

SERBESTLİK DERECEŚİ

Ar. Gör. Füsun AKKOYUN *

Serbestlik derecesi (sd), son 40 yıl içinde küçük örneklemlerle istatistiklerle kullanılan bir temel istatistik kavramıdır. Bu kavramın içeriğindeki «serbest» sözcüğü, bir örneklemden gözlem sayısına bağlı olarak değişkenlik göstermede serbest olmayı ifade eder. Serbestlik derecesi, bir değişkenlik kaynağındaki bağımsız gözlemlerin sayısından, bu değişkeni hesaplamada kestirilen bağımsız parametrelerin sayısının çıkarılmasına eşittir.¹

Serbestlik derecesi, bir değişkendeki değerlerin değişiklik gösterebilme serbestliği olarak düşünülebilir. Örnek olarak, bir örneklemden N sayısının 4 olduğunu ve bu deneklerle ilgili gözlem değerlerinin de, 2, 3, 5 ve 6 olduğunu düşünelim. Bu örneklemin ortalaması 4'dür. Dağılımın sapma değerleri de sırasıyla -2, -1, +1 ve +2 olacaktır. Bu sapma değerlerin cebirsel toplamı da 0'dır. Bu cebirsel eşitliğe dayalı olarak her hangi bir üç sapma değeri hesaplanmak istendiğinde, bütün değerlerin cebirsel toplamı 0 olarak kalmak koşuluyla, dördüncü değer değişmeyecektir. Yani, bu dördüncü değer değişebilme serbestliğine sahip değildir. Başka bir deyişle, eğer ortalama değeri belli ise, bu değerlerden üçü herhangi bir değeri alabilirken, en sonuncu değeri sabit kalacaktır demektir. Belli bir ortalama değeri ve sapma değerlerinin cebirsel toplamını 0 olarak sabit tutmak koşuluyla, aynı sayıda evrenden alınacak başka örneklerde de, en sonuncu değeri değişebilme özelliğine sahip değildir. Bu örneklemden sapmalardan yalnızca üçü ($N-1=3$) değişiklik gösterebilme özelliğine sahiptir.

(*) Eğitimde Psikolojik Hizmetler Bölümü.

(1) Kirk R. E., *Experimental Design : Procedures for the Behavioral Sciences* (Brooks/Cole Publishing Com., Belmont, California, 1968), s. 106.

Evrenden aynı şekilde seçilecek olan benzer örneklemelerde de, yukarıdaki iki koşulu yerine getirmek koşuluyla, sapmalardan yalnızca üçü değişiklik gösterebilecektir. Yani, bu örneklemeler üzerinde istatistik hesaplamalar yapılırken her birinin serbestlik derecesi, $sd=N-1$ olacaktır.

Serbestlik derecesi kavramı, özellikle küçük örneklemeler üzerinde yapılan istatistik hesaplamalarda, örneklem hatalarına (istatistiğin parametreden uzaklaşmasına) bağlı olan önemli bir kavramdır.² Bir örneklem grubunda, standart sapma varyansa, varyans da ortalamalardan olan sapmalara bağlı olarak hesaplanmaktadır. Örneklem ortalamasının, parametrenin ortalaması olarak kestirildiği durumlarda yalnızca bir değer kaybedilmektedir. Böylece, örneklemin varyansı ve standart sapması parametreyi kestirmek üzere kullanıldığında $sd=N-1$ olmaktadır.

Serbestlik derecesi her zaman için 1 sayısını almaz ve bir istatistikten diğerine değişik bir sayı alabilir. Bir istatistiğin serbestlik derecesi, gözlem sayısına (N 'e) ve o problemin özelliğine bağlı olarak değişir.³ Örneğin, bir korelasyon katsayısının manidarlığının saptanmasında (ki, bu iki aritmetik ortalamadan olan sapmalara göre hesaplanır), serbestlik derecesi $N-2$ 'dir.⁴ Kay-kare testinde ise, sıra ve kolonlar ayrı ayrı bir değer kaybetmekte olduklarından, devamlılık katsayısı hesaplanırken, $sd=(s-1)(k-1)$ 'dir. Buna göre, dört gözenekli bir kay-kare tablosunda, ($s=2, k=2$ olduğundan), serbestlik derecesi 1'dir. Altı gözenekli bir kay-kare tablosunda ise, ($s=3, k=2$ olduğundan), serbestlik derecesi 2'dir. Serbestlik derecesi, gözenek sayısının artmasına bağlı olarak artmaktadır.

Varyans analizi hesaplamasında ise, gruplar içinde kareler toplamı birleştirilirken, kareler toplamına bölünen serbestlik dereceleri de birleştirilmektedir. Her bir grubun serbestlik derecesi, $n-1$ dir. K sayısı kadar grupta birleştirilmiş serbestlik derecesi, $k(N-1)$ dir. $N=kn$ olduğundan, bu durum $N-k$ olarak ifade edilir. Grup-

- (2) Guilford, J. P., Fruchter, B., **Fundamental Statistics in Psychology and Education** (Mc Graw Hill Book Com., 1973), s. 129.
- (3) Roscoe, J. T., **Fundamental Research Statistics for the Behavioral Sciences** (Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1975), s. 212.
- (4) Akhun, İ., **İstatistiklerin Manidarlığı ve Örneklem** (A. Ü. Eğitim Fakültesi, Ankara, 1978), s. 17.

lar arasında, her bir grup ortalamasında 1 serbestlik derecesi kaybolmaktadır. Buna göre, kareler ortalaması, $KO_{G1} = K T_A / N - K$ formülüne göre hesaplanmaktadır. Gruplar arasında, kareler ortalaması, kareler toplamının alınan kare sayısına bölümünü ifade eder. Varyans kestirilirken, yanlışlığı önlemek üzere serbestlik derecesi buna bölünür. Grup farklılığı bakımından, k sayısı kadar farklılık vardır ve buradaki serbestlik derecesi, $k - 1$ 'dir. Tüm grupların birlikte ortalaması alınırken, bir serbestlik derecesi kaybolmaktadır. Buna göre, gruplar arası kareler ortalaması, $KO_{GA} = K T_A / K - 1$ olarak ifade edilmektedir.

Bu açıklamalardan, serbestlik derecesinin bir istatistiğin parametresini kestirmek üzere kullanıldığında, parametreye en yakın değeri bulabilmek amacıyla getirilen bir kısıtlama olduğu görülmektedir. Evrenin ölçülebilir olmaması nedeniyle, evrenden alınan örneklemdaki gözlem değerlere bakılarak, evren değerinin (parametrenin) kestiriliyor olması, doğru bir kestiri yapabilmeye bazı kısıtlamaları gerektirmektedir.

Yordamsal istatistiklerin kuramsal yapısı, olasılık yasasına dayalıdır. Olasılık yasasının tam anlamı ile işleyebilmesi, serbestlik derecesi gibi bir aritmetik işlemi gerektirmektedir. Bu istatistiklerin kullanılabilmesi için geliştirilen tablolarda, iki aritmetik işlem gözönüne alınmaktadır. Bunlardan birisi, serbestlik derecesidir. Diğeri ise, güven aralıklarıdır. Böylece, belli bir serbestlik derecesinde ve belli güven aralıklarındaki değerlere bakılarak, örneklem grubundan istatistik işlemler sonucu elde edilen değer, yani, yapılan araştırmanın sonucunun evren için genellenip genellenemeyeceğine karar verilebilmektedir.