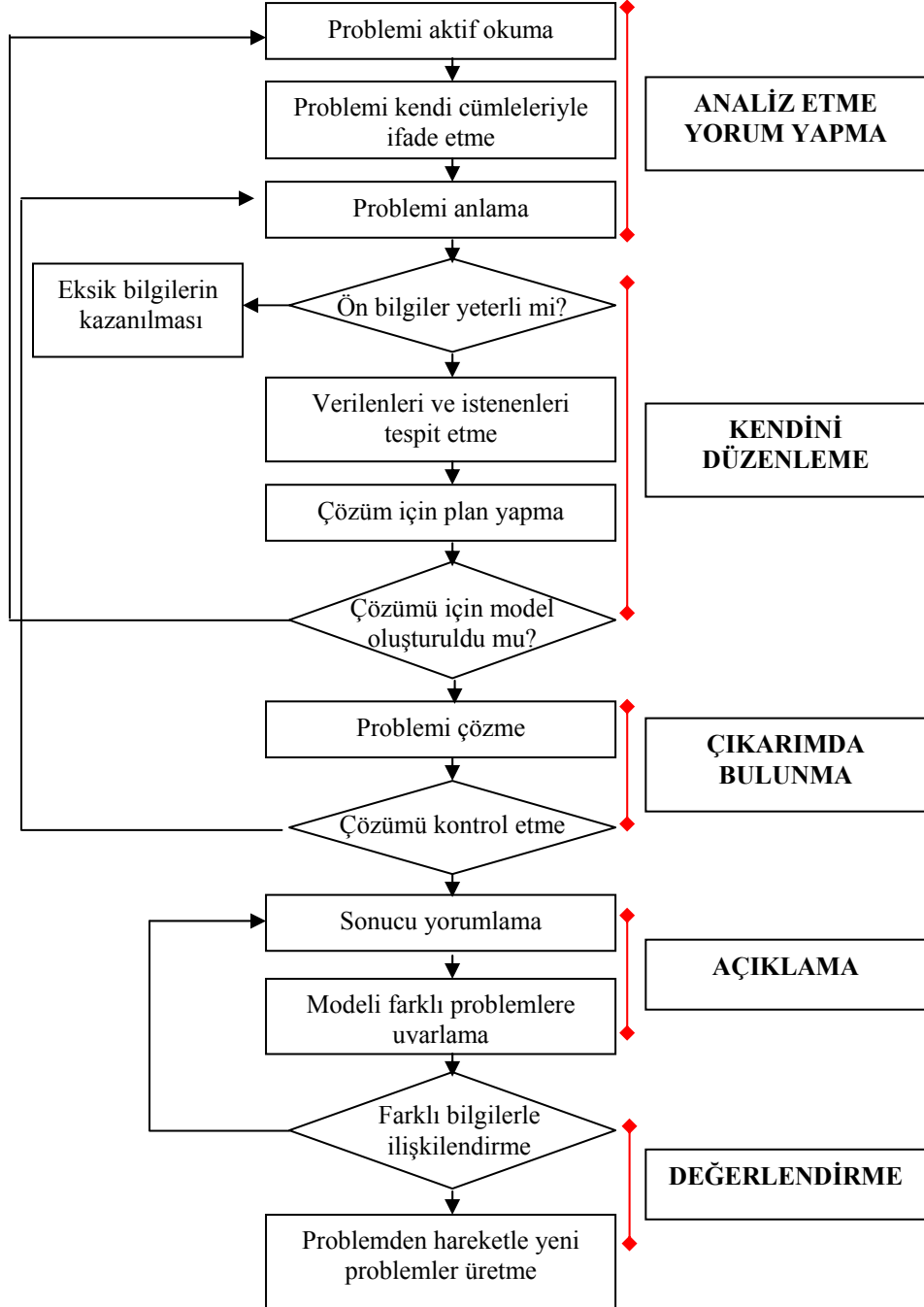
Eleştirel düşünme, son senelerde eğitim dünyasında üzerinde önemle durulan konulardan bir tanesidir. Çünkü eleştirel düşünme becerisi, sadece akademik ortamlarda değil, sorun çözmeye yönelik her platformda önemlidir (Braman,1999). Öğrenme ortamlarının ve öğrenme yaklaşımlarının nasıl olması gerektiğinin belirlenmesi ve çeşitli branşların hangi yollarla kendi alanlarında eleştirel düşünmenin gerçekleştirilebileceğinin ortaya konulması oldukça önemlidir. Eleştirel düşünmenin özünü oluşturan bileşenler Faccione (1998) tarafından analiz etme, yorum yapma, kendini düzenleme, çıkarımda bulunma, açıklama ve değerlendirme olarak sıralanmaktadır. Bu bileşenlerinin hangi anlamlarda eleştirel düşünme altında toplandığı aşağıda açıklanmaktadır (Faccione 1998: 5):

1. Analiz Etme: Durumlar, sorunlar, kavramlar, tanımlamalar veya inanç, hüküm, inanç, bilgi ve görüşleri belirtmek için tasarlanan diğer çeşit gösterimler arasındaki gerçek ilişkileri tanımlamaktır.
2. Yorum Yapma: Çeşitli deneyimin, durumun, verinin, olayın, hükmün, inancın, kuralın, prosedürün veya kategorizasyonun anlamını ve önemini belirlemek ve anlamaktır.
3. Kendini Düzenleme: Bir kişinin bilişsel etkinliklerini ve bu bilişsel etkinliklerde kullanılan bileşenleri denetleme ve elde edilen sonuçlara göre durumu düzenlemedir.
4. Çıkarımda Bulunma: Mantıksal sonuçlar çıkarmak için gerekli olan bileşenleri tanımlamak, hipotezleri ve tahminleri şekillendirmek, konu ile ilgili bilgileri dikkate almak; verilerden, hükümlerden, görüşlerden kavramlardan ve tanımlamalardan hareketle sonuca ulaşmak olarak tanımlanmaktadır.
5. Açıklama: Bir kişinin akıl yürütme durumunu ve sürecini belirlemedir.
6. Değerlendirme: İddiaları ve tartışmaları değerlendirmedir.

Problem, zihni karıştırması nedeniyle karşılaşan birey tarafından çözüme isteği uyandıran ve ilk defa karşılaşılmaması nedeniyle de standart bir çözüm yolu bulunmayan, sadece

çözmeye çalışan kişinin sahip olduğu bilgi birikiminin doğru şekilde kullanılması sonucu çözülmesi mümkün olan sorun olarak tanımlanabilir. Öğretimin her kademesinde ve her alanda problem ve problem çözme süreci önemli olmuştur. Özellikle matematik dersi, bireylerin günlük hayatta karşılaştıkları problemleri çözebilme becerilerini oluşturabilmeleri açısından bir yol olarak kullanılmıştır. NCTM, problem çözme sürecini matematik standartları arasında belirtmektedir. Öğrenciler problem çözme sürecini matematiksel içeriği anlamak ve keşfetmek, matematiğin içindeki ve dışındaki durumlarda problemleri formüle etmek, orijinal problem durumların doğruluğunu kanıtlamak ve yorumlamak, problemleri çözmeye çeşitli stratejiler geliştirmek ve uygulamak ve matematiği anlamlı olarak kullanmada güven duymak için kullanırlar(NCTM, 1989).

Bireylerin ilköğretimin ilk beş senesini bitirip ikinci kademeye başladıklarında, matematiksel akıl yürütme ve problem çözme en önemli matematiksel öğrenme konuları olmaktadır (Schmidt & Bednarz, 1997). Matematiksel bilgiyi anlama ve bu bilgiler arasındaki ilişkiyi oluşturma, problem çözme sürecinde meydana gelmektedir (Swings and Peterson 1988). Ancak problemin sadece çözüm ile ilgilenmemesi ve birden çok doğru çözüm yolunun bulunması önemlidir ki bu özellikleri taşıyanlar gerçek yaşam problemleridir. Gerçek yaşam problemleri; öğrencilerin sınıfta öğrendiğinden farklı bir algoritma bulabilmeleri için matematiksel düşüncelerini gerektirmektedir. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini sağlayan bu problemlerde, bilgi sentezlenmeli ve hangi metodun işe yarar olduğunu bulmak için sezgisel atılımlar yapılmalıdır (Dunlap, 2001). Problem çözme sırasında öğrenciler, kavramları ve işlemleri bir araya getirmeli ve problemin çözümünde kullanabilmelidir (Bernardo 1999). Polya (1945) problem çözme basamaklarını, 1) problemi anlama, 2) plan yapma, 3) planı uygulama, 4) geriye dönüp kontrol etme olarak ifade etmiştir. Polya' nın ifade ettiği bu basamaklardan hareket edilerek ayrıntılı bir problem çözme süreci tanımlanmış ve eleştirel düşünme ile ilişkisi ortaya konulmuştur. Problem çözme adımları ve eleştirel düşünme bileşenleri arasındaki ilişki Şekil-1'de verilmiştir.



Şekil-1. Eleştirel düşünme Bileşenleri ile Problem Çözme Süreci İlişkisi

Problem çözme sürecinin ilk basamaklarında yer alan adımlar; problemi aktif olarak okuma, problemi kendi cümleleriyle ifade etme ve problemi anlamadır. Öğrencilerin problemin çözümüne ulaşmak için stratejiler geliştirmesinden önce problemi anlamaları ve gerçekten çözmeleri gerekenin ne olduğunu fark etmeleri gerekmektedir. Bu adımların gerçekleştirilmesi, eleştirel düşünme becerilerinden analiz etme ve yorum yapmayı desteklemektedir. Çünkü analiz etmede yer alan önemli kavramlar; görüşleri inceleme, tartışmaları ortaya çıkarma, tartışmaları analiz etme; yorum yapmadaki önemli alt kavramlar kategorizasyon, önemlilik düzeyini çözmek ve anlamı netleştirmedir. Problemden yer alan çelişkili noktaların tartışılması, problemi çözümlenmenin farkına varılması ve problemin netleştirilmesi eleştirel düşünme bileşenlerinden analiz etme ve yorum yapma ile örtüşmektedir.

Problem çözme sürecinin devamındaki diğer adımlarla, kişinin bilişsel etkinliklerini ve bu bilişsel etkinliklerde kullanılan bileşenleri denetleme ve elde edilen sonuçlara göre durumu düzenlemeyi gerektiren eleştirel düşünmenin kendini düzenleme bileşeni uyum göstermektedir. Burada önemli olan iki alt kavram; kendini sınıma ve kendini düzeltme süreçleridir. Problem çözme sürecinin bu aşamasında da kişinin kendi ön bilgilerini sınaması ve eğer yeterli değilse eksik bilgilerin kazanması, verilenleri ve istenenleri tespit etmesi, çözüm için plan yapması gerekmektedir. Sonrasında kişinin problemin çözümü için bir model oluşturulup oluşturamadığını sınaması ve eğer model oluşturulmadıysa kendini düzenlemesi, yani problem çözme sürecinin en başına dönerek eksiklikleri gidermesini gerektirmektedir. Açıkça görüldüğü gibi, ayrıntıları ile ifade edilen problem çözme sürecinin bu aşaması kendini düzenlemeyi desteklemektedir.

Eleştirel düşünmenin bir diğer bileşeni olan çıkarımda bulunma; mantıksal sonuçlar çıkarmak için gerekli olan bileşenleri tanımlama, hipotezleri ve tahminleri şekillendirme, konu ile ilgili bilgileri dikkate alma; verilerden, hükümlerden, görüşlerden kavramlardan ve tanımlamalardan hareketle sonuca ulaşma olarak tanımlanmaktadır. Tanımlamadan da görüldüğü gibi problem çözme sürecinin problemi çözme aşaması ile çıkarımda bulunma süreci örtüşmektedir. Kişinin problemi anlaması,

çözülmesi gerekeni tespit etmesi, ön bilgilerini sınaması, çözüm için plan yapması ve doğruluğunu kontrol etmesi, sonrasında problemin çözümü için tahminde bulunması ve tahmin çözümü kontrol etmesi gelmektedir.

Sonucu yorumlama ve modeli başka problemlere transfer etme, problem çözme sürecinin diğer adımlarıdır. Bu aşamanın amacı öğrencinin bilgileri içselleştirerek yeni matematiksel tartışmaları yapmasını sağlamaktır. Bu aşamada etkili olan eleştirel düşünme bileşeni; açıklamadır. Açıklama, kişinin akıl yürütme durumunu ve sürecini belirlemedir. Burada önemli olan alt kavramlar; sonuçları ifade etme, prosedürleri doğruluğunu kanıtlama ve tartışma konularını sunmadır.

Öğrenilenleri farklı bilgilerle ilişkilendirme ve problemden hareketle yeni problemler üretme aşamaları, problem çözme sürecinin en son adımlarıdır. Buradaki amaç, öğrencilerin edindikleri bilgileri değerlendirerek, bilgiden bilgiye ulaşmalarını sağlayacak problemler üretmelerini sağlamaktır. Bu sürecin amaçları da eleştirel düşünme bileşenlerinden değerlendirme sürecininkilerle uyum göstermektedir.

Yukarıda da tartışıldığı gibi, eleştirel düşünme ve problem çözme süreci bir benzerlik göstermektedir. Bu çalışmada, ne tür matematiksel problemin bireylerin eleştirel düşünme düzeylerini yansıtacağı sorusu altında, matematiksel problemlerin nasıl ve ne derecede bireylerin eleştirel düşünme düzeylerini ortaya çıkarabildiğini belirlemek ve uygun problem türünü tespit etmek hedeflenmiştir.

2. Yöntem

2.1. Örneklem

Bu araştırmanın örneklemini, Türkiye’de Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği 3. ve 4. sınıfta öğrenim görmekte olan öğretmen adayları oluşturmaktadır. Çalışma grubunda yer alan öğrenciler, uygun örnekleme yöntemi ile belirlendi. Araştırma için hazırlanan araçları toplam 277 matematik öğretmen adayı yanıtlamıştır. Bunların 91 tanesi 3. sınıf , 136 tanesi 4. sınıf öğrencilerindedir.

2.2. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada amacına uygun olarak matematik problemleri geliştirildi. Geliştirilen problemlere; matematiksel eleştirel düşünme problemleri (MEDP) denmiştir (Bk. Ek1). Bu problemler seçilen örneklemin bilgi düzeyleri düşünülerek oluşturulmuştur. Ayrıca problemlerde eleştirel düşünme tanımı ve bileşenleri problemin nasıl olması gerektiğine ilişkin alt yapı sağlamıştır. Problemler iki araştırmacı tarafından geliştirilmiş, matematik ve psikoloji alanında uzman iki kişinin görüşü alınarak geçerliği sağlanmıştır. Katılımcılar bu problemleri istenilenler doğrultusunda yanıtlamışlardır. Yanıtlamak için gerekli süre verilmiş ve belli bir süre kısıtlamasına gidilmemiştir. Problemlerin geliştirilmesindeki kriterler ve problemlerin özellikleri aşağıda açıklanmıştır.

2.2.1. Matematiksel eleştirel düşünme problemleri

Girişte de tartışıldığı gibi, eleştirel düşünme yetisine sahip bir birey bazı beceriler sergilemelidir. Bu beceriler dikkate alındığında sorulacak soruların sahip olunması gereken özellikleri ortaya çıkmaktadır. Bu araştırmada 4 değişik türde problem üretilmiştir (Bk. Ek1). Birinci problemde öğretmen adaylarından neden kanalizasyon, telefon, su kanallarının kapak yüzeylerinin daire şeklinde yapıldığına ilişkin akıllarına gelen tüm olası düşünceleri ifade ederek akıl yürütmeleri, kendilerine en uygun gelen açıklamayı nedenleri ile belirtmeleri istenmiştir. Bu problem, öğretmen adaylarının farklı yaklaşımlar üretmeye yönelik eğilimini ortaya koyacaktır. Bunun yanı sıra problem, üretilen farklı bakış açılarına yönelik yapılan değerlendirmeleri ve bilgilerin elenmesinde sistematik ve planlı çalışmanın yapılıp yapılmadığını ortaya koymaktadır.

İkinci problemde öğretmen adaylarına integral almayı bilmeseler, düzgün şekle sahip olamayan geometrik bir yüzeyin alanını nasıl hesaplayabilecekleri sorulmuştur. Bu soru öğretmen adaylarının akıl yürütmelerini, değişik fikirler üretmelerini, bu fikirleri değerlendirerek mantıklı olanları nesnel kanıtlar kullanarak açıklamalarını gerektirmektedir. Üçüncü problemde öğrencilerden, sunulan verileri değerlendirerek problem için olası tüm çözümleri bulmaları istenmiştir. Bu soru öğretmen adaylarının sistematik, örgütlü, planlı ve dikkatli araştırma eğilimlerini, nesnel kanıtlar kullanarak

farklı düşünceleri değerlendirme eğilimlerini ölçmeyi ve değişik bakış açılarını ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır.

Dördüncü problem üç farklı soru grubunu içermektedir. Burada öğrencilere belli bir oyuna ilişkin süreç verilmiş, oyunun başlangıcında sahip olunan bilgiler ile ilgili akıl yürütmeleri istenmiştir. Bu problem, sorunlar karşısında akıl yürütme, nesnel kanıt kullanma, kişinin farklı yaklaşımlara olan eğilimlerini, birbirinden farklı düşünceleri üretme, ön kestirimde bulunma ve değerlendirme, sistematiklik, örgütlü, planlı ve dikkatli araştırma eğilimlerini belirlemeyi amaçlamaktadır.

Bu problemler ile öğrencilerin değişik düşünce biçimlerini ortaya koyarak kendilerine en uygun çözümü nedenleri ile birlikte ifade etmeleri istenmiştir. Matematik öğretmen adayı oldukları için ortaya koydukları nedenleri matematiksel bilgiye de dayandırmaları beklenmektedir. Ayrıca ifadelerinde tutarlı olmaları, bilişsel hataların farkında olmaları, anlaşılır sade bir dil kullanmaları dikkate alınacak kriterler arasındadır. Ayrıca olası düşünme biçimlerinin tahmin edilip, geçerliliğinin de uygun nedenler ile ortaya konulması önemlidir. Diğer bir ifade ile, eldeki verileri değerlendirip olmuş ve olacak durumları ön kestirimde bulunmaları gerekmektedir.

3. Bulgular ve Yorum

Öğrencilerin problemlere verdikleri cevaplar, araştırmanın verilerini oluşturmaktadır. Bu veriler eleştirel düşünme tanımı göz önünde bulundurularak oluşturulan kriterler çerçevesinde kodlanarak analiz edilmiştir. En yüksek düzeyden en düşük düzeye doğru 6-1 arasında puanlama yapılmıştır. Yanıtsız kalan sorular "0" puan ile kodlanmıştır. Adı geçen bu kriterler Ek 2'de verilmektedir. Verilerin kriterlere göre değerlendirilip kodlanması bir araştırmacı tarafından yapılmıştır. Araştırmacının kodlamadaki geçerliliği için farklı zamanlarda yapılan kodlamanın uyumuna bakılmış ve %83 uyum bulunmuştur.

3.1 MEDP Çözümlerin Değerlendirilmesi

Matematiksel eleştirel düşünme problemlerine verilen yanıtlar, kriterler çerçevesinde değerlendirildiğinde bireylerin eleştirel düşünme düzeylerinin yanıtlarına yansıdığı görülmektedir. Problemlerin birden fazla çözümünün olması veya ortaya atılan nedenler çerçevesinde doğruluğunun kabul edilebilir olması bireylerin eleştirel düşünme becerilerini yansıtma ve sağlamıştır. Örneğin birinci problem, her gün rastlayabilecekleri, görüp de neden böyle olmuş diye hiç düşünülmeyen bir durum hakkında fikir üretmelerine sebep olmuştur. Aslında mühendislik bilgisi gerektiren bir problem olmasına karşın, bireylerin mantıklarını ve matematiksel bilgilerini de kullanarak olası nedenleri sıralamalarını sağlamıştır. Özellikle bazı yanıtlar hiçbir zaman bir doğru yanıt kabul edilemezken gerekçeli ve ikna edici açıklamalar kişilerin oluşturulan kriterlere göre yüksek puan almalarını sağlamıştır. Örneğin aşağıda bir öğrencinin verdiği yanıt bu türdendir,

“yazın genişleme ve yoğunlaşmadan meydana gelen sıkışmaları engellemek için yuvarlak yapılmış olabilir. Çünkü kare yada üçgen şeklinde olursa genişmeden dolayı olan genişleme yüzeye eşit olarak dağılmayabilir ve kapak sıkışabilir” (3.sınıf).

Burada aslında kapağın genişmeden dolayı sıkışmasını önleme nedeninden dolayı yuvarlak yapılması asıl nedeni olamazken geçerli açıklaması bireyin yüksek puan almasını sağlamıştır. Çünkü eleştirel düşünme becerisi bireylerin ortaya attığı nedenleri ikna edici ve dayanakları ile sunma ile mümkündür.

Burada bazı yanıtlar aslında kabul edilebilir bir cevap olmasına karşın, nedenleri iyi açıklanmamış veya mantıksızlıklar içermesi nedeni ile düşük düzeyde kabul edilmiştir. Bireyin seçimi konusunda da ikna etmesi gerekmektedir. Örneğin bir bireyin “bana en mantıklı gelen neden kolay açılabilmesi ve insanın rahat girip çıkabilmeleri geliyor” şeklindeki yanıtı incelenecek olunursa, “insanın daha rahat içeri girmesi açısından yuvarlak yapılması” kabul edilebilir olmasına karşın gerekçesini belirtmemiş olması nedeniyle olumsuzdur. Çünkü yeterince büyük olduğu taktirde kare şeklindeki bir kapak

yüzeyinden de insan rahatça girip çıkabilir. Buradaki sorun dairenin geometrik özelliklerinde yatmaktadır.

Aşağıdaki tabloda bu problemde alınan yanıtların puanlamalara göre dağılımlarını görmek mümkündür.

Tablo -1. *Problem 1'e verilen yanıtların kriterlere göre dağılımı (frekans ve ortalama)*

Problem 1	1	2	3	4	5	6	0	Ortalama
Frekans	13	6	48	80	52	1	27	3,32

Birinci problemde tüm olasılıklar oluşturulup kendilerince en uygun olanı gerekçeleri ile açıklamaları istenmiştir. Bu soru bireylerin olası tüm ihtimalleri çeşitli açılardan ele alıp eleştirel yaklaşarak en uygun olanı ifade etmelerine imkan vermektedir. Bunları ortaya koymaları oranında eleştirel düşünme düzeylerini belirlemek mümkün olmaktadır.

İkinci problem bir ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü öğrencisinin konuyla ilgili bilgilerini de kullanarak bir çözüm üretmeleri ve bunu aktarabilmelerinden ibarettir. Bu problemde tıpkı birinci problemde olduğu gibi kişilerin ortaya attıkları tüm çözüm önerilerini çözüm basamakları ile anlaşılır bir şekilde ifade etmeleri beklenmektedir. Burada ortaya atılan herhangi bir çözüm önerisi eğer nedenleri ve çözüm basamakları ile ikna edici bir şekilde bilişsel hatalara yer verilmeden ortaya konulursa kabul edilebilir. Çözümlerini ifade etmelerine göre kriterlere dayanarak çeşitli düzeylerde eleştirel düşünme becerileri değerlendirilebilir. Problemin çeşitli çözüm önerilerine sahip olması bireylerin eleştirel düşünme becerilerini yansıtmasına imkan vermiştir.

Verilen yanıtlara bakıldığında, hemen hepsinde, geometrik şekli küçük parçalara bölme yoluyla alanın hesaplanacağını düşündükleri görülmektedir. Ancak bazıları çözüm basamaklarını vermemiştir. Örneğin bir birey “*düzgün geometrik şekillere benzeterek bulabileceğimi düşünüyorum*” yanıtını vermiştir. Burada nasıl ve ne şekilde hesaplayabileceği düzgün olmayan geometrik şeklin sınır bölgesinde hata payı çok

küçük olacak yaklaşımın nasıl olacağı düşünülmemektedir. Çözüm iddiadan ibaret kalmıştır.

“alanı hesaplayabileceğim şekli küçük kareler şeklinde çok parçaya ayırırdım. Daha sonra her birinin alanını bulup toplar ve geometrik şeklin alanını yaklaşık olarak hesaplarım” (4.sınıf).

Bazı yanıtlarda (yukarıdaki yanıtta olduğu gibi) bir düzgün geometrik şekle bölerek alanı hesaplayabileceğini ifade etmişlerdir. Çözüm önerisi doğrudur. Ancak örneğin ‘karelere bölerim’ denildiğinde ‘kare’yi seçme nedeni ortaya konulmamıştır. Bazı yanıtlarda ise tamamen gerçeklere bağdaşmayan çözüm önerileri üretildiği tespit edilmiştir. Bu problemten alınan yanıtların oluşturulan kriterlere göre dağılımları Tablo 2’te verilmiştir.

Tablo- 2. *Problem 2’ye verilen yanıtların kriterlere göre dağılımı (frekans ve ortalama)*

Problem 2	1	2	3	4	5	6	0	Ortalama
Frekans	3	17	12	135	36	3	21	3,57

Sorulan bu problem, ortaya atılan düşüncenin nedenlerini ve delillerini açıklama, tutarsız yargıların, önyargı ve bilişsel hataların farkında olma, sözel ve yazılı dili etkili kullanma gibi eleştirel düşünme becerilerini ortaya çıkarıp değerlendirme fırsatı vermektedir.

Üçüncü problem, doğru ve yanlış şeklinde nitelendirilebilecek türden gibi gözükmemektedir. Ancak verilen koşulları sağlayan tüm olasılıkları ortaya koymaları gerekmektedir. Ortaya koydukları doğru yanıt sayılarına göre ve nedenlerini ifade etmelerine göre değerlendirilebilir. Bu durum, problemin doğru ve yanlış yanıtların ötesinde bir değerlendirilme imkanını sağlamaktadır. Ortaya konulan koşullar ve çözüm adımları seviyeye göre düşük olabileceği düşünülmüştür. Problemin çözümüne bakıldığında, koşullara uygun 4 doğru sıralanış vardır. Ancak, yan yana diziliş söz konusu olduğu için, sıralanışların bir de simetrisi problemdeki koşulları sağlamaktadır. Diğer bir deyişle, toplam 8 değişik sıralanış olması gerekmektedir. Aşağıdaki 1

numaralı sıralanış koşullara uyan bir sıralanıştır. Onun ters sıralanışı (2 numaradaki) da koşulları sağlamaktadır.

1	Neşe	Ayşe	Aydan	Nalan
2	Nalan	Aydan	Ayşe	Neşe

Verilen yanıtlarda ortaya konulan herhangi bir sıralanışın ters sıralanışın da koşulları sağladığının fark edilmesi kişilerin olaylar karşısında değişik açılardan bakabilecekleri ve olası tüm çözüm önerilerini koşullara uygun üretebileceklerini gösterebilir.

Alınan yanıtların büyük bir çoğunluğunun ortaya koydukları sıralanışın tam tersi bir sıralanışın da doğru olabileceği görülmüştür. Ayrıca ürettikleri çözümün çözüm basamakları genelde ifade edilmemiş veya anlaşılır değildir. Oysa özellikle ilköğretim matematik öğretmeni olacak bu kişilerin bir problemin çözüm adımlarını anlaşılır bir şekilde ifade etmeleri beklenmektedir.

Tablo- 3. Problem 3'e verilen yanıtların kriterlere göre dağılımı (frekans ve ortalama)

Problem 3	1	2	3	4	5	6	0	Ortalama
Frekans	50	72	74	7	4	2	18	2,09

Bu problemde eleştirel düşünme becerilerinin tüm adımlarını değerlendirmek pek mümkün olmamıştır. Çünkü verilen yanıtlar ortaya konulan koşullara göre değişiklik göstermemekte ve doğru sıralanışlar toplam 8 tanedir. Daha fazla olasılık yoktur. Fazla doğru yanıt verilmesi kişinin değişik açılardan çözüme ulaşabilmesi önemli olabilir ancak, eleştirel düşünme becerilerini tamamen yansıtmama anlamında sınırlı olacaktır. Ancak bu problem diğer problemler ile tamamlayıcı olabilir.

Problem 4'te bir oyunun basamakları verilmiş ve oyunun kuralına göre sorular yöneltilmiştir. Bu sorularda bireylerin kendi oluşturdukları çözümün basamaklarını ortaya koymaları istenirken ayrıca başkasının da verilen verilere göre olası düşünce biçimini de ortaya koyması istenmektedir. Tabi ki burada olası tüm düşünüş biçimlerini

bireyin göz önünde bulundurması gerekmektedir. Değişik bakış açılarından çözüm üretmesi gerekmektedir.

En sonda istenilen oyun stratejisinde ise hemen her strateji kabul edilebilir. Ancak, buna ikna edici ve gerekçeli bir açıklama getirmesi gerekmektedir. Çeşitli durumlara göre çeşitli strateji geliştirilebileceğinin fark edilmesi de önemli bir seviye olacaktır. Örneğin, bir öğrencinin aşağıda vermiş olduğu yanıt bu türdendir ve yüksek seviyeden kabul edilmiştir:

“ilk söylediğin sayıdan aldığım ipuçlarına göre ilerlersin. Eğer ilk söylediğinde tutturabildiğin bir sayı olmazsa diğer sayıları denersin. Tutturabildiğin olursa onlardan bir tanesini alıp başka denersin. Bir strateji ancak öyle olursa şöyle yaparsın şeklinde olabilir. Çok kapsamlı bir şey olur. Kesin hatları olan bir strateji geliştirilebileceğini sanmıyorum” (4.sınıf öğretmen adayı).

Bu problemdeki sorulara alınan yanıtların kriterlere göre puanlamadaki dağılımları Tablo- 4’te verilmiştir.

Tablo- 4. *Problem 4’e verilen yanıtların kriterlere göre dağılımı (frekans ve ortalama)*

Problem 4	1	2	3	4	5	6	0	Ortalama
Frekans (A)	8	3	47	5	4	143	17	4,63
Frekans (B)	9	15	77	76	20	1	29	2,99

Araştırmadaki en son soru olan 4. problemin “C” şıkkındaki soruya adayların genelde yanıt vermedikleri ortaya çıkmıştır. Bunun nedenini sıkıldıklarından ve yorulduklarından dolayı yanıtı bırakmalarını bazı öğrenciler kağıtlarında belirtmişlerdir. O yüzden bu soruya ait istatistiksel verilere yer verilmeyecektir ve değerlendirme dışı tutulmuştur.

Tüm problemlerdeki bütüncül performansa bakarak, problemlerin bireylerin eleştirel düşünme düzeylerini doğru bir şekilde yansıtacağı düşünülmektedir. Problemler eleştirel düşünme bileşenlerinin hepsini ortaya çıkaracak nitelikte olamasa bile düşünme sürecindeki performans bu bileşenler hakkında bilgi vermektedir. Bireyin sadece bir

problemde başarısına bakmak, onun eleştirel düşünme becerisi hakkında bir yargıya varmak için yeterli değildir. Problemlerin hepsindeki dağılım Tablo 5' de verilmiştir.

Tablo-5. Tüm problemlerdeki dağılımın frekansı, yüzde ve ortalaması

Tüm problemler	1	2	3	4	5	6	0	Ortalama
Frekans	83	113	258	303	116	150	112	3,32
Yüzde	7,31	9,95	22,73	26,69	10,22	13,21	9,89	

Toplam: $227 \times 5 = 1135$

Tablodan görüleceği gibi, yığılma 3 ve 4 puanlarda olmuş ve ortalama 3,32'dir. Bir başka deyişle, örneklemdaki ilköğretim matematik öğretmen adayları problemlerde ortaya koydukları koşullara ilişkin çözüm önerileri üretmiş, çözümler mantıklı ve bilimsel nedenlere dayandırılmıştır. Ancak bir kısmında eksiklikler ve yanlışlıklar vardır. Ek 2 de verilen kriterler incelendiğinde 5 ve 6 puanlar eleştirel düzeyi en yüksek kabul edilebilir. Bu durumda çalışmaya katılan öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun eleştirel düşünme düzeylerinin yüksek olmadığı görülmekte ancak, düşük olduğu da söylenemez.

4. Tartışma

Bu araştırmada geliştirilen problemler bireylerin konu ile bilgisi olmasa dahi çözüm üretme imkanını sağlamaktadır. Aynı zamanda çözümlerinin doğruluğuna ikna için imkan verilmektedir (çözüm basamaklarını gösterme). Problemlerin günlük hayat öğeleri içermesi bireyin alan bilgisi olmasa da bir çözüm üretmesine imkan vermektedir. Ayrıca çeşitli düşünme süreçlerinin kullanıldığı mantık problemleri veya oyunlar da kullanılabilir türde problemler olacaktır. Bu araştırmada olduğu gibi, bu tür problemleri çözmeye bireylerin kullandıkları stratejilerini ifade etmelerini istemek, onların eleştirel düşünme düzeylerini yansıtmaya olanağı sağlamıştır.

Literatürde eleştirel düşünme üzerine yapılan çalışmalarda olasılık ve istatistik tabanlı cevap seçeneği sunulan problemler kullanıldığı görülmektedir. Kökdemir (2003) çalışmasında Tversky ve Kahneman'ın da kullandığı olasılık istatistik tabanlı akıl

yürütme, belirsizlik durumunda karar verme ve problem çözme becerilerini ölçme amaçlı problemler kullanmıştır. Bu problemler cevap seçeneği olan problemlerdir. Seçilen seçeneğe göre bireylerin düşünme becerileri konusunda yorum yapılmaktadır. Bu problemler olasılık istatistik bilgisi yeterliliği ve kişilerin düşünme becerileri doğrultusunda bir değerlendirme olanağı sağlamaktadır. Halbuki düşünme becerileri konudan bağımsız düşünülmelidir. Eleştirel düşünme becerilerinin oluşumu ve gelişiminin konu ve derslere bağımlı olmadığını ortaya koyan çalışmalar vardır (Koh, 2002). Ayrıca, bireylerin probleme ilişkin çözüm basamaklarını yansıtma veya bu konudaki becerilerini sergileme fırsatı vermektedir.

Bunlar dikkate alındığında, matematiksel eleştirel düşünme problemlerinin açık uçlu ve gerçek hayatın yansımaları olan problemler olması gerekmektedir. Problemlerin tek bir çözüm yolu olamamalı, ortaya konulan koşullara göre değişik çözümlerin olabileceği türde olmalıdır. Kapalı veya çözüm seçeneğinin sunulduğu problemlerde bireyin düşünme biçimlerini yansıtma pek mümkün görülmemektedir. Bu tip problemleri mümkün olduğunca çoğaltarak sormak, bireylerin düşünme becerileri hakkında karar vermede güvenilirliği arttıracaktır. Ancak, bu araştırmada da ortaya çıktığı gibi, tek seferde değil farklı zamanlarda değişik türde problemlerin uygulanması uygun olacaktır. Böylelikle bireylerin problemleri yansıtma bırakmaları engellenebilir.

Kaynaklar

- Bernardo, A., B. (1999). Overcoming Obstacles in Understanding and Solving Word Problems in Mathematics. *Educational Psychology*, 19(2), 149-163.
- Dunlap, J. (2001). Mathematical Thinking. <<http://www.mste.uiuc.edu/courses/ci431sp02/students/jdunlap/WhitePaperII.doc>> Son erişim: Mart 2003
- Facione, P. (1998). *Critical Thinking: What It Is and What It Counts*, California Academic Press.
- Koh, A. (2002). Towards a critical pedagogy: creating 'thinking schools' in Singapore, *Journal of Curriculum Studies*, vol. 34, no. 3, 255-264
- Kökdemir, D. (2000). *Deniz yıldızlarını kurtarmaya çalışanların öyküsü: Eleştirel ve yaratıcı düşünme*. XI. Ulusal Psikoloji Kongresi, 19-22 Eylül, Ege Üniversitesi, İzmir.

- Kökdemir, D. (2003). *Belirsizlik Durumlarında Karar Verme Ve Problem Çözme*, Ankara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Doktora Tezi, Ankara.
- Polya, G. (1945). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Swings, S., & Peterson, P. (1988). Elaborative and Integrative Thought Processes in Mathematics Learning. *Journal of Educational Psychology*, 80(1), 54-66.
- Working Groups of the Commission on Standards for School Mathematics of the National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia.

EK 1- MATEMATİKSEL ELEŞTİREL DÜŞÜNME PROBLEMLERİ

1. Sizce neden kanalizasyon, telefon, su kanallarının kapak yüzeylerinin daire şeklinde yapılması tercih edilmektedir? Aklınıza gelen tüm olası sebepleri ifade ediniz. Size en uygun gelen açıklamayı nedenleri ile belirtiniz.
2. İntegral almayı bilmediğinizi düşünün. Düzgün şekle sahip olamayan geometrik şekillerin alanını nasıl hesaplayabilirsiniz?
3. Ayşe, Nalan, Sibel, Aydan ve Neşe alışveriş merkezine kıyafet almaya girerler. İçlerinden bir tanesi aralarından ayrıldığında diğer dördü yan yana durmakta olan kabinlerde giysi denemeye başlarlar.
 - Ayşe, Nalan'ın yanındaki kabinde değildir.
 - Sibel giysi denememektedir.
 - Adı aynı harfle başlayan iki kişi yan yana olan kabinlerdedir.
 - İkinci ve dördüncü kabinde bulunan kişilerin isimlerindeki harflerin toplamı, birinci ve üçüncü kabinde bulunan kişilerin isimlerindeki harflerin toplamına eşittir.
 Yukarıda sıralanan şartları sağlayan hangi sıralamalar yapılabilir? Aklınıza gelen olasılıkları, nedenleri ile ifade ediniz.
4. Sevda ile Derya kendi aralarında sayı bulmaca oyunu oynarlar. Sevda aklından 4 basamaklı bir sayı tutar ve Derya'nın tahminleri doğrultusunda verdiği cevaplar yoluyla Derya bu sayıyı altı tahminde yanıtlar. Derya'nın tahminleri ve Sevda'nın bu tahminlere verdiği cevaplar aşağıdaki gibidir.

1. Tahmin: 1742	2 rakam doğru ancak yerleri yanlış
2. Tahmin: 2000	1 rakam doğru, yeri de doğru
3. Tahmin: 2700	1 rakam doğru, yeri de doğru
4. Tahmin: 2040	1 rakam ve yeri doğru; 1 rakam doğru yeri yanlış
5. Tahmin: 2356	3 rakam doğru, yeri de doğru
6. Tahmin: 2060	1 rakam doğru, yeri de doğru

 - a) Sizce Sevda'nın aklından tuttuğu sayı nedir? Düşünce biçiminizi ifade ediniz.
 - b) Derya neden ikinci tahmini yapmış olabilir? Mantıksal bir gerekçesi olabilir mi?
 - c) Bu oyunda başarılı olabilmek için strateji geliştirilebilir mi? Ayrıntılarıyla açıklayınız.

EK 2- KRİTERLER

- 1-Tüm olasılıkları ortaya koyma ve bu tüm koşullara göre mantıklı çözüm önerileri oluşturmuş. Çözümlerini yapmış veya çözümü için mantıklı dayanaklarını ortaya koymuş. İlgisiz bilgiler yok, düşünceyi destekleyen delilleri ve nedenleri ortaya koymuş. Tatmin edici açıklamalarda bulunmuş. En üst düzeyde. *6 puan.*
- 2-Kendi içinde tutarlı, anlaşılır bir şekilde anlatılmış, ilgisiz bilgiler yok. Ancak açıklamalar tüm boyutları ile ele alınmamış, ele alınanlar sağlam neden ve açıklamalar ile yapılmış. Ortaya konulan koşullara ilişkin çözüm yolları üretilmiş. Çözümler doğru, mantıklı, tutarlı bilimsel gerçeklere dayanıyor. Ancak koşullar her durumu kapsamayabiliyor. Oluşturduğu koşullara göre doğru bir çözüm. Çözümler için açıklamalar tatmin edici. Ancak ayrıntılı olmayabiliyor. *5 puan.*
- 3-Ortaya konulan koşullara ilişkin çözüm yolları üretilmiş. Çözümler doğru, mantıklı, tutarlı bilimsel gerçeklere dayanıyor. Çözümde eksik taraflar olabilir. Ancak doğru bir yol. Tüm koşullar kapsanmamış. Yeterli açıklamalar yok. Çözüm basamakları tam olarak açıklanmamış. Kendi içinde tutarlı, anlaşılır bir şekilde anlatılmış, ilgisiz bilgiler yok. (5 puandan farkı yeterli açıklamalar yok. Aynı doğruları içerebilir ancak açıklamalar tatmin edici değil) *4 puan.*
- 4-Ortaya konulan koşullara ilişkin çözümler üretilmiş. Ancak üretilen çözümler mantıklı ve bilimsel değil veya tam bir çözüm üretilmemiş. Veya açıklamalar tatmin edici değil ve doğrular mantıklı temellere oturtulmamış. Gerçeklerden çok iddialara dayandırılmış, bilişsel hataların farkında değil. Doğruların yanı sıra yanlışlar da var. (4 puandan farkı yanlışlarının olması. 4 de söylenenler gibidir ancak bir yanlış vardır) *3 puan.*
- 5-Bazı olasılıklar ortaya konulmuş ancak bunlar iddialardan ibaret. Ayrıca çözüm önerileri yok veya doğru değil veya bilimsel gerçeklere dayanmıyor veya eksik ve yanlışlarla dolu. İddialar var hiçbir açıklamaya yer verilmemiş. Doğru bir iddia olabilir ancak yol çözüm basamakları hiç anlatılmamış, çözüm öneriden ibaret. Kendi içinde tutarsız. *2 puan.*
- 6-Problemin çözümüne ilişkin hiçbir doğru taraf yok. Yanlışlarla dolu, bilimsel gerçeklerden uzak. Mantıklı bir açıklama yapılmamış varsayımlar üzerine kurulmuş, düşünceyi destekleyen delilleri ve nedenleri ortaya koymamış, tutarsızlıklar var, anlaşılır değil. Hiç cevaplanmamasından daha iyi düzeyde. Sonuç yok. *1 puan.*