İKİ YÜZDE ARASINDAKİ FARKIN MANIDARLIĞININ TEST EDİLMESİ

Doç. Dr. İlhan AKHUN*

1. Giriş

İki aritmetik ortalama arasındaki farkın manidarlığının test edilmesi daha önce açıklanmış idi. İki yüzde, oran, varyans, korelasyon katsayısı ve diğer istatistikler arasındaki farkın manidarlığının test edilmesi araştırmacının zaman zaman karşılaştığı bir durumdur. Bu tür manidarlık testlerinin uygulanması ile ilgili genel yaklaşım aritmetik ortalamalar için uygulanan yaklaşımın benzeridir. İki yüzde arasındaki farkın manidarlığının test edilmesi, iki yüzde arasındaki farkın, bu farkın standart hatasına bölünmesi ile sağlanır. İki yüzde arasındaki farkın standart hatasının hesaplanması, yüzdelerin ilişkisiz (bağımsız) ya da ilişkili olup olmamasına göre değişir.

2. İlişkisiz İki Yüzde Arasındaki Farkın Test Edilmesi

İki ilişkisiz (bağımsız) yüzde arasındaki farkın manidarlık testi deneysel olarak elde edilen verilerin yorumlanmasında bazı soruları ortaya çıkarır. Buradaki veriler birbirinden bağımsız olan iki ayrı örneklemden elde edilmiştir. N_1 denekten oluşan birinci örneklemde f_1 denek A özelliğine sahiptir. N_2 denekten oluşan ikinci örneklemde f_2 denek de A özelliğine sahiptir. Her iki örneklemde bu özelliğe sahip olanların oranları, sırasıyle, $p_1 = f_1/N_1$ ve $p_2 = f_2/N_2$ olur. Bu oranları yüzde ile göstermek istersek $P_1 = \%100\, p_1 = \%100\, f_1/N_1$ ve $P_2 = \%100\, p_2 = \%100\, f_2/N_2$ yazılabilir.

Her iki örneklemin aynı evrenden alınan yansız örneklemler olduğu söylenebilir mi? Ya da yüzde olarak P_1, P_2'den manidar olarak farklılık gösterir mi?

(*) İstatistik ve Araştırma Eğitimi Bölümü.

İşte, bu ve benzeri soruların cevaplandırılması bu iki yüzde (P_1 ve P_2) arasındaki farkın ($P_1 - P_2$) istatistiksel olarak test edilmesini gerektirir.

Bir yüzdenin standart hatası aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$\boxed{SH_{\%} = \sigma_p = \sqrt{\frac{P\ Q}{N}}} \qquad (1)$$

Bu formülde

P = Gözlenen davranışın örneklem içindeki yüzdesi

Q = 100 — P

N = Örneklemin büyüklüğüdür.

İlişkisiz iki örneklemden hesaplanan iki yüzde arasındaki farkın standart hatası

$$\boxed{\sigma_{F_{\%}} = \sigma_{P_1 - P_2} = \sqrt{\sigma_{P_1}^2 + \sigma_{P_2}^2}} \qquad (2)$$

Bu formül 1 No. lu formüle göre aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\boxed{\sigma_{P_1 - P_2} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{P_1 Q_1}{N_1}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{P_2 Q_2}{N_2}}\right)^2}} \qquad (3A)$$

Buradan da

$$\boxed{\sigma_{P_1 - P_2} = \sqrt{\frac{P_1 Q_1}{N_1} + \frac{P_2 Q_2}{N_2}}} \qquad (3B)$$

elde edilir.

Formül 3A ya da 3B N'ler büyük ve yüzdeler çok küçük ya da çok büyük olmadığı durumlarda kullanılmalıdır. Bu formül N'ler çok küçük ve yüzdeler yüksek ya da düşük ise kullanılmamalıdır. Bu formül kullanıldığında, iki bağımsız yüzde, P_1 ve P_2, evren yüzdesinin yaklaşık değeri olarak ayrı ayrı alınmalıdır. Her iki örneklemin yüzdelerini, evren yüzdesinin yaklaşık bir değeri olarak, ayrı ayrı kullanmak yerine bir başka istatistik P kullanılmalıdır. Bu P değeri, birleştirilmiş iki örneklemdeki yüzde ya da evren yüzdesi olarak tanımlanır. P'nin değeri her iki örneklemde adı geçen davranışın ya da özelliğin frekanslarının toplamının her iki grubun toplamına göre hesaplanan yüzdesidir.

Böylece

$$\boxed{P = \left(\frac{f_1 + f_2}{N_1 + N_2}\right) 100} \tag{4}$$

ya da

$$\boxed{P = \frac{N_1P_1 + N_2P_2}{N_1 + N_2}} \tag{5}$$

olur.

Buradaki P iki örneklemin yüzdesinin ağırlıklı ortalaması ya da evren yüzdesinin (parametresinin) yaklaşık değeri olarak bilinir.

Böylece, ilişkisiz iki yüzde arasındaki farkın standart hatasını veren 2 No. lu formül aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\boxed{\sigma_{P_1-P_2} = \sqrt{P\,Q\left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}} \tag{6}$$

İlişkisiz iki yüzde arasındaki farkın manidarlığını test etmek için kritik oran değeri

$$\boxed{KO = z = \frac{(P_1 - P_2) - 0}{\sigma_{P_1-P_2}}} \tag{7}$$

ya da

$$\boxed{z = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{P\,Q\left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}}} \tag{8}$$

hesaplanır.

Burada hesaplanan z değeri, normal dağılım eğrisindeki birim standart sapma olarak yorumlanabilir. Ancak burada N_1 ve N_2'nin büyük ve P'nin de ne çok küçük ne de çok büyük olmaması gerekir. İki-yönlü hipotez testinde olduğu gibi, .05 ve .01 düzeyindeki manidarlık için, z değerinin, sırasıyle, 1.96 ve 2.58'e eşit ya da daha büyük olması gerekir. Bir-yönlü test için bu değerler 1.64 ve 2.33'dür.

Bu kritik oran değerinin (ya da z değeri) normal dağılım eğrisindeki birim standart sapma olarak yorumlanabilmesi için, N'nin ne kadar büyük ve P'nin uç değerlerden (%0 ve %100) ne kadar farklı olması gerektiği sorusu hatıra gelebilir. Burada göreli bir kural uygulanabilir. P ya da Q'nun küçük olanının değeri ile N'lerden (N_1 ya da N_2) küçük olanının değerinin çarpımı 500'den büyük ise, kritik oran normal dağılım eğrisine göre yorumlanabilir.

Daha küçük örneklemler üzerinde çalışıyorsak, (yukarıdaki çarpımın sonucu 500'den küçük ise) bu durumda z testi yerine t testi yapmamız gerekir ve serbestlik derecesi sd $= (N_1 - 1) + (N_2 - 1)$ olur.

ÖRNEK 1. **1978-1979 öğretim yılında Toplu Fen Projesinin uygulandığı 19 İl'den biri olan Samsun'da Toplu Fen dersi okuyan 244 ortaokul 3. sınıf öğrencisinden 198'i, yine aynı İl'de Fen Bilgisi dersi okuyan ortaokul 3. sınıf öğrencilerinden seçilen 529 öğrenciden 375'i bu derslerden doğrudan geçmiştir.(*) Toplu Fen ve Fen Bilgisi derslerinden doğrudan geçenlerin yüzdeleri arasındaki fark istatistiksel bakımdan manidar mıdır?**

Burada test edilen hipotez (null hipotezi - H_0) iki - yönlü olup, Toplu Fen ve Fen Bilgisi derslerinden doğrudan geçenlerin yüzdeleri arasında fark olmadığı ya da farkın sıfır olduğu biçimindedir. Bu hipotezi test etmek için manidarlık düzeyini $\alpha = .05$ olarak alalım.

Buradaki örnek problemde

$$P_1 = \frac{198}{244} \times 100 = \%\ 81.15 \text{ ve}$$

(*) İlhan Akhun ve Aytaç Açıkalın, **Ortaokullarda ve Eğitim Enstitülerinde Modern Matematik ve Fen Programlarının Denenmesi ve Teşmili Üzerine Araştırmalar Projesi (BAYG-E-33) Değerlendirme Raporu.** M.E.B. Fen Öğretimini Geliştirme Bilimsel Komisyonu, Ankara, 1980, s. 234.

$$P_2 = \frac{375}{529} \times 100 = \% \; 70.89$$

olur. P_1 Toplu Fen dersi görenlerin yüzdesini, P_2 de Fen Bilgisi dersi görenlerin yüzdesini simgeler.

Her iki grubun birleştirilmesinden elde edilen (ağırlıklı) yüzde

$$P = \frac{81.15 \times 244 + 70.89 \times 529}{244 + 529} = \% \; 74.13$$

ve

$$Q = 100 - P = 100 - 74.13 = \% \; 25.87$$

olur.

Aynı P değerini 4 No. lu formül ile de hesaplayabilirdik.

$$P = \left(\frac{198 + 375}{244 + 529}\right) 100 = \% 74.13$$

İki yüzde arasındaki farkın ($P_1 - P_2$) standart hatası 6 No. lu formül yardımı ile

$$\sigma_{P_1 - P_2} = \sqrt{74.13 \times 25.87 \left(\frac{1}{244} + \frac{1}{529}\right)}$$

$$= \sqrt{11.48}$$

$$= \% \; 3.39$$

olur

Bundan sonra, iki yüzde arasındaki farkın manidarlığını test etmek için,

$$z = \frac{81.15 - 70.89}{3.39} = 3.03$$

olur. Hesaplanan bu kritik oran değeri .05 düzeyindeki manidarlık için gerekli olan 1.96'dan büyüktür. Bu nedenle, bu iki yüzde arasındaki fark .05 düzeyinde manidardır. Ayrıca, bu değer .01 düzeyindeki manidarlık için gerekli olan 2.58'den de büyük olduğundan, iki yüzde arasındaki fark .01 düzeyinde de manidardır. Böylece, iki evren yüzdesi arasında fark olmadığı hipotezini (H_0) reddeder, iki yüzde arasında fark olduğu karşıt hipotezini (H_1) kabul ederiz. Bir başka deyişle, karşıt hipotezin kabul edilmesi, Toplu Fen dersi okuyan ortaokul üçüncü sınıf öğrencilerinin Fen Bilgisi dersi okuyan ortaokul üçüncü sınıf öğrencilerinden, doğrudan ders geçme yüzdeleri bakımından daha başarılı oldukları anlamına gelir.

Ayrıca, bu iki evrenin yüzdeleri arasındaki gerçek fark için .95 güven aralığı

$$\boxed{GA._{95} = F \pm 1.96\, \sigma_{p1-p2}} \tag{9}$$

ile hesaplanır. Buradaki F iki yüzde arasındaki fark ya da ($P_1 — P_2$)' dir. Buradan

$GA._{95} = \%\ 10.26 \pm 1.96 \times \%\ 3.03$

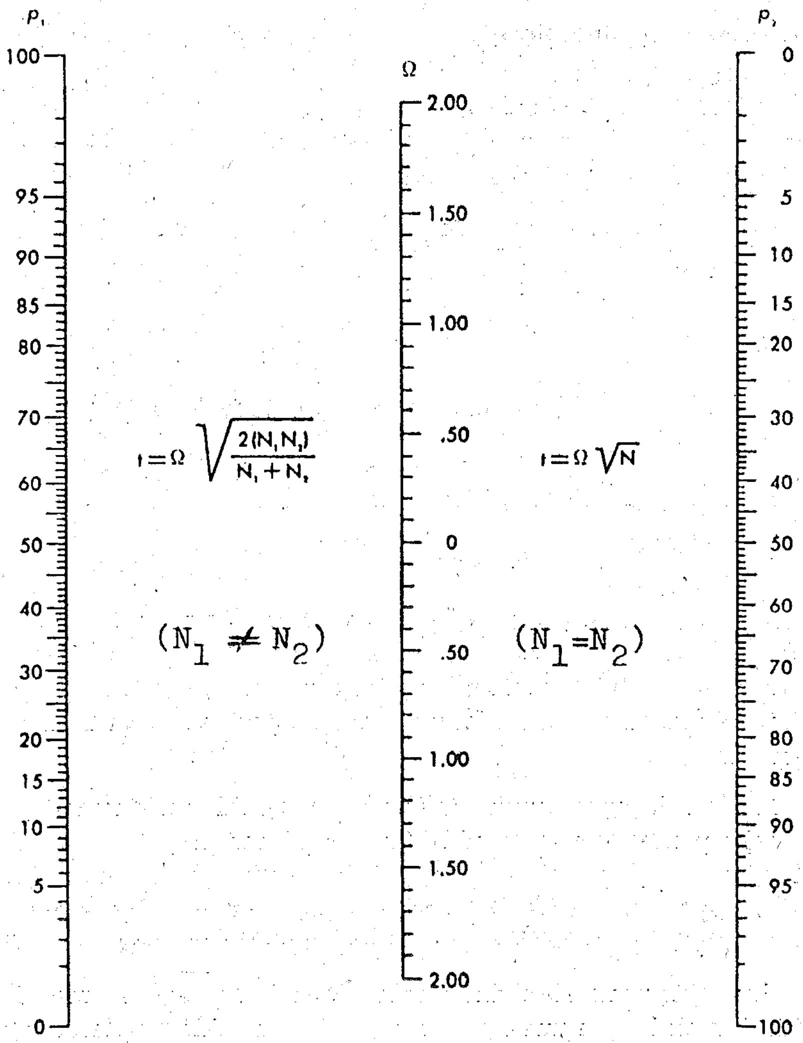
ya da

$GA._{95} = \%\ 4.32 — \%\ 16.20$

olur. Bu aralığın, iki evren yüzdesi arasındaki farkın sıfır olduğu (ya da $P_1 — P_2 = O$) değeri kapsamamış olması, iki yüzde arasındaki farkın manidar bulunmasının bir başka göstergesidir. İstenen güven aralığı .99 ise, bu durumda formüldeki 1.96 yerine 2.58'in kullanılması gerekir.

İlişkisiz iki örneklemin yüzdeleri arasındaki farkın manidarlığı bir başka yöntemle de test edilebilir. Bu yöntem **kay-kare** tekniğinin kullanılmasını gerektirir ve bazı öğrenciler bu tekniğin yukarıda açıklanan yöntemden daha kolay olduğunu savunur. Kay-kare tekniği ile iki yüzde arasındaki farkın test edilmesi ileride açıklanacaktır.

Bazı araştırmalarda, iki yüzde arasındaki farkın manidarlık testini birçok kez yapmak gerekebilir. Bu, özellikle, testlerde madde analizini gerektiren çalışmalarda ortaya çıkabilir. Bu durumda Lawshe ve Baker tarafından geliştirilen bir grafikten yararlanılır. Bu grafik Lawshe - Baker Nomografiği olarak bilinir ve bu tür işlemleri kolaylaştırır. Bu grafik Şekil-1'de gösterilmiştir. Bu şekilde, sol tarafta P_1 ve sağ tarafta P_2 gösterilmiştir. Aralarındaki farkın test edildiği iki yüzde (P_1 ve P_2) bir doğru çizgi ile birleştirilir. Ortadaki çizgi **omega** değerlerini verir. Burada iki ayrı t değeri verilmiştir. Bir tanesi $N_1 = N_2$ olduğunda, diğeri ise $N_1 \neq N_2$ iken kullanılır. İki yüzde arasındaki farkın birçok kez test edileceğini düşünelim ve bunların herbirinde grupların büyüklüğü 100 olsun. Önce .05 düzeyin-



Şekil 1. İki yüzde arasındaki farkın manidarlığının test edilmesi için Lawshe-Baker Nomografiği. N.M. Downie and R.W. Heath. **Basic Statistical Methods**, (4th Ed.) New York: Harper Row, Publishers, Inc., 1970. s. 185'deki alıntı.

deki manidarlık için $t = \Omega\sqrt{100}$ eşitliğinin çözülmesi gerekir. Bu da $t = \Omega\sqrt{100}$ ya da $\Omega = .196$ olur. Aynı yaklaşımla, .01 düzeyindeki manidarlık için $2.58 = \Omega\sqrt{100}$ ya da $\Omega = .258$ elde edilir. Bu değerleri iki basamaklı ondalık sayıya yuvarlatırsak, .05 düzeyindeki manidarlık için omega değeri .20 ve .01 düzeyindeki manidarlık için de omega değeri .26 olur. Omega değerlerini grafikten okuyarak iki yüzde arasındaki farkın manidar olup olmadığını ve manidar ise hangi düzeyde olduğunu hemen saptayabiliriz.

İki yüzdenin hesaplandığı örneklemlerin büyüklükleri farklı ise, yani $N_1 \neq N_2$ ise, omega değerleri benzer bir yaklaşımla.

$$\boxed{t = \Omega \sqrt{\frac{2 N_1 N_2}{N_1 + N_2}}} \qquad (10)$$

formülünden hesaplanabilir.

3. İlişkili İki Yüzde Arasındaki Farkın Test Edilmesi

Önceki kısımda, aralarındaki farkın test edildiği iki yüzdenin birbirinden bağımsız ya da ilişkisiz iki ayrı örneklemden elde edildiği hatırdan uzak tutulmamalıdır. Örneklemler bağımsız olduğundan bu iki örneklem arasında bir ilişkinin varlığı da söz konusu değildir.

Oysa, eğitim ve psikoloji ile ilgili araştırmalarda aynı deneklerin oluşturduğu ya da eşleştirilmiş iki örneklemden elde edilen yüzdeler arasındaki farkın manidarlığının test edilmesi çoğu kez istenilen bir şeydir. Burada veriler genellikle gruplandırma ölçeği türünde olup, aynı ya da eşleştirilmiş deneklere ilişkin gözlemlerden elde edilen yüzdelerdir. Gözlemlerin aynı ya da eşleştirilmiş deneklerden elde edilmiş olması ilişki ölçüsü olan bir korelasyon katsayısına yol açar. İlişkili iki yüzde arasındaki farkın manidarlığının test edilmesinde, bu korelasyon katsayısının göz önüne alınması gerekir.

Örneklemek için, N sayıda denekten oluşan bir örnekleme bir test uygulandığını düşünelim. Test maddelerine verilen cevaplar "Doğru" ya da "Yanlış" biçiminde olabilir. Testin 1. ve 2. maddelerine verilen "Doğru" cevapların yüzdeleri P_1 ve P_2 olsun. Böylece her denek için bir çift gözlem elde edilir. Bir deneğin her iki maddeye verdiği cevaplar "Doğru" olabilir; ikinci bir deneğin her iki maddeye verdiği cevaplar "Yanlış" olabilir. Üçüncü ve dördüncü deneklerin cevaplarından bir tanesi "Doğru" diğeri "Yanlış"; ya da "Yanlış" ve "Doğru" olabilir. Çift gözlemler 2x2'lik bir kontincensi tablosunda gösterilebilir. Bir test maddesini doğru cevaplandıranlar arasından diğer test maddesini de doğru cevaplandıranlar olabileceği gibi, bir test maddesini yanlış cevaplandıranlar arasından diğer test maddesini de yanlış cevaplandıranlar olabilir. Bu durumda bu iki test maddesi arasında ilişki vardır. Bir başka örnek, bir örneklemin bir anketin iki ayrı sorusuna "Evet" ya da "Hayır" biçiminde verecekleri cevaplar için de verilebilir. Yine bu durumda, anketi cevaplandıran her denek için ikişer gözlem olduğundan bir ilişki söz konusu edilebilir. Son bir örnek, tutum değiştirmeyi amaçlayan bir programdan önce ve sonra ölçülen tutumlar arasındaki farkın manidarlığının test edilmesinde görülebilir. Bu örnekte de veriler ikili gözlemlerden oluşur. Belli bir madde üzerindeki önceki ve sonraki yüzdeler arasındaki farkın manidarlığının test edilmesi iki cevap arasındaki ilişkinin göz önüne alınmasını gerektirir. Bir testin iki maddesi için 2x2'lik bir tablonun frekanslar ve yüzdeler için nasıl oluşturulduğu aşağıda gösterilmiştir.

Frekanslar

		Madde 2 Yanlış	Madde 2 Doğru	
Madde 1	Doğru	B	A	A+B
	Yanlış	D	C	C+D
		B+D	A+C	N

Yüzdeler

		Madde 2 Yanlış	Madde 2 Doğru	
Madde 1	Doğru	b	a	P_1
	Yanlış	d	c	Q_1
		Q_2	P_2	

Soldaki tablo frekanslar için, sağdaki ise yüzdeler için hazırlanmıştır. Büyük harfler frekansları gösterir. Küçük harfler ise frekansların N'ye bölünüp 100 ile çarpılmasından elde edilen yüzdelerdir. Her iki test maddesini doğru cevaplandıranların yüzdeleri P_1 ve P_2 olup, istenilen şey, bu iki yüzde arasındaki farkın ($P_1 — P_2$) test edilmesidir.

İki ilişkili yüzde arasındaki farkın manidarlığını test ederken, gerekli olan iki yüzde arasındaki farkın standart hatası

$$\boxed{\sigma_{P_1-P_2} = \sqrt{\sigma_{P_1}^2 + \sigma_{P_2}^2 - 2\, r_{P_1P_2}\, \sigma_{P_1}\, \sigma_{I_2}}} \qquad (11)$$

ile hesaplanır.

Evren parametresinin (P) yaklaşık değerini hesaplamak için P_1 ve P_2'nin ağırlıklı yüzdesi alınırsa, yukarıdaki formül

$$\boxed{\sigma_{P_1-P_2} = \sqrt{2\,\sigma_P^2(1 - r_{P_1P_2})}} \qquad (12)$$

olarak yazılabilir.

Bu formüllerdeki $r_{p_1p_2}$ iki ilişkili yüzde arasındaki Pearson-Çarpım Moment Korelasyon Katsayısı olup, 2x2'lik tablodan hesaplanan pay katsayısına (∅) eşittir. Bu da

$$\boxed{\phi = \frac{AD - BC}{\sqrt{(A+B)(C+D)(B+D)(A+C)}}} \qquad (13)$$

İki ilişkili yüzde arasındaki farkın manidarlığını test etmek için gerekli olan kritik oran değeri ya da

$$\boxed{z = \frac{(P_1 - P_2) - 0}{\sigma_{p1-p2}}} \qquad (14)$$

ile hesaplanır. Daha önce de olduğu gibi, bu değerin .05 düzeyindeki manidarlık için, iki-yönlü test durumunda, 1.96'ya eşit ya da daha büyük olması gerekir. Bu değer, .01 düzeyindeki manidarlık için, 2.58'e eşit ya da daha büyük olmalıdır.

Yukarıdaki istatistiksel tekniklerin ilişkili iki örneklemden elde edilen yüzdeler arasındaki farkın test edilmesinde nasıl uygulanacağı aşağıdaki örnek problem ile açıklanmıştır.

ÖRNEK 2. Yüzyirmi denekten oluşan bir örneklemin bir anketin iki ayrı maddesine verdikleri cevapların frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. Bu iki maddeye "evet" diyenlerin yüzdeleri arasındaki farkı test ediniz.

		Madde 2		
		Hayır	Evet	
Madde 1	Evet	33	39	72
	Hayır	30	18	48
		63	57	120

Bu örnekde $P_1 = \%60$ ve $P_2 = \%47.5$ olup, $P = \%53.75$ ve $Q = \%46.25$ olarak hesaplanır. Bu kontincensi tablosu için $\varnothing = .16$' dır. Böylece yukarıdaki 12 No.lu formül yardımıyle

$$\sigma_{P_1 - P_2} = \sqrt{\frac{2 \times 53.75 \times 46.25}{120}(1 - .16)}$$

$$= 5.90$$

olur. Buradan da

$$z = \frac{\%60 - \%47.5}{\%5.90} = 2.12$$

elde edilir ki, bu da iki yüzde arasındaki farkın .05 düzeyinde manidar olması için gerekli olan 1.96'dan büyük olduğundan, iki yüzde arasındaki fark .05 düzeyinde manidar kabul edilir. Böylece, iki yüzde arasında fark yok hipotezini (H_0) reddeder ve bunun sonucunda bu örneklem grubunun anketin iki maddesine verdikleri cevaplar arasında manidar bir fark olduğu yargısına ulaşırız.

İki ilişkili yüzde arasındaki farkın standart hatası, yaklaşık olarak, korelasyon katsayısı hesaplanmadan, daha kolay bir biçimde aşağıdaki formül (McNemar, 1947) yardımıyle hesaplanabilir.

$$\boxed{\sigma_{P_1 - P_2} = 10 \sqrt{\frac{(b + c)}{N}}} \qquad (15)$$

Bu formüldeki b ve c değerlerinin 2 x 2'lik kontincensi tablosunun hangi gözeneklerine ait olduğu daha önce açıklanmış idi.

Örnek 2'deki frekanslar aşağıdaki gibi yüzdelere dönüştürülebilir.

		Madde 2 Hayır	Madde 2 Evet	
Madde 1	Evet	%27.5 (b)	%32.5 (a)	%60
	Hayır	(d) %25.0	(c) %15.0	%40
		%52.5	%47.5	%100

Buradan da

$$\sigma_{P_1-P_2} = 10 \times \sqrt{\frac{\%27.5 + \%15.0}{120}}$$

$$= 5.95$$

elde edilir ki, bu da önceki 5.90'a oldukça yakındır.

$$\boxed{z = \frac{P_1 - P_2}{10\sqrt{\frac{(b + c)}{N}}}} \qquad (16)$$

olduğundan, bu formül

$$\boxed{z = \frac{B - C}{\sqrt{B + C}}} \qquad (17)$$

olarak yazılabilir. Bu formüldeki B ve C'ler 2 x 2'lik tablodaki frekans değerleridir. Bu formül hesaplama kolaylığı nedeniyle öncekilerden daha kullanışlıdır.

Örnek 2'deki verileri frekans olarak 17 No.lu formüle koyarsak,

$$z = \frac{33 - 18}{\sqrt{33 + 18}} = \frac{15}{\sqrt{51}}$$

$$z = 2.10$$

olur ki, bu da daha önce hesaplanan 2.12'ye oldukça yakındır ve iki yüzde arasındaki fark .05 düzeyinde manidardır.

İlişkili iki yüzde arasındaki farkın manidarlığı bazan tek-yönlü bir hipotezin test edilmesini gerektirebilir. Bu durumda hipotezin reddi için gerekli olan kritik oran ya da z değerleri, .05 düzeyindeki manidarlık için 1.64'e ve .01 düzeyindeki manidarlık için de 2.33'e eşit ya da daha büyük olmalıdır.

Bir yüzde (örneğin %70) bunu oran olarak belirleyen değerin (.70) yüz katı olduğundan iki yüzde arasındaki fark yerine iki oran arasındaki farkın test edilmesinde bu durum (P = 100 x oran) göz önünde bulundurulmalıdır. Bu durumda iki istatistik arasındaki farkın standart hatasını veren formüllerde gerekli düzeltmeler yapılmalıdır.

4. İki Yüzde Arasındaki Farkın Manidarlığının Kay-Kare Tekniği ile Test Edilmesi

İlişkili ve ilişkisiz iki yüzde arasındaki farkın manidarlığının z testi nasıl yapıldığı önceki kısımlarda açıklanmış idi.

Şimdi burada kay-kare tekniğinin iki yüzde arasındaki farkın manidarlığının test edilmesinde nasıl kullanılacağı açıklanacaktır.

4.1. İlişkisiz Yüzdeler

İlişkisiz iki yüzde arasındaki farkın manidarlığı ile ilgili Örnek 1'de aşağıdaki veriler kullanılmış idi.

P_1 = Toplu Fen dersi okuyan 244 öğrencinin 198'i (%81.15)

P_2 = Fen Bilgisi dersi okuyan 529 öğrencinin 375'i (%70.89)

bu derslerden doğrudan geçenler idi. Bu veriler için z değeri 3.03 olarak hesaplanmış ve bu da .01 düzeyinde manidar bulunmuş idi.

Aynı veriler 2x2'lik bir tabloda aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

	Kalan	Geçen	
Toplu Fen	46 (B)	198 (A)	244 (A+B)
Fen Bilgisi	154 (D)	375 (C)	529 (C+D
	200 (B+D)	573 (A+C)	773 N

2 x 2'lik bir tabloda kay - kare değeri

$$X^2 = \frac{N\,(AD - BC)^2}{(A+B)\,(A+C)\,(B+D)\,(C+D)} \tag{18}$$

formülü ile hesaplanır.

Yukarıdaki veriler için

$$X^2 = \frac{773\,(198x154 - 46x375)^2}{200x573x244!529}$$

$$X^2 = 9.16$$

elde edilir. Bu değer sd = 1 için .01 düzeyinde manidardır. (Sd = 1 ve .01 düzeyindeki manidarlık için okunan Tablo değeri $X^2_{.01} = 6.636$'dır.) Buradan da iki yüzde arasındaki farkın manidar olduğu anlaşılır. Aynı veriler için daha önce hesaplanan z değerinin karesi (3.03^2) alındığında, sonuç 9.18'dir. Yuvarlatma hataları içinde olduğundan, bunun böyle çıkması gerekir. Çünkü sd = 1 olduğunda, $X^2 = z^2$'dir.

4.2. İlişkili Yüzdeler

İlişkili iki yüzde arasındaki farkın manidarlığı ile ilgili Örnek 2'de z testi (ya da t testi) yapılmış idi. Bu problemde kullanılan veriler aşağıda gösterilmiştir.

		Madde 2: Hayır	Madde 2: Evet	
Madde 1	Evet	33 (B)	39 (A)	72
	Hayır	30 (D)	18 (C)	48
		63	57	120

Bu tabloda 120 deneğin bir anketin iki ayrı maddesine (Madde 1 ve Madde 2) verdikleri cevaplar görülmektedir. Veriler tabloda deneklerin iki maddeye verdikleri cevapların olumlu ya da olumsuz olduklarına göre düzenlenmiştir.

Bu tür problem için kay-kare formülü

$$\boxed{X^2 = \frac{(B - C)^2}{B + C}} \qquad (19)$$

dir. Buradan da

$$X^2 = \frac{(33 - 18)^2}{33 + 18}$$

$$X^2 = 4.41$$

elde edilir. Bu değer de sd = 1 için .01 düzeyinde manidardır. Bu problem için daha önce hesaplanan z değeri 2.10 idi. Bu değerin karesi 4.41'dir. Çünkü serbestlik derecesi bir olduğunda (sd = 1), z^2 kay-kareye eşittir.

5. Elde Edilen Yüzdelerin Kaynak Değerlerle Karşılaştırılması

Kamu eğilimini saptama araştırmalarında ve benzer durumlarda, belli bir görüşün ya da davranışın yüzdesi önceki çalışmalardan saptanabilir ya da diğer kanıtlara göre duyarlı olarak kestirilebilir. Bu durumda ,bir örneklemden hesaplanan bir yüzdenin bu kaynak değerden manidar bir biçimde farklılık gösterip göstermediği öğrenilmek istenebilir. Aşağıdaki örnek böyle bir problemin nasıl çözüleceğini gösterir.

ÖRNEK 3. Belli bir konudaki görüşlerin evrendeki bölünmesinin %50 ve %50 olarak ikiye ayrıldığı düşünülmektedir. 200 denekten oluşan bir örneklemin %55'i bu konudaki görüşlerini olumlu olarak belirlemiştir. Bu yüzdenin kaynak değerden (%50 ve %50) olan farkı istatistiksel bakımdan .05 düzeyinde manidar mıdır?

Burada "Evet" diyenlerin yüzdesi 50 ve "Hayır" diyenlerin yüzdesi de 50'dir. Bu yüzdenin standart hatası 1 No.lu formülden

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\%50 \times \%50}{200}} = \%3.54$$

olarak hesaplanır. P = %45 ya da %55 ise, kaynak değerden olan fark ± %5 olduğundan, bu iki-yönlü bir testtir. Bu durumda kritik oran

$$KO = \frac{\%55 - \%50}{\%3.54} = 1.41$$

olur ve bu değer .05 düzeyindeki manidarlık için gerekli olan 1.96'dan küçük olduğundan istatistiksel bakımdan manidar değildir. Örneklemin %55'inin "Evet" olarak görüşlerini ortaya koymasının %59 kaynak değerden olan farkı, örneklem değişikliği sonucunda ortaya çıkabilir ve böylece bu farkın şansa bağlı olduğu söylenebilir.

Bir başka örnek konuya açıklık getirecektir.

ÖRNEK 4. Sosyo-ekonomik düzeyi düşük olan bir çevreden gelen 225 öğrenciden oluşan bir örneklemin %48'inin çeşitli testlerde kopya yaptıklarının saptandığı varsayılsın. Daha önce yapılan bir araştırmaya göre, bu tür bir evrenden gelen öğrenciler için %40 "standart bir yüzde" olarak kabul edilsin. Bu durumda, bu örneklemde kopya yapanların yüzdesi beklenen yüzde değerinden manidar olarak farklı mıdır?

Kuramsal olan yukarıdaki örnek problemde

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{40 \times 60}{225}} = \%3.27$$

$$KO = \frac{\%48 - \%40}{\%3.27} = 2.45$$

olur. Bu problemde, %48'in %40'dan manidar bir biçimde farklı olup olmadığını öğrenmek istediğimizden, bu bir-yönlü bir testtir. Bir-yönlü testte .05 düzeyindeki manidarlık için KO değeri 1.65'e eşit ya da daha büyük olmalıdır. Hesaplanan KO değeri (2.45) 1.65'den büyük olduğundan, null hipotezini güvenle reddedebiliriz. Böylece, bu örneklemde kopya yapan öğrencilerin yüzdesinin, önceki araştırmalarda elde edilen yüzdeden (kaynak değer) manidar olarak daha yüksek olduğu sonucuna varılabilir.

6. Belli Bir Manidarlık Düzeyine Erişmek İçin Gereksinim Duyulan Örneklem Büyüklüğü (N)

Kamu eğilimini saptama araştırmalarında, sonuçların çoğu kez "gerçek" değerin artı ya da eksi %3 ya da %5 sınırları içinde olduğu rapor edilir. Bu genişliğe "hata" payı adı verilir. Geçmiş kayıtlara göre politik bir konudaki görüşlerin oy verenler evrenindeki dağılımının %50 ve %50 olarak ikiye bölündüğünü varsayalım. Örneklemimizdeki yüzdenin ± %3'den fazla hatalı olmaması ve şansların 19'a karşı 1 olması için alınacak örneklem büyüklüğü ne olmalıdır? Bir başka deyişle, %47 ile %53 arasında olan herhangi bir örneklem yüzdesinin %50'den manidar olmayan bir farkı temsil ettiğinden emin olabilmek için, ne kadar büyük bir N'ye gereksinim vardır?

Aşağıdaki iki husus bilinmedikçe, bu soruya cevap verilemez. Bunlar (1) adı geçen görüşün ya da davranışın evrendeki yüzdesinin belli bir duyarlılıkla bilinmesi ve (2) istenilen duyarlık derecesinin belirlenmesidir. Önce, $KO = F/\sigma_p$ olduğu ve burada F'nin örneklem yüzdesinin beklenen (evren) değerden olan farkını ve σ_p'nin de gerçek ya da evren yüzdesi etrafındaki yüzdelerin örneklem dağılımının standart hatasını temsil ettiği hatırlanmalıdır. $F/\sigma_p = 1.96$ olduğunda ,bir fark ya da F .05 düzeyinde manidardır ve bu iki-yönlü bir testtir. F'nin yerine %3 yazdığımızda, $\sigma = \%3/1.96 = \%1.53$ olur. Bir yüzdenin standart hatasını veren formül $\sigma_p = \sqrt{\frac{PQ}{N}}$ olduğundan,

iki tarafın karesini aldığımızda,

$$\boxed{N = \frac{PQ}{\sigma_p^2}} \qquad (20)$$

olur. Bu da belli bir manidarlık düzeyine erişmek için gereksinim duyulan örneklem büyüklüğüdür. σ_p için %1.53 ve PQ için de %50 x % 50 değerlerini formüle yazarsak

$$N = \frac{\%50 \times \%50}{\%1.53^2} = 1068$$

elde edilir.

Böylece, alacağımız örneklemin büyüklüğü 1068 ise, böyle bir örneklemden % 50 ± %3 (%47 — %53) sınırları arasında elde edilen herhangi bir yüzde evren değerinden manidar olmayan bir farkı temsil eder. Bir örneklemin yüzdesinin .05 manidarlık düzeyinde %50'den manidar olan bir farkı temsil etmesi için, bu yüzdenin %53'den büyük ya da %47'den küçük olması gerekir.

ÖRNEK 5. Üniversite öğrencilerinin oluşturduğu bir evrende, bir konudaki olumlu görüşlerin %80 olduğu düşünülmektedir. %75 ile %85 arasındaki bir örneklem yüzdesinin beklenen %80'den manidar olmayan bir farkı temsil etmesine karşı şansların 99'a karşı 1 olabilmesi için ne büyüklükte bir örnekleme gereksinim vardır? (Burada hata payı ±%5 ve manidarlık düzeyi .01'dir.)

Önceki örnek problemde olduğu gibi, $F/\sigma_p = 2.58$'dir. F = %5, $\sigma_p = 5/2.58 =$ %1.94 olacağından, 20 No.lu formülden

$$N = \frac{\%80 \times \%20}{\%1.94^2} = 425$$

elde edilir. Böylece, 425 denekten oluşan bir örneklemden elde edilen %75 ile %85 arasında değişen bir yüzdenin %80'den manidar olmayan bir farkı temsil edeceğinden emin olabiliriz.

Hesaplanan N'nin doğruluğunu kontrol etmek için

$\sigma_p = \sqrt{\frac{80 \times 20}{425}} =$ %1.94 hesaplanır. Bu yüzdenin (%80) .99 güven aralığı %80 ± %2.58x1.94 ya da %80± %5 olur ki, bu da belirlenen hata payı içindedir. Burada örneklemin büyüklüğü 425 olduğunda, böyle bir örneklemden elde edilecek bir yüzdenin .01 düzeyinde manidar olması için, bu değerin %85'den büyük ve %75'den küçük olmasında şanslar 99'a karşı 1'dir. Bu sınırlar arasında kalan herhangi bir yüzde, %5 hata payı içinde, kaynak yüzdeden manidar olmayan bir farkı temsil eder.

Evrendeki bir davranışın yüzdesinin bilinmediği durumlarda alınacak en ekonomik örneklem büyüklüğüne (N) karar vermek güçtür. Böyle durumlarda izlenecek işlem aşağıdaki örnek problemde açıklanmıştır.

ÖRNEK 6. Bir siyaset bilimcisi bir İl'deki insanların politik görüşlerini incelemek ister. Araştırmacı diğer birçok verilerin arasında, bu İl'deki insanlardan X partisinin politik görüşlerini benimseyenlerin yüzdesini öğrenmek ister. O alacağı bir örneklemden elde edeceği yüzdenin %5'den fazla hatalı olmamasına karar verir. Bir başka deyişle, örneklemde X partisinin görüşlerini benimseyenlerin oranı %35 ise, tüm evrendeki bu değer %30 ile %40 arasında olmalıdır. Siyaset bilimcisi kötü bir örneklem almasının olasılığının 20 kezde 1 kezden daha fazla olamayacağını kabul eder ve bunun gerekli bir önlem olduğunda ısrar eder. Çünkü örneklem ne kadar büyük olursa olsun, örneklemlerden birinin belli bir biçimde yanlı olmasının olasılığı her zaman vardır.

Bu problemin çözümü için, siyaset bilimcisi evrendeki X partisinin politik görüşlerini benimseyenlerin yüzdesi için olası bir değeri bilmek zorundadır. Bu İl'de daha önce yapılmış ilgili araştırmalardan, araştırmacının evrende X partisinin politik görüşlerini benimseyenlerin %30 ile %55 arasında olduğunu tahmin ettiğini varsayalım.

Önceki örnek problemlerde izlenen yaklaşımda olduğu gibi

$$KO = \frac{F}{\sigma_p} = 1.96$$

dır ve burada F ±%5 olduğundan

$$\sigma_p = \frac{5}{1.96} = 2.55$$

olur. Formül 20'den P = %30 için

$$N = \frac{\%30 \times \%70}{2.55^2} = 323$$

ve P = %55 için de

$$N = \frac{\%55 \times \%45}{2.55^2} = 381$$

elde edilir.

Son olarak, P = %50 alınırsa, PQ değeri en büyük olur ki, bu da 2500'e eşittir. Bu durumda N = 385 olur ve böylece alınacak örneklemin büyüklüğü 385 ya da daha emin bir biçimde 400 olabilir. Böylece, 400 denekten oluşan bir yansız örneklemde, X partisinin politik görüşlerini benimseyenlerin yüzdesinin evren yüzdesinden olan farkının ±%5'e kadar olmasının olasılığı .05 ya da 19'a karşı 1'dir.

Yukarıdaki sonucun doğruluğunu kontrol etmek için, evren P'si %42.5 $\left(\frac{\%30 + \%55}{2}\right)$ ve N = 400 alınır. Böylece,

$\sigma_p = \sqrt{\frac{\%42.5 \times \%57.5}{400}} = \%2.47$ elde edilir. %42.5±1.96 x %2.47 ya da %42.5 ± %4.84 aralığına düşen herhangi bir yüzde %42.5'dan manidar olmayan bir farkı temsil eder. %37.66 — %47.34 aralığı evren yüzdesi için .95 güven aralığını temsil eder.

KAYNAKÇA

Akhun, İlhan. **İstatistiksel Formüller ve Tablolar.** (Geliştirilmiş İkinci Baskı), Ankara, 1981.

————. **İstatistiklerin Manidarlığı ve Örneklem.** Ankara, 1978.

Blalock, Hubert M. **Social Statistics.** New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.

Clauss, Günther und Heinz Ebner. **Grundlagen der Statistik für Psychologen, Pädagogen und Soziologen.** Verlag Harri Deutsch, Frankfurt/M. und Zurich, 1972.

Downie, N.M., and R.W. Heath. **Basic Statistical Methods.** (4th Ed.) New York: Harper and Row, Publishers, Inc., 1974.

Ferguson, George A. **Statistical Analysis in Psychology and Education.** (4th Ed.) New York: McGraw-Hill Book Company, 1976.

Garrett, Henry E. **Statistics in Psychology and Education.** (Fifth Ed.) New York: Longmans, Green and Co., 1958.

Glass, V. Gene, and Julian C. Stanley. **Statistical Methods in Education and Psychology.** Englewoods Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1970.

Guilford, J.P. **Fundamental Statistics in Psychology and Education.** (4th Ed.) New York: McGraw-Hill Book, Inc., 1965.

Peatman, J.B. **Introduction to Applied Statistics.** New York: Harper and Row, Publishers, Inc., 1964.