KAMU YATIRIM HARCAMALARININ ÇEŞİTLİ BÖLGELER ARASINDA DAĞILIŞI

Dr. Erdoğan ALKİN
İktisat Fakültesi

Daha önceki bir yazıda kamu yatırım harcamalarının çeşitli kamu kesimleri arasında nasıl dağılacağı bir doğrusal programlama modeli çerçevesi içinde izah edilmeye çalışılmıştı [1]. Adı geçen yazıda ele alınan kesimler şunlardı : Ulaştırma, sağlık hizmetleri ve eğitim. Eğitim ve sağlık hizmetleri gibi kesimlerde, yatırımların bölgeler arasında dağılışı öyle olmalıdır ki, her bölgenin sakinleri için eşit miktarda kamu hizmeti sağlanmış olsun. Bu meselenin çözümünde bir güçlük belirmez. Fakat asıl çözülmesi gereken mesele ulaştırma, sulama, liman tesisleri vs. gibi, sanayinin gelişmesine temel olacak kesimlerde yapılacak yatırımların çeşitli bölgeler arasında nasıl dağıtılacağıdır.

Sanayinin gelişmesine temel olacak kesimlerde yapılan yatırımların başlıca hedefi bu kesimlerin milli hasılaya katacakları payın maksimize edilmesidir. O halde bu yazıda ele alınacak mesele, adı geçen temel kesimlerde belli miktardaki kamu yatırım harcamalarının [2], bu kesimlerin millî hasılaya katacakları pay maksimize edilecek şekilde bölgeler arasında nasıl optimum dağılacağıdır.

Kamu kesimleri yatırım harcamalarının dolayısıyla yarattıkları etkiler doğrudan etkilerden daha önemlidir. Bu sebepten millî hasıla üzerindeki doğrudan etkilerin daha önce tayin olunduğu varsayılarak burda sadece dolayısıyla etkiler üzerinde durulacaktır.

---

1) E. Alkin - Kamu yatırımlarının çeşitli kamu kesimleri arasında dağılımı - Maliye Enstitüsü Konferansları - 13. SERi 1967

2) Bu kamu yatırım harcamalarının miktarı bir önceki yazıda verilen model yardımile bulunacaktır.

Kamu yatırımlarının yarattıkları dolayısıyla etkileri inceliyebilmek için bir bölgedeki kamu yatırım harcamalarıyla özel yatırım harcamaları arasındaki ilişkiyi bulup çıkarmak gerekmektedir. Bunun için de önce kamu yatırım harcamalarının yarattığı dolayısıyla etkilerin tanımlanması lâzımdır : Çeşitli kamu kesimlerindeki kamu yatırım harcamalarının ilgili bölgeyi ekonomik bakımdan cazip kılarak o bölgeye çektikleri özel yatırımların millî hasılaya kattıkları pay, adı geçen kamu yatırımlarının yarattığı dolayısıyla etkileri meydana getirir [3].

Bir bölgedeki kamu yatırımları ile özel sermaye stoku arasında fonksiyonel bir ilişki vardır. Kamu yatırımlarının çeşitli sanayiler için sağladığı kolaylıklar belli bir limite kadar özel sermayeyi ilgili bölgelerin çeşitli kesimlerine çekecektir. Yani bu limite varılıncaya veya denge sağlayıncaya kadar (başka deyişle, kamu yatırımlarının sağladığı kolaylıklar yeni özel yatırımlar tarafından tamamen massedilinceye kadar) sermaye bu bölgenin çeşitli kesimlerine akmaya devam edecektir. Bu durum şu formülle ifade edilebilir [4] :

$$ {}_r\mathrm{I}_s = a_s \, {}_r\overline{\mathrm{K}}_1^{\,b1s} \, {}_r\overline{\mathrm{K}}_2^{\,b2s} \cdots\cdots {}_r\overline{\mathrm{K}}_n^{\,bns} = a_s \prod_j {}_r\overline{\mathrm{K}}_j^{\,bjs} \qquad (1) $$

${}_r\mathrm{I}_s$: r bölgesindeki s sanayi dalında denge özel sermaye stoku seviyesi .

${}_r\overline{\mathrm{K}}_j$: r bölgesindeki j kamu kesiminde sağlanan kolaylıklar seviyesi.

a_s : Sanayi dalları için sabit koefisyanlar.

b_{js} : Sanayi dalları ve kamu kesimleri için sabii koefisyanlar.

Kamu kesimlerinde özel yatırımlara sağlanan kolaylıklar artarken özel yatırımların ne yönde gelişeceğini bulabilmek için yukardaki (1). ifadenin zamana (t) göre türevini almak gerekir :

3) N. Nishifuji - The Appraisal of the Allocation plan of Government Investments - ISS - EP. 1964 The Hague

4) N. Nishifuzi - a.g.m.

$$\frac{d}{dt}({}_r\mathrm{I}_s) = \frac{\partial_r \mathrm{I}_s}{\partial_r \overline{\mathrm{K}}_1}\frac{d_r\overline{\mathrm{K}}_1}{dt} + \frac{\partial_r \mathrm{I}_s}{\partial_r \overline{\mathrm{K}}_2}\frac{d_r\overline{\mathrm{K}}_2}{dt} + \dots + \frac{\partial_r \mathrm{I}_s}{\partial_r \overline{\mathrm{K}}_n}\frac{d_r\overline{\mathrm{K}}_n}{dt} \dots (2)$$

r bölgesindeki özel gayri safi yatırımlar ${}_ri_s$ ile $({}_ri_s = \frac{d_r\mathrm{I}_s}{dt})$, bölgedeki j kamu kesiminde sağlanan kolaylık seviyesindeki gelişme ise ${}_r\overline{k}_j$ ile $({}_r\overline{k}_j = \frac{d_r\overline{\mathrm{K}}_j}{dt})$ ile gösterilecek olursa yukarıdaki türevden faydalanılarak şu eşitlik yazılabilir:

$$ {}_ri_s = \frac{\partial_r \mathrm{I}_s}{\partial_r \overline{\mathrm{K}}_1}\,{}_r\overline{k}_1 + \frac{\partial_r \mathrm{I}_s}{\partial_r \overline{\mathrm{K}}_2}\,{}_r\overline{k}_2 + \dots + \frac{\partial_r \mathrm{I}_s}{\partial_r \overline{\mathrm{K}}_n}\,{}_r\overline{k}_n \qquad (3)$$

(3). Denklemin sağ tarafındaki birinci terim şöyle açılabilir :

$$\frac{\partial_r \mathrm{I}_s}{\partial_r \overline{\mathrm{K}}_1}\,{}_r\overline{k}_1 = a_s\, b_{1s}\, {}_r\overline{\mathrm{K}}_1{}^{(b1s-1)}\, {}_r\overline{\mathrm{K}}_2{}^{b2s} \dots {}_r\overline{\mathrm{K}}_n{}^{bns}\, {}_r\overline{k}_1 \qquad (4)$$

Aynı yoldan ikinci terim

$$\frac{\partial_r \mathrm{I}_s}{\partial_r \overline{\mathrm{K}}_2}\,{}_r\overline{k}_2 = a_s\, b_{2s}\, {}_r\overline{\mathrm{K}}_1{}^{b1s}\, {}_r\overline{\mathrm{K}}_2{}^{(b2s-1)} \dots {}_r\overline{\mathrm{K}}_n{}^{bns}\, {}_r\overline{k}_2 \qquad (5)$$

ve n inci terim

$$\frac{\partial_r \mathrm{I}_s}{\partial_r \overline{\mathrm{K}}_n}\,{}_r\overline{k}_n = a_s\, bns\, {}_r\overline{\mathrm{K}}_1{}^{b1s}\, {}_r\overline{\mathrm{K}}_2{}^{b2s} \dots {}_r\overline{\mathrm{K}}_n{}^{(bns-1)}\, {}_r\overline{k}_n \qquad (6)$$

şeklinde yazılabilir.

(4), (5), (6), ifadeler (3), denklemde yerine konduğunda şu eşitlik elde edilir :

$$
\begin{aligned}
{}_r i_s = {} & a_s \; b1s \; {}_r\overline{K}_1{}^{(b1s-1)} \; {}_r\overline{K}_2{}^{b2s} \ldots \; {}_r\overline{K}_n{}^{bns} \; {}_r\overline{k}_1 \\
& + a_s \; b2s \; {}_r\overline{K}_1{}^{b1s} \; {}_r\overline{K}_2{}^{(b2s-1)} \ldots \; {}_r\overline{K}_n{}^{bns} \; {}_r\overline{k}_2 \\
& \cdot \\
& \cdot \\
& \cdot \\
& \cdot \\
& + a_s \; bns \; {}_r\overline{K}_1{}^{b1s} \; {}_r\overline{K}_2{}^{b2s} \ldots \; {}_r\overline{K}_n{}^{(bns-1)} \; {}_r\overline{k}_n
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Burdan da

$$
{}_r i_s = \Sigma_j \; a_s \; bjs \; \frac{1}{{}_r\overline{K}_j} \left(\pi_j \; {}_r\overline{K}_j{}^{bjs}\right) {}_r\overline{k}_j \tag{8}
$$

denklemine varılır. O halde r bölgesindeki j kamu kesiminde sağlanan kolaylıklar $({}_r k_j)$ s sanayi dalında

$$
\frac{a_s \; bjs}{{}_r\overline{K}_j} \left(\pi_j \; {}_r\overline{K}_j{}^{bjs}\right) {}_r\overline{k}_j
$$

kadar yatırımı o bölgeye çeker.

Meseleye daha fazla açıklık kazandırmak için (8). denklemi, bir bölgede kamu gayrısafi yatırımlarile gayrısafi yatırımlar arasındaki ilişkiyi gösterebilecek bir şekle sokmak gerekir. Bunun için de konuya maliyet ve fiyat kavramlarının girmesi lâzımdır. Tabiîdir ki, bu maliyet ve fiyatlar bölgeden bölgeye değişmektedir; çünkü, her bölgede istihsal için gereken faktör bileşimleri de değişik olacaktır. Bu hususlar dikkate alınarak aşağıdaki denklem yazılabilir :

$$_r p_j = \Sigma_i \ u_{ij} \ _r p_{ij} \tag{9}$$

$_r p_j$: r bölgesindeki j kamu kesiminde birim kolaylık seviyesi artışı için gereken maliyet.

$_r p_{ij}$: r bölgesinde i faktörünün fiyatı

u_{ij} : r bölgesindeki j kamu kesiminde birim kolaylık seviyesi artışı için gereken i faktörü miktarı

Burdaki faktör fiyatları toprak, teçhizat, hammadde, emek, makine gibi unsurların piyasa fiyatlarıdır. Faktör fiyatları bölgeden bölgeye değişeceğinden kamu kesimlerinde birim kolaylık seviyesi artışı sağlamak için gerekli yatırım miktarı da her bölge için ayrı olacaktır. O halde r bölgesindeki j kamu kesiminde sağlanan kolaylık seviyesinde meydana gelecek bir gelişme (yani $_r\bar{k}_j$) için gerekli $_r k_j$ yatırım miktarı şu denklemle ifade edilir:

$$_r k_j = {_r p_j} \ _r\bar{k}_j \tag{10}$$

(10). ve (8). denklemler birleştirilerek bir bölgedeki kamu gayrısafi yatırımları ile s dalındaki özel gayrısafi yatırımlar arasında şöyle bir ilişki kurulabilir :

$$_r i_s = \sum_j \frac{a_s \ bjs}{_r\mathrm{K}_j \ _r\mathrm{P}_j} \ (\pi_j \ _r\mathrm{K}_j{}^{bjs}) \ _r k_j \tag{11}$$

Kamu yatırımları ile özel yatırımlar arasında bir ilişki kurulduktan sonra sıra kamu yatırımları ile milli hasıla artışı arasında bir münasebet bulmaya gelmektedir.

(11). denklem bütün sanayi dalları üzerinden toplanırsa r bölgesindeki kamu yatırımlarının o bölgeye çektiği toplam yatırımlar bulunur :

$$ {}_r i = \sum_s {}_r i_s = \sum_s \sum_j \frac{a_s \, bjs}{{}_r\overline{K}_j \, {}_r p_j} ({\pi_j} \, {}_r\overline{K}_j{}^{b_{js}}) \, {}_r k_j \quad (12) $$

Her bölgede ve her sanayi dalında marjinal sermaye - hasıla oranlarının değişik olduğu varsayılmaktadır. r bölgesinde sağlanan millî hasıla artışı özel yatırımların ve kamu yatırımlarının ayrı ayrı sağladıkları artış miktarlarının toplamına eşittir :

$$ {}_r y = \frac{\Sigma_s \, {}_r i_s}{{}_r \alpha_s} + \Sigma_j \, {}_r \beta_j \, {}_r k_j = \sum_s \sum_j \frac{a_s \, bjs}{{}_r \alpha_s \, {}_r \overline{K}_j \, {}_r p_j} (\pi_j \, {}_r K_j{}^{b_{js}}) \, {}_r k_j $$

$$ + \Sigma_j \, {}_r \beta_j \, {}_r k_j \quad (13) $$

${}_r \alpha_s$: r bölgesindeki s sanayi dalında marjinal sermaye-hasıla oranı

${}_r \beta_j$: r bölgesindeki j kamu kesimi yatırımlarının milli hasılada doğrudan sağladığı artışı belirten koefisyan

Bu denklem

$$ \sum_s \frac{a_s \, bjs}{{}_r \alpha_s \, {}_r \overline{K}_j \, {}_r p_j} (\pi_j \, {}_r K_j{}^{b_{js}}) + {}_r \beta_j $$

parantezine alınıp yukardaki ifade ${}_r \gamma_j$ ile gösterilecek olursa[5] (13). denklem şu şekilde yazılabilir:

$$ {}_r y = \Sigma_j \, {}_r \gamma_j \, {}_r k_j \quad (r = 1,2 \cdot \cdot \cdot \cdot \mathrm{R}) \quad (14) $$

Matris cebiri terimlerile bu denklem şöyle ifade edilebilir :

$$ {}_r y = {}_r \gamma' \, {}_r k \quad (r = 1,2 \cdot \cdot \cdot \cdot \mathrm{R}) \quad (14)' $$

5) ${}_r \gamma_i$ koefisyanları her bölgedeki her kamu kesimi için değişmez değerlere sahiptirler.

$_r\Upsilon = \left\{ {}_r\Upsilon_j \right\}$: n inci mertebeden bir sütun vektör olup bu vektörün elamanları r bölgesindeki kamu kesimleri için kamu yatırımları bölgesel çarpanlarını belirtmektedir.

$_rk = \left\{ {}_rk_j \right\}$: r bölgesindeki kamu yatırımlarını belirten n inci mertebeden bir sütun vektördür.

Bir bölgede kullanılabilecek faktör miktarlarının bir sınırı olacağı muhakkaktır. Aslında bu miktarlar da ilgili faktörlerin fiyatlarına bağlıdır. Eğer bir bölgede faktör fiyatları yükselirse faktör arzı da yükselir. Bu arz artışının bir kısmı adı geçen bölgeden sağlanacak, geri kalan kısım da (tam faktör mobilitesi varsayımı altında) diğer bölgelerden yüksek fiyatı görüp o bölgeye akan istihsal faktörleri ile tamamlanacaktır. Bununla beraber böyle bir durumda aynı kamu yatırımının millî gelirde yaratacağı artış (13). denklemde gösterilen artıştan az olacaktır. Bütün bu sınırlayıcı şartlar dikkate alınarak aşağıdaki eşitsizliğe varılabilir :

$$\Sigma_j \, {}_rc_{ij} \, {}_rk_j \leq {}_rb_i \qquad \left\{ \begin{array}{l} i = 1,2 \cdot \cdot \cdot \cdot n \\ r = 1,2 \cdot \cdot \cdot \cdot \mathrm{R} \end{array} \right\} \qquad (15)$$

$_rc_{ij}$: r bölgesindeki j kamu kesiminde birim yatırım için gereken i faktörü miktarı

$_rb_i$: r bölgesinde faktör fiyatları veri iken i faktörü miktarı.

Bu eşitsizlik matris cebiri terimleriyle şöyle yazılabilir :

$$_r\mathrm{C} \, {}_rk \leq {}_rb \qquad (r = 1,2 \cdot \cdot \cdot \cdot \mathrm{R}) \qquad (15')$$

${}_rC = \{ {}_rc_{ij} \}$: r bölgesinde gerekli faktör miktarını belirten matris (mxn mertebesinde).

${}_rk = \{ {}_rk_j \}$: r bölgesinde kamu yatırımları sütun vektörü (n mertebesinde).

${}_rb = \{ {}_rb_i \}$: r bölgesinde mevcut faktör miktarını belirten sütun vektör (m mertebesinde).

Kamu yatırımlarının bölgeler arasında optimum dağılımını programlamada ilk merhale, bölgelerdeki her kamu kesiminde, mevcut faktörler kullanılarak gerçekleştirilen yatırımların seviyesini milli gelire maksimum katkıda bulunabilecek şekilde tayin etmektir. O halde mesele, (15) şartı dikkate alınarak (14) ifadesini maksimize etmektir. Yani

$$\left.\begin{array}{l} {}_rC\,{}_rk \leq {}_rb \\ 0 \leq {}_rk \leq {}_rk\ max. \\ \text{şartları altında} \\ {}_ry = {}_r\gamma'\,{}_rk \\ \text{maksimize edilecektir.} \end{array}\right\} \qquad (16)$$

Burda ${}_rk$ max. ifadesi n inci mertebeden bir sütun vektör olup r bölgesindeki kesimlerde gerçekleştirilebilecek maksimum yatırımları ifade etmektedir.

Aslında bu doğrusal programlama problemi çözüldükten sonra bulunan sonuçların daha önceki yazıda verilen model yardımıyla elde edilen neticelere uyması gerekir. Yani burda elde edilecek sonuçların

$$\Sigma_r \; {}_r k_j = \lambda_j \qquad (j = 1,2 \cdot \cdot \cdot \cdot n) \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad (17)$$

denklemini sağlaması gerekir. λ_j terimi daha önce hesaplanmış olan j kamu kesimi yatırım seviyesini belirtmektedir. O halde bu (17). denklem de (16). doğrusal proglamlama probleminin şartları içine girmelidir. Bununla beraber mesele ilk bakışta göründüğünden daha geniş, karmaşık ve halli zor bir duruma işaret etmektedir. Çözüm için ince fakat basit bir tekniğe ihtiyaç vardır. Ancak böyle bir teknik sayesinde optimum veya optimuma yakın bir çözüme varılabilir.

(11). denklem yardımıyla maksimum kılınacak bir nevi tercih eşitliği yapmak kabildir :

$$y_j = \Sigma_s \, \Sigma_r \, \frac{a_s \, bjs}{{}_r a_s \; {}_r \overline{K}_j \; {}_r p_j} \left(\pi_j \; {}_r \overline{K}_j \; {}^{bjs} \right) {}_r k_j + \Sigma_r \; {}_r \beta_j \; {}_r k_i = \Sigma_r \; {}_r \gamma_i \; {}_r k_i$$

$$(j = 1,2 \cdot \cdot \cdot \cdot n) \qquad (18)$$

Bu denklem matris cebiri terimleriyle şöyle yazılabilir :

$$y_j = \gamma'_j \; k_j = max. \qquad (18)'$$

y_j : j kamu kesiminde kamu yatırımlarının milli hasılada sağladıkları artış.

$\gamma_j = \left\{ {}_r \gamma_i \right\}$: R mertebesinden sütun vektör.

$k_j = \left\{ {}_r k_i \right\}$: j kamu kesiminde kamu yatırımları için R mertebesinden sütun vektör.

Şimdi artık mesele (16). doğrusal programlama probleminin çözümünü, j kamu kesimindeki toplam yatırımları $(\Sigma_r\, {}_rk_j)\ \lambda_j$ ye eşit kılacak şekilde ayarlamaktır. Bu ayarlama için de (18). denklem kullanılacaktır. Önce çeşitli bölgelerdeki j kamu kesimi yatırımları arasından en uygun ${}_r\alpha_j$ ile ilişkili (yani milli hasılayı en fazla arttıracak olan) yatırım seçilecektir. Sonra eğer bu yatırım λj den küçükse çeşitli bölgelerdeki j kamu kesimi yatırım projeleri arasından ikinci derecede uygun ${}_r\alpha_j$ ile ilişkili olan yatırım seçilip birincisine eklenecektir. Toplam yatırım λ_j seviyesine erişinceye kadar bu seçimlere devam edilecektir. Böylece (16). doğrusal programlama problemi ile (17). denklem arasında bir tutarlılık sağlanıp optimum civarında bir takım sonuçlar elde edilecektir.

Sayısal Misal

Ekonomide iki bölge ve her bölgede iki kamu kesimi olsun. Bu kesimler de mesleâ karayolları ve liman tesisleri olarak adlandırılsın. ${}_r\gamma_j$ koefisyanları da önceden hesaplanıp verilmiş olsun :

Kesimler j / r Bölgeler	Karayolları kesimi j = 1	Liman Tesisleri Kesimi j = 2
Kuzey Bölge r = 1	4	2
Güney Bölge r = 2	2	1

Bu tabloda j kamu kesimlerini (j = 1 karayolları, j = 2 liman tesisleri), r de bölgeleri göstermektedir (r = 1 kuzey bölge, r = 2 güney bölge).

Her kamu kesimindeki toplam kamu yatırımlarının da (λ_j) önceki yazıda verilen doğrusal programlama modeli ile hesaplanmış olduğu varsayılsın :

Karayolları : $\lambda_1 = 18$ milyon T.L.

Liman Tesisleri : $\lambda_2 = 10$ milyon T.L.

Önce ilk bölgeden başlıyalım. Bu bölgede gerekli faktör miktarları arzı da faktör fiyatları veri iken 25.000 işçi (i = 1) ve 20.000 ton inşaat malzemesi (i = 2) seviyesinde bulunsun :

$$_1b = \left\{ {}_1b_i \right\} = \begin{bmatrix} 25 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Bu bölgedeki kamu kesimleri yatırımları için gerekli faktör miktarları da şu matrisle verilmiş olsun :

$$_1C = \left\{ {}_1c_{ij} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Bu matrisin anlamı şudur : 1 milyon liralık yatırım yapabilmek için, karayolları kesiminde gereken işçi miktarı 1000 kişiden, liman tesisleri kesiminde ise 2000 kişiden ibarettir. Aynı yatırım miktarı için gereken inşaat malzemesi ise her iki kesimde de 1000 er tondur.

Bölgedeki her iki kamu kesiminde yapılabilecek maksimum yatırım miktarı plânlama devresinde gerçekleştirilmesi tasarlanan projeler yardımıyla hesaplanmış olsun :

Karayolları : $_1k_1 \leq 40$ milyon T.L.

Liman Tesisleri : $_1k_2 \leq 24$ milyon T.L.

O halde kuzey bölgesi için artık mesele aşağıdaki doğrusal programlama problemini çözmekten ibaret olmaktadır :

$$
\left.
\begin{array}{l}
{}_1y = {}_1\gamma_1\ {}_1k_1 + {}_1\gamma_2\ {}_1k_2 = 4\ {}_1k_1 + 2\ {}_1k_2 \\
\text{denklemi} \\
\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_1k_1 \\ {}_1k_2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 25 \\ 20 \end{bmatrix} \\
0 \leq {}_1k_1 \leq 40 \\
0 \leq {}_1k_2 \leq 24 \\
\text{şartları altında maksimize edilecektir.}
\end{array}
\right\}
$$

Bu problemin çözümü şudur :

${}_1k_1 = 15$ milyon T.L. , ${}_1k_2 = 5$ milyon T.L. , ${}_1y = 70$ milyon T.L.

Şimdi sıra meseleyi diğer bölge için çözmeye gelmektedir. Güney bölgesinde gerekli faktör miktarları arzı 30.000 işçi ($i = 1$) ve 28.000 ton inşaat malzemesi ($i = 2$) olsun :

$$
{}_2b = \left\{ {}_2b_i \right\} = \begin{bmatrix} 30 \\ 28 \end{bmatrix}
$$

Güney bölgesindeki kamu kesimleri yatırımları için gerekli faktör miktarları da şu matrisle verilmektedir :

$$
{}_2C = \left\{ {}_2c_{ij} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}
$$

Yani 1 milyon liralık yatırım yapabilmek için karayolları kesiminde 1000, liman tesisleri kesiminde ise 3000 işçiye ihtiyaç vardır. Her iki kesimde 1 milyon liralık yatırım için gerekli malzeme miktarı ise 2000 er tondur.

Bu bölgedeki kamu kesimlerinde maksimum yatırımlar da

Karayolları : ${}_2k_1 \leq 35$ milyon T.L.

Liman Tesisleri : ${}_2k_2 \leq 20$ milyon T.L.

sınırları ile tesbit edilmiş olsun.

Güney bölgesi için de kuzey bölgesindekine benzer bir doğrusal programlama problemi düzenlenebilir :

$${}_2y = {}_2\gamma_1\, {}_2k_1 + {}_2\gamma_2\, {}_2k_2 = 2\, {}_2k_1 + {}_2k_2$$

denklemi

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_2k_1 \\ {}_2k_2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 30 \\ 28 \end{bmatrix}$$

$$0 \leq {}_2k_1 \leq 35$$

$$0 \leq {}_2k_2 \leq 20$$

şartları altında maksimize edilecektir.

Çözüm şudur :

${}_2k_1 = 6$ milyon T.L. , ${}_2k_2 = 8$ milyon T.L. , ${}_2y = 20$ milyon T.L.

Her iki çözüm birleştirilerek bütün ekonomi için şöyle bir tablo düzenlenebilir :

Kesimler j / r Bölgeler	Karayolları Kesimi $j = 1$	Liman Tesisleri Kesimi $j = 2$
Kuzey Bölgesi $r = 1$	15	5
Güney Bölgesi $r = 2$	6	8
Toplam $\Sigma_r\, _rk_j$	21	13
λ_j	18	10

Bu tablodan görüleceği üzere her iki kamu kesiminde de toplam yatırımlar ($\Sigma_r\, _rk_j$) daha önce verilen model yardımıyla hesaplandığı varsayılan yatırım miktarını (λ_j) aşmaktadır. O halde adı geçen kamu kesimlerindeki yatırımlar öyle ayarlanmalıdır ki $\Sigma_r\, _rk_i = \lambda_j$ şartı sağlanmış, yani fiilen gerçekleştirilen yatırımlar önceden hesaplanan yatırım miktarlarına eşit olmuş bulunsun.

Bunun için önce çeşitli bölgelerde belli bir kamu kesimindeki yatırım projelerinden en etkin olanı seçilecektir. Eğer bu yatırım miktarları o kesimle ilgili λ_j seviyesine varmıyorsa aynı kesim için başka bölgelerde etkinlikte ikinci gelen bir proje aranacaktır. Yatırım seviyesi λ_j ile aynı hizaya gelinceye kadar bu arama devam edecektir. Tabii bu arama ve seçim işi yukarda verilen (18)′ denklem yardımıyla olacaktır. Mesela karayolları kesimi için bu denklem şöyle yazılabilir :

$$y_1 = 4\ {}_1k_1 + 2\ {}_2k_1 = max.$$

Bu denklemin koefisyanlarına bakılacak olursa karayolları kesimindeki en etkin yatırım birinci bölgededir. O halde kuzey bölgesindeki 15 milyon liralık karayolları yatırımı aynen muhafaza edilecek, fakat güney bölgesindeki yatırımın 3 milyon liralık kısmından vazgeçilecektir.

Liman tesisleri kesimi için de yine (18)′. denklem yardımıyla şöyle bir tercih eşitliği yazılabilir :

$$y_2 = 2\ {}_1k_2 + {}_2k_2 = max.$$

Yine birinci bölgedeki liman işletmeleri yatırım koefisyanı diğer bölgeninkinden büyük olduğundan kuzey bölgesindeki 5 milyon liralık liman tesisleri yatırımı muhafaza edilerek güney bölgesindeki 8 milyon liralık yatırım 5 milyon liraya indirilecektir.

Sonuç olarak kamu yatırımlarının bütün ekonomi için bölgeler ve kamu kesimleri arasında dağılımı şöyle olacaktır :

Kesimler j / r Bölgeler	Karayollorı Kesimi j = 1	Liman Tesisleri Kesimi j = 2
Kuzey Bölgesi r = 1	15 milyon T.L.	5 milyon T.L.
Güney Bölgesi r = 2	3 milyon T.L.	5 milyon T.L.
$\Sigma_r \, {}_rk_j = \lambda_j$	18 milyon T.L.	10 milyon T.L.

Şimdi de bölge ve kesim adedi üçe çıkarılarak elde edilecek sonuçlar incelenecektir.

Aynı ülke bu sefer kuzey, orta ve güney olmak üzere üç bölgeye ayrılarak incelenebilir. Karayolları ve liman tesisleri kesimlerinin yanına da sulama tesisleri eklenecektir.

${}_r\gamma_j$ koefisyanlarının yine önceden hesaplanarak verildiği varsayılsın :

Kesimler j / r Bölgeler	Karayolları Kesimi $j = 1$	Liman Tesisleri Kesimi $j = 2$	Sulama Tesisleri Kesimi $j = 3$
Kuzey Bölge $r = 1$	4	2	3
Orta Bölge $r = 2$	1	2	1
Güney Bölge $r = 3$	2	1	1

Her kamu kesimindeki toplum kamu yatırımları da daha önce şöyle hesaplanmış olsun :

Karayolları : $\lambda_1 = 13$ milyon T.L.

Liman Tesisleri : $\lambda_2 = 10$ " "

Sulama Tesisleri : $\lambda_3 = 15$ " "

Kuzey bölgesinde gerekli faktörlerin arzı 25.000 işçi ($i = 1$), 20.000 ton inşaat malzemesi ($i = 2$) ve 35 hektar arazi ($i = 3$) olsun :

$$_1b = \left\{ {}_1b_i \right\} = \begin{bmatrix} 25 \\ 20 \\ 35 \end{bmatrix}$$

Aynı bölgede kamu kesimleri yatırımları için gerekli faktör miktarları da şu matrisle verilmiş bulunsun :

$$_1C = \left\{ {}_1c_{ij} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} .$$

Bölgedeki maksimum kamu kesimi yatırımları ise önceden hesaplanmıştır :

Karayolları : $_1k_1 \leq 40$ milyon T.L.

Liman Tesisleri : $_1k_2 \leq 24$ " "

Sulama Tesisleri : $_1k_3 \leq 20$ " "

Kuzey bölgesi için doğrusal programlama problemi :

$$ {}_1y = {}_1\gamma_1 \, {}_1k_1 + {}_1\gamma_2 \, {}_1k_2 + {}_1\gamma_3 \, {}_1k_3 = 4 \, {}_1k_1 + 2 \, {}_1k_2 \, 3 \, {}_1k_3 $$

denklemi

$$ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_1k_1 \\ {}_1k_2 \\ {}_1k_3 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 25 \\ 20 \\ 35 \end{bmatrix} $$

$$ 0 \leq {}_1k_1 \leq 40 $$

$$ 0 \leq {}_1k_2 \leq 24 $$

$$ 0 \leq {}_1k_3 \leq 20 $$

şartları altında makslmize edilecektir.

Çözüm :

${}_1k_1 = 5$ milyon T.L. , ${}_1k_2 = 5$ milyon T.L. , ${}_1k_3 = 10$ milyon T.L. , ${}_1y = 60$ milyon T.L.

Orta bölgede faktör arzları 50.000 işçi $(i = 1)$, 35.000 ton inşaat malzemesi $(i = 2)$ ve 30 hektar arazi $(i = 3)$ seviyesinde bulunsun :

$$ {}_2b = \left\{ {}_2b_i \right\} = \begin{bmatrix} 50 \\ 35 \\ 30 \end{bmatrix} . $$

Bu bölgedeki kamu kesimleri yatırımları için gerekli faktör miktarları da şu matrisle verilmektedir :

$$_2C = \left\{ {}_2c_{ij} \right\} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Bölgedeki maksimum kamu kesimi yatırımları önceden hesaplanarak şu sonuçlara varılmıştır :

Karayolları	:	${}_2k_1 \leq 30$ milyon T.L.
Liman Tesisleri	:	${}_2k_2 \leq 20$ " "
Sulama Tesisleri	:	${}_2k_3 \leq 20$ " "

Orta bölge için doğrusal programlama problemi :

$${}_2y = {}_2\gamma_1\, {}_2k_1 + {}_2\gamma_2\, {}_2k_2 + {}_2\gamma_3\, {}_2k_3 = {}_2k_1 + 2\, {}_2k_2 + {}_2k_3$$

denklemi

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_2k_1 \\ {}_2k_2 \\ {}_2k_3 \end{bmatrix} \leqslant \begin{bmatrix} 50 \\ 35 \\ 30 \end{bmatrix}$$

$$0 \leqslant {}_2k_1 \leqslant 30$$

$$0 \leqslant {}_2k_2 \leqslant 20$$

$$0 \leqslant {}_2k_2 \leqslant 20$$

şartları altında maksimize edilecektir.

Çözüm :

${}_2k_1 = 5$ milyon T.L. , ${}_2k_2 = 5$ milyon T.L. , ${}_2k_3 = 15$ milyon T.L. , ${}_2y = 30$ milyon T.L.

Güney bölgesinde ise faktör arzları şöyledir : 30.000 işçi (1 = 1), 28.000 ton inşaat malzemesi (i = 2) ve 16 hektar arazi (i = 3).

$${}_3b = \{ {}_3b_i \} = \begin{bmatrix} 30 \\ 28 \\ 16 \end{bmatrix} .$$

Aynı bölgede kamu kesimi yatırımları bakımından gerekli faktör miktarları için verilen matris şudur :

$${}_3C = \{ {}_3c_{ij} \} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} .$$

Bölgede, önceden hesaplanan maksimum kamu kesimi yatırımları aşağıda verilmektedir :

Karayolları	:	${}_3k_1 \leq 35$ milyon	T.L.
Liman Tesisleri	:	${}_3k_2 \leqslant 20$,,	,,
Sulama Tesisleri	:	${}_3k_3 \leqslant 15$,,	,,

Güney bölgesi için doğrusal programlama problemi :

$$_3y = {}_3\gamma_1\, {}_3k_1 + {}_3\gamma_2\, {}_3k_2 + {}_3\gamma_3\, {}_3k_3 = 2\, {}_3k_1 + {}_3k_2 + {}_3k_3$$

denklemi

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_3k_1 \\ {}_3k_2 \\ {}_3k_3 \end{bmatrix} \leqslant \begin{bmatrix} 30 \\ 28 \\ 16 \end{bmatrix}$$

$$0 \leqslant {}_3k_1 \leqslant 35$$

$$0 \leqslant {}_3k_2 \leqslant 20$$

$$0 \leqslant {}_3k_3 \leqslant 15$$

şartları altında maksimize edilecektir.

Çözüm :

${}_3k_1 = 5$ milyon T.L. , ${}_3k_2 = 7$ milyon T.L. , ${}_3k_3 = 4$ milyon T.L. , ${}_3y = 21$ milyon T.L.

Her bölge için bulunan çözümler aşağıdaki tabloda verilmektedir :

Kesimler j / r Bölgeler	Karayolları Kesimi j = 1	Liman Tesisleri Kesimi j = 2	Sulama Tesisleri Kesimi j = 3
Kuzey Bölge r = 1	5 milyon T.L.	5 milyon T.L.	10 milyon T.L.
Orta Bölge r = 2	5 " "	5 " "	15 " "
Güney Bölge r = 3	5 " "	7 " "	4 " "
Toplam $\Sigma_r\ {}_rk_j$	15 " "	17 " "	29 " "
λ_j	13 " "	10 " "	15 " "

Bu tablodan görüleceği üzere bütün kamu kesimlerinde toplam yatırımlar ($\Sigma_r\ {}_rk_j$) bir önceki model yardımıyla bulunan değerleri (λ_j) aşmaktadır. O halde yine her kesim için tercih denklemleri kurulup proje seçimlerine gidilecektir.

Karayolları kesimi için tercih denklemi :

$$y_1 = 4\ {}_1k_1 + {}_2k_1 + 2\ {}_3k_1 = max.$$

Bu denkleme göre en yüksek koefisyanlara sahip kuzey ve güney bölgelerindeki karayolları kesimi yatırım projeleri tamamen gerçekleştirilecek, fakat orta bölge yatırımlarında 2 milyon T.L. lık bir kesintiye gidilecektir.

Liman tesisleri için tercih denklemi :

$$y_2 = 2\ {}_1k_2 + 2\ {}_2k_2 + {}_3k_2 = max.$$

Dikkat edilecek olursa en yüksek koefisyanlar kuzey ve orta bölgededir. O halde bu bölgelerdeki projeler aynen tatbik edilecek, fakat güney bölgesindeki 7 milyonluk projeden tamamen vazgeçilecektir.

Sulama tesisleri kesimi için tercih denklemi :

$$y_3 = 3\ {}_1k_3 + {}_2k_3 + {}_3k_3 = max.$$

Burda da en yüksek koefisyana sahip bölge kuzey bölgesi olduğundan adı geçen bölgedeki 10 milyon T.L. lık projeye öncelik verilecektir. Diğer iki bölgenin koefisyanları aynı olduğundan geri kalan 5 milyon T.L. lık yatırımın hangi bölgede gerçekleştirilmesi gerektiğine dair elde kriter bulunmamaktadır. O halde ya böyle durumları da kavrıyacak yeni bir seçim yolu bulunacak veya 5 milyon T.L. lık yatırım iki bölge arasında proje miktarıyla orantılı olarak dağıtılacaktır.

Sonuç olarak çeşitli bölgelerdeki kamu kesimlerinde yapılacak yatırımlar ve bu yatırımların milli hasılaya yapacaklari ilâveler aşağdaki tabloda verilmektedir :

Kesimler j / r Bölgeler	Karayolları Kesimi $j=1$	Liman Tesisleri Kesimi $j=2$	Sulama Tesisleri Kesimi $j=3$	Bölgelerden Milli Hasılaya Toplam Katkılar $_r y$
Kuzey Bölge $r=1$	5 milyon T.L.	5 milyon T.L.	10 milyon T.L.	60 milyon T.L.
Orta Bölge $r=2$	5 " "	5 " "	4 " "	19 " "
Güney Bölge $r=3$	3 " "	———	1 " "	7 " "
$\Sigma_r\, {}_rk_j = \lambda_j$	13 " "	10 " "	15 " "	↓
Kesimlerden Milli Hasılaya Toplam Katkılar y_j	31 " "	20 " "	35 " "	→ 86 " "