

# **İMKB ULUSAL-100 ENDEKSİ'NİN BOX-JENKINS ARIMA MODELİ KULLANILARAK TAHMİN EDİLMESİ**

**Yard.Doç.Dr.Atilla ASLANARGUN**

Anadolu Üniversitesi  
Fen Fakültesi İstatistik Bölümü

**Yard.Doç.Dr.S.Ünal ŞAKAR**

Anadolu Üniversitesi  
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi  
İşletme Bölümü

## **ABSTRACT**

Every stock market in the world has at least an index. Which is a measure of the general movement in the prices of shares on the market. Some indexes are produced by stock exchanges and some by financial newspapers or financial institutions. A stock market index can include all publicly traded stocks or a sample of publicly traded stocks.

In Turkey, İstanbul Stock Exchange (ISE) has already 25 indexes in stock market. Our study focuses on ISE. National-100 index. It is used as a main indicator of the National Market. The aim of this study is to forecast ISE National-100 index for end of March 2000 by using Box-Jenkins' ARIMA model.

## ÖZET

Dünyada her hisse senedi piyasasında en az bir endeks bulunmaktadır. Bu endeks, piyasadaki hisse senedi fiyatlarının genel hareketini ölçmektedir. Bazı endeksler borsalar tarafından bazıları da ekonomi gazeteleri veya finansal kurumlar tarafından hesaplanmaktadır. Bir hisse senedi piyasası endeksi, işlem gören tüm hisse senetlerini veya onları temsil eden bir örnekleme içerebilir.

Türkiye'de İMKB hisse senetleri piyasasında 25 endeks hesaplanmaktadır. Çalışma İMKB Ulusal 100 endeksine odaklanmıştır. Bu endeks ulusal piyasada ana gösterge olarak kullanılmaktadır. Bu çalışma Box-Jenkins ARIMA modeli kullanılarak İMKB Ulusal 100 endeksini MART 2000 itibariyle tahmin etmeyi amaçlamaktadır.

## GİRİŞ

Dünyada 1884 yılından beri kullanılmakta olan hisse senedi piyasa endeksleri piyasa performansı hakkında genel bilgi verirler. Şüphesiz bu genel bilginin yanlı (bias) olmaması için endeksin piyasayı tam olarak yansıtması ve süreklilik arz etmesi gerekir.

Her hisse senedi piyasası en az bir endekse sahiptir. Bazı endeksler borsalar tarafından oluşturulurken bazı endeksler de günlük gazeteler ve finansal kurumlar tarafından geliştirilmişlerdir. Örneğin, Hong Kong borsası Hong Seng endeksini, Toronto borsası TSE 300 Composite endeksini, Frankfurt borsası DAX adlı endeksi, Tokyo Borsası TOPIX endeksini, Paris borsası “ Cotation Assistee en Continu” olarak bilinen CAC 40 endeksini üretmiştir. Bunların dışında örneğin Almanya’da FAZ endeksi Frankurter Allgemeine Zeitung adlı günlük gazete tarafından, Japonya’da Nikkei 225 Stock Average adlı endeks ise finansal danışmanlık firması Nihon Keizai Shimbun tarafından üretilmiştir (Fabozzi and Modigliani, 1996).

Hisse senedi piyasa endeksleri ya Dow Jones Industrial Average (DJIA) endeksinde olduğu gibi fiyat ağırlıklı (price weighting) ya da

Standard&Poor's 500 composite (S&P500) endeksinde olduğu gibi değer ağırlıklı (value weighting, capitalization weighting) olarak hesaplanmaktadır. Bunların dışında eşit ağırlıklı (equal weighting) olarak hesaplanan endeksler de vardır. Arnold Bernhard&Co. Tarafından geliştirilen ve oldukęa popüler olan Value Line Composite Average (VLCA) endeksi buna örnektir (Alexander and Sharpe, 1989).

NYSE Composite endeks gibi bazı endeksler borsada işlem gören tüm hisse senetlerini içerirler. DJIA, S&P500, VLCA gibi diğer bazı endeksler ise borsada işlem gören hisse senetleri içinde sadece seçilmiş olan hisse senetlerini içerirler.

Yukarıda sözünü ettiğimiz endeksler sadece tek bir piyasa için hesaplanırken Morgan Stanley Capital International Europe, Australia, Far East (EAFE) endeksi, Financial Times World Endeksi gibi bazı endeksler geniş bir coğrafik yapıya aittirler. Örneğin, EAFE endeksi Avrupa, Avustralya ve Uzak Doğuda 21 ölkede faaliyet gösteren 2000'den fazla şirketi içermektedir (Fabozzi, 1995).

Hisse Senedi Piyasası Endeksleri çok yaygın bir kullanım alanına sahiptirler. Bu kullanım alanlarından bazıları şunlardır (Fabozzi, 1995):

- Endekse dayalı olarak vadeli işlem sözleşmeleri (future contracts) yapılabildiği gibi endeks üzerine opsiyon (option) da yazılabilmektedir.
- Endeksler, portföy yönetiminde, dünyadaki tüm riskli varlıkları içeren ve bu özelliği nedeniyle de teorik bir portföy olarak kabul edilen piyasa portföyünü (market portfolio) temsilen kullanılabilirler.
- Endeksler, endeks fonlarının (index funds) portföylerinin oluşturulmasında baz olarak alınırlar.
- Endeksler, portföy yöneticilerine ya da yatırımcılara oluşturdukları portföyün getirisini endeks getirisiyle

karşılaştırma ve dolayısıyla portföylerinin performansını ölçme olanağı verirler.

## **İMKB HİSSE SENEDİ PİYASASI ENDEKSLERİ**

Ülkemizde borsanın faaliyete geçtiği 1986 yılından 1990 yılının sonuna kadar hisse senedi piyasasında sadece bileşik endeks, 1991 yılının başından 1996 yılının sonuna kadar ise altı ayrı endeks hesaplanmıştır. Bunlar; kapanış ve ağırlıklı ortalama fiyatlara göre hesaplanan bileşik endeks, mali sektör ve sınai sektör endeksleridir. 1997 yılı başından itibaren sektör ve alt sektör endeksleri de hem fiyat ve hem de toplam getiri bazında hesaplanmaya başlanmıştır. 2000 yılı başından itibaren hesaplanmaya başlanan İMKB Ulusal-50 ve Gayrimenkul Yatırım Ortaklıkları endeksleri ile birlikte hisse senedi piyasasındaki endeks sayısı 25'e ulaşmıştır.

İMKB Hisse Senetleri Piyasası Endeksleri, Borsa'da işlem gören hisse senetlerinin fiyat ve getirilerinin bütünsel ve sektörel bazda performanslarının ölçülmesi amacıyla oluşturulmuştur.

Araştırmamızda ele aldığımız İMKB Ulusal-100 endeksi borsanın kurulmasıyla birlikte hesaplanmaya başlayan İMKB-100 endeksinin devamı niteliğinde bir endekstir. Ulusal pazar için temel endeks olarak kullanılan İMKB Ulusal-100 endeksi, İMKB Ulusal-30 ve İMKB Ulusal-50 endeksleri kapsamında bulunan hisse senetlerini doğal olarak kapsamaktadır.

İMKB Ulusal-100 kapsamına alınacak hisse senetlerinin İMKB Yönetim Kurulu'nca belirlenen şartları sağlamanın yanısıra sektörel temsil kabiliyetinin de olması gerekmektedir.

İMKB Endeksleri, endeks kapsamında bulunan şirketlerin, aynen saklamada bulunanlar hariç, Takasbank saklamasında bulunan hisse senetlerinin toplam piyasa değeri ile ağırlıklı olarak hesaplanır.

Endekslerin hesaplanmasında aşağıdaki formül kullanılır (Şakar, 1998):

$$E_t = \frac{\sum_{i=1}^n F_{it} \cdot N_{it} \cdot H_{it}}{B_t}$$

Bu formülde;

$E_t$  = Endekslerin t zamandaki değerini,

$n$  = Endekse dahil olan hisse (şirket) sayısını,

$N_{it}$  = "i" inci hisse senedinin t zamanındaki toplam sayısını,

(Ödenmiş ve Çıkarılmış sermaye/1000)

$H_{it}$  = "i" inci hisse senedinin t zamanındaki aynen saklamada bulunanlar hariç,

Takasbank saklamasında bulunan hisse senetlerinin sermayeye oranını,

$B_t$  = Bölenin (Düzeltilmiş baz piyasa değeri) t zamanındaki değerini ifade etmektedir.

İMKB Endekslerinin hesaplanmasında en son tescil edilmiş fiyatlar kullanılır ve ayrıca eski ve yeni hisse senetlerinin fiyatları ayrı olarak dikkate alınır.

## ARAŞTIRMANIN AMACI VE YÖNTEMİ

Araştırmanın amacı Box-Jenkins ARIMA modeli yardımıyla İMKB Ulusal-100 endeksini Mart 2000 sonu itibariyle tahmin etmektir. Bu amaçla araştırmada İMKB Ulusal-100 endeksinin Ocak-1990 / Şubat-2000 dönemine ilişkin aylık kapanış değerleri zaman serisi olarak ele alınmış ve söz konusu endeksin ileriye dönük tahminlerini verecek uygun Box-Jenkins ARIMA modeli STATISTICA 5.0 paket programı yardımıyla belirlenmeye çalışılmıştır.

ARIMA modeller ele alınan zaman serisinin öngörü değerlerini, aynı serinin geçmiş dönem değerlerinin ve/veya hata terimlerinin doğrusal bileşimine dayandıran modellerdir (Box-Jenkins, 1970; Makridakis, and Wheelwright, 1978). ARIMA modellerin kapalı

formda genel yazımı izleyen eşitlikte görüldüğü gibidir (Box-Jenkins, 1970):

$$\varphi_p(B) \Phi_p(B^s) \nabla^d \nabla_s^D X_t = \theta_q(B) \Theta_Q(B^s) a_t$$

Bu eşitlikte;

$\varphi(B)$  = AR işlevini,

$\Phi(B)$  = Mevsimsel AR işlevini,

$\theta(B)$  = MA işlevini,

$\Theta(B)$  = Mevsimsel MA işlevini,

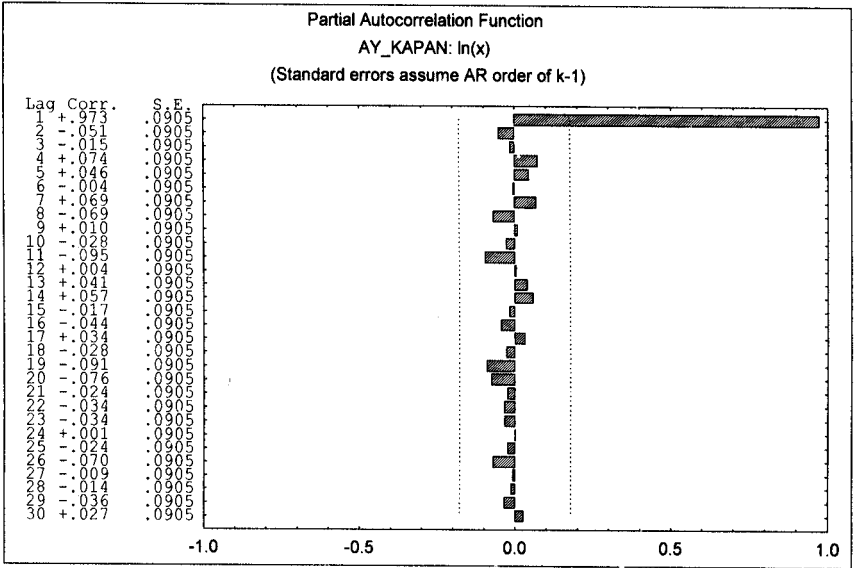
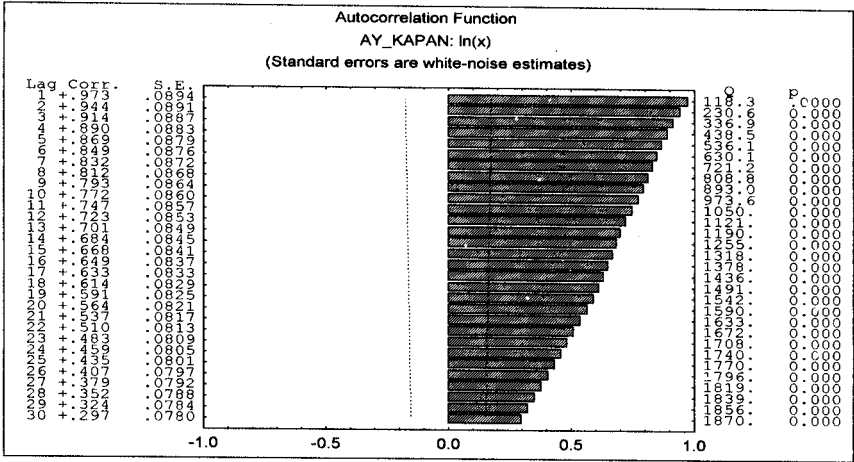
$\nabla^d$  = Fark alma işlevini,

$\nabla_s^D$  = Mevsimsel fark alma işlevini ifade etmektedir.

## MODELİN BELİRLENMESİ

İMKB Ulusal-100 Endeksi Ocak-1990/ Şubat-2000 dönemine ilişkin aylık kapanış değerleri ( $X_t$ ) zaman serisi ele alınmıştır.  $X_t$  serinin grafiğine bakıldığında, serinin varyans durağan olmadığı görülmekle beraber; serinin Dağılım-Ortalama (Range-Mean Plot) grafiği oluşturulduğunda serinin varyans durağan olmadığı ve seriye doğal logaritma ( $\ln$ ) dönüşümünün uygulanması gerektiği görülmektedir (Aslanargun, 1996; Özmen, 1986).

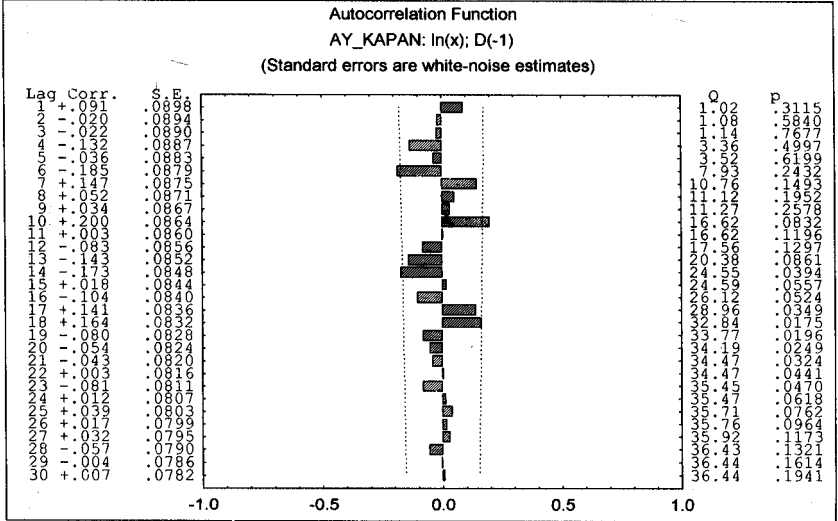
$\ln(X_t)$  serinin otokorelasyon fonksiyonu (ACF) ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF) Şekil 1'de verilmiştir. Bu fonksiyonlara bakıldığında, seride trend etkeni belirgin olarak görülmektedir.  $\ln(X_t)$  serisine birinci dereceden farklandırma yapılarak  $x_t = \nabla(\ln(X_t)) = (\ln(X_t) - \ln(X_{t-1}))$  serisi elde edilir.



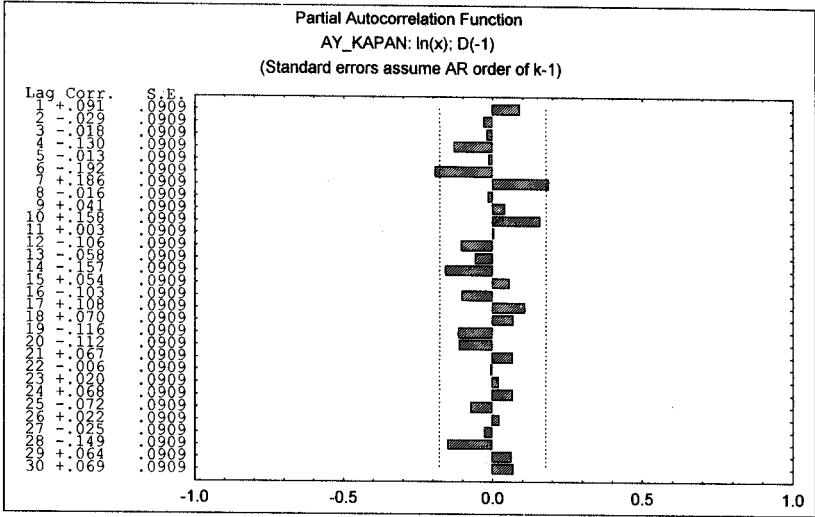
**Şekil.1**  $\ln(X_t)$  serinin otokorelasyon fonksiyonu (ACF) ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF)

$x_t$  serisinin ACF ve PACF Şekil 2’de verilmiştir. Buna göre, birinci deceden farkı alınmış  $\ln(X_t)$  serisinin ( $x_t$  serisinin) trend etkenini içermediği görülür. Ayrıca,  $x_t$  serisinde belirgin bir mevsimsellik de görülmemekle beraber 12 aylık mevsimsel fark uygulanmıştır. Bunun sonucunda  $\ln(X_t)$  serisine en uygun olarak  $ARIMA(1,1,2)(0,1,0)^{12}$  modeli önerilmiştir.

$\ln(X_t)$  serisi için  $ARIMA(1,1,2)(0,1,0)^{12}$  modeli parametreleri kestirimleri Çizelge 1’ de verilmiştir. Modelde bir AR parametresi, ikide MA parametresi vardır. Parametre değerlerine sırasıyla -0.8595, -0.0207 ve 0.9422’dir. Bu parametre değerlerinin anlamlılığı t-testi ile sınıandığında; AR(1) ve MA(2) parametrelerinin %95 güvenle anlamlı olduğu, MA(1) parametresinin ise anlamlı olmadığı görülmüştür. Her ne kadar MA(1) parametre değeri anlamlı olmasa da, modelden çıkarıldığında modelin yapısı bozulmakta ve AR(1) ve MA(2) parametreleri de anlamlılığını yitirmektedir. Bu nedenle, modelin bütünlüğünün bozulmaması için tüm parametreler modele olduğu gibi alınmıştır.







**Şekil.2** Birinci dereceden farkı alınmış  $\ln(X_t)$  serinin otokorelasyon fonksiyonu (ACF) ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF)

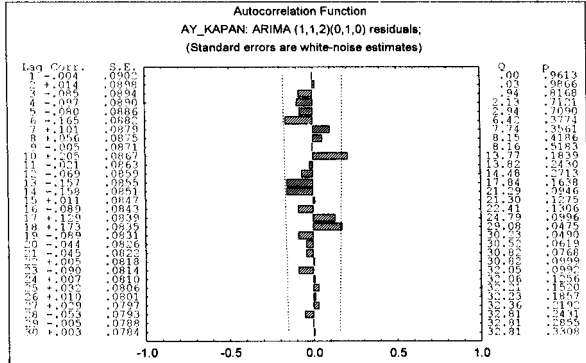
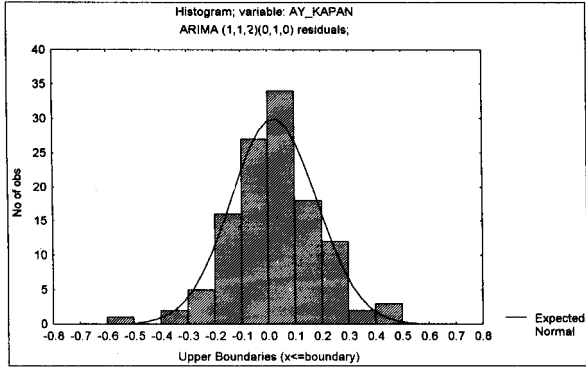
## MODELİN UYGUNLUĞUNUN SINANMASI

ARIMA(1,1,2)(0,1,0)<sup>12</sup> modelinin uygunluğunun sınanması için, Şekil 3'de model artıklarının ACF'na bakıldığında, artık serisi otokorelasyon katsayılarının %95 olasılıkla güven sınırları içinde kaldığı ve sadece 10. gecikmede sınırın aşıldığı görülmektedir. Ayrıca, modelin uygunluk sınaması için hesaplanan Box-Ljung Q istatistiği değeri de 32.81'dir. Bu değer, %5 anlam düzeyinde ve  $k-p-q = 30-2-1 = 27$  serbestlik derecesindeki tablo değeri  $\chi^2_{0.05;27} = 40.11$ 'den daha küçüktür. Bunun yanında, artıklar serisinin dağılımına bakıldığında (Şekil 3), model artıklarının normal dağıldığı görülür. Bu sınamalar sonucunda,  $\ln(X_t)$  serisi için belirlenen ARIMA(1,1,2)(0,1,0)<sup>12</sup> modelinin, İMKB Ulusal-100 Endeksi aylık kapanış değerlerinin ileri dönük tahminlerinin (öngörülerinin) yapılmasında, %95 olasılıkla uygun olduğu kabul edilebilir.

Transformations:  $\ln(x), D(1), D(1)$   
 Model:  $(1, 1, 2)(0, 1, 0)$  MS Residual = 0.02635

|        | Asympt.   | Asympt. |          | Lower    | Upper               |
|--------|-----------|---------|----------|----------|---------------------|
| Param. | Std.Err.  | t (117) | p        | 95% Conf | 95% Conf            |
| p(1)   | -0.859527 | .059496 | -14.4467 | 0.000000 | -0.977356 -0.741697 |
| q(1)   | -0.020750 | .030705 | -0.6758  | 0.500513 | -0.081558 0.040059  |
| q(2)   | 0.942206  | .029202 | 32.2655  | 0.000000 | 0.884374 1.000039   |

**Çizelge.1**  $\ln(X_t)$  serisi için  $ARIMA(1,1,2)(0,1,0)^{12}$  modeli parametreleri kestirimleri



**Şekil.3**  $ARIMA(1,1,2)(0,1,0)^{12}$  modelinin artıklarının ACF ve dağılımı

## MODELİN ÖNGÖRÜ AMACIYLA KULLANIMI

İMKB Ulusal-100 Endeksi aylık kapanış değerlerinin öngörülerinin yapılmasında, %95 olasılıkla uygunluğu kabul edilen ARIMA(1,1,2)(0,1,0)<sup>12</sup> modeli açık formda izleyen şekilde oluşturulabilir.

$$x_t = \ln(X_t),$$

$X_t$  = t. dönem İMKB Ulusal-100 Endeksi Aylık Kapanış Değeri ,

$$a_t = t. \text{ Dönem Hata Değeri,}$$

$$B^t = t. \text{ Dereceden Geçikme İşlevi,}$$

$$\nabla^t = t. \text{ Dereceden Fark İşlevi,}$$

$$\varphi_t = t. \text{ AR parametre değeri,}$$

$$\theta_t = t. \text{ MA parametre değeri olmak üzere;}$$

$$(1 - \varphi_1 B) \nabla^1 \nabla_{12}^1 x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2) a_t$$

$$(1 - \varphi_1 B)(1 - B)(1 - B^{12}) x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2) a_t$$

$$(1 - \varphi_1 B)(1 - B - B^{12} + B^{13}) x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2) a_t$$

...(1)

Eşitlik 1'de  $x_t = \ln(X_t)$  yerine koyulur ve açık bir şekilde yazılırsa izleyen Eşitlik 2 elde edilir:

$$\ln(X_t) = (1 + \varphi_1) \ln(X_{t-1}) - \varphi_1 \ln(X_{t-2}) + (1 - \varphi_1) \ln(X_{t-12}) - (1 + \varphi_1) \ln(X_{t-13}) + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

...(2)

Belirlenen bu Eşitlik 2'de;  $\varphi_1$ ,  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  parametrelerinin değerleri yerine koyulursa, model öngöründe kullanılmak üzere belirlenmiş olur.

$$\ln(X_t) = (0.140473) \ln(X_{t-1}) + (0.859527) \ln(X_{t-2}) + (1.859527) \ln(X_{t-12}) - (0.140473) \ln(X_{t-13}) + a_t + (0.02075) a_{t-1} - (0.942206) a_{t-2} \quad \dots(3)$$

Eşitlik 3’de,  $t = 122$  dönemi başlangıç (orijin) dönemi (Şubat-2000) ve  $j = 1, 2, 3, 4$  (Mart-2000 / Haziran-2000) öngörüsü yapılacak dönemleri göstermek üzere; öngörü değerleri  $\ln(\hat{X}_t(j))$  için, Eşitlik 4’de verilen formda yazılabilir.

$$\ln(\hat{X}_t(j)) = \ln(X_{t+j}) = (0.140473) \ln(X_{t+j-1}) + (0.859527) \ln(X_{t+j-2}) + (1.859527) \ln(X_{t+j-12}) - (0.140473) \ln(X_{t+j-13}) + a_{t+j} + (0.02075) a_{t+j-1} - (0.942206) a_{t+j-2} \quad \dots(4)$$

Bu eşitlikte;  $X_{t+j}$  ve  $a_{t+j}$ ’in  $t+j$  dönemlerine bağlı olarak, hangi gecikmede gerçek gözlem değerlerini, hangi gecikmede öngörü değerlerini alacağı aşağıda verilmiştir.

$$[X_{t+j}] = \begin{cases} X_{t+j} & , j \leq 0 \\ \hat{X}_t(j) & , j > 0 \end{cases}$$

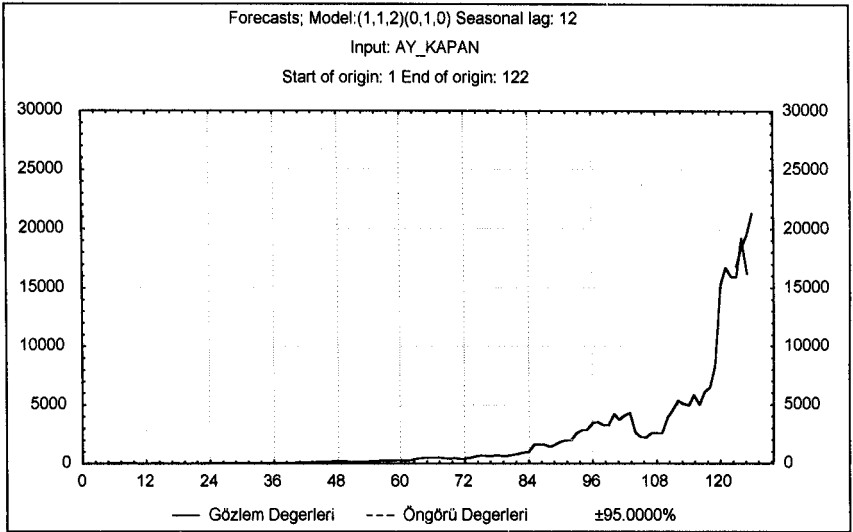
$$[a_{t+j}] = \begin{cases} a_{t+j} & , j \leq 0 \\ 0 & , j > 0 \end{cases}$$

$X_t$  serisinin  $t = 123, 124, 125, 126$  (Mart-2000/ Haziran-2000) dönemlerine ilişkin öngörü değerleri ve güven sınırları, Eşitlik 4 kullanılarak hesaplanmış, Çizelge 2’de verilmiştir. Ayrıca, geçmiş

dönemlere ilişkin gerçek değerler ve izleyen aylara ilişkin öngörü değerleri grafik yardımıyla Şekil 4’de gösterilmiştir.

| <u>Dönem</u> | <u>Ay - Yıl</u> | <u>Öngörü</u> | <u>Alt Sınır(95%)</u> | <u>Üst Sınır(95%)</u> |
|--------------|-----------------|---------------|-----------------------|-----------------------|
| 123          | (Mart -2000)    | 16860.54      | 12225.41              | 3253.0                |
| 124          | (Nisan-2000)    | 18492.88      | 11299.54              | 30265.5               |
| 125          | (Mayıs-2000)    | 19654.46      | 10715.45              | 36050.6               |
| 126          | (Hazr. -2000)   | 21462.15      | 10401.56              | 44284.1               |

**Çizelge.2** ARIMA(1,1,2)(0,1,0)<sup>12</sup> modeli yardımıyla hesaplanan öngörü değerleri ve güven sınırları



**Şekil.4** ARIMA(1,1,2)(0,1,0)<sup>12</sup> modeliyle belirlenen öngörü değerleri grafiği

## SONUÇ

Dünyada yüz yılı aşkın bir süredir kullanılan hisse senedi endeksleri, yatırımcılara ve bu işle profesyonel olarak uğraşan portföy yöneticilerine piyasanın yönü hakkında bilgi verirler. Volatilitenin çok yüksek olduğu Türkiye gibi gelişmekte olan piyasalarda endekslerin öngörülere bir ay ya da en çok iki ay gibi kısa vadede daha anlamlı sonuçlar verebilmektedir. Yapılan çalışmada da, Mart ve Nisan-2000'e ilişkin öngörü değerleri ile gerçek endeks değerleri arasında sırasıyla +940 ve -713 puanlık sapma görülürken, Mayıs-2000 için sapma +3445 puana ulaşmaktadır. Bu sonuç da, ARIMA modellerin kısa dönem öngörülerinde daha tutarlı sonuçlar verdiğinin bir göstergesidir. Bu nedenle veri seti güncelleştirildikçe, modelin de tekrar belirlenmesi gereği ortaya çıkmaktadır.

## YARARLANILAN KAYNAKLAR

Alexander, G.J. and Sharpe, W.F., 1989, **Fundamentals of Investment**, Prentice Hall, 678 p.

Aslanargun, A., 1996, **Transfer Fonksiyonu-Hata Modelleri ve Altı Ay Vadeli Tasarruf Mevduat Faiz Oranı-Dolar Kuru Zaman Serileri Arasındaki İlişkinin Tanımlanması ve Öngörü Amacı ile Kullanımı**, Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, Eskişehir, 87+xiv s.

Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., 1970, **Time Series Analysis-Forecasting and Control**, Holden-Day, San Francisco, 553 p.

Fabozzi, F., 1995, **Investment Management**, Prentice Hall, 780 p.

Fabozzi, F. and Modigliani, F., 1996, **Capital Markets: Institutions and Instruments**, Prentice Hall, 768 p.

Makridakis, S. and Wheelwright, S.C., 1978, **Interactive Forecasting: Univariate and Multivariate Methods**, 2<sup>nd</sup> edition, Holden-Day, San Francisco, 926 p.

**Özmen, A., 1986, Zaman Serisi Analizinde Box-Jenkins Yöntemi ve Banka Mevduat Tahmininde Uygulama Denemesi, Anadolu üniversitesi Basımevi, Eskişehir, 110+12 s.**

**Şakar, S.Ü., 1998, Araçları, Kurumları ve İşleyici ile Sermaye Piyasası, Eskişehir, 323 s.**