

Araştırma Makalesi

Research Article

# ELEKTRİKSEL YÖN BAĞIMLI ORTAMLARDA ÇOK HIZLI TAVLAMA BENZETİMİ YÖNTEMİ İLE TABAKA PARAMETRELERİNİN BELİRLENMESİ

# Kadir Bahadır KARA\*, Ertan PEKŞEN

Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü, İzmit, Kocaeli, Türkiye

Anahtar Kelimeler	Öz
Elektriksel anizotropi,	Bu çalışmada elektriksel anizotropi yatay ve düşey yönde incelenmiştir. Yatay yönde
Çok hızlı tavlama benzetimi,	anizotropinin doğrultu ve eğimle değişimi teorik örneklerle araştırılmıştır. Bu amaç
Global en iyileme,	için kare elektrot dizilim kullanılmıştır. Genel olarak, elektriksel izotrop ortamlarda
Kare dizilim,	hesaplanan görünür özdirenç verilerini kutupsal koordinatlarda çizdiğimizde
Düşey elektrik sondajı.	çember, anizotrop olan ortamlarda ise çiçek yapısı şekli gözlenmiştir. Bu çalışmanın
	ikinci kısmında düşey yönde elektriksel anizotropi incelenmiştir. Düşey yönde
	anizotropi incelenirken Schlumberger elektrot dizilimi kullanılmıştır. Elektriksel
	olarak anizotrop olan ortamlarda tabakalı yapılar için teorik veriler hesaplanmış ve
	çizilmiştir. Daha sonra teorik eğrilerden tabaka parametreleri çok hızlı tavlama
	benzetimi yöntemi ile hesaplanmıştır. Düşey elektrik sondaj arazi verilerinden
	önerilen yöntem ile tabaka parametreleri kestirilmiştir. Sonuçlar daha önce aynı
	veri setini kullanıp parçacık sürü optimizasyonu ile kestirilen tabaka parametreleri
	ile karşılaştırılmıştır.

# ESTIMATION OF LAYER PARAMETERS USING VERY FAST SIMULATED ANNEALING METHOD IN ELECTRICALLY ANISOTROPIC MEDIA

Keywords	Abstract					
Electrical anisotropy,	In this study, electrical a	nisotropy was investigated in horizontal and vertical				
Very fast simulated annealing, directions. Strike and dip angles were examined with theoretical exam						
Global optimization,	regarding of anisotropy in	the horizontal direction. A square electrode array was				
Square array,	preferred for this purpose	. In general; when we plot the apparent resistivity data				
Vertical electrical sounding.	calculated in an electrically	v isotropic medium in the polar diagram, the shape of the				
	apparent resistivity curve	is circle. However, a flower shape was observed in an				
	electrically anisotropic m	edium using apparent resistivity values in the polar				
	diagram. In the second pa	rt of this work, the electrical anisotropy in the vertical				
	direction was investigated.	Schlumberger electrode array was used for examination				
	of the anisotropy in the ver	tical direction. In the case of electrical anisotropic media,				
	the theoretical data for la	yered structures were calculated and plotted. Then we				
	explained that how layer	parameters estimated from the theoretical curves using				
	very fast simulated anne	ealing method. Estimation of layer parameters were				
	calculated by the method proposed in this study using the vertical electric sounding field data. Finally, these estimated results were compared with the result predicted					
	value using the particle	swarm optimization method with the same data set				
	previously.					
<u>Alıntı / Cite</u>						
Kara, B., K., Pekşen, E., (2019). Elektriksel Yön Bağımlı Ortamlarda Çok Hızlı Tavlama Benzetimi Yöntemi İle						
Tabaka Parametrelerinin Belirlenmesi, Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi, 7(3), 572-584.						
Yazar Kimliği / Author ID (ORCID Number) Makale Süreci / Article Process						
IZ D IZ 0000 0000 0000 7		<b>December 7</b> Territe / Carbonication Data 00.01.2010				

Tuzar minigr / mutior in (oncine muniper)	Multure Bureer / Millere Frocess	
K. B. Kara, 0000-0002-8899-3005	Başvuru Tarihi / Submission Date	09.01.2019
E. Pekşen, 0000-0002-3515-1509	Revizyon Tarihi / Revision Date	15.04.2019
	Kabul Tarihi / Accepted Date	21.05.2019
	Yayım Tarihi / Published Date	15.09.2019

<sup>\*</sup> İlgili yazar / Corresponding author: 155106028@kocaeli.edu.tr, +90-507-711-5991

# 1. Giriş

Doğru akım özdirenc (DAÖ) yöntemi uygulamalı jeofiziğin en eski vöntemlerinden birisidir. Yöntem farklı pek cok alanda basarılı bir sekilde uygulanmaktadır. DAÖ yönteminin uygulama alanları jeolojik haritalama, fay, arkeojeofizik, su, maden, mağara vb. olarak verilebilir. Yöntemin temel amacı vervüzünden ölcülen potansivel farklarından veraltının derinlik özdirenc haritasını elde etmektir. Amaca uvgun olarak farklı elektrot dizilimleri ile arazide ölçüler alınabilir. Genel olarak günümüzde cok elektrotlu sistemlerle kısa sürede pek cok veri toplanarak, iki ve üc bovutlu olarak değerlendirilebilmektedir (Telford vd., 1990; Başokur, 2010; Loke, 2018).

Bu çalışmada DAÖ yöntemini etkileyen faktörlerden olan elektriksel anizotropi (EA) (yön bağımlılık) araştırılmıştır. EA araştırmaları oldukça eskilere dayanmaktadır (Maillet, 1947). Burada yöntem daha da gelistirilerek hem vatav hem de düsev vönde incelenmektedir. Yatay yöndeki EA yerin altındaki tabakaların doğrultu ve eğimi hakkında bilgi vermektedir. Habberjam (1972; 1975) bu konu hakkında incelemeler yapmıştır. Ayrıca EA nın olduğu ortamlarda doğrultu ve eğimin etkilerini incelemiştir. Habberjam'ın (1972; 1975) çalışmalarına göre EA nın olduğu ortamlarda doğrultu ve tabaka eğimi hesaplanabilmektedir. Bu çalışmada doğrultu ve eğim araştırmaları için sadece sentetik örnekler kare dizilim için incelenmiştir. Yatay yöndeki EA yı incelemek için en etkin elektrot açılımının kare elektrot dizilim olduğu Habberjam (1972; 1975) tarafından öne sürülmüştür. Taylor ve Fleming (1988), Lane vd. (1995) ve Yeboah-Forson ve Whitman (2014) gibi calısmalarda kare dizilim ve cok elektrotlu sistem kullanılarak alınan görünür özdirençlerden tabakaların EA ve doğrultu yönlerini kestirmislerdir.

Bu çalışmanın ikinci kısmında tabakalı bir boyutlu (1-B) ortamlarda EA incelenmiştir. Schlumberger elektrot dizilimine göre hesaplamalar yapılmıştır. Yöntem ilk önce sentetik veride denenmiştir. Daha sonra burada önerilen yöntemin sonuçları ile Pekşen vd. (2014) nin sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

EA yer özdirencinin yöne bağlı olarak değişmesidir. Genel olarak EA etkisi şeyl ve kil tabakalarından kaynaklanmaktadır. Bu etkinin belirlenmesi yorum için önemlidir. EA etkinin incelenmesi amacıyla günümüze kadar analitik (Greenhalgh vd., 2009) ve sayısal (Yin ve Wiedelt, 1999; Pain vd., 2003; Herwanger vd., 2004; Li ve Spitzer, 2005; Pervago vd., 2006; Kim vd., 2006; Zhou vd., 2009; Pekşen ve Yas, 2018) pek çok yöntem geliştirilmiştir.

Yeryüzünden alınan ölçülerden tabaka parametrelerinin kestirilmesi için en yaygın yöntemler genel olarak en küçük kareler yöntemi ve benzeri yaklaşımlardır (Başokur, 2015). Ancak bu türev tabanlı ters çözümlerde sonuçlar yerel en küçük değerlerde sıkısabilmektedir. Buna ilave olarak baslangıc değerleri ters cözüm sonuclarını etkilemektedir. Bu nedenlerden dolavı EA ortamlarda tabaka parametrelerinin kestirilmesi izotrop ortamlardan daha zordur. İzotrop ortamlarda tercih edilen türev tabanlı ters çözüm yerine bu çalışmada global ters cözüm vöntemlerinden olan CHTB vöntemi kullanılmıstır.

Metasezgisel algoritmalar günümüzde sıklıkla jeofiziğin cesitli alanlarında kullanılmaktadır. Metasezgisel algoritmalardan birisi olan parcacık sürü optimizasyonu (PSO) Shaw ve Srivastava (2007) ieofiziğin cesitli alanlarına uvgulamıslardır. Fernandez Martinez vd. (2010) PSO yöntemini 1-B DES verilerine uygulamışlardır. Göktürkler vd. (2016) çeşitli metasezgisel algoritmaları farklı jeofizik uygulamalar üzerinde denemişlerdir ve sonuçları diğer yazarların değerleri ile karşılaştırmışlardır. Alkan ve Balkava (2018) ise vatav halka vönteminde metasezgisel farksal evrim algoritmavı uvgulamıslardır. Avrıca, Alkan ve Balkava (2018) çalışmalarında günümüzde kullanılan metasezgisel vöntemleri listelemislerdir.

PSO yöntemi ilk olarak Shaw ve ve Srivastava (2007) tarafından jeofizik problemlere uygulanan global bir optimizasyon problemidir. PSO yöntemi kuş ve balık sürülerinin yiyecek bulmadaki davranışlarını taklit etmeye çalışan bir algoritmadır. PSO yöntemi parametre uzayında, küresel en küçük (veya en büyük) çözümü gelişigüzel bir şekilde bütün çözüm uzayında araştırır. PSO nun jeofizik probleme uygulanması için düz çözüm yeterlidir. Parametrelere göre türevlerin hesaplanmasına gerek yoktur.

Tavlama benzetimi (TB) yöntemi Kirkpatrick vd. (1983) tarafından geliştirilmiş rastgele arama yapan global optimizasyon yöntemidir. Burada rastgeleden kasıt belirli bir çözüm uzayının içinde olması anlamındadır. Ingber (1989)tarafından TΒ algoritması geliştirilmiştir ve CHTB olarak adlandırmıştır. ÇHTB ile ters çözüm yapılırken rastgele başlangıç tahmini yapılır. Örneğin kestirilmesi gereken parametrelerin alt ve üst sınırları önceden belirlenir. ÇHTB algoritması bu çözüm uzayı içinde doğru parametreleri kestirmeye çalışır. EA ortamda 1-B DES verilerinin parametreleri; düşey özdirenç, yatay özdirenç ve tabaka kalınlıklarıdır. Bu parametreler ÇHTB yönteminin çıktılarıdır. Arazide ölçülen görünür özdirenç değerleri yatay ve düşey yöndeki özdirenc değerlerinin geometrik ortalamasıdır. Ancak tek bir ölcü değerinden vatav ve düşey özdirenç değerlerini kestirmek kolay değildir. Belirsizlik ortaya çıkmaktadır. Belirsizliğin üstesinden gelmek için en önemli koşul düşey özdirenç değerinin yatay özdirenç değerinden büyük olmasıdır. Bu değer en küçük bir olabilir. Bu durumda ortam izotrop olacağından yatay ve düşey özdirenç birbirine eşittir. ÇHTB ile tahmin edilen parametrelerin tutarlılıkları, her bir parametrenin frekans dağılımlarına ve olasılık yoğunluk fonksiyonlarına (OYF) bakılarak kontrol edilebilir. OYF değerlerinin rastgele dağılması kestirilen değerlerin güvenli olmadığı anlamındadır. Gauss dağılımı gösteren OYF pik noktası ise bu parametrenin sayısal değeri için istatiksel hatalar oranında doğru olduğu kabul edilebilir.

Düsev elektrik sondai (DES) verilerinin EA ortamlarda ters cözümünde CHTB vöntemi sentetik ve arazi verilerine uygulanarak diğer calısmalarla karşılaştırılmıştır. İzotropik ortamda ÇHTB yöntemi ile 1-B verilerin ters cözümü Sharma (2011) ve Sen ve Stoffa (2013) tarafından önerilmiştir, ancak EA ortamlara uygulanmamıştır. 1-B anizotropik bir ÇHTB parametrelerinin ortamda tabaka ile kestirilmesi sentetik verilere Kara ve Pekşen (2018) tarafından sadece düşey yönde uygulanmıştır. Burada daha önce Kara ve Peksen (2018) tarafından önerilen yönteme ilave olarak yatay yönde EA incelenmiştir. Avrıca düsev yönde EA icin önerilen yöntem arazi verisi ve sondaj verisi ile karşılaştırılmıştır.

# 2. Elektriksel Anizotropi

# 2.1. Yatay Yönde Elektriksel Anizotropi

Yatay yönde EA Şekil 1 de gösterilmektedir. Şekil 1 de tek düze bir ortam tanıtılmıştır. Bu ortamda C1 ve C2 akım elektrotlarının,  $P_1$  ve  $P_2$  ise potansiyel veryüzündeki elektrotların konumunu göstermektedir. Kare elektrot dizilimin bir kenarının uzunluğu a ile gösterilmektedir. Kare elektrot dizilim ile jeolojik doğrultu arasındaki açı  $\theta$  ile, eğim açısı ise  $\alpha$  ile gösterilmistir. Bu modelde doğrultu bovunca özdirenç phx x yönündeki özdirenç değerini göstermektedir ve boyuna özdirenç olarak bilinir. Doğrultuva dik vöndeki özdirenc ise v vönünde olup phy ile gösterilmektedir. Şekil 1 de gösterilen sadece kare dizilimin tek bir görünür özdirenç ölçümü için elektrot konumlarını göstermektedir. Çok elektrotlu bir DAÖ ölçü sistemi ile bu ölçüler örneğin 48 adet olabilir. Bu durumda kare dizilim bir eksen etrafında 48 adet ölçüyü gerektirir. Daha sonra ölçü bir kez daha ilk ölçü sistemine dik yönde yani Şekil 1 deki elektrot diziliminde, C<sub>2</sub> ve P<sub>1</sub> elektrotları yer değiştirilerek bir 48 adet ölçü daha hesaplanması gerekmektedir. Bir birine dik yönlerde özdirençler hesaplandıktan sonra

$$\rho_{a} = \frac{\rho_{n}}{2 - \sqrt{2}} \begin{cases} \left(\frac{2}{\left(1 + \left(N^{2} - 1\right)\cos^{2}(\theta)\right)^{\frac{1}{2}}}\right) - \left(\frac{1}{\left(2 + \left(N^{2} - 1\right)\left(1 + \sin(2\theta)\right)\right)^{\frac{1}{2}}}\right) \\ - \left(\frac{1}{\left(2 + \left(N^{2} - 1\right)\left(1 - \sin(2\theta)\right)\right)^{\frac{1}{2}}}\right) \end{cases}$$
(1)

ile görünür özdirençler elde edilebilir. Burada  $N = \left( \left( 1 + \left( f^2 - 1 \right) \sin(\alpha)^2 \right) \right)^{\frac{1}{2}}$  etkili elektriksel yön bağımlılık katsayısı,  $f = \sqrt{\rho_{hy} / \rho_{hx}}$  elektriksel yön bağımlılık katsayısı ve  $\rho_n = \sqrt{\rho_{hy} \rho_{hx}}$  karekök ortalama özdirenç,  $\theta$  doğrultu açısı ve  $\alpha$  eğim açısını göstermektedir (Habberjam, 1972). Eşitlik (1) ile hesaplanan görünür özdirenç eğrilerinin EA ya, doğrultu ve eğime göre değişimi bir sonraki bölümde incelenmiştir.

#### 2.1.1. Doğrultu ve Eğimin Yatay Yönde Elektriksel Anizotropik Ortamlarda Etkisi

Sekil 1 deki gibi EA bir ortamda görünür özdirenc değerleri hesaplanmış ve kutupsal koordinatlarda gösterilmiştir. Şekil 2(a)-(d) de sadece EA değerleri değiştirilerek elde edilen grafikler gösterilmektedir. Sekil 2(a)-(d) den anlaşılacağı üzere EA ölçüleri etkilemektedir ve cicek vapısı EA katsavısının artması ile daha belirgin olmaktadır. EA olmayan ortamlarda Sekil 2(a) da olduğu gibi cicek yapısı verine bir cember elde edilmektedir. Bu özellik ile herhangi bir bölgede bu tip bir ölçü alarak bölgenin EA olup olmadığı Sentetik hesaplamalarda ortamın anlasılabilir. özdirenci v vönünde 100 ohm.m ve x vönünde 100 ohm.mdir. Daha sonra y yönündeki özdirenç 100 ohm.m de sabit tutularak x yönündeki özdirenç değerleri sırası ile 90, 50 ve 25 ohm.m olarak azaltılmıştır. Böylelikle EA katsayısı 1 den 2 ye kadar değiştirilerek farklı modeller elde edilmiştir. Kare dizilimde elektrotlar arası mesafe 5 m olarak alınmıştır. Eğim açısı sıfır derecedir ve bu modellerde sabit tutulmuştur. Doğrultu açısı ise 360 derece değişmektedir ve 48 adet farklı açıda hesaplamayı gerektirmektedir. Şekil 2(a)-(d) kutupsal grafiklerden EA nin kare dizilim ölcülerini doğrultu boyunca etkilediği anlasılmaktadır. Sekillerde görünür özdirenç değerleri normalize edilerek çizilmiştir.

EA ortamda doğrultu açısını değiştirdiğimizde kutupsal gösterimde özdirenç değerinin en büyük değeri doğrultu yönünü göstermektedir. Şekil 3(a)-(d) de sırasıyla doğrultu açısının 0, 30, 60 ve 90 derece olarak değişik açılarda kutupsal davranışı gösterilmektedir. Bu modelde y yönündeki özdirenç değeri 100 iken x yönündeki özdirenç değeri 50 ohm.mdir. Burada değişen doğrultu açısı ile kare dizilim kenarı arasındaki açıdır. Bu özellik ile kare dizilim ile doğrultu açısı hesaplanabilmektedir.



Şekil 1. Yatay yönde elektriksel anizotropik bir ortam. α eğim açısını, θ doğrultu açısını göstermektedir. Kare elektrot dizilim için akım noktaları C<sub>1</sub> ve C<sub>2</sub> ile, potansiyel elektrotları ise sırasıyla 2 ve 3 numaralı noktalarda P<sub>1</sub> ve P<sub>2</sub> ile gösterilmektedir. ρ<sub>hx</sub> doğrultuya paralel özdirenç değerini, ρ<sub>hy</sub> doğrultuya dik yöndeki özdirenç değerlerini ifade etmektedir.



Şekil 2. Elektriksel anizotropi katsayısının farklı değerleri için grafikler kutupsal olarak gösterilmektedir. Ortamın özdirenci doğrultuya dik yönde 100 ohm.m olarak sabit tutulmuştur. Doğrultuya paralel olarak ortamın özdirenci ise sırasıyla 100 ohm.m (a), 90 ohm.m (b), 50 ohm.m (c) ve 25 ohm.m (d) olarak hesaplanıp çizilmiştir.

Şekil 4 te ise eğimin görünür özdirençlere etkisi gösterilmektedir. Model parametreleri bir önceki modeldeki ile aynı alınmıştır. Bu model için hesaplamalar yapılırken eğim açısı sırası ile 0, 30, 60 ve 90 derece olarak seçilmiştir. Şekil 4(a) da eğim açısı sıfır derece olduğunda ortam EA olsa bile kutupsal gösterimde çember bir şekil elde edilmektedir. Doksan derecelik eğimde ise bu etki ile kutupsal gösterim çiçek şeklinde olmaktadır.







Şekil 4. Kutupsal grafikler α eğim açısının 0 (a), 30 (b), 60 (c) ve 90 (d) derecelik değişimlerini göstermektedir. Ortamın özdirenci doğrultuya dik yönde 100 ohm.m ve doğrultuya paralel 50 ohm.mdir.

Buraya kadar yapılan hesaplamalardan anlaşılacağı üzere yeryüzünde kare dizilim ile yapılan ölçümlerden doğrultu açısı ve eğimin kestirilebileceği anlaşılmaktadır. Özellikle topoğrafyanın düz olduğu ova gibi havzalarda yeraltındaki jeolojik, boşluk veya çatlakların doğrultu yönlerinin bulunmasında kullanılabilir.

#### 2.2. Düşey Yönde Elektriksel Anizotropi

Bir önceki bölümde yatay yönde EA incelendi. Burada ise düşey yönde EA incelenmektedir. Şekil 5 te elektrotların konumu gösterilmiştir. Bir önceki durumda kare elektrot dizilim kullanılmıştı, bu alt bölümde Schlumberger elektrot dizilimi kullanılmıştır. Burada teorik olarak görünür özdirenç hesaplanması tabakalı EA ortamlarda nasıl hesaplanacağı anlatılmıştır.

Tekdüze, izotropik bir ortamda nokta akım kaynağı için potansiyel değeri

$$v(x,z) = \frac{I\rho}{2\pi r}$$
(2)

eşitliği ile hesaplanabilir. Burada, *I* akım, *r* akım ile potansiyel arasındaki mesafe ve  $r = \sqrt{x^2 + z^2}$ denklemi ile hesaplanabilir.  $\rho$  ise ortamın özdirencidir (Grant ve West, 1965). Tekdüze, EA ortamda potansiyel ise,

$$v(x,z) = \frac{I\rho_n}{2\pi\sqrt{x^2 + f^2 z^2}}$$
(3)

eşitliği ile hesaplanabilir. Burada f birinci tabakanın EA katsayısıdır,  $\rho_n$  düşey özdirenç ve yatay özdirencin geometrik ortalamasıdır ve  $\rho_n = \sqrt{\rho_v \rho_h}$  eşitliği ile hesaplanabilir. Akım ile potansiyel elektrotları arasındaki mesafe  $r = \sqrt{x^2 + f^2 z^2}$  ile hesaplanır (Maillet, 1947). EA olan bir modelde yatay özdirençlerin (x, y) yönlerinde birbirlerine eşit olduğu kabul edilir. Bir önceki yatay EA ortamdan farklı bir şekildedir. Yani buradaki kabule göre  $\rho_{hy} = \rho_{hx} = \rho_h$ dir. Bu durumda yine ortamda iki adet yönlere bağlı özdirenç değeri vardır. İkinci özdirenç ise düşey yönlü özdirençtir (z) ve EA katsayısı  $f = \sqrt{\frac{\rho_v}{\rho_h}}$  eşitliği ile elde edilebilir. f en küçük 1 değerini alabilir. Bu durumda yatay ( $\rho_h$ ) özdirenç değerinin en büyük değeri düşey özdirenç ( $\rho_v$ ) değeri olacağını gösterir bu nedenle  $\rho_h \le \rho_v$  olmalıdır (Grant ve West, 1965). Genel olarak EA katsayısı 1 ila 3 arasında değişiklik gösterir (Keller ve Frischknecht, 1996).

İki tabakalı izotrop ortamda model tepkisi analitik olarak

$$\rho_{ai} = \rho_{1} \left[ 1 + 2p \sum_{m=1}^{\infty} k^{m} \left( \frac{1}{\left(r_{1}^{2} + 4m^{2}z^{2}\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left(r_{2}^{2} + 4m^{2}z^{2}\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left(r_{3}^{2} + 4m^{2}z^{2}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\left(r_{4}^{2} + 4m^{2}z^{2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right) \right]$$
(4)

eşitliği ile hesaplanabilir (Telford vd., 1996). Eşitlik (4) te  $\rho_1$  birinci tabakanın özdirenci, z birinci tabakanın kalınlığıdır. r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub>, r<sub>3</sub> ve r<sub>4</sub> uzaklıkları Şekil 5 te verilmiştir ve elektrotlar arası uzaklıklardır. Şekil 1 deki kare elektrot dizilimde olduğu gibi C<sub>1</sub> ve C<sub>2</sub> akım elektrotlarının konumunu gösterirken P<sub>1</sub> ve P<sub>2</sub> potansiyel elektrotların konumlarını gösterimektedir. Eşitlik (4) deki k değişkeni  $k = \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_2 + \rho_1)}$  eşitliği ile

hesaplanabilir. Burada  $\rho_2$  ikinci tabakanın özdirencini ifade etmektedir. p değişkeni ise  $p = \left\{ \left[ \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0} \right] - \left[ \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0} \right] \right\}^{-1}$ ile hesaplanabilir.

Ortamın EA, tabakaların ve ölçüm profilinin birbirlerine paralel olduğu kabul edilirse, böyle bir EA ortam için model tepkisi izleyen şekilde hesaplanabilir. Bunun için eşitlik (4) aşağıdaki şekilde EA ortamlar için

$$\rho_{ni} = \rho_{n1} \left[ 1 + 2p \sum_{m=1}^{\infty} k_a^m \left( \frac{1}{\left(r_1^2 + 4m^2 f^2 z^2\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left(r_2^2 + 4m^2 f^2 z^2\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left(r_3^2 + 4m^2 f^2 z^2\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\left(r_4^2 + 4m^2 f^2 z^2\right)^{\frac{1}{2}}} \right) \right]$$
(5)

yazılabilir. Bu eşitlik iki tabakalı ortam için analitik model tepkisidir. Eşitlik (5) tef, EA katsayısı,



**Şekil 5.** Schlumberger elektrot dizilimi ve iki tabakalı yön bağımlı bir model. Schlumberger elektrot dizilimi için akım noktaları C<sub>1</sub> ve C<sub>2</sub> ile potansiyel elektrotları ise sırasıyla P<sub>1</sub> ve P<sub>2</sub> ile gösterilmektedir. ρ<sub>h</sub> yatay özdirenç değerini, ρ<sub>v</sub> düşey yöndeki özdirenç değerlerini ifade etmektedir. Elektrotlar arası uzunluklar r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub>, r<sub>3</sub> ve r<sub>4</sub> ile gösterilmiştir.

 $\rho_n$  düşey özdirenç ile yatay özdirencin geometrik ortalamasıdır. ka izotrop ortamdakine benzer şekilde  $k_a = \frac{(\rho_{n2} - \rho_{n1})}{(\rho_{n2} + \rho_{n1})}$ eşitliği ile hesaplanabilir. Burada her

tabakanın özdirenç değeri yerine her tabakanın düşey özdirenç ve yatay özdirencin geometrik ortalaması kullanılır.

İzotrop ortamda Schlumberger elektrot dizilimi için tabakalı ortamda model cevap,

$$\rho_a(L) = L^2 \int_0^\infty T(\lambda) J_1(\lambda L) \lambda d\lambda$$
(6)

ile hesaplanabilir (Koefoed, 1979). Burada L akım elektrotları arası uzaklığın yarısıdır.  $J_1$  birinci dereceden Bessel fonksiyonudur ve  $T(\lambda)$  dönüşük özdirenç fonksiyonudur. Dönüşük özdirenç

$$T_{i} = \frac{T_{i+1}(\lambda) + \rho_{i} \tanh(\lambda z_{i})}{1 + T_{i+1}(\lambda) \tanh(\lambda z_{i}) / \rho_{i}}$$
(7)  
$$i = n - 1, ..., 1$$

yineleme eşitliği ile hesaplanabilir. Eşitlik (7)'de  $\rho_i$ i'inci tabakanın özdirenci ve  $z_i$  i' inci tabakanın kalınlığıdır ve n tabaka sayısıdır (Koefoed, 1979). Eşitlik (7)'de  $\rho$  yerine  $\rho_n$  ve z yerine fz yazılırsa, EA nin olduğu tabakalı ortamlarda Schlumberger dizilimi için dönüşük özdirenç

$$T_{i} = \frac{T_{i+1}(\lambda) + \rho_{i} \tanh(\lambda f z_{i})}{1 + T_{i+1}(\lambda) \tanh(\lambda f z_{i}) / \rho_{i}}$$
(8)  
$$i = n - 1, ..., 1$$

ile hesaplanabilir. Burada, *i* tabaka indisi, n ise tabaka sayısıdır. Aynı model için, analitik çözüm ile yarı analitik çözüm birbirlerine çok yakındır (Pekşen vd., 2014). Model çalışmalarında yarı analitik çözüm kullanılmıştır. Şekil 6'da üç tabakalı ortamda farklı EA katsayılılarına göre görünür özdirençler gösterilmiştir. Birinci tabakanın kalınlığı 5 m, ikinci tabakanın kalınlığı ise 10 m seçilmiştir. EA katsayısı görünür özdirenç eğrilerini büyük ölçüde etkilediği görülmektedir. Bu nedenle yorumlama yapılırken, EA etkisi göz önünde bulundurulmadır.



Şekil 6. Üç tabakalı anizotropik ortamda üç farklı model eğrisi. Elektriksel anizotropi katsayısı sırasıyla 1, 1.5 ve 2 dir. Düz, noktalı ve artı işaretli üç eğrilerin değişimine neden olan elektriksel anizotropidir.

#### 3. Çok Hızlı Tavlama Benzetimi

Jeofizikte ters cözüm vöntemleri türev tabanlı verel ve global optimizasyon olmak üzere temelde ikiye ayrılabilir. Global optimizasyon yöntemleri (Tavlama Benzetimi (TB), Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO), Genetik Algoritmalar (GA) vb.) farklı jeofizik vöntemlerin cözümünde kullanılmıstır (Örneğin, Basokur vd., 2007; Fernandéz Alverez vd., 2008; Sharma, 2011; Sen ve Stoffa, 2013; Peksen vd., 2014). Global optimizasyon yöntemleri, model parametreleri için rastgele arama yöntemleridir. Modelin hatasını düsüren değerler veni model parametresi olarak kabul edilir ve istatistiksel olarak algoritma model hatasının azaldığı bölgeye yoğunlaşır. TB süreci, yüksek sıcaklıkta başlatılan sistemin çok yavaş bir şekilde soğultulma işlemine dayanır. Eğer sistem çok yavaş şekilde soğutulursa, problem global en küçüğe vaklasır (Yang, 2010). Bu calışmada model parametrelerin belirlenmesi amacıyla her bir rastgele arama icin hata hesaplayan CHTB yöntemi kullanılmıştır. TB yönteminde sıcaklığın çok yavaş düsürülmesi nedeni ile algoritma vavas calışmaktadır. Bu nedenle Ingber (1989) tarafından algoritma ivilestirilerek hızlandırılmıştır. Problem uzavında. CHTB vöntemi ile parametrelerin kestirimi vapılırken Cauchy dağılımı kullanılır. Cauchy dağılımı sıcaklığın daha hızlı düşürülmesine olanak sağlar ve sıcaklık sıfır dereceye daha hızlı ulaşır (Sen ve Stoffa, 2013). Yönetimin akış şeması Şekil 7 de verilmiştir.

ÇHTB yönteminin diğer yöntemlere göre avantajı çözüm olarak kabul edilmeyen değerleri saklamak zorunda olmamasıdır. Bu ise bilgisayar programında belleğin gereksiz yere kullanımını en aza indirir. Modelin bağıl hatası,

$$R E = \frac{\|d - G(m)\|_2}{\|d\|_2}$$
(9)

eşitliği ile hesaplanabilir. Burada d gözlem verisi, m parametre vektörü ve G düz çözüm operatörünü göstermektedir. ÇHTB yönteminde yineleme

$$m_i^{km+1} = m_i^{km} + y_i (m_i^{mak} - m_i^{min})$$
(10)

eşitliği ile hesaplanır. Burada km yineleme sayısını, i inci parametreyi,  $m_i^{km+1}$  bir sonraki yinelemedeki parametrelerin değerlerini,  $m_i^{mak}$  parametrelerin üst sınırını,  $m_i^{min}$  parametrelerin alt sınırlarını göstermektedir. Esitlik (10) da y<sub>i</sub>

$$y_i = \operatorname{sgn}(u_i - 0.5)T_i \left[ \left( 1 + \frac{1}{T_i} \right)^{|2u_i - 1|} - 1 \right]$$
 (11)

ile hesaplanır. Burada sgn -1 ile 1 arasında değişen işaret fonksiyonu, ui ise 0-1 arasında değişen rastgele sayıyı ve  $T_i$  sıcaklığı ifade etmektedir. Sıcaklık kontrolü

$$T_i(km) = T_0 \exp(-c_i km^{1/NM})$$
 (12)

eşitliği ile sağlanır. Burada T<sub>i</sub> hesaplanan sıcaklık, T<sub>0</sub> başlangıç sıcaklığı ve c<sub>i</sub> probleme özel sabiti ifade etmektedir. Burada c<sub>i</sub> =1 olarak alınmıştır. NM ise modeldeki parametre sayısıdır (örneğin dört tabakalı bir EA model için NM=11 dir). Önceden belirlenen parametrelerin alt ve üst sınırları ile birlikte parametrelerin alt ve üst sınırları arasında kalacak şekilde bir başlangıç tahminiyle rastgele aramaya başlanır. Anizotropik ortamda rastgele arama yapılırken yatay özdirenç değerinin en yüksek düşey özdirenç olabileceği (f=1) ve EA katsayısının en yüksek örneğin bu çalışmada 3 olabileceği kontrol edilmelidir. Önceden belirlenen bir yineleme sayısı kadar rastgele aramaya devam edilir.



Şekil 7. Geliştirilen programın akış şeması

ÇHTB ile elde edilen parametrelerin tutarlı olması için, yineleme sayısı (bu yöntem için yaklaşık olarak 100-150) ve her sıcaklıktaki rastgele arama sayısı (bu yöntem için yaklaşık olarak 200-250) yeteri kadar olmalıdır. Yüksek sıcaklıklarda model parametrelerinde, üst sınır ile alt sınır arasında saçılmalar gözlenecektir. Fakat sıcaklık düştükçe algoritma minimuma yaklaşacak ve minimum etrafına odaklanacaktır (Sharma, 2011).

# 4. Sentetik ve Arazi Örnekleri

#### 4.1. Sentetik Örnek

Sentetik örnekte üç tabakalı anizotropik ortam incelenmiştir. Tabakaların düşey özdirençleri ( $\rho_v$ ) sırasıyla 20, 2 ve 40 ohm.m olarak seçilmiştir. Tabakaların yatay özdirençleri ( $\rho_h$ ) ise 10, 1 ve 10 ohm.m olarak seçilmiştir. Bu durumda tabakaların anizotropi katsayıları (f) sırasıyla 1.41, 1.42 ve 2 olur. Şekil 8'de sentetik model ve ÇHTB ile kestirilen model

gösterilmiştir. Ayrıca her yinelemedeki bağıl hata gösterilmistir. Modelin ters cözümü icin vineleme sayısı 120 ve her yinelemedeki rastgele arama sayısı 250 seçilmiştir. Tablo 1'de ikinci sütunda sentetik model parametreleri, üçüncü sütunda ise ÇHTB yöntemi ile kestirilen parametreler verilmiştir. İkinci sütunun son satırında oluşturulan sentetik model ile CHTB ile kestirilen parametrelerden elde edilen bağıl hata verilmistir. Model parametreleri ile kestirilen parametreler incelendiginde birbirlerine cok vakın olduğu görülmektedir. Bağıl hata oldukca düsüktür. CHTB ile kestirilen her bir parametrenin frekans dağılımları ve OYF ları sırasıyla Şekil 9 ve 10 gösterilmistir. Bu model parametrelerinin frekans dağılımları ve OYF ları incelendiğinde saçılma olmadığı görülmektedir. Genel olarak sacılma olmadığı zaman parametrelerin doğru kestirildiği kabul edilir. Ayrıca kestirilen parametrelerin standart sapmaları da oldukça küçüktür. Tablo 1 de kestirilen parametrelerin standart sapmaları en son sütunda verilmistir.



Şekil 8. (a) Sentetik ve kestirilen modelin görünür özdirenç eğrileri. (b) Her yinelemedeki bağıl hata.

Parametreler	Gerçek Değerler	ÇHTB sonucu	Gerçek EA katsayısı	Kestirilen EA Katsayısı	Parametre Değişim Aralığı	Standart Sapma
ρν1	20	18.78	1 / 1	1 2 2	5-30	±2.23
ρhı	10	10.64	1.41	1.33	5-30	±1.94
h₁	5	5.32			3-8	±0.45
$\rho_{v2}$	2	1.96	1.41	1.39	1-10	±0.96
ρ <sub>h2</sub>	1	1.02			1-10	±0.47
h <sub>2</sub>	10	10.17			9-20	±1.26
ρνз	40	40	2	2	10-60	±4.59
ρьз	10	10		2	10-60	±3.64
Bağıl Hata	-	6×10 <sup>-5</sup>			-	-

Tablo 1. Sentetik tabakalı model parametreleri için çok hızlı tavlama benzetimi yöntemi ile kestirilen sonuçlar.



**Şekil 9.** Sentetik modelin her bir parametresinin frekans dağılımları. Sırasıyla tabakaların düşey özdirençleri (a)-(c), yatay özdirençleri (d)-(f) ve tabaka kalınlıkları (g)-(h).



**Şekil 10**. Sentetik modelin her bir parametresinin olasılık yoğunluk fonksiyonu. Sırasıyla tabakaların düşey özdirençleri (a)-(c), yatay özdirençleri (d)-(f) ve tabaka kalınlıkları (g)-(h).

# 4.2. Arazi Verisi

Arazi veri örneğinde, Pekşen vd. (2014) tarafından PSO yöntemi ile çözülen veri ÇHTB yöntemi ile tekrar çözülmüştür. ÇHTB ile elde edilen sonuçlar PSO ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. DES ölçüsü dört tabakalı olarak değerlendirilmiştir. Alınan ölçü ile ÇHTB ile kestirilen ters çözüm sonucu Şekil 11'de gösterilmiştir.

Ortam izotrop olarak kabul edilip DES ölçüsü değerlendirildiğinde tabaka sınırlarında kaymalar

olduğu görülmektedir. Bu nedenle ortamın anizotrop olduğu düşünülmüştür ve ters çözüm için ÇHTB yöntemi kullanılmıştır. Sondaj verilerine göre ilk 5 m ye kadar alüvyon, 5 metreden 150 m ye kadar kilkum karışımı, kiltaşı, marn, kumtaşı ve kiltaşı ardalanmalarından sonra 150. m de kireçtaşı formasyonu kesilmiştir. Sondaj kireçtaşında 210 m ye kadar ilerlemiştir. Anizotrop ve izotrop ortamlarda elde edilen parametreler Tablo 3'de gösterilmiştir. Ayrıca Tablo 3'de Pekşen vd. (2014) nin PSO ile ters çözüm yaptığı parametrelerde verilmiştir. Tablo 2' de yöntemin hesaplama zamanı sentetik model ve arazi verisi için gösterilmektedir.

ÇHTB yöntemi ile elde edilen parametreler incelendiğinde, ikinci ve ücüncü tabakanın özdirenc tabaka kalınlığı ve anizotropi katsayısı büyük oranda örtüşmektedir. Fakat birinci ve dördüncü tabakanın anizotropi katsayısı, PSO ile kestirilen anizotropi katsavısından farklıdır. Anizotropik etki silt marn ardalanmasından olabileceğinden CHTB ile tahmin edilen parametrelerin doğruluğu daha yüksek olabilir. Özellikle son tabakanın derinliği sondaj verileri ile bire bir örtüşmektedir. ÇHTB yöntemi ile elde edilen parametrelerin frekans dağılımları ve OYF ları sırasıyla Şekil 12 ve Şekil 13'de gösterilmektedir. Parametrelerin frekans dağılımlarında sacılma olmadığı görülmektedir (Şekil 12). Parametrelerin OYF larının tepe noktaları ile kestirilen parametreler büyük oranda çakıştığı görülmektedir. Bu ise kestirilen parametrelerin tutarlı olduğunu göstermektedir.

Tablo 2. Sentetik ve arazi verisinin hesaplanma
süreleri



**Şekil 11.** Görünür özdirenç verisi (arazi verisi) ve çok hızlı tavlama benzetimi yöntemi ile kestirilmiş model.

**Tablo 3.** Arazi verisi için çok hızlı tavlama benzetimi ile kestirilen parametre sonuçları ve parçacık sürü optimizasyonu sonuçlarının karşılaştırılması. Koyu rakamlar farklı yöntemlerle kestirilen kireçtaşı ve kiltaşı sınırını göstermektedir.

Parametreler	EA Model (CHTB)	Ortalama Değer	EA Katsayısı	Parametre Değişim	Izotrop Model	EA Model (PSO)	EA Katsayısı
	(})	2 - 8 - 1	(ÇHTB)	Aralıkları		()	(PSO)
$ ho_{v1}$	700	520.25	1.30	100-700	538.40	538.38	1.00
$ ho_{h1}$	414.02	538.35		100-700		538.38	
h1	1.91			1-20	2.48	2.48	
ρ <sub>v2</sub>	15.87	15.01	1.06	1-20	15.02	15.98	1.06
$ ho_{h2}$	14.20			1-20		14.10	
h <sub>2</sub>	14.64			2-60	15.45	14.52	
$\rho_{v3}$	12.83	8.87	1.45	1-50	8.87	14.26	1.61
$ ho_{h3}$	6.13			1-50		5.51	
h <sub>3</sub>	152.2			100-300	220.46	137.17	
ρ <sub>v4</sub>	997.47	992.55	1.01	500-1500	1011.62	1,376.00	1.32
ρ <sub>h4</sub>	987.67			500-1500		790.48	
Bağıl Hata	8.9			-	8.9	1.46	



Şekil 12. Arazi verisinin her bir parametresinin frekans dağılımları. Sırasıyla tabakaların düşey özdirençleri (a)-(d), yatay özdirençleri (e)-(h) ve tabaka kalınlıkları (i)-(k).



Şekil 13. Arazi verisinin her bir parametresinin olasılık yoğunluk fonksiyonu. Sırasıyla tabakaların düşey özdirençleri (a)-(d), yatay özdirençleri (e)-(h) ve tabaka kalınlıkları (i)-(k).

### 5. Sonuç

Bu çalışmada EA ortamlar yatay ve düşey yönde araştırılmıştır. Yatay yönde EA araştırmaları için kare dizilim ile alınan ölçülerin doğrultu ve eğim etkisi incelenmiştir. Kare dizilim ile alınan ölçüler eğer kutupsal koordinatlarda gösterilirse en büyük özdirencin gösterdiği yön doğrultu yönünü gösterdiği sentetik verilerle gösterilmiştir. Burada oluşan çiçek yapısı EA nın varlığını göstermektedir. Kutupsal gösterimde çiçek yapısı yerine çember elde edilirse ortamda yatay yönde EA nın etkili olmadığı söylenebilir.

Bu çalışmada anizotropik ortamda DES verilerinin ters çözümü ÇHTB optimizasyon yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Geliştirilen program ile tabakalı ortamda bir adet sentetik verinin ters çözümü yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar model

parametrelerine çok yakın olduğu görülmüştür. Gelistirilen CHTB kodu ile bir adet arazi verisi kontrol amaclı cözülmüstür. Aynı arazi verisinin daha önce PSO yöntemi ile de ters çözümü yapılmıştır. ÇHTB ile kestirilen parametreler PSO ile kestirilen parametrelere yakın olduğu belirlenmiştir. ÇHTB yöntemi ile elde edilen tabaka kalınlıkları sondaj yakın olduğu görülmüştür. verilerine daha Anizotropik ortamda 1-B DES verilerinin vorumlanmasında CHTB yöntemi kullanılabilir. Sonuc olarak anizotropik ortamda CHTB vöntemi ile 1-B DES verilerin ters çözümü yapılması yorumlayamaya büyük katkı sağlayacaktır.

Düşey yönde EA nın olup olmadığı ancak verilerin izotrop ve anizotrop kabul edilip ters çözüm işleminden sonra birbirleri ile karşılaştırılmaları ile anlaşılabilir. Bir noktadaki DES ölçülerini değerlendirirken ortamı hem izotrop hem de anziotrop kabul edip çözülmelidir. Bu işlemler sonucunda farklı sonuçlar elde edilirse, bu bölgede düşey yönde bir EA olduğu söylenebilir.

# Teşekkür

Görüş ve eleştirileriyle bu çalışmanın gelişmesine katkılar sağlayan anonim iki hakeme teşekkür ederiz.

# Conflict of Interest / Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

No conflict of interest was declared by the authors.

# Kaynaklar

- Alkan, H., Balkaya, Ç., 2018. Parameter estimation by Differential Search Algorithm from horizontal loop electromagnetic (HLEM) data, Journal of Applied Geophysics. 149(2), 77–94.
- Balkaya, Ç., 2013. An implementation of differential evolution algorithm for inversion of geoelectrical data, Journal of Applied Geophysics. 98(11), 160-175.
- Başokur, A., T., 2015. Türev tabanlı parametre kestirim yöntemleri. TMMOB Jeofizik Mühendisleri Odası yayını, Ankara.
- Başokur, A., T., 2010. Düşey elektrik sondajı verilerinin yorumu. TMMOB Jeofizik Mühendisleri Odası yayını, Ankara.
- Başokur, A.,T., Akca, İ., Siyam, N., 2007. Hybrid genetic algorithms in view of the evolution theories with application for the electrical sounding method, Geophysical Prospecting. 55 (3), 393-406.

- Fernandez-Alvarez, J.,P., Fernandez-Martinez, J.,L., Menendez-Perez, C.,O., 2008. Feasibility analysis of the use of binary genetic algorithms as importance samplers application to a 1-D DC resistivity inverse problem. Mathematical Geosciences, 40 (4), 375– 408.
- Fernández Martinez, J.L., Garcia Gonzalo, E., Fernández Álvarez, J.P., Kuzma, H.A., Menéndez Pérez, C.O., 2010. PSO: A powerful algorithm to solve geophysical inverse problems: Application to a 1D-DC resistivity case, Journal of Applied Geophysics. 71(1), 13-25.
- Göktürkler, G., Balkaya, Ç., Ekinci, Y., L., Turan, S., 2016, Uygulamalı jeofizikte metasezgiseller, Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi. 22(6), 563-580.
- Grant, F.S. West, G.F. , 1965. Interpretation theory in applied geophysics. McGraw-Hill, New York.
- Greenhalgh, S., A., Marescot, L., Zhou, B., Greenhalgh, M., Wiese, T., 2009. Electric potential and Frechet derivatives for a uniform anisotropic medium with a tilted axis of symmetry. Pure and Applied Geophysics, 166 (4), 673–699.
- Habberjam, G., M., 1972. The effects of anisotropy on square array resistivity measurements.Geophysical Prospecting, 20 (2), 249–266.
- Habberjam, G., M., 1975. Apparent resistivity, anisotropy and strike measurements. Geophysical Prospecting, 23 (2), 211–247.
- Herwanger, J., V., Pain, C., C., Binley, A., De Olivereira, C., R., E., Wortington, M., H., 2004. Anisotropic resistivity tomography. Geophysical Journal International, 158 (2), 409–425.
- Ingber, L., 1989. Very fast simulated reannealing. Mathematical and Computer Modeling, 12 (8), 967 –993.
- Kara, K., B., Pekşen, E., 2018. Anizotropik ortamda bir boyutlu DC verilerinin VFSA yöntemi ile ters çözümü. 7.Yerelektrik Çalıştayı Bildiri Özler Kitapçığı, 21-23. http://calistay.sdu.edu.tr/yerelektrik2018/img/Y EC7\_bildiri\_ozleri.pdf, 5 Ağustos 2018.
- Keller, G., V., Frischknecht, F., C., 1966. Electrical methods in geophysical prospecting. Permagon, New York.
- Kim, J., Yi, M., Cho, S., Son, J., Song, W., 2006. Anisotropic cross hole resistivity tomography for ground safety analysis of a high-storied building over an abandoned mine. Journal of

Environmental Engineering Geophysics, 11 (4), 225–235.

- Kirkpatrick, S., Gelatt, C., D., Jr., Vecchi, M., P., 1983. Optimization by simulated annealing. Science, 220 (4598), 671–680.
- Koefoed, O., 1979. Geosounding principles resistivity sounding measurements. Elsevier, Amsterdam.
- Lane, J., W., Haeni, F., P., Watson, W., M., 1995. Use of a square-array direct-current resistivity method to detect fractures in crystalline bedrock in New Hampshire. Groundwater, 33 (3), 476–485.
- Li, Y., Spitzer, K., 2005. Finite element resistivity modelling for three-dimensional structures with arbitrary anisotropy. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 150 (1–3), 15–27.
- Loke, M.H., 2018. Tutorial : 2-D and 3-D electrical imaging surveys. https://www.geotomosoft.com/downloads.php, 5 August 2018.
- Maillet, R., 1947. The fundamental equations of electrical prospecting. Geophysics, 12 (4), 529–556.
- Pain, C., Herwanger, J., Saunders, J., Wortington, M., Oliveira, C., 2003. Anisotropic resistivity inversion. Inverse Problems, 19 (5), 1081–1111.
- Pekşen, E., Yas, T., Kıyak, A., 2014. 1-D DC Resistivity modeling and interpretation in anisotropic media using particle swarm optimization. Pure and Applied Geophysics, 171 (9), 2371–2389.
- Pekşen, E.,Yas, T., 2018. Resistivity inversion of transversely isotropic media. Turkish Journal of Earth Sciences, 27 (2) 152–166.
- Pervago, E., Mousatov, A., Shevnin, V., 2006. Analytical solution for the electric potential in arbitrary anisotropic layered media applying the set of Hankel transforms of integer order. Geophysical Prospecting, 54 (5), 651–661.
- Sen, M., Stoffa, P., 2013. Global optimization methods in geophysical inversion. Elsevier, Amsterdam.
- Sharma, S., P., 2011. VFSARES- a very fast simulated annealing Fortran program for interpretation of 1-D DC resistivity sounding data from various electrode arrays. Computer and Geosciences, 42 (C), 177–188.
- Shaw, R., Srivastava, S., 2007, Particle swarm optimization: a new tool to invert geophysical data, Geophysics. 72 (2), F75–F83.

- Taylor, R., W., Fleming, A., H., 1988. Characterizing jointed systems by azimuthal resistivity surveys. Ground Water, 26 (4), 464474.
- Telford, W., M., Geldart, L., P., Sheriff, R.,E., 1990. Applied geophysics. Cambridge University Press, Cambridge.
- Yang, X., S., 2010. Engineering optimization: An introduction with metaheuristic applications. Wiley, New Jersey.
- Yeboah-Forson, A., Whitman, D., 2014. Electrical resistivity characterization of anisotropy in the Biscayne Aquifer. Groundwater, 52 (5), 728–736.
- Yin, C., Wiedelt, P., 1999. Geoelectrical fields in layered earth with arbitrary anisotropy. Geophysics, 64 (2), 426–434.
- Zhou, B., Greenhalgh, M., Greenhalgh, S., A., 2009. 2.5/3-D resistivity modelling in anisotropic media using Gaussian quadrature grids. Geophysical Journal International, 176 (1), 63–80.