

ETKİN PORTFÖYLERİN OLUŞTURULMASINDA TEK ENDEKS MODELİ: İMKB'DE BİR UYGULAMA

Yrd.Doç.Dr.S.Ünal ŞAKAR
Anadolu Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi,
İşletme Bölümü

ABSTRACT

In order to identify the efficient set of portfolios in the Markowitz model, a huge quantity of data is required. However, single index (or market, diagonal) model, developed by Sharpe, substantially reduces the number of data which are required for Markowitz model. The single index model assumes that the return of any stock could be related to the return of the market.

The purpose of this study is to construct two different efficient portfolios according to two different versions (with short selling and without short selling) of the single index model and to analyze these portfolios performance in 01/92-12/97 interval.

GİRİŞ

Markowitz'in 1952'de kendi adını taşıyan modelini geliştirmesinden günümüze değin etkin portföylerin oluşturmasına ilişkin modeller finans literatürünün her zaman gündeminde yer alan konulardan biri olmuştur. Etkin portföy kavramı, aynı risk sınıfına giren portföyler içinde, daha fazla beklenen getiriye sahip olan portföyü ya da beklenen getirileri aynı olan portföyler içinde, diğer portföye göre daha az riskli olan portföyü ifade etmek için kullanılır. Etkin portföylerin oluşturulmasına yönelik ilk model olan Markowitz modeli, getirileri arasında tam pozitif korelasyon bulunmayan hisse senetlerinin bir portföyde toplanması ile beklenen getiride bir düşme

olmaksızın sistematik olmayan riskin azaltılabileceğini öne sürmüştür.¹ Modern portföy teorisinin temel taşı niteliğindeki bu model özellikle iki açıdan eleştirilmiştir. Bu eleştirilerden birincisi modelin çözüm için çok sayıda veriye gereksinim duymasındır. Diğer bir deyişle N sayıda hisse senedinden oluşan bir portföy için Markowitz modeli, N sayıda beklenen getiri, N sayıda standart sapma, $(N^2-N)/2$ sayıda kovaryans ve 1 adette risksiz faiz oranı olmak üzere toplam $(N^2+3N+2)/2$ adet veri gerektirmektedir.²

Modele yöneltilen ikinci eleştiri ise çözüm sürecinin çok fazla işlem ve zaman gerektirmesidir. Yukarıda belirtilen bu eleştirilerden birincisi W.Sharpe tarafından geliştirilen tek endeks modeliyle önemli ölçüde giderilmiştir. Tek endeks modelinin dayandığı temel fikir tüm hisse senetlerinin piyasa hareketlerden etkilendiğidir.³ Bu basitleştirilmiş varsayım sonuçta Markowitz modeli için ihtiyaç duyulan veri gereksinmesinde önemli ölçüde bir azalmaya yol açmıştır.

Sözgelimi aşağıdaki tablo değişik sayıda hisse senedinden oluşan portföyler için Markowitz ve tek endeks modellerinin ihtiyaç duyduğu toplam veri sayısını vermektedir.

Tablo 1: Portföyde Yer Alan Hisse Senedi Sayısına Bağlı Olarak Markowitz Modeli ve Tek Endeks Modelinin İhtiyaç Duyduğu Veri Sayısı

Portföyde Yer Alan Hisse Senedi Sayısı	<u>Gereksinim Duyulan Veri Sayısı</u>	
	<u>Markowitz Modeli</u>	<u>Tek Endeks Modeli</u>
5	21	17
10	66	32
:	:	:
:	:	:
50	1326	152
100	5151	302

¹Kenneth J. Thygeson, **Management of Financial Institutions**, Harper Collins, 1995, s.287.

²Gordon J.Alexander-William F.Sharpe, **Fundamentals of Investments**, Prentice Hall, 1989, s.198-199.

³James L.Farrell, **Portfolio Management: Theory and Application**, McGraw Hill, 1997, s.71.

Yukarıdaki tabloda görüldüğü gibi portföyde yer alan hisse senedi sayısı arttıkça tek endeks modelinin ihtiyaç duyduğu veri sayısı Markowitz modeline göre çok sınırlı kalmaktadır. Modele yöneltilen eleştirilerden ikincisi de son yıllarda bilgisayar kullanımının giderek artması ve ilgili yazılımların (optimal portföy seçim paket programları gibi) yaygın kullanılması sonucunda tamamen ortadan kalkmıştır.

1. MODELİN VARSAYIMLARI

Piyasa modeli (market model) ya da diyagonal model (diagonal model) olarak da bilinen tek endeks modeli her geliştirilen model gibi bazı varsayımlara dayanmaktadır. Bu varsayımlar şunlardır.⁴

• “i” hisse senedinin getirisi ile piyasa portföyünün* getirisi arasında doğrusal bir ilişki bulunmaktadır. Bu ilişki aşağıda görüleceği gibi formüleleştirilebilir.

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + e_{it}$$

Burada;

R_{ij} = “i” hisse senedinin t dönemindeki getirisini,

α_i = “i” hisse senedinin spesifik getirisini ya da diğer bir ifadeyle

R_m = 0 iken hisse senedinin getirisini,

β_i = “i” hisse senedinin beta katsayısını**,

R_{mt} = Piyasa portföyünün t dönemindeki getirisini,

e_{it} = “i” hisse senedinin t dönemindeki rassal hata terimini ifade etmektedir.

⁴ Robert A.Haugen, **Modern Investment Theory**, Prentice Hall, 1986, s.122-125.

* Piyasa portföyü (market portfolio), dünya'daki tüm riskli varlıkları içeren teorik bir portföydür. Uygulamada piyasa portföyünü temsilen hisse senedi endeksleri kullanılmaktadır.

** β_i sistematik riskin bir ölçüsü olup, piyasa duyarlılık endeksi (market sensitivity index) olarak da adlandırılır. β_i aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanabilir.

$$\beta_i = \frac{\sigma_i \cdot \rho_{im}}{\sigma_m}$$

“i” hisse senedinin varyansı ise

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \cdot \sigma_m^2 + \sigma_{ei}^2$$

olarak formüle edilebilir.***

Burada;

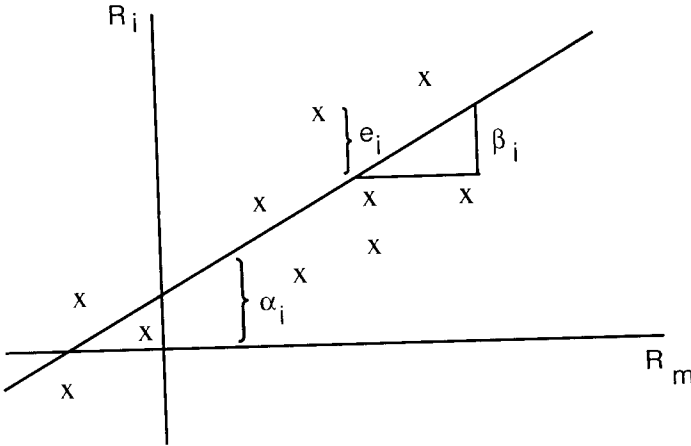
σ_i^2 = “i” hisse senedinin varyansını,

σ_m^2 = Piyasa portföyünün varyansını,

σ_{ei}^2 = “i” hisse senedinin hata terimi varyansını **** ifade etmektedir.

Tek endeks modelinin grafiksel olarak gösterimi Şekil 1’deki gibidir.

Şekil 1: Karakteristik Doğru



Yukarıdaki şekilde karakteristik doğrunun dikey eksenini keseni (intercept) α_i ile karakteristik doğrunun eğimi (slope) ise β_i ile ifade edilmektedir. Bunun yanı sıra x’ler gözlemleri ifade etmekte ve her gözlemin karakteristik doğruya dikey uzaklığı e_i ile gösterilen hata terimi ile

*** Söz konusu formül $\text{Var}(R_i) = \beta_i^2 \cdot \text{Var}(R_m) + \text{Var}(e_i)$ şeklinde de ifade edilebilir.

**** Hata teriminin varyansı, tahminin standart hatasının (Std.Error of Estimate) karesidir.

açıklanmaktadır.⁵

Tek endeks modeli bir hisse senedinin getirisindeki değişkenliğin iki tür olaydan kaynaklandığını varsaymaktadır. Bu olaylardan birincisi enflasyon oranında beklenmeyen bir değişimin meydana gelmesi gibi hemen hemen ekonomideki tüm işletmeleri etkileyen makro olaylardır. Söz konusu bu olaylardan ikincisi ise yeni bir ürünün geliştirilmesi ya da grev gibi sadece tek bir firmayı etkileyen mikro olaylardır. Ayrıca tek endeks modeli hata terimine daima mikro olayların sebep olduğunu varsaymaktadır.

- “i” hisse senedine ilişkin hata teriminin beklenen değeri sıfırdır.

$$E(\sigma_{ei}) = 0$$

- “i” ve “j” hisse senetlerine ilişkin hata terimlerinin kovaryansı sıfırdır.

$$Cov(\sigma_{ei}, \sigma_{ej}) = 0$$

- “i” hisse senedine ilişkin hata terimi ile piyasa getirisi arasındaki kovaryans sıfırdır.

$$Cov(\sigma_{ei}, R_m) = 0$$

2. MODELİN ÇÖZÜMÜ

Tek endeks modelinde çözüm yapılabilmesi için aşağıdaki tabloda verilen parametrelere ve verilere ihtiyaç vardır.⁶

⁵ Richard Dobbins-Stephen Witt-John Fielding, **Portfolio Theory And Investment Management**, Blackwell, 1994, s.46-47.

⁶ Donald E.Fischer-Ronald J.Jordan, **Security Analysis And Portfolio Management**, Prentice Hall, 1991, s.654.

Tablo 2: Tek Endeks Modelinde Çözüm İçin Gerekli Parametreler ve Veri Sayısı

Parametre	Sembol	Veri Sayısı
Beklenen Getiri	R_i	N
Beta Katsayısı	β_i	N
Hata Varyansı	σ_{ei}^2	N
Piyasa Getirisinin Varyansı	σ_m^2	1
Risksiz Faiz Oranı	R_m	1
Toplam		3N+2

Tek endeks modelinin açığa satışın olduğu ve olmadığı iki farklı versiyonu bulunmaktadır. Söz konusu bu iki versiyon sırasıyla aşağıda açıklanmıştır.

2.1. Açığa Satışın Söz Konusu Olduğu Tek Endeks Modeli

Açığa satışın söz konusu olduğu tek endeks modelinin çözümüne geçmeden önce açığa satış (short selling) kavramını tanımlamaya çalışalım. Açığa satış, sahip olunmayan hisse senetlerinin ödünç alınmak suretiyle satılmasını ifade eder. Açığa satışın söz konusu olduğu tek endeks modeline göre çözüm şu aşamalardan oluşur.⁷ Önce aşağıda verilen formül yardımıyla portföyün C^* ile ifade edilen kritik değeri hesaplanır.

$$C^* = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{(R_i - R_f)\beta_i}{\sigma_{ei}^2}}{\frac{1}{\sigma_m^2} + \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i^2}{\sigma_{ei}^2}}$$

Daha sonra her bir hisse senedi için (Z_i) değeri bulunur.

⁷Edwin J.Elton-Martin J.Gruber-Manfred W.Padberg, "Simple Criteria For Optimal Portfolio Selection", **Journal of Finance**, Cilt 31, Sayı 5 (Aralık 1976), s.1343-1346.

$$Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2} \left[\frac{R_i - R_f}{\beta_i} - C^* \right]$$

Z_i 'ler bulunduktan sonra sıra hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlıklarının bulunmasına gelir.

$$X_i = \frac{Z_i}{\sum_{i=1}^n Z_i}$$

Hesaplanan X_i 'lerin toplamı "1"e eşittir.

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

Hisse senetlerinin ağırlıkları da belirlendikten sonra portföyün beklenen getirisi ve varyansı bulunabilir.

Portföyde yer alan hisse senetlerinin getirilerinin ağırlıklı ortalaması olan portföyün beklenen getirisi aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanır.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n X_i \cdot R_i$$

Portföyün varyansı ise, aşağıda gösterilen formül yardımıyla bulunabilir.

$$\text{Var}(R_p) = \beta_p^2 \cdot \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^n X_i^2 \cdot \sigma_{ei}^2$$

Formülden de görüleceği üzere portföyün varyansı iki kısımdan oluşur. Birinci kısım sistematik riski diğer bir ifadeyle çeşitlendirmeye giderilemeyen riski, ikinci kısım ise sistematik olmayan riski başka bir deyişle iyi bir

çeşitlendirmeye azaltılması mümkün olan riski ifade etmektedir.⁸

Portföyün sistematik riskini hesaplayabilmek için portföyün betasının bilinmesi gerekir. Portföyde yer alan hisse senetlerinin betalarının ağırlıklı ortalaması olan portföyün betası aşağıdaki formül yardımıyla bulunur.

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n X_i \cdot \beta_i$$

Portföyün çeşitlendirme derecesini ölçen belirlilik katsayısı (coefficient of determination), R^2 , ise şu şekilde hesaplanır.

$$R^2 = \frac{\text{Portföyün Sistematik Riski}}{\text{Portföyün Varyansı}} = \frac{\beta_p^2 \cdot \sigma_m^2}{\sigma_p^2}$$

2.2. Açığa Satışın Söz Konusu Olmadığı Tek Endeks Modeli

Açığa satışın söz konusu olmadığı bir ortamda tek endeks modelinin çözümü aşağıdaki gibidir.⁹ Önce hisse senetleri $(R_i - R_f)/\beta_i$ dikkate alınarak en büyükten en küçüğe doğru sıralanır. Daha sonra açığa satışın söz konusu olduğu çözümde portföyün C^* ile ifade edilen kritik değerini veren formül kullanılarak her bir hisse senedinin C_i değeri hesaplanır. Bundan sonraki aşamada her bir hisse senedinin $(R_i - R_f)/\beta_i$ 'si ile C_i değeri karşılaştırılır. Bu karşılaştırma sonucunda $(R_i - R_f)/\beta_i > C_i$ olan hisse senetleri portföye alınırken, $(R_i - R_f)/\beta_i < C_i$ olan hisse senetleri portföy dışında bırakılır. Burada önemli olan nokta portföyün kritik değerini C^* bulmaktır.

$(R_i - R_f)/\beta_i > C_i$ olan en son hisse senedinin C_i değeri C^* olarak kabul edilir. Başka bir ifadeyle $(R_i - R_f)/\beta_i < C_i$ olan ilk hisse senedinden bir önceki hisse senedinin (ki bu hisse senedinin $(R_i - R_f)/\beta_i > C_i$ 'dir.) C_i değeri C^* olarak kabul edilir.

⁸Frank Fabozzi-Franco Modigliani, **Capital Markets: Institutions and Instruments**, Prentice Hall, 1996, s.194.

⁹ Elton, a.g.e., s.1347-1350.

Bundan sonraki çözüm aşamaları açığa satışın söz konusu olduğu tek endeks modelindeki gibidir.

3. ARAŞTIRMANIN AMACI ve YÖNTEMİ

Araştırmanın amacı, tek endeks modelinin iki farklı versiyonuna (açığa satışın olduğu ve olmadığı) göre iki ayrı etkin portföy oluşturmak ve oluşturulan bu portföylerin 01/92-12/97 dönemi itibarıyla performanslarını test etmektir. Etkin portföyün oluşturulmasında yatırımcıların özellikle kârlılık ve likidite konularına ağırlık verdikleri varsayılarak İMKB’de işlem gören hisse senetleri arasında farklı endüstrilere ait kârlılığı ve işlem hacmi yüksek olan on hisse senedi seçilmiştir. Söz konusu bu hisse senetleri ve bunlara ilişkin çeşitli büyüklükler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3: Araştırma Kapsamına Giren Hisse Senetlerine İlişkin Çeşitli Büyüklükler

Hisse Senedi	R_i	β_i	σ_{ei}^2	R^2 (%)
MİGROS	0.11	0.58	0.025	24.63
PETROL OFİSİ	0.10	1.24	0.032	54.74
KOÇ HOLDİNG	0.09	1.19	0.031	52.79
ÇUKUROVA ELEK.	0.11	0.84	0.050	25.79
ENKA HOLDİNG	0.12	0.60	0.050	15.28
EREĞLİ DEMİR ÇEL.	0.09	1.35	0.033	57.37
OTOSAN	0.11	1.10	0.038	43.83
GARANTİ BANKASI	0.11	0.96	0.039	37.28
İŞ BANKASI	0.14	1.47	0.073	42.18
NET HOLDİNG	0.11	1.12	0.047	39.37

Tabloda yeralan R_i değerleri analiz kapsamına giren her bir hisse senedinin aylık bazda hesaplanan aritmetik ortalaması olup Ek-1’de verilen tablo dikkate alınarak hesaplanmıştır. Her bir hisse senedinin getirisi bağımlı değişken, piyasa portföyünü temsil eden İMKB -100 endeksi ise bağımsız değişken olarak tanımlanmış ve her bir hisse senedi ile endeks arasında toplam on adet basit regresyon analizi yapılmıştır. β_i ve σ_{ei}^2 parametre değerleri, yapılan bu analizler sonucu regresyon çıktılarından elde edilmiştir.

Bunların dışında modelin çözümü için gerekli olan parametrelerden bir diğeri risksiz faiz oranı (R_f)'dir. İncelenen dönem içinde Devlet İç Borçlanma Senetleri (DİBS)'nin aylık ortalaması olan bu parametre Maliye Bakanlığı'nın Yıllık Ekonomi Raporları'ndan derlenmiş ve 0.0796 olarak bulunmuştur. Aynı dönem içinde piyasa portföyünü temsil eden İMKB -100 endeksinin getirisi (R_m) 0.0734 ve varyansı (σ_m^2) 0.0244 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca söz konusu bu regresyon çıktılarından modelin çözümü için gerekli olmayan ancak hisse senedi getirisindeki toplam değişkenliğin yüzde kaçının endeks tarafından açıklandığını gösteren belirlilik katsayısı, R^2 'de elde edilmiştir. *****

Tablo 3'de yer alan R^2 değerleri incelendiğinde araştırma kapsamına giren hisse senetleri içinde R^2 'si en yüksek hisse senedinin % 54.74 ile Koç Holding, en düşük hisse senedinin ise % 15.28 ile Enka Holding olduğu görülebilir. Bu iki ekstre örnekten özellikle Enka Holding'in % 15.28 gibi düşük bir R^2 'ye sahip olması batıda birçok araştırmacının endeksin, hisse senedi getirisi üzerinde öncelikli ve baskın (dominant) faktör olduğu yönündeki bulgularına ters düşmektedir.¹⁰ Diğer bir ifadeyle Enka Holding'in getirisindeki değişkenliğin ancak % 15.28'i endeks tarafından açıklanabilmekte, geri kalan % 84.72'si açıklanamayan faktörlerden kaynaklanmaktadır.

Modelin çözümü Gwbasic dilinde kendi geliştirdiğimiz programlar kullanılarak yapılmıştır.

3.1.Açığa Satışın Söz Konusu Olduğu Tek Endeks Modelinin Çözümü

Yapılan hesaplamalar sonucunda portföyün kritik değeri C^* 0.020 olarak bulunmuş olup portföyde yer alan hisse senetlerinin (Z_j) ve (X_j) değerleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

***** R^2 aşağıdaki formül yardımıyla da hesaplanabilir.

$$R^2 = \frac{\beta_i^2 \cdot \sigma_m^2}{\sigma_i^2}$$

¹⁰ Diana R.Harrington, **Modern Portfolio Theory**, Prentice Hall, s.194-195.

Tablo 4: Portföyde Yer Alan Hisse Senetlerinin (Z_i) ve (X_i) Değerleri

HİSSE SENEDİ	X_i	Z_i
MİGROS	0.74117	0.49426
PETKİM	-0.15559	-0.10375
KOÇ.HOL.	-0.45018	-0.30020
ÇUKUROVA ELEK.	0.26416	0.17616
ENKA HOLDİNG	0.56240	0.37504
EREĞLİ DEMİR ÇEL.	-0.52213	-0.34818
OTOSAN	0.20970	0.13984
GARANTİ	0.27569	0.18385
İŞ BANKASI	0.41526	0.27692
NET HOLDİNG	0.15909	0.10609
	$\sum 1.49957$	$\sum 1.00000$

Yukarıdaki tabloda X_i sütununda (-) olarak görülen rakamlar açığa satışı ifade etmektedir. Buna göre Petkim, Koç Holding ve Ereğli Demir Çelik hisse senetleri açığa satılacaktır. Ağırlıkları (+) olan hisse senetleri içinde Migros % 49 ile birinci, Enka Holding % 35 ile ikinci ve İş Bankası % 18 ile üçüncü sırada yer almaktadır. Onları sırasıyla % 18 ile Garanti Bankası, %17.6 ile Çukurova Elektrik, % 14 ile Otosan ve % 10.6 ile Net Holding izlemektedir.

Portföyün beklenen getirisi

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{10} X_i \cdot R_i = 0.136 \text{ ya da } \%13.6$$

Portföyün beta katsayısı

$$\beta_p = \sum_{i=1}^{10} X_i \cdot \beta_i = 0.559$$

Portföyün sistematik riski

$$SISR_p = \sum_{i=1}^{10} \beta_p^2 \cdot \sigma_m^2 = 0.008$$

Portföyün sistematik olmayan riski

$$SISOR_p = \sum_{i=1}^{10} X_i^2 \cdot \sigma_{\epsilon_i}^2 = 0.030 \text{ dur.}$$

Portföyün varyansı ise,

$$\sigma_p^2 = SISRp + SISR_p = 0.038 \text{ dir.}$$

Buradan da portföyün standart sapması $\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = 0.194$ olarak hesaplanır.

Portföyün R^2 'si ise,

$$R^2 = \frac{\beta_p^2 \cdot \sigma_m^2}{\sigma_p^2} = \frac{0.008}{0.038} = 0.21$$

olarak bulunur.

3.2. Açığa Satışın Söz Konusu Olmadığı Tek Endeks Modelinin Çözümü

Aşağıdaki tabloda araştırma kapsamına giren on hisse, $(R_i - R_f)/\beta_i$ değerine göre en büyükten en küçüğe doğru sıralanmış ve ayrıca her hisse senedi için C_i değeri hesaplanmıştır.

Tablo 5: Araştırma Kapsamına Giren Hisse Senetlerinin $(R_i - R_f)/\beta_i$ ve C_i Değerleri

HİSSE SENEDİ	$(R_i - R_f)/\beta_i$	C_i
ENKA HOLDİNG	0.067	0.010
MİGROS	0.052	0.019
İŞ BANKASI	0.041	0.026
ÇUKUROVA ELEK.	0.036	0.028
GARANTİ BANKASI	0.032	0.028
OTOSAN	0.028	0.028
NET HOLDİNG	0.027	0.028
PETROL OFİSİ	0.016	0.012
KOÇ HOLDİNG	0.009	0.023
EREĞLİ DEMİR ÇEL.	0.008	0.020

Yukarıda tabloda yer alan her hisse senedinin $(R_i - R_f)/\beta_i$ ile C_i değerlerinin karşılaştırılması sonucunda, $(R_i - R_f)/\beta_i > C_i$ olan beş hisse senedi sırasıyla Enka Holding, Migros, İş Bankası, Çukurova Elektrik ve Garanti Bankası portföye alınırken $(R_i - R_f)/\beta_i < C_i$ olan diğer beş hisse senedi de portföy dışında bırakılmışlardır. Ayrıca Garanti Bankası'nın 0.028 olan C_i değeri C^* olarak kabul edilmiştir.

Portföye alınan beş hisse senedinin (Z_i) ve (X_i) değerleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 6: Portföyde Yer Alan Beş Hisse Senedinin (Z_i) ve (X_i) Değerleri

HİSSE SENEDİ	Z_i	X_i
ENKA HOLDİNG	0.46699	0.31354
MİGROS	0.55672	0.37378
İŞ BANKASI	0.25516	0.17131
ÇUKUROVA ELEK.	0.13059	0.08768
GARANTİ BANK.	<u>0.07998</u>	<u>0.05370</u>
	$\sum 1.48943$	$\sum 1.00000$

Yukarıdaki tablodan da görüleceği üzere portföyün % 37'sini Migros, % 31'ini Enka Holding, % 17'sini İş Bankası, % 9'una yakınına Çukurova Elektrik ve % 5'ini Garanti Bankası hisse senetleri oluşturmaktadır.

Portföyün beklenen getirisi,

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{10} X_i \cdot R_i = 0.118 \text{ ya da } \%11.6$$

Portföyün beta katsayısı

$$\beta_p = \sum_{i=1}^5 X_i \cdot \beta_i = 0.782$$

Portföyün sistematik riski

$$SISR_p = \sum_{i=1}^5 \beta_i^2 \cdot \sigma_m^2 = 0.015$$

Portföyün sistematik olmayan riski

$$\text{SISORp} = \sum_{i=1}^5 X_i^2 \cdot \sigma_{ei}^2 = 0.011 \text{ 'dir.}$$

Portföyün varyansı ise

$$\sigma_p^2 = \text{SISRp} + \text{SISORp} = 0.026 \text{ 'dir.}$$

Buradan da portföyün standart sapması $\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = 0.161$ olarak hesaplanır.

Portföyün R^2 'si ise,

$$R^2 = \frac{\beta_p^2 \cdot \sigma_m^2}{\sigma_p^2} = \frac{0.015}{0.026} = 0.58$$

olarak bulunur.

Oluşturulan bu iki portföye ilişkin çeşitli büyüklükler arasında karşılaştırma yapmak amacıyla aşağıdaki tablo hazırlanmıştır.

Tablo 7: Tek Endeks Modelinin İki Farklı Versiyonuna Göre Oluşturulan Portföylere İlişkin Çeşitli Büyüklükler

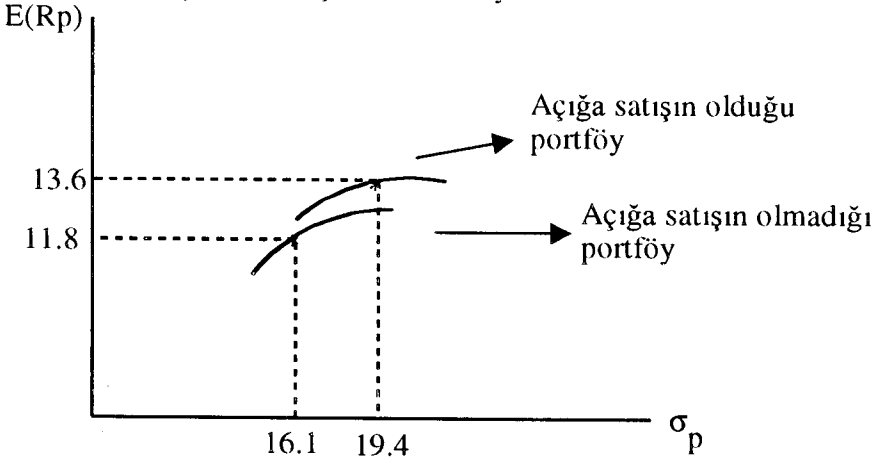
	Açığa Satışın Olduğu Portföy	Açığa Satışın Olmadığı Portföy
Beklenen Getiri	0.136	0.118
Sistematik Risk	0.008	0.015
Sistematik Olmayan Risk	0.030	0.011
Varyans	0.038	0.026
Standart Sapma	0.194	0.161
R^2	0.211	0.577

Tablo 7'den de görüleceği üzere her iki portföyde piyasa getirisi olan %7.34'ün üzerinde bir getiriye sahiptirler. Ayrıca açığa satışın söz konusu olduğu portföyün beklenen getirisi açığa satışın olmadığı portföyün beklenen

getirisine göre % 1.8 daha fazladır. Buna karşılık açığa satışın olmadığı portföy açığa satışın olduğu portföye göre % 3.3 daha az risklidir. Bunlara ilave olarak her iki portföyün R^2 'leri incelendiğinde açığa satışın olmadığı portföyün R^2 'sinin açığa satışın olduğu portföyün R^2 'sine göre yüksek olduğu görülebilir. Bu durum açığa satışın olmadığı portföyün açığa satışın olduğu portföye göre çok daha iyi çeşitlendirildiğinin bir göstergesidir.

Tek endeks modelinin iki farklı versiyonuna göre oluşturulan portföylerin etkinlik sınırları Şekil 2'de görüldüğü gibidir.

Şekil 2: Oluşturulan Portföylerin Etkinlik Sınırı



Açığa satışın olduğu portföyün getiri açısından açığa satışın olmadığı portföye üstünlük sağlaması, açığa satışın olmadığı portföyün de açığa satışın olduğu portföye göre daha az riskli olması yatırımcıların kayıtsız kalabilmelerine yol açabilecektir. Bu durum da oluşturulan portföylerin hangisinin daha iyi performans gösterdiğini saptayabilmek için sermaye varlıklarını fiyatlama modeline dayanan tek parametrelili performans ölçütlerinden yararlanılmıştır. Söz konusu bu ölçütler Treynor, Jensen ve Sharpe ölçütleridir.*****

***** Bu ölçütlere ilişkin ayrıntılı bilgi edinmek için bkz. Farrell, a.g.e. s.517-524.

Tablo 8: Oluşturulan Portföylerin Performanslarının Ölçülmesi

Ölçütler	Açığa Satışın Olduğu Portföy	Açığa Satışın Olmadığı Portföy
Treynor	0.101	0.049
Jensen	0.060	0.044
Sharpe	0.291	0.240

Sonuç olarak yukarıdaki tablodan da görüleceği üzere açığa satışın olduğu portföy, ele aldığımız üç ölçüte göre de ilk sırada yer almıştır. Bir başka ifadeyle açığa satışın olduğu portföy açığa satışın olmadığı portföye göre daha iyi performans göstermiştir. Şüphesiz elde ettiğimiz bu sonuç araştırmanın kapsadığı dönem için geçerlidir.

SONUÇ

Sharpe tarafından Markowitz modeline bir alternatif olarak geliştirilen tek endeks modeli Piyasa ya da Diyagonal model olarak da bilinir. N sayıda hisse senedinden oluşan bir portföy için; Markowitz modeli $(N^2+3N+2)/2$ adet, tek endeks modeli ise $3N+2$ adet veriye ihtiyaç duymaktadır. Başka bir ifadeyle tek endeks modeli Markowitz modeline göre $(N^2-3N-2)/2$ adet daha az veri gerektirir. Hisse senedi getirileri ile endeks arasında doğrusal bir ilişki olduğunu varsayan tek endeks modelinin açığa satışın olduğu ve olmadığı iki farklı versiyonu bulunmaktadır. Ülkemizde 27 Aralık 1994 tarihinde çıkan “Kredili Menkul Kıymet, Açığa Satış ve Menkul Kıymetlerin Ödünç Alma ve Verme İşlemleri” tebliği ile açığa satışı yasal bir dayanağa kavuşmuş ve böylece tek endeks modelinin açığa satışın yapıldığı versiyonu da kullanılabilir hale gelmiştir. Tüm bunların yanısıra yukarıda belirtilen genel açıklamaların ışığında yapılan ve 01/92-12/97 dönemi kapsayan araştırmanın sonucunda şu bulgulara rastlanmıştır. Oluşturulan her iki portföyde piyasadan daha iyi bir getiri sağlamışlar ve ayrıca açığa satışın söz konusu olduğu portföyün getirisi açığa satışın olmadığı portföye göre daha fazla olmuştur. Ancak risk açısından durum tam tersine bir sonuç vermiştir. Daha açık bir ifadeyle açığa satışın olmadığı portföy açığa satışın olduğu portföye göre daha az risklidir. Bu durumda yatırımcıların kayıtsız kalabileceklerini düşünerek portföylerin performansları tek parametrelili, Treynor, Jensen ve Sharpe ölçütlerine göre ölçülmüş ve her üç ölçüte göre de açığa satışın olduğu portföy diğerine göre daha iyi performans göstermiştir.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

Alexander Gordon J.-Sharpe William F., **Fundamentals of Investments**, Prentice Hall, 1989, s.198-199.

Dobbins Richard-Witt Stephen-Fielding John, **Portfolio Theory and Investment Management**, Blackwell Business, 1994.

Elton Edwin J.-Gruber Martin J.-Padberg Manfred W., "Simple Criteria For Optimal Portfolio Selection", **The Journal of Finance**, Vol.XXXI, No.5, December-1976.

Fabozzi Frank-Modigliani Franco , **Capital Markets: Institutions and Instruments**, Prentice Hall, 1996, s.194.

Farrell James L, **Portfolio Management, Theory and Application**, The McGraw- Hill, 1997.

Fischer Donald E.-Jordan Ronald J., **Security Analysis and Portfolio Management**, Prentice Hall, 1991.

Francis Jack Clark, **Management of Investments**, McGraw-Hill, 1993.

Griffiths Howard, **Financial Investments**, McGraw-Hill, 1990.

Harrington Diana, **Modern Portfolio Theory**, Prentice-Hall, 1987.

Haugen Robert A., **Modern Investment Theory**, Prentice Hall, 1986, s.122-125.

Thygeson Kenneth J., **Management of Financial Institutions**, Harper Collins, 1995, s.287.

İMKB Şirketleri Sermaye, Temettü ve Aylık Fiyat Verileri: 1986-1997, İMKB yayını.

EK-1: ARAŞTIRMA KAPSAMINA GİREN HİSSE SENETLERİNİN VE ENDEKSİN 01/92-12/97 DÖNEMİNE İLİŞKİN AYLIK GETİRİLERİ*

	MİGRS	PTOFES	KCHOL	CUKEI	ENKA	EREGL	OTOSN	GARAN	ISCTRİ	NTHOL	ENDEKS
92/1	0.24	0.07	0.30	0.13	0.46	0.00	-0.01	0.13	-0.03	0.03	12.7
92/2	-0.07	-0.31	-0.30	-0.19	-0.38	0.27	-0.29	0.1	0.27	-0.23	25.6
92/3	0.25	0.13	0.19	0.19	0.37	0.03	0.28	0.04	0.15	0.17	11.3
92/4	0.06	0.25	0.01	0.02	0.16	-0.15	0.20	-0.17	-0.13	0.04	-9.6
92/5	0.01	-0.06	-0.02	-0.07	-0.14	0.14	-0.12	-0.05	-0.15	-0.14	-10.6
92/6	0.64	0.37	0.41	0.43	0.33	0.40	0.68	0.08	0.03	0.08	33.7
92/7	0.09	0.07	0.17	0.06	0.11	0.09	-0.06	0.18	0.03	-0.04	3.2
92/8	0.02	-0.08	-0.02	0.03	0.07	-0.09	0.00	0.04	-0.11	-0.08	-2.5
92/9	0.05	-0.12	0.18	0.01	0.08	-0.15	-0.10	0.29	0.35	-0.04	-4.4
92/10	0.15	0.00	-0.17	0.08	-0.21	-0.14	0.07	0.13	0.10	0.00	-8.2
92/11	0.04	0.15	0.01	0.11	0.17	-0.02	0.00	0.14	0.03	0.05	3.9
92/12	0.31	0.09	0.01	0.01	0.11	0.00	0.29	-0.05	0.03	0.05	5.8
93/1	0.25	0.07	0.01	0.27	0.15	-0.19	0.11	0.42	0.08	-0.04	9.5
93/2	0.36	0.53	0.17	0.33	0.03	0.45	0.70	0.56	0.28	0.11	35.1
93/3	0.03	-0.02	0.08	0.01	0.01	-0.20	0.10	0.20	-0.05	-0.05	-1.0
93/4	0.33	0.12	0.16	-0.11	0.10	0.36	1.07	0.67	0.55	0.55	33.1
93/5	0.05	0.03	-0.05	0.16	0.27	-0.13	0.07	0.00	-0.04	0.52	7.3
93/6	0.03	0.32	0.15	0.30	0.38	0.71	0.00	0.23	1.45	0.23	28.7
93/7	0.17	0.13	-0.07	0.02	0.02	-0.11	-0.13	-0.02	-0.07	0.32	-6.5
93/8	0.17	0.54	0.06	0.07	0.25	0.25	0.11	0.44	1.42	0.66	22.6
93/9	0.13	0.79	0.26	0.02	0.66	0.70	0.02	0.30	0.14	0.14	22.0
93/10	0.00	0.22	0.09	-0.10	0.02	-0.05	0.00	0.17	-0.11	0.06	-3.8
93/11	0.63	0.48	0.17	0.53	0.23	1.13	0.25	0.10	0.32	0.30	30.9
93/12	0.00	0.17	0.25	0.13	0.02	-0.12	0.47	0.09	0.04	0.48	9.0
94/1	0.10	-0.09	-0.12	0.21	0.54	0.17	0.05	-0.25	-0.17	0.45	-2.8
94/2	0.19	0.31	0.07	-0.13	0.14	-0.57	-0.33	-0.18	-0.52	-0.56	-25.2
94/3	0.20	0.09	0.32	0.17	-0.11	0.14	0.05	-0.11	-0.20	-0.09	-6.1
94/4	0.67	0.02	0.11	0.42	0.02	-0.07	-0.08	0.37	0.12	0.14	7.2
94/5	0.30	-0.04	0.19	-0.36	0.21	0.04	-0.25	-0.05	-0.16	-0.18	-2.3
94/6	-0.02	0.84	0.59	0.50	0.19	0.82	-0.03	0.23	0.47	0.36	34.0
94/7	-0.01	0.12	0.26	0.32	-0.12	-0.26	0.55	0.31	0.17	0.49	10.0
94/8	-0.09	0.58	0.14	-0.16	0.02	0.36	0.60	0.44	0.07	0.63	16.2
94/9	-0.06	0.05	-0.16	0.07	0.00	0.03	0.22	0.09	0.47	0.00	6.1
94/10	0.08	0.05	0.10	-0.23	0.02	0.13	-0.23	0.09	0.24	-0.36	-7.2
94/11	0.01	0.10	0.17	0.24	-0.09	0.06	0.06	0.11	-0.15	0.72	13.2
94/12	-0.10	-0.17	0.06	0.15	0.29	-0.03	0.01	0.04	-0.07	0.09	-3.3
95/1	-0.01	-0.05	-0.07	-0.04	-0.09	0.07	-0.11	-0.05	-0.03	0.26	-7.4
95/2	0.29	0.06	0.09	0.07	0.02	0.21	-0.08	-0.05	0.28	0.19	15.4
95/3	0.28	0.13	0.31	0.15	0.42	0.30	0.28	0.59	0.48	0.73	36.8
95/4	0.08	0.03	0.10	0.80	0.00	0.25	0.48	-0.23	1.28	0.07	17.0
95/5	0.32	-0.15	0.07	-0.20	-0.04	-0.16	-0.12	0.02	0.01	0.07	1.6
95/6	0.03	0.02	0.18	0.41	0.21	-0.04	0.25	0.11	-0.17	0.08	1.8
95/7	0.29	0.21	-0.03	0.13	0.85	0.26	0.20	0.05	-0.03	-0.20	7.7
95/8	0.17	0.19	-0.20	-0.17	0.57	0.07	0.06	-0.32	0.14	-0.13	-13.1
95/9	0.00	0.06	-0.21	-0.29	-0.22	-0.10	-0.07	-0.17	-0.07	0.33	-7.6
95/10	0.11	0.09	0.16	0.42	-0.08	0.02	0.08	0.37	0.15	-0.14	11.1
95/11	-0.05	-0.24	-0.15	0.79	-0.32	-0.19	-0.25	-0.18	-0.26	-0.18	-15.6
95/12	0.00	0.04	0.00	0.11	-0.04	0.01	-0.03	0.28	0.18	-0.02	2.3
96/1	0.35	0.58	0.32	-0.15	0.29	0.28	0.43	0.1	0.13	0.35	23.6
96/2	0.17	0.25	0.13	0.33	0.40	0.16	0.07	0.05	0.28	0.30	22.3
96/3	0.03	0.23	0.65	-0.18	-0.15	0.12	0.61	0.14	0.03	0.63	10.7
96/4	0.13	-0.07	0.02	0.18	0.20	-0.01	0.04	0.56	0.01	0.23	-3.5
96/5	0.03	0.03	-0.23	0.27	0.07	0.04	0.03	-0.12	0.13	0.11	-5.5
96/6	0.22	0.08	0.19	0.27	0.05	0.15	0.11	0.38	0.15	0.07	15.3
96/7	0.06	0.18	-0.16	0.02	0.02	-0.16	-0.09	-0.34	-0.13	-0.17	-10.1
96/8	-0.09	0.02	0.06	0.00	0.02	0.01	-0.05	-0.16	0.45	-0.17	1.8
96/9	0.19	0.02	0.24	0.03	-0.06	0.29	0.09	0.34	0.12	-0.01	12.3
96/10	0.18	0.02	0.43	0.12	0.16	0.14	0.23	0.16	0.28	0.46	13.2
96/11	0.03	0.16	0.11	0.33	0.30	0.29	0.29	0.08	0.35	-0.09	11.9
96/12	0.33	-0.11	0.10	0.27	0.14	-0.10	0.05	0.06	0.09	0.10	6.4
97/1	0.15	0.83	0.95	0.85	0.52	0.65	0.59	0.92	0.76	0.54	64.5
97/2	-0.10	0.04	-0.04	0.13	0.14	0.01	0.03	0.17	0.36	0.06	0.4
97/3	-0.04	0.59	-0.06	0.03	-0.10	-0.19	0.08	-0.21	0.25	0.26	0.1
97/4	0.04	0.08	-0.18	0.16	0.00	-0.23	-0.14	-0.05	0.11	-0.24	-11.5
97/5	0.26	0.12	0.10	0.17	0.05	0.47	0.24	0.58	0.03	0.14	11.8
97/6	0.12	0.20	0.17	0.29	0.23	0.30	0.01	-0.02	0.27	0.30	16.4
97/7	0.02	0.11	0.11	0.00	0.42	0.08	0.19	0.07	-0.09	0.05	5.2
97/8	0.07	-0.03	0.10	-0.08	0.04	0.03	0.09	0.12	0.02	0.21	1.4
97/9	0.39	0.38	0.53	0.52	0.32	0.13	0.32	0.40	0.31	0.46	31.0
97/10	0.26	-0.17	0.05	0.28	0.66	-0.03	0.19	0.01	0.25	0.15	9.8
97/11	-0.04	-0.13	0.01	-0.09	0.27	-0.13	-0.05	0.11	0.20	-0.12	1.2
97/12	0.01	0.05	0.03	0.52	0.35	0.23	0.13	0.02	0.76	0.11	19.9