



Evrensel Küme ve Sonsuz Küme Kavramlarına İlişkin Matematik Öğretmenlerinin Genel Alan Bilgisi¹

Common Content Knowledge of Mathematics Teachers on the Concepts of the Universal Set and the Infinite Set

Nurullah YAZICI², Mustafa ALBAYRAK³

Öz

Bu araştırma matematik öğretmenlerinin evrensel küme ve sonsuz küme kavramlarına ilişkin “Öğretim İçin Matematik Bilgisi (ÖMB)” modeli bağlamında genel alan bilgilerinin incelenmesi amacıyla yapılmıştır. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseniyle yürütülen araştırmanın çalışma grubunu 18 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak “Öğretim için Küme Bilgisi Testi’nin (ÖKBT)” genel alan bilgisi bileşenine yönelik hazırlanmış bölümü ve “Ders Gözlem Formu” kullanılmıştır. Araştırma verileri yarı yapılandırılmış görüşme, ses ve video kaydı ile gözlem ve yazılı dokümanlar aracılığıyla elde edilmiştir. Elde edilen bu nitel verilerin analizinde betimsel analiz, içerik analizi ve sürekli karşılaştırma teknikleri ile her bir veri toplama aracına özel veri analiz yöntemleri kullanılmıştır. Araştırma bulguları evrensel küme ve sonsuz küme kavramlarına ilişkin öğretmenlerin genel olarak yanlış ya da eksik tanımlamalar yazdıklarını ortaya koymuştur. Bununla birlikte öğretmenlerin bu kavramlara ilişkin kavram yanlışları yaşadıkları ve bilgilerinin yüzeysel düzeyde olduğu da tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: matematik öğretmeni, evrensel küme, sonsuz küme, öğretim için matematik bilgisi modeli, genel alan bilgisi.

Abstract

This research was carried out to examine the common content knowledge in the context of “Mathematical Knowledge for Teaching” (MKT) model of mathematics teachers’ universal set and infinite set concepts. The research was carried out with the case study of qualitative research methods. The study group of study constitutes 18 mathematics teachers. The “Set Knowledge Test for Teaching (SKTT)” -the part prepared for the common content knowledge component- and the “Lesson Observation Form” were used as data collection tools. Descriptive analysis, content analysis, constant comparison techniques and special data analysis methods for each data collection tool were used in the analysis of qualitative data obtained as semi-structured interview, observation of voice and video recording and written documents. The research findings show that teachers on universal set and infinite set concepts generally write incorrect or incomplete definitions. However, it has also been found that teachers have experienced misconceptions about these concepts and that their knowledge is at a superficial level.

Keywords: math teacher, universal set, infinite set, mathematical knowledge for teaching model, common content knowledge.

1. Bu çalışma Nurullah YAZICI’nın “Matematik öğretmenlerinin öğretim için matematik bilgisi: Kümelere temel kavramların analizi” başlıklı doktora tezinin bir bölümünden üretilmiştir.

2. Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği ABD, Karaman, Türkiye; <https://orcid.org/0000-0002-5594-8347>

3. Atatürk Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği ABD, Erzurum, Türkiye; <https://orcid.org/0000-0002-3788-5717>

Atf / Citation: Yazıcı, N., & Abayrak, M. (2019). Evrensel Küme ve Sonsuz Küme Kavramlarına İlişkin Matematik Öğretmenlerinin Genel Alan Bilgisi. *Kastamonu Education Journal*, 27(5), 2027-2042. doi:10.24106/kefdergi.3265

Extended Abstract

Introduction: The subject of sets is important in the construction and teaching of logic and algebra. It is also effective in revealing the axiomatic structure of mathematics and the logic of proof. For this reason, the teaching of the topic of the sets is of great importance in terms of mathematics education (Uğürel ve Moralı, 2010; O'Connor ve Robertson, 1992). It has been determined that concepts that have the most misconceptions or mathematical deficiencies within the sets are the universal set and the infinite set (Baki, ve Şahin, 2004; Gür, 2009; Uğürel ve Moralı, 2010; Uğürel, Bukova-Güzel ve Kula, 2010; Özdemir, 2015; Yazıcı ve Kültür, 2017).

In concept teaching, the details of the concept to be taught must be known. The fact that a teacher does not know the details of the concepts about the subject taught is a sign that the teacher can experience difficulties in the teaching he / she is in. However, it is obvious that only knowing the concept to teach will not be enough to teach (Öner, 2010). The subject matter knowledge is one of the important areas where the teacher should gain competence. However, the teacher is a knowledge and experience that is separate from the knowledge of the domain expert, in the sense that it is knowledge that is student-centered and enhances the learning of the students. According to Shulman (1987), subject matter knowledge includes topics related to the subject to be taught, definitions, symbols, teaching methods, and the selection of examples to include in all aspects of the subject. Davis (2003) considered the content of subject matter knowledge as competencies that include subject definitions, notations, basic concepts, representations and theorems. For this reason, subject-matter knowledge, which is defined as information about the subject to be taught, is a basic requirement without guiding others to learn the subject (Karal Eyüboğlu, 2011; Li, 2011).

Aim of the Research: In studies examining teacher competencies, in general, teachers' subject matter knowledge, pedagogical competencies specific to their field, and the teacher's educational approaches specific to the subject were discussed (Appleton, 2003; Davis, 2003; Suh, 2005; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Baştürk, 2009; Şişman, 2009; Karal Eyüboğlu, 2011; Kim, 2016). However, the subject matter knowledge, Ball et al. (2008) in order to make an effective teaching, the teacher has taken all the necessary information about the subject. According to Ball et al. (2008), Subject Matter Knowledge component has three subcomponents as "Common Content Knowledge, Specialized Content Knowledge" and "Horizon Content Knowledge". Common Content Knowledge (CCK) can be seen as the mathematical knowledge that anyone who knows the subject can do without much in-depth knowledge (Ball et al., 2008). More generally, mathematical knowledge that any physicist, chemistry teacher, engineer, doctor or other professional with mathematical knowledge can do is studied under CCK component (Yazıcı, 2017).

It is thought that research on the mathematical knowledge of teachers related to the concept of "Set", which is one of the main subjects of mathematics and which is directly related to other subjects in mathematics, is necessary in terms of teaching mathematics. In this context, it is aimed to investigate common content knowledge about mathematics teachers' universal and infinite sets in this research. For this purpose, the problem of the research is formed as "What is the state of common content knowledge of mathematics teachers about universal set and infinite set concepts?"

Methods: In the study, case studies were used in qualitative research methods for the purpose of collecting detailed data and determining current situations. The study was conducted with two different study groups. The first group consists of three mathematics teachers who work in a province in the Mediterranean Region in the academic year 2016-2017. The second group consists of a total of 18 mathematics teachers (in which the video recording teachers are included) who are also working in different high schools in one province in the Mediterranean Region in 2016-2017. Workgroups consist of teachers with different levels of knowledge, selected through maximum diversity sampling and voluntarily based. It is aimed to reveal the different dimensions of the problem by participating in the research by the 18 mathematics teachers selected in this way. The "Set Knowledge Test for Teaching (SKTT)" -the part prepared for the common content knowledge component- and the "Lesson Observation Form" were used as data collection tools. Descriptive analysis, content analysis, constant comparison techniques and special data analysis methods for each data collection tool were used in the analysis of qualitative data obtained as semi-structured interview, observation of voice and video recording and written documents.

Results: As a result of the research, it was determined that the teachers related to the concepts of "Universal Set" and "Infinite set" generally gave wrong definitions. It has been determined that teachers define the concept of a universal set as "a set containing all the sets" or "a very large set". In this direction, it has been found that teachers have the misconception that "a very large set should be" for the universal set. It has been observed that teachers define the concept of an infinite set as "the elements are too numerous to count". This definition contradicts the statement of the Ministry of National Education (2016), "The things that are not ending with counting are not infinite."

It has been observed in the research that teachers give abstract examples in the teaching of universal set and infinite set concepts (especially from the set of numbers, especially N , Z , Q and R). The topic of sets is one of the abstract concepts in mathematics (Baki and Sahin, 2004). During the teaching of these abstract concepts, the difficulties of the student's sets can be reduced by using concrete expressions or examples to be placed in the student's mind (Baykul, 1999). From here it can be said that it is a necessity for teachers to give concrete examples in the course of teaching in order to effective teaching.

It is believed that the teachers will be able to cover the deficiencies in this research by making use of in-service training programs or academic studies on the subjects they will teach.

1. Giriş

Kümeler alt öğrenme alanı, mantık ve cebirin kurulması ve öğretilmesinde önemli yere sahip olmasının yanı sıra matematiğin aksiyomatik yapısının ve ispat mantığının ortaya konmasında da etkili olmasından dolayı bu alt öğrenme alanına ilişkin kavramların öğretimi matematik eğitimi açısından önemlidir (Uğurel ve Morali, 2010; O'Connor ve Robertson, 1992). Kümeler alt öğrenme alanı içerisinde yer alan kümelerde temel kavramlar ve kümelerde işlemler konularının matematik dersinin temel konularından olmasının yanı sıra özellikle matematikteki diğer öğrenme alanları içerisindeki konularla da doğrudan ya da dolaylı olarak ilişkili olduğu söylenebilir (Yazıcı, 2017). Bu anlamda sayı kümelerinin öğretimi (N, Z, Q, R) bunun en bariz örneğidir. Bu sayı kümeleri arasında sayı kümelerinin birbirini kapsaması veya birbirinin altkümümesi olması şeklinde görülen ilişkiler ancak kümeler alt öğrenme alanındaki kavramların öğretiminden sonra öğrencilere kazandırılacak kavramlardır (Özdemir, 2015). Bununla birlikte mantık ve önermelerde kullanılan “ve, veya, ya da” bağlaçları ile olasılıkla ilgili temel kavramlardan olan “deney, örnek uzay, olay” ve “olayın çıktısı” kavramları ve geometrinin temel konularından sayılan “nokta, doğru, düzlem” kavramlarının yanı sıra “fonksiyon” konusu da küme kavramlarıyla ilişkilidir (Bayazıt ve Aksoy, 2010). Yapılan çalışmalarda kümeler alt öğrenme alanı içerisinde en çok kavram yanılgısı yaşanan ya da matematiksel olarak eksiklikler içeren kavramların evrensel küme ve sonsuz küme olduğu görülmektedir (Tsamir, 2003; Baki, ve Şahin, 2004; Gür, 2009; Uğurel ve Morali, 2010; Uğurel, Bukova-Güzel ve Kula, 2010; Manfreda Kolar ve Hodnik Čadež, 2012; Özdemir, 2015; Yazıcı ve Kültür, 2017). Öğretmenlerin ders içi öğrenme etkinlikleri ile ilgili Uğurel, Bukova-Güzel ve Kula'nın (2010) yaptıkları çalışmada, bir öğretmenin sonsuz küme kavramına ilişkin ders içi öğrenme etkinliği olarak “ağaç yaprak sayısı” etkinliğini kullanması öğrencilerde sonsuz küme kavramına ilişkin kavram yanılgısına sebep olabilecek matematiksel yanlışlıklar içerdiği tespit edilmiştir. Bu çalışmada kullanılan etkinlikte öğretmenin ağaçların yapraklarının sayısının sayılamayacak kadar çok fazla sayıda olduğundan hareketle sonsuz kümeyi ifade etmeye çalıştığı dolayısıyla sonsuz küme kavramını sınırlandırdığı belirlenmiştir. Ayrıca Yazıcı ve Kültür (2017) ilköğretim matematik öğretmenleri ile yaptıkları çalışmada öğretmenlerden evrensel küme ve sonsuz kümeyi tanımlamalarını istemiştir. Çalışmada öğretmenlerin evrensel kümenin çok büyük bir küme olması ve böylece bütün kümeleri içerisinde barındırması şeklinde yaptıkları tanımlamalardan hareketle öğretmenlerin evrensel küme kavramına ilişkin çok büyük bir küme olması şeklinde kavram yanılgılarına sahip olduklarını gözlemlemişlerdir. Yine aynı çalışmada öğretmenlerin sonsuz küme kavramını sayılamayacak kadar elemanlardan oluşan kümeler şeklinde tanımlamaları da, öğretmenlerin sonsuz küme kavramına ilişkin tanımlamalarında matematiksel yanlışlıklara sahip olduklarını göstermektedir.

Kavram öğretiminde, öğretimi yapılacak kavramın ayrıntılarının yani kavrama ilişkin tanımların ve özelliklerin bilinmesi gereklidir. Bu doğrultuda öğretmenin öğreteceği konu ile ilgili kavramların ayrıntılarını bilememesi, öğretmenin konuyu öğretimde sıkıntılar yaşayabileceğine işaret eder. Bu sıkıntılar genel olarak öğretmenin öğretimini yapacağı bilgiyi sunarken nasıl bir yol izlemesi gerektiğini bilememesi, hangi materyalleri kullanması gerektiği veya hangi bilgiyi daha önce vermesinin gerektiğini kestirememesinin yanı sıra bilgiyi ne kadar vermesinin gerekliliği hususunda yaşayacağı tereddütler şeklinde düşünülebilir (Shulman, 1987). Bunun yanı sıra yalnızca öğretilen kavramı bilmenin de öğretmek için yeterli olmayacağı aşikârdır (Öner, 2010). Alan bilgisi, öğretmenin yetkinlik kazanması gereken önemli alanlardan biridir. Bununla birlikte öğretmenin alan bilgisi, öğrencileri merkeze alarak öğrencilerin öğrenmelerini arttıracak nitelikte bir bilgi olması yönüyle alan uzmanının bilgisinden ayrı bir bilgi ve birikimdir (Yazıcı, 2017). Shulman'a (1987) göre alan bilgisi, öğretmenin öğretimini yapacağı konuya özgü başlıklar, tanımlar, semboller, öğretim yöntemleri ve konuyu tüm yönleriyle kapsayacak örneklerin seçimini ihtiva etmektedir. Davis'e (2003) göre ise; konuya ilişkin tanımları, notasyonları, algoritmaları, örnekleri, temel kavramları, temsilleri, teoremleri ve konunun diğer alanlarla ilişkilerini içeren yetkinliklerdir. Bu sebeple öğretimi yapılacak konuya ait bilgi olarak tanımlanan konu alan bilgisi, başkasının işlenecek konuyu öğrenmesine rehberlik etmede temel gerekliliktir (Karal Eyüboğlu, 2011; Li, 2011). Çünkü öğrenme etkinliklerinin seçimi, öğrenciye düşündürücü sorular sorma, öğrencinin öğrenmesini değerlendirme gibi birçok öğrenme ve öğretim etkinliği, öğretmenin öğretmesi gereken konulara ilişkin konu alan bilgisine bağlıdır (Ball ve McDiarmid, 1990; Wilkie 2014). Konu alan bilgisi bağlamında düşünüldüğünde öğrencilerin anlama güçlüğü yaşayabilecekleri konulara özgü yeterince bilgi sahibi olmayan öğretmenlerin, öğretim esnasında konuya özgü kavramları yanlış ifade ettikleri ve de konuya uygun öğretim tekniklerini yeterince kullanamadıkları da görülmektedir (Suh, 2005; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Karal Eyüboğlu, 2011; Kim, 2016; Koponen, Asikainen, Viholainen ve Hirvonen, 2016).

Shulman'ın (1986) geliştirmiş olduğu öğretmen bilgisi modeli, öğretime ilişkin öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türleri ve bu bilgilerin birbirleri ile ilişkilerini inceleyen birçok araştırmaya konu olmuştur (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Tamir, 1988; Grossman, 1990; Marks, 1990; Magnusson, Krajcik ve Borko, 1999). Bu araştırmalar neticesinde dördümlü bilgi modeli, Fennema ve Franke bilgi modeli, Grossman öğretmen bilgi modeli ve Tamir modeli gibi öğretmenin sahip olmaları gereken bilgileri sınıflandıran farklı bilgi modelleri ortaya çıkmıştır. Bu anlamda matematik eğitimi ala-

nında yapılan çalışmalardan biri de Shulman'ın (1986) "Pedagojik Alan Bilgisi" (PAB) modelini temel alarak geliştirilen ve Shulman'ın (1986) kavramlarını ve tanımlamalarını daha detaylı olarak açıklayan Ball, Thames ve Phelps (2008) tarafından ortaya konulan "Öğretim için Matematik Bilgisi (ÖMB)" modelidir. Ball vd.'e (2008) göre öğretim, bir öğretmenin öğrencilerinin öğrenmelerini arttıracak şekilde yapacağı tüm faaliyetleri içine alan bir kavramdır. Öğretim kavramının içerisine, ders planı hazırlama, konuya uygun materyal belirleme, öğrencilere problemlerin nasıl çözülebileceğini gösterme, öğrencilerin neden-niçin sorularına cevap verebilme, öğrencilere ev ödevi verme ve ödevleri kontrol etme, öğrencileri değerlendirme ve puanlamanın yanı sıra öğrenci çalışmalarını velilere bildirme gibi tüm matematiksel faaliyetler dâhildir. "Öğretim için matematiksel bilgi" kavramı ise, yukarıda örneklendirilen matematiğe ilişkin öğretim faaliyetlerini yerine getirebilmesi için öğretmenin sahip olması gereken matematiksel bilgi, beceri ve kabiliyetlerin bütünü olarak düşünülebilir (Ball vd., 2008). Öğretim için Matematik Bilgisi (ÖMB) modeli, "Konu Alan Bilgisi" ve "Pedagojik Alan Bilgisi" olmak üzere iki bileşenden oluşan bir modeldir. Her bir bileşen de kendi içerisinde üç alt bileşene ayrılmaktadır (Ball vd. 2008). Bu bileşenler Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Öğretim için matematik bilgisi (ÖMB) modeli (Ball vd. 2008)

KONU ALAN BİLGİSİ			PEDAGOJİK ALAN BİLGİSİ		
Genel Alan Bilgisi	Uzmanlık Alan Bilgisi	Kapsamlı Alan Bilgisi	Alan ve Öğrenci Bilgisi	Alan ve Öğretme Bilgisi	Alan ve Müfredat Bilgisi

"Konu Alan Bilgisi" kavramını Ball vd. (2008) yaptıkları çalışmada öğretmenin etkin bir öğretim yapabilmesi amacıyla öğreteceği konuya ilişkin gerekli olan bilgilerinin bütünü olarak ele almışlardır. Konu Alan Bilgisi bileşeni de kendi içerisinde "Genel Alan Bilgisi, Uzmanlık Alan Bilgisi" ve "Kapsamlı Alan Bilgisi" olmak üzere üç alt bileşene ayrılmaktadır. Bu alt bileşenlerden -bu çalışmada incelenen- Genel Alan Bilgisi (GAB), herhangi bir zamanda ya da herhangi bir ortamda matematik alanında bahsedilen konuya hâkim bir bireyin (fizik öğretmeni, mühendis, öğrenci vs...) çok fazla derinlemesine bilgiye sahip olmadan işlem yapabileceği veya çıkarımlarda bulunabileceği matematiksel bilgi olarak görülebilir (Ball vd. 2008). Başka bir ifadeyle GAB öğretmenin çok detaya ve derine inmeden öğrencilerinin öğrenmesi gereken konuya ilişkin matematik bilgisidir. Bu matematiksel bilgiyi "genel bilgi" yapan herkesin bildiği bilgi türü olmasına ek olarak matematiksel olarak yoğun alanlarda da kullanım sahası bulmasıdır. olmasıdır. Daha genel bir ifadeyle az çok matematik bilgisine sahip olan herhangi bir fizik, kimya vs. öğretmeni, mühendis, doktor veya başka bir meslek erbabı kişilerin de yapabileceği matematik, GAB bileşeni altında ele alınmaktadır (Yazıcı, 2017). Örnekle açıklarsak, bir matematik öğretmenin öğrencilerden gelen "1,1 ile 1,11 sayıları arasında bir sayı bulunuz?" ifadesini cevaplaması matematik bilgisine sahip her bireyin cevap verebileceği bir soru olmasıyla birlikte bu soruya cevap verebilmek için gerekli olan bilgi de GAB'dir (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016). Bir matematik öğretmenin sınıf içi uygulamalarda, matematiksel tanımları, terimleri ve notasyonları doğru olarak ifade edebilmesi ve kullanması, öğrencilerin yanlış tanımlarını fark edebilmesi ve genel matematiksel işlemler yapabilmesi GAB bileşeni kapsamında değerlendirilmektedir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Aslında GAB bileşeninde istenilen bilgi matematikle uğraşan her bireyin sahip olabileceği matematiksel bilgiye, öğretmenin zaten sahip olması gerektiği yani öğretmenlik için olmazsa olmaz bir bilgi olduğudur. Bununla birlikte öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini yeterince kullanabilmeleri ve etkili bir öğrenme ortamı oluşturabilmeleri alana ilişkin konu alan bilgisine bağlıdır. Yani öğretmenler alana ilişkin herhangi bir konuda, konuya ilişkin tanımları, notasyonları ve konunun diğer konularla olan ilişkilerini yeterince kavrayarak eğitici yeterlilikleri kazanabilecektir (Özden 2010). Konu alan bilgisi yeterli düzeyde olan ve kavramlar arasında ilişkiler kurabilen öğretmenler, öğretim sürecinde değişik yöntem ve etkinlikleri derslerinde kullanabilmekte; öğrencilerin güçlük çektiği durumlarda farklı öğretim yaklaşımları bulabilmektedir. Konu alan bilgisi yeterli olmayan öğretmenlerin ise pedagojik bilgilerini tam olarak kullanamadıkları, öğretim sürecinde öğrencilerin sorabilecekleri sorulara sınırlı ölçüde cevap verdikleri aşikârdır (Baykul, 1999; Küçükahmet, 2008; Davis, 2003; Canbazoğlu, Demirelli ve Kavak, 2010).

Öğretmenlerin, alan ve pedagojik bilgilerinin yanı sıra beceri, tutum, değer ve davranış gibi öğretime ilişkin yeterliliklerinin sürekli şekilde sorgulanması ve bu yeterliliklerin geliştirilmesinin öğretimin etkililiği ve kalıcılığı bağlamında önem arz ettiği yapılan birçok çalışmada ortaya konulmuştur (Appleton, 2003; Davis, 2003; Suh, 2005; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Baştürk, 2009; Şişman, 2009; Karal Eyüboğlu, 2011; Kim, 2016). Bu çalışmalardan hareketle matematik dersinin temel konularından olan ve diğer konularla da doğrudan ilişkisi bulunan "Küme" kavramı ile ilgili öğretmenlerin öğretime ilişkin matematiksel bilgilerinin GAB bağlamında araştırılmasının, matematik öğretimi açısından gereklilik arz ettiği düşünülmektedir. Ayrıca "Küme" kavramına ilişkin yapılan çalışmalarda gerek öğretmenlerin gerekse öğrencilerin en çok kavram yanlışlığına sahip oldukları ve matematiksel hatalar sergiledikleri kavramların "evrensel küme" ve "sonsuz küme" kavramları olduğu görülmektedir (Gür, 2009; Uğurel ve Morali, 2010; Uğurel, Bukova-Güzel ve Kula, 2010; Yazıcı ve Kültür, 2017) Bu bağlamda, yapılan bu çalışmada matematik öğretmenlerinin evrensel küme ve sonsuz

küme kavramlarına ilişkin genel alan bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bunun için araştırmanın problemi “Matematik öğretmenlerinin evrensel küme ve sonsuz küme kavramlarının öğretimi için genel alan bilgilerinin durumu nedir?” şeklinde oluşturulmuştur.

2. Yöntem

Araştırmanın Deseni

Araştırmada ayrıntılı veri toplama ve araştırmaya dâhil edilen kişilerin bireysel algılarını, deneyimlerini ve bakış açılarını doğrudan öğrenme ve mevcut durumları belirleme amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden “durum çalışması” deseni kullanılmıştır. Nitel araştırma desenlerinden durum çalışması, araştırmacının zaman içerisinde sınırlandırılmış durumları gözlem, görüşme, görsel-işitsel kayıt, doküman ve raporlar ile detaylandırarak derinlemesine analiz edilmesini sağlayan bir yöntemdir (Patton, 2002; Creswell, 2007). Yapılan bu araştırmada (önceki çalışmalar gözönüne alınarak), öğretmenlerin en çok “evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarına ilişkin yanığı yaşadıklarından hareketle, bahsi geçen kavramlara ilişkin daha detaylı ve derinlenmesine bilgiler elde etmek amacıyla öğretmenlerin sahip olduğu Genel Alan Bilgilerinin analizi, “evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarıyla sınırlandırılmıştır. Ayrıca, yarı-yapılandırılmış görüşme formatında açık-uçlu sorulardan oluşan değerlendirme formu uygulanması, gözlem yapılması ve dokümanların incelenmesi ile farklı veri toplama araçları kullanılarak öğretmenlerin “Genel Alan Bilgilerinin” derinlemesine analizinin yapılması amaçlandığından araştırma durum çalışması deseniyle yürütülmüştür.

Çalışma Grubu

Araştırma iki farklı çalışma grubu ile yürütülmüştür. İlk grup, 2016-2017 eğitim öğretim yılında Akdeniz Bölgesi’nde bir ilimizde görev yapan üç matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Bu üç öğretmenle birlikte belirlenen üç sınıfın ders içi öğretim süreçleri takip edilip video kaydı yapılacağından, video kaydı sırasında oluşabilecek heyecanlanma gibi etkenler düşünülerek, öğretmenler belirlenirken öncelikli olarak öğretmenlik meslek deneyimlerinin on yıl ve üzeri olması tercih edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin “Kümeler” kavramının anlatıldığı (eski müfredat) dokuzuncu sınıfta meslek hayatları boyunca derse girme sürelerinin en az beş yıl olması esas kriter olarak tercih edilmiştir. Araştırmada bu öğretmenlerin isimleri yerine ÖV1, ÖV2 ve ÖV3 şeklinde kodlar kullanılmıştır. Araştırma sürecine katılan öğretmenlere ait bilgiler Tablo 2’de yazılmıştır.

İkinci grup ise; 2016-2017 yılında yine Akdeniz Bölgesi’nde bir ilimizde farklı liselerde görev yapmakta olan, gönüllülük esaslı kıstas olarak alınarak maksimum çeşitlilik örnekleme yoluyla seçilen farklı bilgi düzeylerindeki (video kaydı yapılan öğretmenlerin de dâhil edildiği) toplam 18 matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Bu şekilde seçilen 18 matematik öğretmenin araştırılmaya katılmasıyla problemin farklı boyutlarının ortaya çıkarılması hedeflenmiştir. Ayrıca ders içi öğretim sürecinde elde edilen veriler ile gözlem formundan elde edilen verilerin tutarlılığı da bu şekilde sağlanmıştır. Araştırmada bu öğretmenlerin isimleri yerine Ö1, Ö2, Ö3..., Ö15 şeklinde kodlar kullanılmıştır.

Öğretmenlere ait bilgiler Tablo 2’de yazılmıştır.

Tablo 2. ÖKBT doğrultusunda görüşme yapılan öğretmenlere ilişkin demografik bilgiler

Öğretmenin Kodu	Cinsiyet	Öğretmenlik Meslek Tecrübesi	Eğitim Durumu	Kümeler Alt Öğrenme Alanı Tecrübesi
ÖV1	Erkek	15 yıl	Lisans	7 yıl
ÖV2	Kadın	12 yıl	Lisans	8 yıl
ÖV3	Kadın	15 yıl	Lisans	7 yıl
Ö1	Erkek	10 yıl	Lisans	4 yıl
Ö2	Erkek	2 yıl	Lisans	Hiç anlatmadı
Ö3	Erkek	10 yıl	Lisans	1 yıl
Ö4	Kadın	8 yıl	Yüksek Lisans	3 yıl
Ö5	Kadın	5 yıl	Yüksek Lisans	2 yıl
Ö6	Erkek	6 yıl	Doktora	5 yıl
Ö7	Kadın	2 yıl	Doktora	Hiç anlatmadı
Ö8	Erkek	5 yıl	Lisans	Hiç anlatmadı
Ö9	Kadın	12 yıl	Doktora	5 yıl
Ö10	Kadın	15 yıl	Lisans	1 yıl
Ö11	Kadın	15 yıl	Lisans	6 yıl

Ö12	Erkek	20 yıl	Lisans	2 yıl
Ö13	Erkek	15 yıl	Lisans	5 yıl
Ö14	Kadın	12 yıl	Yüksek Lisans	6 yıl
Ö15	Kadın	6 yıl	Lisans	3 yıl

Veri Toplama Araçları

Yapılan bu araştırmada veri toplama aracı olarak Öğretim için Küme Bilgisi Testi'nin (ÖKBT) GAB bileşenine yönelik hazırlanmış bölümü ve "Ders Gözlem Formu" kullanılmıştır. ÖKBT sadece "evrensel küme" ve "sonsuz küme" kavramları bu araştırma doğrultusunda değerlendirme formu olarak kullanılmıştır. ÖKBT açık uçlu sorulardan oluşan, yarı-yapılandırılmış görüşme formatına uygun olarak hazırlanmıştır. Testin GAB bölümünde öğretmenlerin verilen kavramları tanımlamaları ve kavramları örneklerle açıklanması beklenmektedir. Örnek madde olarak "Evrensel küme kavramını tanımlayınız. Tanımladığınız kavrama ilişkin en az iki örnek ve iki problem yazarak kavramı detaylı olarak açıklayınız." ifadesi verilebilir. Öğretmenlerin burada yapması gereken ders öğretim sürecinde olduğu haliyle kavramları tanımlamak ve öğrencilere kavramlara ilişkin anlamlı ve kalıcı öğrenme oluşturacak şekilde ifadeler yazmaktır. Hazırlanan formun kapsam geçerliğini sağlamak için uzman görüşüne başvurulmuştur. Uzman görüşleri sonucunda hazırlanan açık uçlu ÖKBT'de maddelerin incelenen özellikleri yansıtığı sonucuna ulaşılmıştır.

ÖKBT'nin hazırlanma aşamalarında, ÖMB Modeli ve "Küme" kavramı alanında uzman beş öğretim üyesi ve altı matematik öğretmeni ile çalışılmıştır. İlk olarak ÖMB modeli alanında yapılan çalışmalar (Ball vd., 2008; Aslan-Tutak ve Köklü, 2016; Yazıcı ve Kültür, 2017) uzman iki öğretim üyesi ile ÖMB Modelinin bileşenleri doğrultusunda detaylı ince-nerek, her bir bileşenin sahip olması gereken bilgi türü belirlenmiştir. Bunun için öncelikle olarak uzmanlar "Her bir bileşeni diğer bileşenden ayıran bilgi nedir?" sorusu üzerinde çalışmışlardır. Daha sonra GAB bileşeni altında incelenmesine karar verilen bilgiler Ball vd. (2008) yaptıkları ölçek maddeleri ile karşılaştırılarak formun esas uygulamadan önceki son hali belirlenmiştir. Ayrıca altı matematik öğretmeni ve üç öğretim üyesiyle bir arada öğrencilerin "Küme" kavramlarına yönelik anlayışları, algıları, kavram yanlışları, öğrenme stratejileri, kalıcı öğrenmeleri için seçilmesi gereken temsiller, materyal seçimi vb. konularda beyin fırtınası tekniğiyle görüşmeler yapılarak soru havuzu oluşturulmuştur. Devamında "Küme" kavramı alanında uzman öğretim üyeleri ile sorular üzerinde fikir birlikteliği sağlanmıştır. Son olarak ÖMB Modelinin bileşenlerine uygun olacak şekilde ÖKBT'nin ilk hali hazırlanmıştır. Bu çalışmada öğretmenlerin genel alan bilgisi inceleneceği için ÖKBT'nin yalnızca GAB bölümüne ilişkin veriler kullanılmıştır. Esas uygulama yapılmadan önce hazırlanan ÖKBT Akdeniz bölgesinde bir ilimizde görev yapan 10 matematik öğretmenine pilot uygulama amacıyla uygulanmıştır. Bunun için, öğretmenlerin mesleki deneyimleri, eğitim kademeleri, eğitim durumları ve "Küme" kavramının anlatıldığı altıncı sınıf (2017 yılından önceki müfredat) ve dokuzuncu sınıf eğitim kademelerinde öğretim yaptığı yıllar dikkate alınarak, farklı eğitim kademelerinde ve farklı bilgi düzeylerindeki öğretmenlerin araştırmaya dâhil edilmesi sağlanmıştır. Ardından bu öğretmenlerin teste yazmış oldukları cevaplar, test hakkındaki düşünceleri ve araştırmacı izlenimleri sonucunda ÖKBT'nin son hali oluşturulmuştur. Ayrıca öğretmenlerin cevapları doğrultusunda ÖKBT'deki sorularda anlaşılabilen ifadeler, uygulama süresi, istenilen örnek ve problem sayısı şeklindeki eksiklikler belirlenerek gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Bununla birlikte pilot uygulama sonucunda ÖKBT formunun cevaplanması için 20 dakikalık bir sürenin yeterli olacağı belirlenmiştir. Ayrıca yapılacak veri incelemesinde araştırmacıların geçerliği düşürebileceği kaygısı ile kodlayıcılar arası uyumdan yararlanılmıştır.

ÖMB Modelinin bileşenlerinin içeriği doğrultusunda, araştırmacının öğretim sürecinde ders işleniş ile ilgili izlenimlerini kayıt altına almak amacıyla "Ders Gözlem Formu (DGF)" hazırlanmıştır. DGF'de araştırmacının gerektiğinde açıklamalar yazması amacıyla forma açıklama kısımları eklenmiştir. DGF'nin oluşturulmasında Ball, Thames ve Phelps'in (2008) öğretim için matematik bilgisi modeli üzerine yaptıkları çalışmadan yararlanılmıştır. Ders gözlem formu "Öğretim için Matematik Bilgisi" modelinin GAB (4 gösterge), UAB (6 gösterge), AÖB (4 gösterge) ve AÖtB (4 gösterge) bileşenleri doğrultusunda, bu bileşenlere ilişkin toplam 18 göstergeden oluşmaktadır. Bu çalışmada öğretmenlerin "evrensel küme" ve "sonsuz küme" kavramlarına ilişkin alan bilgileri inceleneceği için sadece GAB bileşenine yönelik dört göstergeden faydalanılmıştır. Ders gözlem formu öğretmenin her öğretim yaptığı ders boyunca video-ses kaydı esnasında araştırmacının kullanabileceği ve de GAB bileşenin dört göstergesi bağlamında "yeterli, kısmen yeterli, yetersiz" şeklinde oluşturulmuştur. Ders gözlem formunda ayrıca "Neden yetersiz, Neden kısmen yeterli" olduğuna dair açıklama kısımları bulunmaktadır. DGF hazırlanırken ÖKBT ile karşılaştırma yapılacağı için ÖKBT ile tutarlı olacak şekilde oluşturulmaya çalışılmıştır. DGF'nin geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları uzman incelemesi ile sağlanmıştır. Bunun için ÖMB'nin bileşenlerine ilişkin göstergeler iki alan uzmanının incelenmesine tabi tutularak eklenmesi ve çıkarılması gereken bileşenler belirlenmiştir. Ders gözlem formunda bulunan ifadelerde, uzmanların eksik buldukları bileşenlere ilişkin göstergeler Ball vd. (2008) ve Aslan-Tutak ve Köklü'nün (2016) yaptıkları çalışmalar ile karşılaştırılarak gözlem formunun son

hali verilmiştir. Araştırmada GAB dört göstergesi ders gözlem formunda şu şekilde belirlenmiştir:

- Problemleri doğru olarak çözebilme,
- Öğrencilerin yanlış cevaplarını farkedebilme,
- Öğrencilerin eksik matematiksel tanımlarını fark edebilme,
- Matematiksel terimleri ve terminolojiyi doğru olarak kullanabilme.

Nitel araştırmada güvenilirlik, araştırmacının yaptığı gözlemin güvenilirliği ve araştırmanın her aşamasının detaylı bir biçimde ortaya konulmasıyla doğrudan ilişkilidir. Veri toplama araçlarının çeşitliliği, verilerin gözleminin yapılarak kayıt altına alınma aşamasında çok sayıda veri kaynağının ve bu veri kaynaklarını inceleyen araştırmacının kullanılması araştırma sonuçlarının güvenilirliğini artırıcı etkenlerdir (McMillan ve Schumacher, 2010). Bu nedenlerden ötürü çok sayıda veri toplama yöntem ve tekniğinin birbirlerini takviye ve telafi edici biçimde kullanıldığı veri çeşitlemesi yaklaşımı, araştırmacının sistematik hata yapma olasılığını en aza indirmek amacıyla bu araştırma kapsamında benimsenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Yapılan bu araştırmada görüşme, gözlem ve doküman incelemesi olmak üzere üç çeşit veri toplama yöntemi kullanılarak araştırmanın geçerlilik ve güvenilirliği artırılmaya çalışılmıştır. Araştırmada ÖKBT testi doğrultusunda öğretmenlerle görüşme yapılmıştır. Bununla birlikte öğretmenlerin sınıf ortamında öğretim süreçlerini kayıt altına alarak değerlendirmek amacıyla doğal ve yapılandırılmamış bir biçimde ünite süresince gözlem yapılmıştır. Araştırmada görüşme tekniğine ilave olarak gözlem tekniğinin kullanılması, öğretmenlerin görüşme sorularına yazdıkları cevaplar ile sınıf içi davranışları arasında tutarlılığının belirlenmesi amaçlıdır.

Doküman incelemesi, “araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar” (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu araştırmada veri kaynağı olarak kullanılan dokümanlar, dokuzuncu sınıf matematik ders kitapları, öğretim programı, öğretmen kılavuz kitapları ve öğrencilerin ders notlarından oluşmaktadır.

Uygulama Süreci

Araştırmada ilk olarak doküman incelemesi yapılarak “evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarına ilişkin ders kitaplarındaki, çalışma kitaplarındaki ve ders içi öğretim süreci video-ses kaydı yapılan öğrencilerin ders notları incelenmiştir. Daha sonra ÖMB modelinin GAB bileşenine ilişkin bileşenin göstergeleri ve diğer bileşenlerden ayıran özellikler tespit edilmiştir. ÖKBT ve DGF bu doğrultuda hazırlanmıştır. MEB’den gerekli izinler alındıktan sonra video-ses kaydı yapılacak öğretmenlerin ders içi öğretimleri hiçbir müdahalede bulunmadan video-ses kaydına alınmıştır. Video-ses kaydı yapılacak öğretmenlerin mesleki deneyimlerinin en az 10 yıl ve üzeri olmasına heyecanlanma vs. nedenlerden dolayı dikkat edilmiştir. Bu esnada araştırmacı tarafından DGF’de gerekli şekilde açıklamalar da yazılarak doldurulmuştur. Öğretmenlerin ders içi öğretim sürelerinin takibi bittikten sonra araştırmaya yalnızca ÖKBT ile katılacak olan öğretmenlerin müsait gün ve zamanları belirlenerek yaklaşık üç hafta içerisinde 15 öğretmenle ÖKBT doğrultusunda görüşme yapılarak formu doldurmaları sağlanmıştır. Bu öğretmenler formu doldurduktan üç hafta sonra da video-ses kaydı yapılan öğretmenlerden de ÖKBT formunu doldurmaları istenmiştir. Buradaki amaç ders içi öğretim süreçleri ile ÖKBT formuna verdikleri cevapların tutarlı olup olmadığını kontrol etmektir. Bunun için video-ses kaydı yapıldıktan altı hafta sonra bu öğretmenlere uygulanmıştır. Ayrıca bu öğretmenlerin öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerin ders notları da araştırma kapsamına dâhil edilerek araştırma yürütülmüştür.

Verilerin Analizi

Öğretmenlerle gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşme, ses ve video kaydı ile gözlem ve yazılı dokümanlar sonucunda elde edilen nitel verilerin analizinde betimsel analiz, içerik analizi, sürekli karşılaştırma analizi ile her bir veri toplama aracına özel veri analiz yöntemleri birlikte kullanılmıştır. Sürekli karşılaştırma analizinde gözlem, görüşme ve doküman incelenmesi sonucu elde edilen veriler okunarak birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Bu şekilde elde edilen verilerin belirli kategoriler altında sunulması hedeflenmiştir. Betimsel analiz yapılırken, Yıldırım ve Şimşek’e (2005) göre, elde edilen veriler araştırmacı tarafından daha önce belirlenen tema ve kodlara göre yorumlanır ve görüşme yapılan kişilerin görüşleri doğrudan alıntılarla yazılır. Bu doğrultuda araştırmada öncelikli olarak, öğretmenlerin ÖKBT testi doğrultusunda hazırlanan açık uçlu sorulara yazdıkları cevapların hangi temalar altında verilmesi gerektiği belirlenmiştir.

Araştırmada nicel verilerin analizinde yüzde, frekans teknikleri kullanılmıştır. Ayrıca video ve ses kaydı yapılan öğretmenlerin ders içi öğretim süreçleri transkript edilerek DGF ile sürekli olarak karşılaştırılmıştır. Coffey ve Atkinson’a (1996) göre veri analiz sürecinin kapsamlı ve sistematik bir şekilde yürütülmesi gerekmektedir. Bununla birlikte, analiz sürecini yapılan her araştırma için geçerliliğini koruyacak standart bir süreç haline getirmenin de mümkün olamayacağını belirtmektedirler. Bu araştırma için GAB bileşenine yönelik elde edilen verilerin analizi Tablo 3’de açıklanmıştır.

Tablo 3. GAB Bileşenine yönelik elde edilen verilerin analiz süreci

Temalar	Kodlar	Kategoriler	Veri Analiz Süreci
Matematiksel tanımları doğru olarak kullanabilme	E v r e n s e l Küme	Fikrim yok	İlk aşamada, belirlenen her bir koda yönelik çalışmaya katılan tüm öğretmenlerin tanımlamaları (kodlar), yüzde-frekans teknikleri ile belirlenen kategoriler altında analiz edilmiştir.
		Yanlış açıklama	
	Sonsuz Küme	Kısmen doğru açıklama	İkinci aşamada, ders içi öğretim süreçleri takip edilen öğretmenlere ilişkin verilerin ÖKBT verileri ile karşılaştırılması amacıyla bu öğretmenlerin öğretim süreçlerine ilişkin veriler transkript edilmiştir.
		Doğru açıklama	

Verilerin analizine örnek olarak

“...sayılamayacak kadar elemanları çok olan küme...” (Yanlış açıklama)

“...Elemanları bir doğal sayı ile ifade edilemeyen kümeler...” (Kısmen Doğru Açıklama)

Sonsuz küme, MEB’e (2016) göre; “Sonlu olmayan kümelere sonsuz küme denir. Sonsuz bir kümenin eleman sayısı belirlenemez. Yani bir doğal sayı ile ifade edilemez.” (Doğru açıklama)

“Evrende var olan bütün elemanları içinde barındıran en büyük küme...” (Yanlış açıklama)

“Tüm kümelerin en geniş kümesidir.” (Kısmen Doğru Açıklama)

Evrensel küme MEB’e (2016) göre; “Üzerinde işlem yapılan tüm kümelere ait elemanları içine alan küme” şeklinde tanımlanır. (Doğru açıklama)

“Matematiksel tanımları doğru olarak kullanabilme” göstergesine ilişkin veriler iki aşamada analiz edilmiştir. İlk aşamada, “evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarına yönelik çalışmaya katılan tüm öğretmenlerin tanımlamaları, yüzde-frekans teknikleri ile analiz edilmiştir. Bu aşamada öğretmenlerin tanımlamaları, “fikrim yok, kısmen doğru açıklama, doğru açıklama” ve “yanlış açıklama” şeklinde kategorilendirilerek herhangi bir puanlama yapılmadan değerlendirilmiştir. Daha sonra öğretmenlerin tanımlarına yönelik yukarıda verilen kategoriler doğrultusunda, “kısmen doğru tanımlama, doğru tanımlama” ve “yanlış tanımlama” şeklinde alıntılara yer verilmiştir. Alıntılarının analizinde MEB (2016) 9.Sınıf Matematik Ders kitabı referans olarak alınmıştır. Bu aşamada araştırmacılar öğretmenlerin ÖKBT formuna yazdıkları cevapları ders kitabı kapsamında analiz etmişlerdir. Öğretmenlerin alıntılarında yer verilirken, çalışmaya sadece ÖKBT uygulanarak katılan öğretmenlerden her bir kategoriye ilişkin sadece iki öğretmenin alıntıları ile yetinilmiş ve sonuçlar yorumlanmıştır. Araştırmaya hem ÖKBT hem de ders içi öğretim süreçleri video ve ses kaydı yapılarak katılan öğretmenlere yönelik alıntılara ayrı olarak yer verilmiş ve de alıntılarının tamamı ifade edilmiştir. İkinci aşamada, ders içi öğretim süreçleri takip edilen öğretmenlere ilişkin verilerin ÖKBT verileri ile karşılaştırılması amacıyla bu öğretmenlerin öğretim süreçlerine ilişkin veriler transkript edilmiştir. Bu şekilde hem veri çeşitlenmesi hem de ÖKBT ile ders içi öğretim süreçlerinin birbirleriyle tutarlılığı belirlenmeye çalışılmıştır. DGF sonucu elde edilen veriler analiz edilirken, üç öğretmenin “evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarına ilişkin öğretim süreçleri “Yeterli, kısmen yeterli, yetersiz” başlıkları altında işaretlenerek ÖMB modelinin GAB bileşenlerine ilişkin “Küme” bilgilerini ders içi öğretim sürecinde kullanma düzeyleri belirlenmiştir.

Araştırmanın güvenilir olup olmadığını ortaya koyabilmek için kodlayıcılar arası uyumdan faydalanılmıştır. Araştırmada DGF formu, ÖKBT formu ve video-ses kaydından transkript edilerek elde edilen veriler iki araştırmacı tarafından yukarıda belirtilen temalar doğrultusunda “Fikrim yok, yanlış açıklama, kısmen doğru açıklama, doğru açıklama” şeklinde kodlanmıştır. Kodlama yapılmadan önce “evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarının tanımları MEB (2016) ders kitabında geçtiği haliyle farklı parçalara ayrılmıştır. Örneğin sonsuz küme için “bir doğal sayı ile ifade edememe” ifadesinin geçtiği tanımları doğru açıklama; “...sayılamayacak kadar çok...” veya yalnızca “...sayılamayacak çoklukta ama sonlu değil...” ifadesi geçen tanımları kısmen doğru açıklama; “...elemanlarını sayamadığımız...” veya “...elemanları sayamayacağımız kadar çok...” ifadeleri de yanlış açıklama olarak kodlayıcılar tarafından belirlenmiştir. Kodlayıcılar bu doğrultuda elde edilen tüm verileri kodlamışlardır. Tablo 9’da bu alt parçalara ayırmaya ilişkin detaylı veriler görülmektedir. Kodlanan verilerin tutarlılığı, iki araştırmacı tarafından aynı kodun kullanıldığı durumlar “Görüş Birliği”, farklı kodların kullanıldığı durumlar ise “Görüş Ayrılığı” olarak işaretlendikten sonra Miles ve Huberman (1994) tarafından geliştirilen “Güvenirlilik = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)” formülü kullanılarak kodlayıcılar arası uyum belirlenmiştir. Miles ve Huberman’a (1994) göre iyi bir güvenirlilik için kodlayıcılar arası uyum güvenirliliğinin en az %80 düzeyinde olması gerekmektedir. Tarafımızdan yapılan çalışmada kodlama güvenirliliği %81,4 bulunduğu için araştırma güvenilir kabul edilmiştir.

3. Bulgular ve Yorumlar

ÖKBT doğrultusunda öğretmenlerle yapılan görüşmelerde, “Evrensel Küme” ve “Sonsuz Küme” kavramları sorularak, öğretmenlerden bu kavramları tanımlamaları ve her bir tanıma uygun örnek vermeleri istenmiştir. Öğretmenlerin bu kavramlara ilişkin tanımlamaları analiz edilirken MEB’in (2016) Ortaöğretim 9. Sınıf Matematik Ders Kitabı’nın tanımlamaları referans olarak alınmıştır. Bununla birlikte ders içi öğretim süreçleri video-ses kayıt ile takip edilen öğretmenlerin, ders içerisinde yaptıkları tanımlamalar da ayrıca tablolar halinde yorumlanmıştır. Bu bağlamda;

“Evrensel Küme” kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları ve örnekleri:

Evrensel küme kavramı, “Üzerinde işlem yapılan tüm kümelere ait elemanları içine alan küme” (MEB, 2016) olarak tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda Tablo 3’de, öğretmenlerin evrensel küme tanımlarına ilişkin ulaşılan sonuçlar yazılmıştır.

Tablo 4. Öğretmenlerin evrensel küme kavramını tanımlamalarına ilişkin ulaşılan sonuçlar

	f	%
Fikrim Yok	0	0
Kısmen doğru açıklama	6	33
Doğru açıklama	9	50
Yanlış açıklama	3	17

Tablo 4’e göre, çalışmaya katılan öğretmenlerin yarısının evrensel küme kavramının tanımına doğru açıklama yazdığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin altısı evrensel küme kavramının tanımına ilişkin kısmen doğru açıklama yazmışken; öğretmenlerin üçü kavrama ilişkin yanlış açıklama yazmıştır. Ayrıca yine Tablo 3’de görüldüğü üzere herhangi bir tanım yapamayan öğretmen yoktur.

Yazılan doğru tanımlardan bazıları;

Ö3: Üzerinde işlem yapılan bütün küme ve elemanları içine alan en geniş kümedir. Okuldaki sınıfları küme kabul edersek, okulumuz evrensel küme olabilir.

Ö4: Üzerinde işlem yapılan tüm kümeleri kapsayan kümeye evrensel küme denir “E” ile gösterilir. Doğal sayılar kümesi üzerinde çalışırsak reel sayılar kümesi evrensel küme olabilir.

Yukarıda yazılan tanımlar incelendiğinde öğretmenler evrensel küme tanımını MEB’de (2016) ifade edilen şekliyle açıklamışlardır.

Yazılan eksik tanımlardan bazıları;

Ö2: Tüm kümelerin en geniş kümesidir. Sınıfımız bir küme ise okul evrensel küme olabilir.

Ö5: Tüm kümeler kümesidir. Doğal sayılar kümesi üzerinde çalışırsak, Reel sayılar kümesi evrenseldir.

Ö15: Tüm kümeleri kapsayan, içine alan en geniş kümeye denir. Türkiye’nin illeri. İlleri bir küme olarak düşünürsek Türkiye evrensel küme olur.

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin tanımlamalarında, evrensel küme tanımında yer alan “üzerinde işlem yapılan” ifadesini yazmadıkları tespit edilmiştir. Ancak bu ifadeye, öğretmenlerin evrensel küme tanımlamalarından sonra yazdıkları örneklerde dolaylı olarak rastlamak mümkündür. Dolayısıyla öğretmenlerin kavrama ilişkin tanımlamaları kısmen doğru açıklama olarak kabul edilmiştir.

Yazılan yanlış tanımlamalar şunlardır:

Ö10: Evrende var olan bütün elemanları içinde barındıran en büyük kümeye evrensel küme denir. Sayıları içine alan reel sayılar kümesi evrensel küme olabilir.

Ö11: Tanımlayabileceğimiz tüm kümeleri içine alabilecek, kapsayabilecek yapıda bir küme belirtilebilir. Bu küme evrensel kümedir. A kümesi rakamlardan oluşan küme ise doğal sayılar kümesi evrensel küme olabilir.

Ö14: Tüm kümelerin elemanlarını içinde barındıran en geniş kümeyi evrensel küme olarak düşünebiliriz. Sınıflar birer küme belirtiyorsa okulumuz evrensel küme belirtilebilir.

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin “Evrensel Küme” kavramının tanımlanmasına yönelik hatalı ve eksik açıklama yazdıkları tespit edilmiştir. Çünkü evrensel küme, var olan bütün kümeleri ya da elemanları içine alan veya

tüm kümeleri kapsayan bir küme değildir (Yazıcı ve Kültür, 2017). Bu tanımlamalar, evrensel kümenin çok fazla elemana sahip, yani yazılabilecek tüm kümelerin elemanlarını içine alan bir küme olması gerekliliği ile sadece tek bir evrensel küme olması gerekliliği yanılığına düşürebilir.

Araştırmaya ders içi öğretim süreçlerini içeren video ve ses kayıtları alınarak katılan üç matematik öğretmenin hepsi de evrensel küme kavramının tanımını yaparken doğru açıklama yazmıştır. Yazılan tanımlamalar şu şekildedir;

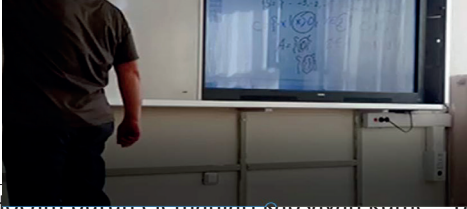
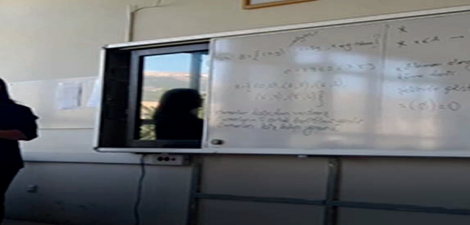

ÖV1: Üzerinde çalışılan tüm kümeleri kapsayan kümeye evrensel küme denir. $E=\{\text{Doğal sayılar}\}$ kümesi rakamlar üzerinde çalışırsak evrensel küme belirtir.

ÖV2: Elemanları incelenen kümeye göre, yapılması gereken bütün işlemleri içine alabilecek şekilde belirlenen en geniş kümeye evrensel küme denir. Evrensel küme incelenen duruma göre değişir. Okulumuzdaki her odayı bir küme olarak kabul edersek, okulumuz evrensel küme olabilir.

ÖV3: Üzerinde işlem yapılan tüm kümelere ait elemanları içeren kümeye denir. Tek değildir. İncelenen duruma göre değişir. $A=\{1,2,3,4,5\}$ ve $B=\{6,7,8\}$ için evrensel küme $E=\{1,2,3,4,5, 6,7,8\}$ olabilir.

Yukarıda yazılan tanımlar incelendiğinde öğretmenler evrensel küme tanımını MEB’de (2016) ifade edilen şekliyle açıklamışlardır. Aynı durumu, bu öğretmenlerin ders içi öğretim süreçlerinde de görmek mümkündür. Aşağıda bu öğretmenlere ait ders içi öğretim süreçleri yazılmıştır.

Tablo 5. ÖV1, ÖV2 ve ÖV3’ün evrensel küme kavramının tanımına yönelik öğretim süreci

ÖV1		
DERS İÇİ		
ÖĞRETİM		Evrensel küme ne demek, bilen var mı?
SÜRECI		
ÖĞRENCİ	Hocam bütün elemanları kapsayan küme... Büyük kümeler...	
ÖV1	Doğru ama biraz eksik. O halde evrensel küme ne demek? Evrensel küme üzerinde işlem yapılan en geniş kümeye denir. Okulumuzun sınıfları, odaları bir küme olarak düşünürsek okulumuz evrensel küme olur.	
ÖV2		
DERS İÇİ		
ÖĞRETİM		Evrensel kümeyi tanımlayarak derse başlayalım. Evrensel küme, incelenen kümeye göre, tüm kümeleri ve elemanları içine alabilecek şekilde belirlenen en geniş kümeye denir. Sınıfımız evrensel küme olabilir mi? Niye ?
SÜRECI		
ÖĞRENCİ	Evet... Sınıfımızdaki erkek ve kız öğrencilerin kümelerine göre olur.	
ÖV2	Doğru. Yani evrensel küme üzerinde çalışılan kümeye göre değişir.	
ÖV3		
DERS İÇİ		
ÖĞRETİM		Evrensel kümeden ne anlıyorsunuz?
SÜRECI		
ÖĞRENCİ	Her şeyi kapsayan küme. Büyük bir kümedir. Dünya olabilir. Evet ifadeleriniz doğru ama eksikler var. Mesela evrensel kümenin her şeyi kapsaması veya çok büyük olması gerekmez. Peki bu durumda evrensel küme nedir? Evrensel küme üzerinde işlem yapılan tüm kümelere ait elemanları içeren kümedir. E ile gösterilir. Ve evrensel küme incelenen duruma göre değişir.	
ÖV3		

Tablo 5’de görüldüğü üzere, ÖV1, ÖV2 ve ÖV3 ders içi öğretim sürecinde yaptıkları evrensel küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra gerçekleştirilen ÖKBT’de de aynı şekilde yazmıştır. Bu durumda öğretmenle-

rin evrensel küme tanımlamasını gerek ders esnasında gerekse görüşme formunda yazdıkları doğrultusunda iki zaman da birbiriyle tutarlı doğru açıklama olarak sınıflandırabiliriz.

“Sonsuz Küme” kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları ve örnekleri:

Sonsuz küme kavramı, “Sonlu olmayan kümelere sonsuz küme denir. Sonsuz bir kümenin eleman sayısı belirlenemez. Yani bir doğal sayı ile ifade edilemez.” (MEB, 2016) şeklinde tanımlanmıştır. Bununla birlikte, MEB’in (2016) Ortaöğretim 9. Sınıf Matematik Ders Kitabı’nda “...saymaya kalktığımızda bitkin düşüp yorulacağımız, sayacak kadar zamanımızın olmayacağı gibi nedenlerle saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz.” ifadesi de sonsuz küme kavramı için bu çalışmada bir kıstas olmuştur. Bu açıklamalar doğrultusunda Tablo 6’da, öğretmenlerin sonsuz küme tanımlarına ilişkin ulaşılan sonuçlar yazılmıştır.

Tablo 6. Öğretmenlerin sonsuz küme kavramını tanımlamalarına ilişkin ulaşılan sonuçlar

	f	%
Fikrim Yok	0	0
Kısmen doğru açıklama	6	33
Doğru açıklama	2	11
Yanlış açıklama	10	56

Tablo 6’ya göre, öğretmenlerin yarısından fazlasının sonsuz küme kavramının tanımına yanlış açıklama yazdığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin altısı sonsuz küme kavramının tanımına ilişkin kısmen doğru açıklama yazmışken; öğretmenlerin sadece ikisi kavrama ilişkin doğru açıklama yazmıştır. Ayrıca yine Tablo 6’da görüldüğü üzere herhangi bir tanım yazamayan öğretmen yoktur. Yazılan doğru tanımlar şu şekildedir;

Ö2: Kümenin elemanları sayılamaz özellikte veya sayılabilir özellikte olmasına rağmen sonlu değil ise bu kümeye sonsuz küme diyoruz. $A=\{x: x<2 \text{ ve } x \in R\}$ sayılamaz yani sonsuz kümedir. $B=\{0,1,2,3,\dots\}$ kümesi sayılabilir sonsuz kümedir.

Ö12: Eleman sayısını bir doğal sayı ile ifade edemiyorsak sonsuz kümedir. $A=\{x: 3<x<9 \text{ ve } x \in R\}$

Yazılan tanımlar incelendiğinde öğretmenler sonsuz küme tanımını MEB’de (2016) ifade edilen şekliyle açıklamışlardır.

Yazılan eksik tanımlardan bazıları;

Ö1: Eleman sayısı sayılamayan çoklukta olan kümeye denir. $A=\{x: x \in R, 1<x<12\}$ sonsuz kümedir.

Ö5: Elemanları sayılamayan ve belli aralıkta gösterilmeyen kümelerdir. Örneğin Reel sayılar kümesi sonsuzdur.

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin tanımlamalarında, sonsuz küme kavramını sonlu küme kavramı ile ilişkilendirmedikleri tespit edilmiştir. Ayrıca sonsuz kümenin eleman sayısı için “herhangi bir doğal sayı ile belirte-me” ifadesini tanımlamalarında yazmadıkları bulunmuştur. Bununla birlikte, öğretmenlerin sonsuz küme kavramına ilişkin yazdıkları örneklerin hepsi doğru örneklerdir. Dolayısıyla yazılan tanımlamalarda kavramsal eksiklikler olmasına rağmen örnekler ve tanımlamalar doğrultusunda, öğretmenlerin kavrama ilişkin tanımlamaları kısmen doğru açıklama olarak kabul edilmiştir.

Yazılan yanlış tanımlamalar şunlardır:

Ö8: Elemanlarını sayamadığımız kümelere sonsuz küme denir. Tam sayılar kümesi, reel sayılar kümesi sonsuz kümedir.

Ö10: Elemanları sayılamayan kümeye sonsuz küme denir. Tam sayılar kümesi sonsuz kümedir.

Ö15: Elemanları sayılamayacak kadar çok olan kümelere denir. Rasyonel sayılar kümesi, tam sayılar kümesi.

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin “sonsuz küme” kavramının tanımlanmasına yönelik yanlış açıklama yazdıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin sonsuz küme kavramını tanımlaması, “Saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz.” (MEB, 2016) ifadesi ile çelişki oluşturmaktadır. Yazılan bu tanımlamaları eksik tanımlardan ayıran ve yanlış tanımlama olarak sınıflandırmaya neden olan husus öğretmenlerin “sayılamayacak kadar çok, sayamadığımız, sayılamayan küme” şeklinde ifadeler kullanmış olmalarıdır. Tanımlamalarda geçen bu ifadeler öğrenciler için “saymaya başlasak gücümüzün yetmeyeceği veya sayamayacağımız her kümeyi” sonsuz küme olarak görme şeklinde kavramsal çelişkiler oluşturacağı söylenebilir. Örneğin dünyadaki tüm elma ağaçlarının sayısı sonlu bir

küme belirtirken öğrenci tüm elma ağaçlarını sayamayacağı için bu kümeyi sonsuz küme olarak düşünebilir. Bununla birlikte öğretmenlerin hiçbirinin sonsuz küme kavramını sonlu küme kavramı ile ilişkilendirmediği de bulunmuştur. Bu durumun nedeni olarak da bu öğretmenlerin ders kitabındaki tanımlamalara çok fazla aşına olmadıkları şeklinde düşünülebilir.

Araştırmaya ders içi öğretim süreçlerini içeren video ve ses kayıtları alınarak katılan üç matematik öğretmeninden ikisi sonsuz küme kavramının tanımına ilişkin kısmen doğru açıklama yazmışken; öğretmenlerin biri sonsuz küme kavramına ilişkin yanlış açıklama yazmıştır. Yazılan eksik tanımlamalar şu şekildedir;

ÖV2: Eleman sayısı sayılamayacak çoklukta olan ve sonlu olmayan kümelere denir. Tam sayılar kümesi, doğal sayılar kümesi sonsuz kümelere örnektir. $D = \{x: x < 100, x \in \mathbb{Z}\}$ ise D kümesi sonsuz kümedir.

ÖV3: Sonlu olmayan, sayılamayan kümelere denir. Doğal sayılar sonsuz kümedir. Çünkü herhangi bir doğal sayıdan büyük bir doğal sayı her zaman vardır. $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ sonsuz kümedir.

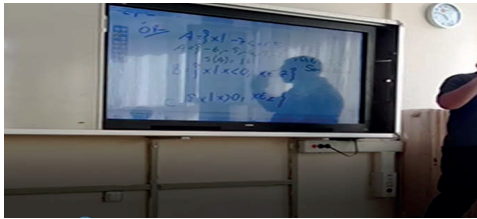
Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin tanımlamalarında, sonsuz küme kavramı ile sonlu küme kavramını ilişkilendirdikleri tespit edilmiştir. Fakat öğretmenlerin hiçbirinin daha önceki öğretmenlerin tanımlamalarında da görüleceği üzere, sonsuz kümenin eleman sayısını “herhangi bir doğal sayı ile belirtememe” ifadesine tanımlamalarında yazmadığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin sonsuz küme kavramına ilişkin örnekleri doğru şekilde yazdıkları tespit edilmiştir. Yazılan yanlış tanımlama şu şekildedir;

ÖV1: Sayılamaz çoklukta kümelere sonsuz küme denir. Rasyonel sayılar kümesi.

ÖV1’in sonsuz küme tanımlaması incelendiğinde, diğer öğretmenlerde olduğu gibi, “Saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz.” (MEB, 2016) ifadesi ile çelişki oluşturduğu bulunmuştur. Bununla birlikte, ÖV1’in sonlu küme kavramı ile sonsuz küme kavramını ilişkilendirmediği de tespit edilmiştir.

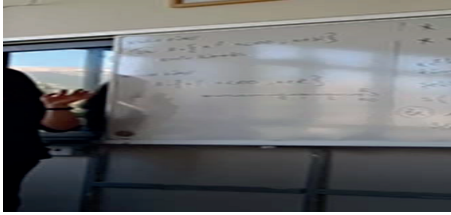
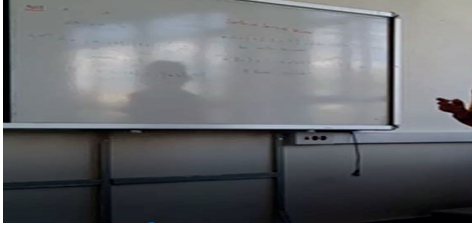
Yukarıdaki tanımlamalar incelendiğinde, öğretmenlerin “Sonsuz Küme” kavramı için “Sonlu olmayan küme”, “kümenin eleman sayısının bir doğal sayı ile belirtilememesi” ifadelerini yazmadıkları ya da eksik olarak yazdıkları bulunmuştur. Aynı durumu, bu öğretmenlerin ders içi öğretim süreçlerinde de görmek mümkündür. Aşağıda bu öğretmenlere ait ders içi öğretim süreçleri yazılmıştır.

Tablo 7. ÖV1’in sonsuz küme kavramının tanımına yönelik öğretim süreci

ÖV1		Sonsuz küme deyince ne anlıyorsunuz arkadaşlar?
DERS İÇİ ÖĞRETİM SÜRECİ		
ÖĞRENCİ	Sayılamaz hocam...	
ÖV1	Doğru. O halde sayılamaz çoklukta kümelere sonsuz küme diyoruz. Mesela doğal sayılar kümesi sonsuz kümedir. Sonsuz kümeye günlük hayatımızdan örnek verecek olursak saçımızın telleri, sayın bakalım hadi.	

Tablo 7’de görüldüğü üzere, ÖV1 ders içi öğretim sürecinde yaptığı sonsuz küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra uygulanan ÖKBT’de de aynı şekilde yazmıştır. Bu durumda ÖV1’in sonsuz küme tanımlamasını gerek ders esnasında gerekse görüşme formunda yazdığı ifadelerden yanlış açıklama olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte, ÖV1 ders esnasında sonsuz küme kavramına ilişkin yazdığı günlük yaşantı örneklemesinde, “saçımızın telleri sonsuz kümedir, sayın bakalım hadi, sayılamaz olduğundan sonsuz kümedir” diyerek “Saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz.” (MEB, 2016) ifadesi ile çelişki oluşturan yanlış örnek yazdığı tespit edilmiştir.

Tablo 8. ÖV2 ve ÖV3'ün sonsuz küme kavramının tanımına yönelik öğretim süreci

ÖV2		...sonlu kümeyi anlattık. Şimdi sıra sonsuz küme de. Sonsuz küme sizce ne olabilir arkadaşlar?
DERS İÇİ		
ÖĞRETİM		
SÜRECİ		
ÖĞRENCİ	Sayılamayacak kadar çok büyük küme hocam...	
ÖV2	Evet. Sonsuz küme: Eleman sayısı sonsuz olan kümelerdir. Reel sayılar kümesi sonsuz kümedir.	
ÖV3		Sonsuz küme diyelim şimdi. Daha önce sayılamayacak kadar dedik. O halde yazalım. Sonsuz küme, eleman sayısı sayılamayacak kadar çok olan kümelerdir. $A = \{x: x \text{ bir çift doğal sayı}\}$ kümesi $A = \{0, 2, 4, \dots\}$ şeklindedir. Bu kümeyi sayabilir miyim?
DERS İÇİ		
ÖĞRETİM		
SÜRECİ		
ÖĞRENCİ	Hayır sayamayız.	
ÖV3	O halde sayamayacağımız kümeler sonsuz kümelerdir.	

Tablo 8'de görüldüğü üzere, ÖV2 ve ÖV3 ders içi öğretim sürecinde yaptıkları küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra uygulanan ÖKBT'de de aynı şekilde yazmıştır. Öğretmenlerin, diğer öğretmenlerin yanlış veya kısmen doğru tanımlamalarında yazıldığı gibi, "Sonlu olmayan küme", "kümenin eleman sayısının bir doğal sayı ile belirtilememesi" ifadelerini ders esnasında kullanmadıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte ÖV2'nin, ders esnasında yaptığı tanımlamada sonsuz küme kavramını anlatırken yine "sonsuz" ifadesini kullanarak öğretim yaptığı belirlenmiştir. Öğretmenlerin tanımlamalarında yanlış açıklamalar ya da eksiklikler olmasına rağmen, "Sonsuz Küme" kavramına yönelik yazdıkları örneklerin, ÖV1'in ders esnasında yazdığı saç teli örneği dışında, hepsinin birer "Sonsuz Küme" belirten örnekler olduğu tespit edilmiştir.

Genel olarak "Evrensel Küme" ve "Sonsuz Küme" kavramlarına ilişkin öğretmenlerin tanımlamalarına bakıldığında aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

Tablo 9. Kümelerde temel kavramlara ilişkin öğretmenlerin matematiksel tanımlamalarının durumu

	Yanlış Açıklama	Kısmen Doğru Açıklama	Doğru Açıklama	Fikrim Yok
Evrensel Kümeyi Tanımlamada Kullanılan İfadeler	Ö10, Ö11, Ö14	Ö1, Ö2, Ö5, Ö8, Ö13, Ö15	Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö9, Ö12, ÖV1, ÖV2, ÖV3	-
	var olan bütün kümeleri içine alan	en geniş küme	incelenen kümeye göre en geniş küme	-
	tüm kümeleri kapsayan	eleman sayısı çok fazla sayıda	üzerinde işlem yapılan	-
	en büyük küme		üzerinde çalışılan	
Sonsuz Kümeyi Tanımlamada Kullanılan İfadeler	Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö13, Ö15, ÖV1	Ö1, Ö5, Ö11, Ö14, ÖV2, ÖV3	Ö2, Ö12	-
	sayılamaz çokluk	elemanları sonlu olmayan ama sayılamayacak kadar çok	elemanları sayılamaz özellikte veya sayılabilir özellikte olmasına rağmen sonlu değil	-
	elemanlarını sayamadığımız	elemanları sayılamayacak çoklukta sonlu olmayan	elemanları bir doğal sayı ile ifade edememe	-
	elemanları sayılamayacak kadar çok		sonlu olmayan küme	

4. Tartışma ve Sonuç

ÖMB modelinin “Genel Alan Bilgisi” bileşeni kapsamında değerlendirilmek amacıyla çalışmaya katılan öğretmenlerden, “evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarını tanımlayarak kavramlara ilişkin örnek vermeleri beklenmekteydi. Davis’e (2003) göre, öğretmenin alana özgü bilgisi denilince öğretmenin konuya ilişkin temel kavramlara, tanımlara, sembollere ve örneklere ilişkin yeterlilikleri akla gelmelidir. Bu bağlamda, evrensel küme ve sonsuz küme kavramlarına öğretmenlerin genel olarak ya yüzeysel ya da eksik-yanlış tanımlamalar yazdıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin sonsuz kümeyi genellikle eleman sayısı üzerinden ve de sonlu kümelerle ilişkilendirmeden tanımlama yoluna gittiği; evrensel küme için ise “üzerinde çalışılan küme” ifadesine başvurmadıkları görülmektedir. Elde edilen bu sonuç literatürdeki birçok çalışmayla benzerlik göstermektedir (Gür, 2009; Uğurel, Bukova Güzel ve Kula, 2010; Yazıcı ve Kültür, 2017).

Evrensel küme kavramına ilişkin öğretmenlerin bütün kümeleri içine alması veya çok büyük bir küme olması gerekliliği şeklinde yaptıkları hatalı-eksik tanımlamalar sonucunda, öğretmenlerin evrensel küme için yazılabilecek ya da var olabilecek bütün kümeleri içine alacak kadar elemana sahip olan bir küme olması gerektiği şeklinde kavram yanlışlığı taşıdıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin açıklamalarında evrensel kümenin üzerinde çalışılan kümeye göre değişebileceği ve de elemanlarının çok fazla olmasına gerek olmadan tek elemanlı kümelerin de evrensel küme olabileceği şeklinde ifadeler yazmaları beklenmekteydi. Benzer şekilde Yazıcı ve Kültür (2017) tarafından yapılan çalışmada da öğretmenlerin evrensel kümenin bütün kümeleri içerisinde barındırması gerektiği şeklinde de yanlışlıklara sahip olduğu sonucu bulunmuştur. Diğer bir kavram olan sonsuz küme için öğretmenlerin, elemanlarının sayılamayacak kadar çok olması gerekliliği şeklinde eksik ve hatalı olarak yazdıkları açıklamalar, MEB’in (2016), “Saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz” açıklaması ile çelişki oluşturmaktadır. Bu duruma Uğurel, Bukova Güzel, ve Kula (2010) tarafından yapılan çalışmada da benzer şekilde öğretmenin “ağaç yaprak sayısı” etkinliğini ders içi öğretim sürecinde kullanması da örnek durum teşkil etmiştir. Ayrıca benzer şekilde Manfreda Kolar ve Hodnik Čadež (2012) ile Tsamir (2003) de yaptıkları çalışmada öğretmenlerin sonsuz küme kavramını sayılamayacak kadar fazla elemanlardan oluşan kümeler olarak açıkladıklarını belirtmişlerdir. Bununla birlikte öğretmenlerdeki “sonsuz küme” kavramına ilişkin yanlış tanımlama, Gür (2009) tarafından yapılan çalışmada ilköğretim 8. sınıf öğrencileri için bulunmuştur. Yani öğrencilerin sonsuz küme kavramını sayılamayacak kadar çok elemanı olan küme olarak açıklamaya çalıştıkları Gür’ün (2009) çalışmasında tespit edilmiştir. Bu iki araştırmanın bulguları bir arada ele alınırsa öğrencilerin öğretmenlere benzer şekilde sonsuz kümeyi açıklamaya çalışmaları, öğretmenlerin sınıf içi öğretim sürecinde sonsuz küme kavramının tanımlanmasına ilişkin eksikliklerinin öğrencilere de yansıdığı şeklinde düşünülebilir. Araştırmada öğretmenlerin çok az bir kısmının ise “sonsuz küme” kavramını MEB (2016) matematik ders kitabında geçtiği haliyle “sonlu küme” kavramı ile ilişkilendirerek açıkladığı gözlenmiştir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerin “evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarının tanımlarına ilişkin yanlış veya eksik açıklamalar yapmış olmalarına rağmen, öğretmenlerin tümünün kavramlara ilişkin doğru örnekler verdikleri görülmüştür. Yani öğretmenlerin kavramlara ilişkin yazdıkları örnekler “evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarına ilişkin eksik ya da hatalı tanımlamalarını tamamlayıcı niteliktedir. Bu durum, öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin yalnızca tanımlamalarında eksikliklerinin olduğu şeklinde açıklanabilir. Bununla birlikte öğretmenlerin “Evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarının öğretiminde sayı kümelerinden (özellikle N, Z, Q ve R) hareketle soyut örnekler verdikleri gözlenmiştir. Bu kavramların öğretimi esnasında öğrencinin zihninde yer edecek somut ifadeler veya somut örneklerden başlanılarak öğretimin sürdürülmesiyle öğrencinin kümelere ilişkin öğrenme zorlukları azaltılabilir (Baykul, 1999). Buradan hareketle öğretmenlerin ders içi öğretim sürecinde somut örneklere yer vermelerinin etkili öğretim için bir gereklilik olduğu söylenebilir.

Araştırmada ders kaydı yapılarak DGF ile ders içi öğretim süreçleri takip edilen ÖV1, ÖV2 ve ÖV3’ün “evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarına ilişkin ders esnasında yaptıkları tanımlamalar ile ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra kendilerine uygulanan ÖKBT formunda yaptıkları tanımlamaların birbirleriyle aynı tanımlamalar oldukları gözlenmiştir. Bu durumun neticesi olarak, çalışmaya sadece ÖKBT uygulanarak katılan 15 öğretmenin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin yaptıkları tanımlamaları ders içi öğretim sürecinde de aynı şekilde yapabilecekleri söylenebilir. Sonuç olarak, öğretmenlerin ÖKBT sorularına vermiş oldukları cevaplar ve ders kayıtları incelendiğinde, “evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarına ilişkin GAB’de kavramlara ilişkin tanımları açık ve anlaşılır olarak ifade edebilme ve yazabilme bağlamında eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Bu durumun da öğretmenlerin ders içi öğretim sürecine olumsuz olarak yansıtacağı düşünülmektedir. Nitekim Li (2011) de GAB’ın öğretmenlerin ders öğretim süreci üzerinde etkili olduğunu ifade etmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin eğitici yeterlilikleri kazanması da GAB düzeyinin yeterli seviyede olmasıyla mümkün olabileceği yapılan çalışmalardan da (Özden, 2010; Yazıcı ve Kültür, 2017) aşıkârdır. Bu doğrultuda yapılan çalışmaların sonucuna benzer şekilde (Davis, 2003; Ball vd., 2008), öğreteceği kavrama ilişkin tanımlar ve özellikleri hakkında yeterince bilgi sahibi olmayan öğretmenlerin öğrenci öğrenmelerine katkısı da yeterli olamaya-
cağı düşünülmektedir.

5. Öneriler

Öğretmenlerin gerek “evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarını gerekse bu kavramlarla ilişkili diğer matematiksel kavramları ilişkilendirerek öğretim yapabilmeleri derinlemesine genel alan bilgisine sahip olmalarıyla mümkün olabilecektir. Bu sebeple öğretmenlerin genel alan bilgilerini derinleştirmeleri, yüzeysel açıklamalar ve tanımlardan ziyade matematiksel derinliğe sahip açıklama ve tanım yapabilecek seviyede genel alan bilgisine sahip olmaları gereklidir. Bunun için matematik öğretmeni adaylarının hizmet öncesi eğitim sürecinde matematikteki temel kavramlara ilişkin genel alan bilgilerinin artırılmasına yönelik uygulamalara daha fazla zaman ayrılması önerilmektedir. Bununla birlikte öğretmenlerin tanımlamalarında, örneklerinde ve açıklamalarında ders kitaplarından daha fazla yararlanmaları sağlanmalıdır.

Araştırmacılara yönelik olarak, yapılan bu araştırmanın kapsamı genişletilerek ÖMB modelinin diğer bilgi düzeyleri de dahil edilerek matematikteki diğer konulara ilişkin öğretmenlerin ÖMB düzeylerinin belirlenmesi önerilmektedir. Bununla birlikte yapılan bu çalışmada MEB ders kitapları tanımlamalarda referans olarak alınmıştı. Bu bağlamda MEB ders kitaplarındaki kümeler alt öğrenme alanına ilişkin tanımlamaların, örneklemelerin ve gösterimlerin eksik ya da hatalı durumlarının inceleneceği araştırmalar yapılabilir.

6. Kaynakça

- Appleton, K. (2003). How do beginning primary school teachers cope with science? Toward an Understanding of Science Teaching Practice. *Research in Science Education*, 33, 1–25.
- Aslan-Tutak, F. & Köklü O. (2016). Matematik eğitiminde teoriler. Bingölbali, E; Arslan S; Zembat İ.Ö. (Ed), *Öğretmek için matematik bilgisi*, (ss. 701-721), Ankara:Pegem Yayıncılık
- Baki, A. & Şahin, S. M. (2004). Bilgisayar destekli kavram haritası yöntemiyle öğretmen adaylarının matematiksel öğrenmelerinin değerlendirilmesi. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 3(2).
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Ball, D.L. & McDiarmid, G.W. (1990). The subject matter preparation of teachers. In R.Houston (Ed). *Handbook for Reseach on Teacher Education* (pp. 437-449), Newyork: Macmillan.
- Baştürk, S. (2009). Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarına göre fen edebiyat fakültelerindeki alan eğitimi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 10(3), ss. 137-160.
- Bayazit, İ. & Aksoy, Y. (2010). Öğretmenlerin fonksiyon kavramı ve öğretimine ilişkin pedagojik görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(3), 697-703.
- Baykul, Y. (1999). *İlköğretimde matematik öğretimi. Öğretmen El Kitabı: Modül 6*. Ankara: Milli Eğitim Yayınları.
- Canbazoglu, S., Demirelli, H. & Kavak, N. (2010). Investigation of the relationship between pre-service science teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the particulate nature of matter. *Elementary Education Online*, 9(1), 275-291.
- Coffey, A. & Atkinson, P. (1996). *Making sense of qualitative data: Complementary research strategies*. Sage Publications, Inc.
- Creswell, J. (2007). *Educational research: planning, conducting, and evaluatin quantitative and qualitative research*. Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Davis, C. E. (2003). Prospective teachers subject matter knowledge of similarity. Mathematics educations, PhD Thesis, Raleigh.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- Gür, H. (2009). 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin kümeler konusundaki temel hataları ve kavram yanlışlarının belirlenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences*, 4 (3), 678-694.
- Karal Eyüboğlu, I.S. (2011). *Fizik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgi (PAB) gelişimi* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Kim, Y. (2016). Interview prompts to uncover mathematical knowledge for teaching: focus on providing written feedback. *The Mathematics Enthusiast*, 13(1/2), 71.
- Koponen, M., Asikainen, M. A., Viholainen, A. & Hirvonen, P. E. (2016). Teachers and their educators-views on contents and their development needs in mathematics teacher education. *The Mathematics Enthusiast*, 13(1/2), 149.
- Küçükahmet, L. (2008). Etkili öğretimin ilkeleri. *Türkiye Özel Okullar Birliği Dergisi*, 3, 28-35.
- Li, X. (2011). Mathematical knowledge for teaching algebraic routines: A case study of solving quadratic equations. *Journal of Mathematics Education*, 4(2), 1-16.
- Magnusson, S., Krajcik, J. & Borko, H. (1999). Nature, sources, and development of pedagogical content knowledge for science teaching. *In Examining Pedagogical Content Knowledge: The Construct and Its Implications for Science Education*, 6, 95.

- Manfreda Kolar, V. & Hodnik Čadež, T. (2012). Analysis of factors influencing the understanding of the concept of infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 80(3). <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9357-7>
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of teacher education*, 41(3), 3-11.
- McMillan, J. H. & Schumacher, S. (2010). *Research in education*. Pearson Education Inc. New Jorsey. USA.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis*. Thousand Oaks, CA: Sage
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2016). *Lise matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı*. Retrieved from <http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx?islem=2&kno=215>.
- O'Connor, J. J & Robertson, E. F. (1992). *A history of set theory*. Retrieved from http://www.history.mcs.st-andrews.ac.uk/Beginnings_of_set_theory.html.
- Öner, D. (2010). Öğretmenin bilgisi özel bir bilgi midir? Öğretmek için gereken bilgiye kuramsal bir bakış. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 27 (2), 23-32.
- Özdemir H. (2015). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının ortaöğretim 9. Sınıf kümeler ünitesi öğretiminde öğrenci başarısına etkisi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Özden, Y. (2010). *Öğrenme ve öğretme (10.Baskı)*. Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Patton, Q, M. (2002). *Qualitative evaluation an research methods*. London: Sage Pub.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23.
- Şişman, M. (2009). *Eğitim bilimine giriş*. Ankara: Pegem Akademi
- Suh, Y. (2005). *Pedagogical content knowledge development in teaching science: a case study of elementary school teacher in an urban classroom* (Unpublished PhD Thesis), Columbia University, USA.
- Tamir, P. (1988). Subject matter and related pedagogical knowledge in teacher education. *Teaching and teacher education*, 4(2), 99-110.
- Tsamir, P. (2003). From "easy" to "difficult" or vice versa: The case of infinite sets. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 25, 1-16.
- Uğurel, I. & Morali, S. (2010). Ortaöğretim öğrencilerinin kümeler konusundaki öğrenmelerinin değerlendirilmesi-ı. *Akademik Bakış Dergisi*, 22, 1-25.
- Uğurel, I., Güzel, B. E., & Kula, S. (2010). Matematik öğretmenlerinin öğrenme etkinlikleri hakkındaki görüş ve deneyimleri. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28-1.
- Wilkie, K. J. (2014). Upper primary school teachers' mathematical knowledge for teaching functional thinking in algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(5), 397-428.
- Yazıcı, (2017). *Matematik öğretmenlerinin öğretim için matematik bilgisi: kümelerde temel kavramların analizi*. (Yayımlanmamış doktora tezi) Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Yazıcı, N., & Kültür, M. N. (2017). Matematik öğretmenlerinin kümeler ünitesinde yer alan temel kavramlara ilişkin matematiksel bilgilerinin incelenmesi. *Journal of Computer and Education Research*, 5(9).
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.