Erzincan Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi
2019, 12(2), 886-892
ISSN: 1307-9085, e-ISSN: 2149-4584
Araştırma Makalesi

Erzincan University
Journal of Science and Technology
2019, 12(2), 886-892
DOI:10.18185/erzifbed.500442
Research Article

# Regresyon Analizinde Kullanılan Yanlı Tahmin Edicilerin Etkinliklerinin Karşılaştırılması

Nilgün YILDIZ

Marmara Universitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü, İstanbul, Türkiye

Geliş / Received: 21/12/2018, Kabul / Accepted: 13/05/2019

**Öz**

Regresyon analizinde, katsayıları tahmin etmek için en yaygın olarak kullanılan yöntem, En küçük kareler (EKK) yöntemidir. Bu yönteminin kullanılabilmesi için değişkenler arasında ilişki olmaması gerekir. Açıklayıcı değişkenlerin birbirleriyle ilişkili olduğu durumlarda EKK tahmin yönteminin kullanılması yanlış model bulgularına ve kullanımına neden olur. Bu tür birbiriyle bağımlılık gösteren bağımsız değişkenlerle analiz yapmak için farklı yanlı tahmin ediciler geliştirilmiştir. Literatürde, yaygın olarak kullanılan yanlı tahmin ediciler, gerek gerçek veri gerekse Monte Carlo simülasyonu yapılarak kendi aralarında karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** EKK, Çoklu doğrusal bağlantı, Ortalama karesel hata, Liu-tipi tahmin edici, Jackknife tahmin edici

**A Study on the Use of Jackknife Method in Biased Estimates**

**Abstract**

In the regression analysis, the most widely used method for estimating the coefficients of the ordinary least squares (OLS) method. For this method to be used, there should be no relationship between variables. In cases where explanatory variables are related to each other, the use of OLS estimation method will lead to incorrect model findings and usage. Different-sided estimators were developed to analyze with such interdependent independent variables. In the literature, commonly used biased estimators are compared among themselves by performing real data and Monte Carlo simulation.

**Keywords:** OLS, Multicollinearity, Mean Squared Error, Liu-type estimators, Jackknife Estimators

## 1. Giriş

Değişkenler arasındaki ilişkiyi modellemek ve incelemek için kullanılan istatistiksel bir teknik olan regresyon analizi, mühendislik, fizik ve kimya bilimleri, iktisat, yönetim, yaşam ve biyoloji bilimleri ve sosyal bilimler gibi hemen hemen tüm alanlarda kullanılmaktadır. Regresyon analizi en yaygın olarak istatistiksel tekniklerden biridir (Montgomery, 2006 page 1).

Doğrusal regresyon modeli n gözlemli, p bağımsız değişkenli çoklu doğrusal regresyon modeli,

$$y = X\beta + \varepsilon \tag{1}$$

Biçiminde tanımlanır. y, (n×1) boyutlu bağımlı değişken vektörü, X is a (n×p) stokastik olmayan girdi matrisi, β is (p×1) bilinmeyen regresyon katsayılar vektörü, ve ε, (n×1)'lik E(ε)=0 ve Var(ε)=σ^2 koşullarını sağlayan rasgele hatalar vektörüdür.

Regresyon katsayılarını tahmin etmek için yaygın olarak kullanılan istatistiksel yöntem en küçük kareler (EKK) yöntemidir. EKK yöntemi yanıt değişkeninin gerçek değeri ile tahmin değeri arasındaki fark olarak tanımlanan artık değerlerinin kareler toplamının minumum yapılmasıyla parametre tahminlerinin elde edildiği bir yöntemdir.

* Sorumlu Yazar: ncelebiyil@gmail.com

Örneklemden elde edilen bu regresyon denklemi ile değişkenler arasında var olan sebep-sonuç ilişkisini belirlemenin yanında ileriye yönelik tahminler yaparak çıkarımlar yapılmasını sağlamaktadır. EKK tekniği, regresyon analizinde sabit varyans (homoscedasticity) varsayımının sağlanması durumunda kullanılması uygun olan ve değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkiyi modellemede en çok kullanılan yöntemlerden biridir.

Ancak, EKK yönteminin doğru sonuçlar vermesi için çeşitli varsayımların sağlanması gerekmektedir. Bunlardan biri bağımsız değişkenler arasında ilişki olmamasıdır. Ama gerçekte bu durum her zaman sağlanmayabilir. Böyle durumlarda, EKK tahmin yönteminin kullanılması yanlış model bulgularına ve kullanımına neden olur (Farrar ve Glauber, 1967). Bu tür birbiriyle bağımlılık gösteren bağımsız değişkenlerle analiz yapmak için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir.

En popüler olanlardan biri, Hoerl ve Kennard tarafından önerilmiş olan ridge regresyon (RR) yöntemidir (Hoerl ve Kennard, 1970). Bu yöntem X^' X matrisinin köşegen elemanlarına pozitif küçük k değerleri ekleyerek koşul sayısını küçültmeyi amaçlar.

$$\hat{\beta}(k) = (X'X + kI)^{-1} \quad X'y \qquad\qquad k \geq 0$$

Swindel (1970) ridge tahmin edici ile önsel (prior) bilgiyi birleştirerek düzeltilmiş ridge regresyon tahmin ediciyi önermiştir.

$$\hat{\beta}(k,b) = (X'X + kI)^{-1}(X'y + kb) \quad k \geq 0$$

Burada b, p boyutlu stokastik olmayan bir vektör olup β üzerindeki ön bilgiyi temsil edecek şekilde seçilmelidir.

Sarkar (1996) ridge regresyon yöntemi ile kısıtlanmış en küçük kareler yöntemini birleştirerek kısıtlı ridge regresyon yöntemini önermiş ve Hata kareler ortalaması (HKO) kriterine göre yöntemlerinin etkinliklerini karşılaştırmıştır.

$$\hat{\beta}^*(k) = W\hat{\beta}_r, W = \left(I_p + k(X'X)^{-1}\right)^{-1}, \quad k \geq 0$$

Crouse, Jin ve Hanumara (1995) EKK ile ön bilginin konveks kombinasyonu olarak yansız ridge tahmin ediciyi önermiştir.

$$\hat{\beta}(kI,J) = (X'X + kI)^{-1}(X'y + kJ) \quad k \geq 0$$

Doğrusal regresyon modelinde çoklu doğrusal bağlantı problemi ve onun istatistiksel sonuçlar üzerindeki etkisi çok iyi bilinmektedir. Bu problemi ortadan kaldırmak için farklı çalışmalar önerilmiştir. Baye ve Parker (1984) ridge ve temel bileşenler tahmin edicilerini birleştirerek r − k sınıf tahmin ediciyi önermiştir.

$$\hat{\beta}_r(k) = T_r(T_r{}'X'XT_r + kI_r)^{-1}T_r{}'\, X'y \quad k \geq 0$$

Nomura ve Ohkubo (1985) r − k sınıf tahmin ediciyi EKK ve ridge tahmin ediciler ile skaler HKO anlamında karşılaştırmıştır. Sarkar (1996) ise r − k sınıf tahmin ediciyi EKK, ridge ve temel bileşenler tahmin ediciler ile matris HKO anlamında karşılaştırmıştır.

Çoklu doğrusal bağlantı problemini ortadan kaldırmak için Liu (1993), Stein (1956) tahmin edici ile ridge tahmin ediciyi birleştirmiş ve

$$\hat{\beta}_d = (X'X + I)^{-1}\left(X'y + d\hat{\beta}\right) \quad 0 < d < 1$$

tahmin edicisini önermiştir. Bu tahmin edici Akdeniz ve Kaçıranlar (1995) ve Gruber (1998) tarafından Liu tahmin edici olarak adlandırılmıştır. Liu tahmin edicisinin, ridge tahmin edicisine göre üstünlüğü d'nin bir doğrusal fonksiyonu olmasıdır.

Liu (2003) çoklu doğrusal bağlantı problemini çözmek amacıyla Liu-tipi tahmin edici denilen yeni bir tahmin edici önermiştir:

$$\hat{\beta}_{LTE} = (X'X + kI)^{-1}\left(X'y + d\hat{\beta}\right)$$

$$k > 0, \quad -\infty < d < \infty$$

Araştırmacılar tarafından önerilmiş çok sayıda yanlı tahmin edici vardır. Yanlı tahmin edicilerin, yanlılığını azaltmak amacıyla üretilmiş olan Jackknife tekniği, Quenouille (1956) tarafından önerilmiş ve Tukey'in geliştirdiği bir tekniktir (1958). Bu yöntem, kitle parametrelerinin tahmin edilmesinde, örneklem hatasının minimuma indirilmesinde, tahmin edicinin sapmasının hesaplanmasında kullanılmasına ek olarak güçlü güven aralıları oluşturulması amacına yönelik geliştirilmiştir.

Önyükleme gibi Jackknife parametrik varsayımlar kullanmak yerine örneklem değişkenliğinin açıklanması yoluyla elde edilen tahmin edicilerin güvenilirliğini arttırmaya yöneliktir. Jacknife yöntemi gözlem sayısının az olduğu durumlarda hesaplanması kolay olduğundan standart hata tahmini için kullanılabilmektedir. Ancak Jackknife tekniği örneğin değişkenliğini farklı bir yolla açıklamaya çalışan bir yöntemdir. Hinkley genel olarak Jackknife tekniğinin birkaç istisnai durum dışında, dengeli modeller için uygulanabileceğini, dengeli olmayan modeller için de ağırlıklı Jackknife tekniğinin uygulanmasını önermiştir (Hinkley, 1977). Yöntemin esasını oluşturan fikir, deneysel veri yardımıyla, bilinmeyen parametrenin istatistiksel tahminini bulmak için kullanılmasıdır (Hongchang and Yuhe, 2013).

Jackknife tekniğinin, yanlı tahmin edicisinin yanlılığını azaltmak amacıyla pek çok araştırmacı tarafından tercih edildiği ve özelliklerinin çalışıldığı görülmektedir.

## 2. Jackknife Liu-tipi Tahmin Edici

$X'X$ matrisinin özdeğerlerinin köşegen matrisi $\Lambda = diag(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$ ve $X$ matrisinin ortonormal özvektörleri olan $T$ orthogonal matris olmak üzere, (1) modelin

$$y = XTT'\beta + \varepsilon = Z\gamma + \varepsilon \qquad (2)$$

yazabiliriz. $Z = XT$, $\gamma = T'\beta$ ve $Z'Z = \Lambda$ olmak üzere , $\gamma$'nın E.K.K

$$\hat{\gamma} = (Z'Z)^{-1}Z'y = \Lambda^{-1}Z'y \qquad (3)$$

dir. Liu (2003) tarafından önerilen $\gamma$'nin LTE tahmin edicisi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\hat{\gamma}_{LTE}(k,d) = (\Lambda + kI)^{-1}(Z'y - d\hat{\gamma}) \qquad (4)$$

$$= (\Lambda + kI)^{-1}(Z'y - d\Lambda^{-1}Z'y)$$

$$= [I - (\Lambda + kI)^{-1}(k + d)]\hat{\gamma}$$

$$= F(k,d)\,\hat{\gamma} \qquad (5)$$

$k \geq 0$ ve $-\infty \leq d \leq +\infty$

Burada, $F(k,d) = (\Lambda + kI)^{-1}(\Lambda - dI)$ olmak üzere, LTE tahmin edicinin yanlılığı ve kovaryansı

$$Yan(\hat{\gamma}_{LTE}) = [(F(k,d) - I)\gamma] \qquad (6)$$

$$Kov(\hat{\gamma}_{LTE}) = \sigma^2 F(k,d)\Lambda^{-1}F(k,d)' \qquad (7)$$

dir. $i$ . gözlemin çıkartılmasıyla $(z_i', y_i)$ , elde edilen Jackknife tahmin edici,

$$(A - z_i z_i')^{-1} = A^{-1} + \frac{A^{-1}z_i z_i' A^{-1}}{1 - z_i^I A^{-1} z_i}$$

$$\hat{\gamma}_{LTE_{-i}}(k,d) = (A - z_i z_i')^{-1}$$

$$= \left(A^{-1} + \frac{A^{-1}z_i z_i' A^{-1}}{1 - z_i^I A^{-1} z_i}\right)(Z'y - z_i y_i)$$

$$= A^{-1}Z'y - A^{-1}z_i y_i + \frac{A^{-1}z_i z_i' A^{-1}}{1 - z_i' A^{-1} z_i}Z'y - \frac{A^{-1}z_i z_i' A^{-1}}{1 - z_i' A^{-1} z_i}z_i y_i$$

$$= \hat{\gamma}_{LTE}(k,d) - A^{-1}z_i \frac{A^{-1}z_i\left(y_i - z_i'\hat{\gamma}_{LTE}(k,d)\right)}{1 - z_i' A^{-1} z_i}$$

$$= \hat{\gamma}_{LTE}(k,d) - \frac{A^{-1}z_i e_i}{1 - w_i} \qquad (8)$$

$z_i'$ , $Z$ matrisinden i.satırın silinmesiyle elde edilir. $e_i = y_i - z_i'\hat{\gamma}_{LTE}(k,d)$,

Liu-tipi artık,

$w_i = z_i' A^{-1} z_i$

uzaklık faktörüdür.

$A^{-1} = (\Lambda + kI)^{-1}(I - d\Lambda^{-1}) = F(k,d)\Lambda^{-1}$.

Sıfırdan farklı $w_i$ , modeldeki denge eksikliğini ifade etmektedir. Ağırlıklandırılmış sahte (pseudo) değerler

$$Q_i = \hat{\gamma}_{LTE}(k,d) + n(1 - w_i)\left(\hat{\gamma}_{LTE}(k,d) - \hat{\gamma}_{LTE_{-i}}(k,d)\right)$$

dir. Ağırlıklandırılmış Jackknife Liu-tipi tahmin edici

$$\hat{\gamma}_{JLTE}(k,d) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Q_i = \hat{\gamma}_{LTE}(k,d) + A^{-1}\sum_{i=1}^{n} z_i\, e_i \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^{n} z_i\, e_i = \sum_{i=1}^{n} z_i\left(y_i - z_i'\hat{\gamma}_{LTE}(k,d)\right) =$$

$$(I - A^{-1})\, Z'y$$

$$\hat{\gamma}_{JLTE}(k,d) = \hat{\gamma}_{LTE}(k,d) + A^{-1}Z'y - A^{-1}\Lambda A^{-1}Z'y = (2I - A^{-1}\Lambda)\hat{\gamma}_{LTE}(k,d) \quad (10)$$

dir.

Burada

$I - A^{-1}\Lambda = I - (\Lambda + kI)^{-1}(\Lambda - dI) = I - F(k,d)$ yazılabilir. Buradan

$$\hat{\gamma}_{JLTE}(k,d) = (2I - F(k,d))\hat{\gamma}_{LTE}(k,d) \quad (11)$$

$$\hat{\gamma}_{JLTE}(k,d) = (2I - F(k,d))\, F(k,d)\hat{\gamma} \quad (12)$$

elde edilir. $\hat{\gamma}_{JLTE}(k,d)$'nın yanlılığı ve varyansı

$$Yan\left(\hat{\gamma}_{JLTE}(k,d)\right) = (I - F(k,d))^2\gamma \quad (13)$$

$$Cov\left(\hat{\gamma}_{JLTE}(k,d)\right) = \sigma^2(2I - F(k,d))\, F(k,d)\Lambda^{-1}F(k,d)'(2I - F(k,d))' \quad (14)$$

dir.

JLTE ve LTE'nin, Hata Kareler Ortalaması Matrisi (HKOM)

$$HKOM\left(\hat{\gamma}_{JLTE}(k,d)\right) = Kov\left(\hat{\gamma}_{JLTE}(k,d)\right) + Yan\left(\hat{\gamma}_{JLTE}(k,d)\right)Yan\left(\hat{\gamma}_{JLTE}(k,d)\right)'$$

$$= \sigma^2(2I - F(k,d))\, F((k,d)\Lambda^{-1}F(k,d)'\left(2I - F(k,d)\right)' + (I - F(k,d))^2\gamma\gamma'(I - F(k,d))^{2'} \quad (15)$$

$$HKOM(\hat{\gamma}_{LTE}) = \sigma^2 F(k,d)\Lambda^{-1}F(k,d)' + (F(k,d) - I)\beta\beta'(F(k,d) - I) \quad (16)$$

dir.

### *2.1. Düzeltilmiş Jackknife Liu-tipi Tahmin Edici (DJLT)*

Yanlılığı azaltmak ve çoklu bağlantı problem ile karşılaşılması durumunda, Yıldız (2018) tarafından yeni bir tahmin edici önerilmiştir. Bu tahmin edici

$$\hat{\gamma}_{DJLT}(k,d) = [I - (k + d)^2\,(\Lambda + kI)^{-2}]*[I - (k + d)(\Lambda + kI)^{-1}]\hat{\gamma} \quad (17)$$

dir. Düzeltilmiş Jackknife Liu-tipi (DJLT) tahmin edici (12) numaralı denklemde EKK tahmin edicisi yerine Liu-tipi tahmin edici konularak elde edilmiştir. $\hat{\gamma}_{MJLTE}(k,d)$'nin yanlılığı, varyans ve HKOM' si

$$Yan\left(\hat{\gamma}_{DJLT}(k,d)\right) = -(k + d)(\Lambda + kI)^{-1}W(\Lambda + kI)^{-1}\gamma$$

$$Kov\left(\hat{\gamma}_{DJLT}(k,d)\right) = \sigma^2\phi\Lambda^{-1}\phi'$$

$$HKOM\left(\hat{\gamma}_{DJLT}(k,d)\right) = \sigma^2\phi\Lambda^{-1}\phi' + (k + d)^2\,(\Lambda + kI)^{-1}W(\Lambda + kI)^{-1}\gamma\gamma'[(\Lambda + kI)^{-1}W(\Lambda + kI)^{-1}]'$$

dir.

Burada $W = I + (k+d)(\Lambda + kI)^{-1} - (k+d)^2\,(\Lambda + kI)^{-2} = I + F(k,d) - F(k,d)^2$ ve $\Phi = (2I - F(k,d))F(k,d)^2$ dir.

## 3. Bulgular

Bu bölümde LTE, JLTE ve DJLT tahmin edicileri, çoklu bağlantının değişik dereceleri için Monte Carlo simülasyon çalışması ile karşılaştırılmıştır.

Liu (2003) ve Kibria (2003) tarafından önerilen

$$x_{ij} = (1-\gamma^2)^{1/2} z_{ij} + \gamma z_{ip},$$

$$y_i = (1-\gamma^2)^{1/2}\, z_i + \gamma z_{ip}$$

$$i = 1,2,\ldots,n, \quad j = 1,2,\ldots,p \qquad (18)$$

Açıklayıcı değişkenler ve yanıt değişkenleri (18) denklemi ile üretilecektir. Burada $z_{ij}$ bağımsız standart normal dağılıma sahip rasgele sayı, $p$ korelasyon, $\gamma^2$ herhangi iki değişken arasındaki korelasyonu gösterir. Bu çalışmada değişik derecelerdeki çoklu bağlantının tahmin ediciler üzerindeki etkisini görmek için 3 farklı korelasyon katsayısı olarak $\gamma = 0.80, 0.90, 0.99$ ele alınmıştır. Örneklem genişliği $n = 30, 50$ ve $100$ olmak üzere üç farklı örneklem çapı seçilerek üretilmiştir. $(k,d)'$nin üç farklı kombinasyonu (0.8, 0.5), (1, 1.5), (1.5,1) kullanılmıştır. Bu simülasyon çalışmasında ayrıca tahmin edicilerin hata varyansından etkilenip etkilenmediğini görmek için 3 farklı standart sapma incelenmiştir σ = 0.5; 1.0; 5. Her bir $\gamma, \sigma^2$ ve $n$ için deney 1000 kere tekrarlanmıştır. LTE, JLTE ve DJLT tahmin edicilerinin, çoklu bağlantının değişik derecelerdeki HKOM değerleri hesaplanmıştır. Simülasyon sonuçları Tablo 1'de verilmiştir. Çoklu bağlantı derecesi arttıkça HKOM değerlerinde genel bir artış olduğu görülmektedir. Açıklayıcı değişkenler ciddi biçimde eş-doğrusal olduğunda, DJLT'nin performansının rakip tahmin edicilerin performansından çok daha iyi olduğunu görülmektedir.

HKOM değerleri karşılaştırıldığında en küçük HKOM değeri DJLT tahmin edicisine ait olduğu görülmektedir.

**Tablo 1.** $k$ ve $d$ nin farklı değerleri için LTE, JLTE ve DJLT tahmin edicilerinin HKOM değerleri

| | $n$ | $\rho$ | $\sigma$ | LTE | JLTE | DJLT |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0.80 | 0.5 | 0.1121 | 0.3392 | 0.0904 |
| | 30 | | 1 | 0.0956 | 0.2613 | 0.0741 |
| | | | 5 | 0.0914 | 0.2490 | 0.0688 |
| (k=0.8, d=0.5) | | 0.90 | 0.5 | 0.0706 | 0.2425 | 0.0485 |
| | 50 | | 1 | 0.0726 | 0.2587 | 0.0493 |
| | | | 5 | 0.0653 | 0.2289 | 0.0450 |
| | | 0.99 | 0.5 | 0.1481 | 4.6439 | 0.0853 |
| | 100 | | 1 | 0.1394 | 4.3770 | 0.0778 |
| | | | 5 | 0.1490 | 4,6788 | 0.0849 |
| | | | | | | |
| | | 0.80 | 0.5 | 0.0931 | 0.6202 | 0.0116 |
| | 30 | | 1 | 0.0881 | 0.5999 | 0.0113 |
| | | | 5 | 0.0933 | 0.6420 | 0.0116 |
| (k=1, d=1.5) | | 0.90 | 0.5 | 0.0755 | 0.6860 | 0.0118 |
| | 50 | | 1 | 0.0781 | 0.6986 | 0.0122 |
| | | | 5 | 0.0749 | 0.6646 | 0.0122 |
| | | 0.99 | 0.5 | 0.2825 | 35.6115 | 1.2646 |
| | 100 | | 1 | 0.2821 | 33.8837 | 1.2842 |
| | | | 5 | 0.2908 | 35.2365 | 1.3827 |
| | | | | | | |
| | | 0.80 | 0.5 | 0.2060 | 2,2258 | 0.2011 |
| | 30 | | 1 | 0.1971 | 2.1363 | 0.1948 |
| | | | 5 | 0.1867 | 2.011 | 0.1793 |
| (k=1.5, d=1) | | 0.90 | 0.5 | 0.0656 | 0.6192 | 0.0127 |
| | 50 | | 1 | 0.0667 | 0.6059 | 0.0126 |
| | | | 5 | 0.0640 | 0.6192 | 0.0127 |
| | | 0.99 | 0.5 | 0.1320 | 9.8024 | 0.0957 |
| | 100 | | 1 | 0.1389 | 10.5546 | 0.1087 |
| | | | 5 | 0.1294 | 9.5630 | 0.1025 |

## 4. Sonuç

Bu çalışmada, LTE ve JLTE avantajlı istatistiksel özelliklerinden yararlanılarak önerilen DJLT tahmin edicisinin etkinliğini araştırılmıştır. Farklı örneklem genişlikleri, korelasyon katsayıları, standart sapma ve (k, d) değerleri için hesaplanan, skaler HKOM değerlerine göre tahmin edicilerin performansları karşılaştırılmıştır

Yapılan simülasyon çalışmasında örneklem büyüklüğü 30,50 ve 100 olmak üzere üç farklı değer, $\rho$' nın 0.80, 0.90 ve 0.99 değerleri, $\sigma$'nın 0.5, 1 ve 5 gibi değerleri için tahmin edicilerin HKOM değerleri hesaplanmıştır. (k=0.8, d=0.5) için tahmin edicilerin değerleri karşılaştırıldığında örneklem büyüklükleri sabit, $\rho$ ve $\sigma$ nın değerleri arttıkça tahmin edicilerin değerleri azalmaktadır. Tahmin edicilerin HKOM değerlerini karşılaştırdığımızda en büyük değerin JLTE'ye ait olduğu görülmektedir. LTE ile DJLT değerleri karşılaştırıldığında ise en küçük değerin DJLT'ye ait olduğu görülmektedir. Örneklem büyüklüğü arttıkça tahmin edicilerin değerlerinde azaldığı, $\rho$ ve $\sigma$ nın değerleri arttıkça en büyük değişimin JLTE'ye ait olduğu görülmektedir.

(k=1, d=1.5) için benzer yorumları yapılabilir fakat örneklem büyüklüğü 100 ve $\rho = 0.99$

için tahmin edicilerin değerlerine bakıldığında DJLT tahmin edicisi hariç diğer iki tahmin edicinin değerlerinde ciddi bir artış olduğu görülmektedir. DJLT değerlerine baktığımızda artış miktarının çok küçük olduğu için DJLT tahmin edicisinin diğer tahmin ediciler ile karşılaştırıldığında daha robust olduğunu söyleyebiliriz.

(k=1.5, d=1) değerlerine baktığımızda örneklem büyüklüğü artıkça tahmin edicilerin değerlerinde azalma olduğu görülmektedir.

Elde edilen sonuçlara göre, doğrusal bağlantının derecesi artmasına rağmen bundan en az etkilenmenin DJLT tahmin edicisinde olduğu görülmektedir. Bu nedenle, DJLT belirli koşullar altında LTE ve JLTE' den daha üstün olduğunu söyleyebiliriz.

## 5. Kaynaklar


Akdeniz, F.and Kaçıranlar, S. 1995. “On the Almost Unbiased Generalized Liu Estimator and Unbiased Estimation of the Bias and MSE”, *Comm. Statist. Theory Methods*, 24, 1789-1797.

Crouse, R. H., Jin, C., Hanumara, R. C. 1995. “Unbiased Ridge Estimation with Prior Information and Ridge Trace”, *Comm. Statist. Theory Methods*, 24 9, 2341-2354.

Farrar, D. E. and Glauber, R. R. 1967. “Multicollinearity in regression analysis: the problem revisited”, *Rev. Econ. Statist*. 49(1):92–107.

Gruber, M. H. J. (1998) “Improving Efficiency by Shrinkage: The James-Stein and Ridge Regression Estimators”, *Marcell Dekker*, Inc. New York.

Hinkley, D.V. 1977. “Jackknifing in unbalanced situations”, *Technometrics*, 19, 285–292.

Hoerl, A. and Kennard, R. 1970. “Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems”, *Technometrics*, 12: 55–67.

Hongchang, H. and Yuhe, X. 2013. “Jackknifed Liu estimator İn Linear regresiion Models”, *Wuhan University Journal of Natural Sciences*, 18, 331-336.

Kibria, B.M.G. 2003. “Performance of some new ridge regression estimators”, *Commun. Stat. Simul Comput.* 32:2389-2413.

Liu, K. 1993. “A New Class of Biased Estimate in Linear Regression”, *Comm. Statist. Theory Methods*, 22, 2, 393-402.

Liu, K. 2003. “Using Liu-type estimator to combat collinearity”, *Commun. Stat. Theor Meth.* 32(5):1009–1020.

Montgomery, C.D., Peck, E.A. and Vining, G.G. (2010). “Introduction to Linear Regresssion Analysis” 5 th, *Wiley*. NewYork.

Nomura, M. and Ohkubo, T. 1985. “A Note on Combining Ridge and Principal Component Regression”, *Comm. Statist. Theory Methods*, 14, 10, 2489-2493.

Parker, D. F. And Baye, M. R. 1984. “Combining Ridge and Principal component Regression: A Money Demand Illustration”, *Commun. Statist.-Theor. Meth*. 13(2), 197-205

Sarkar, N.1992. “A New Estimator Combining the Ridge Regression and the Restricted Least Squares Methods for Estimation”, *Comm. Statist. Theory Methods*, 21, 7, 1987-2000.

Sarkar, N. 1996. “Mean Square Error Comparison of Some Estimators in Linear Regressions with Multicollinearity”, *Statistics and Probability Letters*, 30, 133- 138.

Stein, C.1956. “Inadmissibility of Usual Estimator for the Mean of a Multivariate Normal Distribution”, *Proceeding of the Third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*. Univeristy of California Press, Berkeley, 197-206.

Swindel, F. F. 1976. “Good Ridge Estimators Based on Prior Information”, *Comm. Statist. Theory Methods*, A5 (11), 1065-1075.

Quenouille, M. H. 1956. “Notes on bias in estimation”, *Biometrika* 43:353–360.

Tukey, J. W. 1958. “Bias and confidence in not quite large samples (Abstract)”, *Ann. Mathemat. Statist*. 29:614.

Yıldız, N. 2018. “On the performance of the Jackknified Liu-type estimator in linear regression model”, *Comm. Statist. Theory Methods* 47 (9), 2278–2290.