İKİ KORELASYON KATSAYISI ARASINDAKİ FARKIN MANİDARLIĞININ TEST EDİLMESİ

Doç. Dr. İlhan AKHUN*

İki korelasyon katsayısı arasındaki farkın manidarlığının test edilmesi, iki aritmetik ortalama, iki yüzde ya da diğer iki istatistik arasındaki farkın manidarlığının test edilmesinde izlenen yaklaşımın benzeridir. Bir başka deyişle, iki korelasyon katsayısı arasındaki farkı test ederken, önce bu iki korelasyon katsayısı arasındaki fark bulunur, sonra farkın standart hatası hesaplanır ve farka bölünür. Elde edilen kritik oran ya da z değeri bu iki korelasyon katsayısı arasındaki farkın istatistiksel bakımdan manidar olup olmadığının karar verilmesinde yardımcı olur.

Buradaki korelasyon katsayıları r simgesi ile gösterilen Pearson Çarpım Momentler Koleasyon Katsayılarıdır. İki korelasyon katsayısı arasındaki farkın manidarlığı test edilirken bu korelasyon katsayılarının bağımsız ya da ilişkisiz ve bağımlı ya da ilişkili örneklemelerden elde edilip edilmediklerinin göz önüne alınması gerekir. Bu durum iki aritmetik ortalama ve iki yüzde arasındaki farkın test edilmesinde göz önüne alınmış idi. Çünkü her iki durumda adı geçen iki istatistik arasındaki farkın standart hatasını veren formüller birbirinden farklıdır.

İlişkisiz İki Korelasyan Katsayısı Arasındaki Farkın Manidarlığının Test Edilmesi

Burada ilişkisiz iki korelasyon katsayısının, r_1 ve r_2, birbirinden bağımsız iki ayrı örneklemden hesaplanmış olması gerekir. Ayrıca bu korelasyon katsayıları aynı değişken (X_1 ve X_2) arasındaki ilişki olmalıdır. Örneğin, aralarındaki farkın test edildiği bu korelasyon katsayıları iki ayrı sınıfın genel yetenek testi puanları ile matematik dersi notları arasındaki korelasyonlar olabilir. Burada r_1'in r_2'den

* Eğitim Yönetimi ve Planlaması Bölümü

manidar bir biçimde farklı olup olmadığını; bir başka deyişle, iki örneklemin aynı evrenden alınan yansız örneklemler olup olmadığını test etmek isteriz. Burada test edilen null hipotezi

$$H_0: r_{evr1} - r_{evr2} = 0$$

ya da

$$H_0: r_{evr1} = r_{evr2}$$

dir. Karşıt hipotez ise

$$H_1 : r_{evr1} - r_{evr2} \neq 0$$

ya da

$$H_1 : r_{evr1} \neq r_{evr2}$$

biçiminde formüle edilebilir.

İlişkisiz iki korelasyon katsayısı (r_1 ve r_2) arasındaki farkın manidarlığı Fisher'in z_r dönüşümünün kullanılması ile kolayca test edilebilir. Ekte verilen Tablo A yardımıyle, r_1 ve r_2 z_r'ye dönüştürülür. Z_r'lerin örneklem dağılımı normale yaklaşır ve standart hatası

$$\sigma_{zr} = \frac{1^*}{\sqrt{N-3}} \qquad (1)$$

formülü ile hesaplanır.

İki z_r değeri arasındaki farkın standart hatasını veren formül şöyledir:

$$\sigma_{Fzr} = \sigma_{zr1} - \sigma_{zr2} = \sqrt{\sigma^2_{zr1} + \sigma^2_{zr1}} \qquad (2A)$$

ya da

$$\sigma_{zr1-zr2} = \sqrt{\frac{1}{N_1-3} + \frac{1}{N_2-3}} \qquad (2B)$$

Burada N_1 ve N_2, aralarındaki farkın manidarlığının test edildiği r_1 ve r_2'nin hesaplandığı örneklemlerin büyüklüğüdür.

İki z_r değeri arasındaki fark, farkın standart hatasına bölündüğünde, kritik oran ya da z değeri elde edilir.

$$z = \frac{F}{\sigma_{zr1-zr2}} \qquad (3A)$$

ya da

* Aralarında ilişki olan iki değişken serbestlik derecelerinin 2'sini alır; korelasyon katsayılarının z_r'ye dönüşümü ayrı bir sınırlama getirir. Bu nedenle her N değerinden 3 çıkartılır.

$$z = \frac{z_{r1} - z_{r2}}{\sqrt{1/(N_1 - 3) + 1/(N_2 - 3)}} \tag{3B}$$

Bu z değeri birim normal dağılım eğrisinden olan sapmadır ve böyle yorumlanabilir. Bu iki-yönlü bir test olduğundan, .05 ve .01 düzeyindeki manidarlıklar için gerekli olan z değerleri sırasıyla 1.96 ve 2.58'dir.

Aşağıdaki örnek problem iki r arasındaki farkın manidarlığının nasıl saptanacağını gösterecektir.

ÖRNEK 1. A Lisesinin birinci sınıf öğrencilerinin genel yetenek ve akademik başarıları arasındaki korelasyon katsayısı. 40'dır. Bu öğrencilerin sayısı 400'dür. B Lisesinin birinci sınıf öğrencilerinin genel yetenek ve akademik başarıları arasındaki korelasyon katsayısı .50 olarak hesaplanmıştır. Bu grubun büyüklüğü 600'dür. B Lisesinin genel yetenek ve akademik başarıları arasındaki korelasyon katsayısı A Lisesininkinden daha yüksek midir?

Tablo A'dan .40 ve .50 olan korelasyon katsayılarının karşılıkları olan z_r değerleri, sırasıyle, .424 ve .549 olarak okunur. Formül 2B'de $N_1 = 400$ ve $N_2 = 600$ değerleri yerine konduğunda,

$$\sigma_{zr1 - zr2} = \sqrt{\frac{1}{400-3} + \frac{1}{600-3}}$$

$$= .065$$

olur.

İki z_r arasındaki farkı (.549–.424 = .125) .065'e bölersek, z = 1.92 elde edilir. Bu z değeri 1.96'dan çok az küçük olmakla birlikte, .05 düzeyinde manidar değildir. Eldeki bu verilere göre, bu iki lisede genel yetenek ile akademik başarı arasında elde edilen korelasyon katsayıları arasında manidar bir fark yoktur.

Korelasyon katsayısı için z_r dönüşümünün kullanılması, r'lerin özellikle çok yüksek değerlerde (+1.00 ya da –1.00'e yakın) olması durumunda kullanışlıdır. Çünkü, bu durumlarda r'lerin örneklem dağılımı çarpık– çoğu kez oldukça çarpıktır–olarak bilinir. Bir örnek vermek için, 6. sınıfta (N_1 = 50) iki başarı testi arasındaki korelasyon katsayısının (r) .87 ve 7. sınıfta ($N_2 = 65$) aynı başarı testleri arasındaki ilişkinin .72 olduğunu kabul edelim. Bu iki korelasyon katsayısı arasında istatistiksel bakımdan manidar bir fark var mıdır?

Tablo A'dan .87 ve .72 olan r'lerin karşılığı olan z_r'leri sırasıyle 1.333 ve .908 olarak buluruz. N_1 ve N_2'nin değerlerini Formül 2B'ye koyduğumuzda,

$$\sigma_{zr_1 - zr_2} = \sqrt{\frac{1}{47} + \frac{1}{62}}$$

$$= .193$$

elde edilir.

İki z_r arasındaki farkı (1.333–.908 = .405) .193'e bölerek, 2.20 olan bir z değeri elde ederiz ki, bu da .05 düzeyindeki manidarlık için gerekli olan 1.96'dan bir hayli büyüktür. Fakat bu değer .01 düzeyindeki manidarlık için gerekli olan 2.58'den küçüktür. Bu nedenle, null hipotezi reddeder ve iki korelasyon katsayısı arasındaki farkın .05 düzeyinde manidar olduğunu söyleriz.

İlişkili İki Korelasyon Katsayısı Arasındaki Farkın Manidarlığının Test Edilmesi

Aynı örneklemden hesaplanan iki korelasyon katsayısı arasındaki farkın manidarlığının test edilmesinde, yukarıdaki formüller kullanılamaz. Çünkü, bu durumda, aynı örneklemden hesaplanan iki r arasındaki korelasyonun da göz önüne alınması gerekir. Burada, aynı örneklemden elde edilen üç ölçüm ya değişken (X_1, X_2 ve X_3) söz konusudur. Böylece bu üç değişken arasında üç ayrı korelasyon katsayısı hesaplanabilir. Bunlar r_{12}, r_{13} ve r_{23}'dür. Bu üç korelasyon katsayısından herhangi ikisi arasındaki farkın manidarlığı istatistiksel olarak test edilebilir. Burada aralarındaki farkın manidarlığının test edildiği iki korelasyon katsayısı ilişkisiz örneklemlerden hesaplanmamış olup, bunlar aynı örneklemden hesaplanan ilişkili korelasyon katsayılarıdır.

Bu koşullarda r_{12} ve r_{13} arasındaki farkın manidarlığını test etmek için, t değeri aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$t = \frac{(r_{12} - r_{13})\sqrt{(N-3)(1+r_{23})}}{\sqrt{2(1 - r^2_{12} - r^2_{13} - r^2_{23} + 2r_{12}r_{13}r_{23})}} \qquad (4)$$

Bu formül ile hesaplanan değer, (N–3) serbestlik derecesi ile t dağılımına göre yorumlanır. Bu formülü kullanabilmek için r_{23}'ün de hesaplanması gerekir.

Ayrıca, r_{12} ile r_{23} arasındaki farkın manidarlığı test ediliyorsa, bu durumda yukarıdaki formülün payındaki r_{12}, r_{13} ve r_{23}'ün yerleri de değiştirilmelidir.

Aşağıdaki örnek problem ilişkili iki korelasyon katsayısı arasındaki farkın manidarlığının nasıl test edileceğini açıklayacaktır.

ÖRNEK 2. X_2 ve X_3, bir ölçüt değişken olan akademik başarıyı (X_1) kestirmek için kullanılan iki psikolojik test olsun. 100 denekten oluşan bir örneklemden hesaplanan korelasyon katsayıları r_{12} =.60, r_{13} = .50 ve r_{23} = .40'dır. Akademik başarının kestiricileri olarak X_2 ve X_3 manidar olarak birbirinden farklı mıdır? Bir başka deyişle, r_{12} ve r_{13} arasındaki farkın örneklem hatası bakımından açıklanması için yeterli bir kanıt var mıdır?

Burada karşılaştırılan korelasyon katsayılarının iki psikolojik testin geçerlik katsayıları olduğu hatırlanmalıdır. Yukarıdaki örnek problem iki yönlü bir testi gerektirir.

Örnek problem için t değeri

$$t = \frac{(.60-.50)\sqrt{(100-3)(1+.40)}}{\sqrt{2(1-.60^2-.50^2-.40^2+2x.60\ x.50\ x.40)}}$$

$$= 1.20$$

olur. Serbestlik derecesi 97 (sd = N – 3) olduğundan, .05 düzeyindeki manidarlık için t değeri 1.99'dur. Bu durumda, hesaplanan t değeri (1.20) tablo değerinden (1.99) küçük olduğu için, iki korelasyon katsayısı arasındaki farkın manidar olduğu söylenemez.

Bir testin diğerinden daha iyi bir kestirici olacağı ya da daha yüksek bir korelasyon katsayısına (geçerlik katsayısına) yol açacağı hususunda akla uygun bir beklenti, iki korelasyon katsayısı arasındaki farkın bir–yönlü test edilmesini gerektirir.

Yukarıdaki testin geliştirilmesindeki bazı sınırlayıcı varsayımlar nedeniyle bunun tamamen yeterli olduğu söylenemez.

Tablo A
Pearson r'sinin Fisher z_r'sine Dönüştürülmesi

r	zr	r	zr	r	zr	r	zr	r	zr
.000	.000	.200	.203	.400	.424	.600	.693	.800	1.099
.005	.005	.205	.208	.405	.430	.605	.701	.805	1.113
.010	.010	.210	.213	.410	.436	.610	.709	.810	1.127
.015	.015	.215	.218	.415	.442	.615	.717	.815	1.142
.020	.020	.220	.224	.420	.448	.620	.725	.820	1.157
.025	.025	.225	.229	.425	.454	.625	.733	.825	1.172
.030	.030	.230	.234	.430	.460	.630	.741	.830	1.188
.035	.035	.235	.239	.435	.466	.635	.750	.835	1.204
.040	.040	.240	.245	.440	.472	.640	.758	.840	1.221
.045	.045	.245	.250	.445	.478	.645	.767	.845	1.258
.050	.050	.250	.255	.450	.485	.650	.775	.850	1.256
.055	.055	.255	.261	.455	.491	.655	.784	.855	1.274
.060	.060	.260	.266	.460	.497	.660	.793	.860	1.293
.065	.065	.265	.271	.465	.504	.665	.802	.865	1.313
.070	.070	.270	.277	.470	.510	.670	.811	.870	1.333
.075	.075	.275	.282	.475	.517	.675	.820	.875	1.354
.080	.080	.280	.288	.480	.523	.680	.829	.880	1.376
.085	.085	.285	.293	.485	.530	.685	.838	.885	1.398
.090	.090	.290	.299	.490	.536	.690	.848	.890	1.422
.095	.095	.295	.304	.495	.543	.695	.858	.895	1.447
.100	.100	.300	.310	.500	.549	.700	.867	.900	1.472
.105	.105	.305	.315	.505	.556	.705	.877	.905	1.499
.110	.110	.310	.321	.510	.563	.700	.887	.910	1.528
.115	.116	.315	.326	.515	.570	.715	.897	.915	1.557
.120	.121	.320	.332	.520	.576	.720	.908	.920	1.589
.125	.126	.325	.337	.525	.583	.725	.913	.925	1.623
.130	.131	.330	.343	.530	.590	.730	.929	.930	1.658
.135	.136	.335	.348	.535	.597	.735	.940	.935	1.697
.140	.141	.340	.354	.540	.604	.740	.950	.940	1.738
.145	.146	.345	.360	.545	.611	.745	.962	.945	1.783
.150	.151	.350	.365	.550	.618	.750	.973	.950	1.832
.155	.156	.355	.371	.555	.626	.755	.984	.955	1.886
.160	.161	.360	.377	.560	.633	.760	.996	.960	1.946
.165	.167	.365	.383	.565	.640	.765	1.008	.965	2.014
.170	.172	.370	.388	.570	.648	.770	1.020	.900	2.092
.175	.177	.375	.394	.575	.655	.775	1.033	.975	2.185
.180	.182	.380	.400	.580	.662	.780	1.045	.980	2.298
.185	.187	.385	.406	.585	.670	.785	1.058	.985	2.443
.190	.192	.390	.412	.590	.678	.790	1.071	.990	2.647
.195	.198	.395	.418	.595	.685	.795	1.085	.995	2.994

KAYNAKLAR

Edwards, Allen L. *Statistical Methods.* (2nd Ed.) New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1967, ss. 250–252.

———. *An Introduction to Linear Regression and Correlation.* San Francisco: W.H. Freeman and Company, 1976, ss. 89–91.

Ferguson, George A. *Statistical Analysis in Psychology and Education.* (4th Ed.) New York: McGraw-Hill Book Company, 1976, ss. 184–185.

Garrett, Henry E. *Statistics in Psychology and Education.* (Fifth Ed.) New York: Longmans, Green and Co., 1958, ss. 241–243.

Glass, V. Gene, and Julian C. Stanley, *Statistical Methods in Education and Psychology.* Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1970, ss. 311–314.

Guilford, J. P. *Fundamental Statistics in Psychology and Education.* (4th Ed.) New York: McGraw-Hill Book, Inc., 1965, s. 189–190.

McNemar, Q. *Psychological Statistics.* New York: John Wiley and Sons, Inc., 1966, ss. 139–140.

Peatman, J. B. *Introduction to Applied Statistics.* New York: Harper and Row, Publishers, Inc., 1964, ss. 305–310.

Roscoe, John T. *Fundamental Research Statistics for the Behavioral Sciences.* New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1975, ss. 266–268.