

# GELECEK TAHMİNLERİNİN UYGUNLUĞUNUN İZLENMESİNDE KULLANILAN BAZI ÖLÇÜLER

Yrd. Doç. Dr. Fazıl Güler

## 1- GİRİŞ

Geleceğin tahmin edilmesinde basitten karmaşığa çok sayıda yöntem kullanılmaktadır. Tahminin yapılmasında kullanılacak yöntemin seçiminde, gelecekteki değeri tahmin edilecek değişkenin niteliği, tahminde kullanılacak bilgi, tahminin güvenilirlik derecesi, tahminin yıllık, aylık veya haftalık olması, kaç dönem ilerisinin tahmin edileceği gibi çok sayıda kriterin gözönüne alınması gereklidir<sup>1</sup>. Doğal olarak, gelecek tahmin tekniğinin seçiminde ne kadar titiz davranılırsa davranılsın hiçbir zaman kesin tahminler elde etmek mümkün olmayacaktır. Ancak, tahminlerin gerçek değerden fazla uzağa düşmemeleri de başka bir deyişle tahminlerin uygunluğu da gelecek tahmininin ilgi alanlarından birini oluşturur. Dolayısıyla, gelecek tahmini sürecinde tahmin yöntemi seçiminin doğru yapıldığı ve metodun geçmiş dönemleri başarıyla tahmin ettiği varsayımı altında sorun, gelecek tahmininde kullanılan modelin veya metodun geçerliliğini sürdürüp sürdürmediğinin izlenmesi üzerinde yoğunlaşmaktadır.

Gelecek tahminlerinin karar alma sürecinde etkin olarak kullanıldığı durumlarda model veya metodun geçerliliğinin ortadan kalktığı, yani tahminlerin uygun olmadığı hızla tesbit edilmesi daha da önem kazanmaktadır. Bunun için, yapılan tahminlerin gerçek değerleri ortaya çıktığında gerçek değerle tahmin değerleri arasında farkın çok ya da az olduğunu otomatik olarak belirleyen bir “alarm” mekanizmasına gerek duyulur. Gelecek tahmini alanında hata paylarından hareket eden izleme sinyalleri (tracking

\* İ.Ü. İktisat Fakültesi Ekonometri Bölümü Öğretim Üyesi

1 Montgomery, D, C., Johnson, L, A., Gardner, J, S., “Forecasting and Time Series Analysis”, Mc Graw Hill Inc, New York, 1990, s. 14.

signals) en son yapılan tahmin/tahminlerin uygun olup olmadığını belirleyen yöntemlerden birini oluşturmaktadır.

Bu çalışmada, anılan bu ölçülerin bazıları üzerinde durulacak ve uygulamada nasıl kullanıldığı açıklanmaya çalışılacaktır.

## 2. Gelecek Tahminlerinin İzlenmesinde Kullanılan Bazı Ölçütler

Uygulamada elde edilen gelecek tahminlerinin uygunluğunun belirlenmesinde kullanılan en basit metodlardan biri geleceği tahmin ederken son dönemlerdeki mevcut verilerden bir kısmının analiz dışında tutularak modelin belirlenmesi ardından da tahmin edilen modele dayanarak analiz dışında tutulan dönem değerlerinin tahmin edilmesidir. Şayet, test kümesi olarak adlandırılan bu dönem değerleri model tarafından başarıyla tahmin edilmişse, modelin gelecek dönemleri de başarıyla tahmin etmesi beklenecektir. Ancak, gelecek tahmininin yapıldığı orijin dönemine yakın dönemlerde ortaya çıkan ani dalgalanmalar sonucu oluşan yüksek hata payları tahmin modelinin değiştirilip değiştirilmeyeceği konusunda net sonuçlar vermeyeceği için bu şart altında test kümesi de yararlı olmayacaktır<sup>2</sup>. Gerçekten, hata paylarının büyük ya da küçük olması o dönemin mevcut model ile tahmin edilip edilemeyeceğinin göstergesi olamaz<sup>3</sup>.

Dolayısıyla, gelecek tahmin modelinin veya parametre tahmin yönteminin geçerliliğini sürdürüp sürdürmediğinin belirlenmesinde bazı ölçülere gerek duyulur. Bu ölçüler genellikle adaptif kontrol prosedürleri bünyesinde yer almaktadırlar.

Adaptif kontrol prosedürleri trend, mevsimlik etkiler veya yapısal değişiklikler gibi zaman serisinin bünyesinde meydana gelebilecek değişimler nedeniyle modelin geçerliliği azaldığında uygun düzeltici adımların atılmasını sağlayan yöntemler bütünüdür<sup>4</sup>. Adaptif kontrol prosedürlerinin kullanılabilmesi için öncelikle modelin veya model parametrelerinin geçerliliğini yitirdiğinin belirlenmesi gerekir. Bu belirlemenin gerçekleştirilmesinde en çok yararlanılan tekniklerden biri de tracking signals (İzleme sinyalleri)dir.

2 Chen, C., Liu, M, L., "Forecasting Time Series With Outliers", Journal of Forecasting, Vol 12, 1993, s. 13.

3 Lardaro, L., "Applied Econometrics", Harper Collins College Publishers, 1993, s. 336.

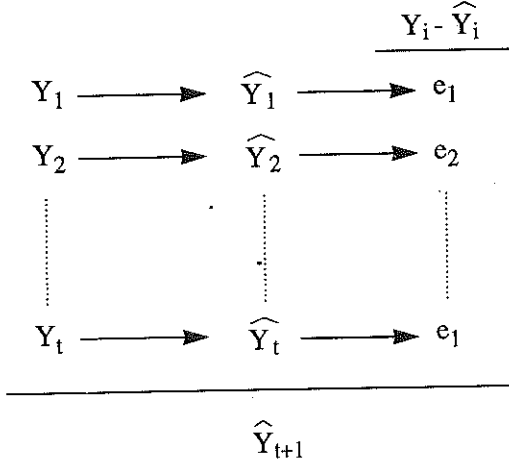
4 Bowerman, B, L., O'connell, R, T., "Time Series Forecasting", Duxbury Press, Boston, 1987, s. 270-271.

İzleme sinyalleri, gelecek tahmin sistemi ile geçmiş dönemlerin tahmini sonucu elde edilen hata paylarının incelenmesine dayanır.

$\hat{Y}_i$  : Tahmin değerleri

$Y_i$  : Gerçek değerleri

$e_i$  : Hata paylarını göstermek üzere;



biçiminde gösterilirse hata payları ( $e_i$ ), gelecek dönemlerdeki tahminlerin uygunluğunu sıyanan bir monitör işlevini yüklenmektedir.

İşte, tahminlerden elde edilen hata paylarının tesadüfi olup olmadığını belirleyen izleme sinyallerinden yararlanılması, modelin tahmini yapılan olayı açıklayıp açıklayamadığını ortaya koyabilecektir<sup>5</sup>. Bu açıdan, izleme sinyalleri adaptif kontrol prosedürlerinin ne zaman devreye girmesi gerektiğinin belirlenmesinde rol oynayan bir alettir. İzleme sinyallerinin gelecek tahmin hatalarını kullanması uygulama açısından da son derece olumludur; Zira, hata paylarını gelecek tahmin sistemine giren yeni bir bilgi olarak yorumlamak mümkündür<sup>6</sup>.

5 Makridakis, S., Wheelwright, S., "Forecasting Methods and Applications", John Wiley and Sons, 1978, s. 77.

6 Granger, C, "Can We Improve The Perceived Quality of Economic Forecasts?", Journal of Applied Econometrics, Vol. 11, 1996, s. 466.

Gelecek tahminlerinin uygunluğunun tesbitinde kullanılan ölçülerin uygulamada iki başlık halinde toplandıklarını görüyoruz<sup>7</sup>.

- 1) Performans Ölçüleri
- 2) Değişkenlik Ölçüleri

Performans ölçüleri hata paylarından elde edildik için tahmin eğiliminin (forecast bias) ölçüsü iken değişkenlik ölçüleri tahmin hatasının standart sapmasından hareket ederek tahmin sistemi uygun tahminler ürettiğinde beklenen değişkenliğin en fazla ne kadar olabileceğini belirleyerek tahmin hatası için bir sınır değer ortaya koyar.

### 2.1. Performans Ölçülerine Dayanarak Gelecek Tahminlerinin İzlenmesi

İnceleyeceğimiz performans ölçülerinden ilki geçmişteki tahmin hatalarının normal dağıldığı varsayımına dayanır:

$$e_t \sim N(0, \sigma_e^2) \quad (1)$$

Eğer, herhangi bir dönemdeki  $e_t$ ,  $0 \pm Z_{\alpha/2}\sigma_e$  sınır değerlerinin dışında ise, yani;

$$|e_t| > Z_{\alpha/2}\sigma_e \quad (2)$$

bu sonuç tahmin sisteminin geçerli tahminler üretmekten uzaklaştığına ilişkin bir alarm (uyarı) olarak değerlendirilir.

Tek tek tahmin hatalarının incelenmesine dayanan bu ölçü tahmin sisteminin toplam performansını ölçmediği için yeterli olmaktan uzaktır. Bununla beraber, özellikle dağılımı fazla olan, başka bir deyişle aşırı dalgalanma gösteren serilerde bu ölçünün doğru sonuçlar verebileceği de ifade edilmektedir<sup>8</sup>.

Toplam tahmin performansının ölçülmesinde kullanılacak ikinci ölçü geçmiş tahminlerin hata paylarının kümülatif toplamıdır.

$$SUM_t = \sum_1^t e_t \quad (3)$$

veya,

<sup>7</sup> Farnum, N, R., Stanton, L, W., "Quantitative Forecasting Methods" PWS-Kent Publishing Company, Boston, 1989, s. 519.

<sup>8</sup> Farnum, N, R., Stanton, L, W., age, s. 519.

$$SUM_t = e_t + SUM_{t-1} \quad (4)$$

Adı geçen ölçüye göre, gelecek tahmin sistemi uygun tahminler ürettiğinde hata paylarının toplamı ( $\sum e_i = 0$ ) olacağı için,  $SUM_t$ 'nin sıfırdan fazla uzakta olmayan değerleri için sistemin kontrolde olduğu söylenebilecektir.

$SUM_t$ 'nin standart sapması  $\sigma_e \sqrt{t}$  olduğundan;

$$|SUM_t| > Z_{\alpha/2} \sigma_e \sqrt{t} \quad (5)$$

veya sabit kontrol sınırları ile çalışılmak istendiğinde;

$$\frac{|SUM_t|}{\sqrt{t}} > Z_{\alpha/2} \sigma_e \quad (6)$$

durumunda sistemin uygun tahminler üretmediği anlaşılır.

Hata paylarının kümülatif toplamına dayanan bu ölçünün dezavantajı cari döneme verilen ağırlığın incelenen dönem sayısının artışı ile azalmasıdır. Bundan ötürü, gelecek tahmini orijinine yakın tahmin hataları birikip uygun tahminler üretilmediği (alarm) sinyali verene kadar gelecek tahmini sistemi kontrolde gözükecek, böylece uzunca bir süre hatalı gelecek tahminleri kullanılacaktır.

Yukarıda üzerinde durulan basit iki ölçünün bu sakıncaları hareketli kümülatif veya hareketli toplam hata ile ortadan kaldırılabilir.

Hareketli toplam hata;

$$MTE_t = \sum_{t-k+1}^t e_t \quad (7)$$

veya;

$$MTE_t = MTE_{t-1} + (e_t - e_{t-k}) \quad (8)$$

olarak yazılabilir. Eğer hata paylarının birbirlerinden bağımsız ve standart sapması  $\sigma_e \sqrt{t}$  olarak normal dağılıma uydıkları varsayılırsa\* kontrol sınırları,

$$|MTE_t| > Z_{\alpha/2} \sigma_e \sqrt{k} \quad (9)$$

\* k, hareketli toplam hatanın hesaplanmasında dönem uzunluğunu gösterir.

şeklindedir.

Ancak, hareketli toplam hatanın hesaplanmasında kaç dönemlik uzunluğun dikkate alınacağıнын belirlenmesi zorluk oluşturmaktadır. Zira, uzun dönemli hareketli toplamlar küçük iniş çıkışlara karşı duyarlı olacaklar, bununla beraber kısa dönemli hesaplanan hareketli toplamlar kadar hızlı tepki veremeyebileceklerdir. Burada üzerinde durulması gereken nokta, hareketli ortalama (veya toplamın) hesaplanmasındaki amaçtır. Şayet, amaç smoothing (düzeltme, yumuşatma) ise uzunluk farklı, tracking (izleme) amacıyla kullanılıyorsa uzunluk farklı seçilmelidir<sup>9</sup>. Öte yandan, hareketli toplam hata hesaplanırken cari ve geçmiş bütün hata paylarına eşit ağırlığın verilmesi de bir başka dezavantajdır.

Hareketli toplam hatanın bu sakıncalarını üstel düzeltilmiş hataları (exponential smoothed errors) kullanarak ortadan kaldırmak mümkündür.

Bilindiği gibi, basit üstel düzeltme yöntemi özellikle trendsiz ve tesadüfi dalgalanmalara sahip serilerde daha uygun sonuçlar vermektedir. Dolayısıyla, herhangi bir gelecek tahmin sisteminin hata paylarının da trendsiz ve tesadüfi dalgalanmalar göstereceği varsayımından hareketle geçmişteki hata paylarına basit üstel düzeltme yöntemi uygulanarak gelecek dönemlerdeki hata payları tahmin edilebilir. Hata paylarına ilişkin tahmin değerleri ile gerçek hata payları karşılaştırılarak da gelecek tahmin sisteminin başarılı tahminler üretip üretmediği izlenir.

Düzeltilme sabiti  $\eta$  ile gösterilirse, hata paylarından hareket eden üstel düzeltme modeli;

$$E_t = \eta e_t + (1 - \eta) E_{t-1} \quad (10)$$

veya,

$$E_t = E_{t-1} + \eta (e_t - E_{t-1}) \quad (11)$$

olarak yazılabilir.

Bu modele göre eski dönemlerdeki hata paylarına az, gelecek tahmini orijinine yakın dönemlerdeki hata paylarına ise fazla ağırlık verilmektedir. Buna göre,  $e_t, e_{t-1}, e_{t-2}, \dots$  için ağırlıklar sırasıyla  $\eta, \eta(1-\eta), \eta(1-\eta)^2, \dots$  şeklindedir.

<sup>9</sup> Bu tartışmalar ve ayrıntı için: Makridakis, S., Wheelwright, S., a.g.e., s. 46-48 ve Farnum, N.R., Stanon, L, W., a.g.e., s. 521.

Düzeltilmiş hata toplam hatanın standart hatası  $\sigma_e \sqrt{\frac{\eta}{2-\eta}}$  kontrol sınırları;

$$|E_t| > Z_{\alpha/2} \sigma_e \sqrt{\frac{\eta}{2-\eta}} \quad (12)$$

olacaktır.

## 2.2. Değişkenlik Ölçülerine Dayanarak Gelecek Tahminlerinin İzlenmesi

Gelecek tahminlerinin uygunluğunun belirlenmesinde değişkenlik ölçülerinden de yararlanılabilir. Değişkenlik ölçüleri, performans ölçülerindeki gibi tek tek hata paylarının değil, hata paylarının toplam değişkenliğinin belirli bir sınır değerinin dışında olup olmadığını araştırır. Tahmin hatalarının değişkenliği;

$$\hat{\sigma}_e = S_e = \sqrt{\frac{\sum e^2}{t}} \quad (13)$$

biçimindedir. Bu ifade,

$$\hat{\sigma}_e = S_e = \sqrt{\frac{SSE_t}{t}} \quad (14)$$

olarak da yazılabilir. Dolayısıyla, değişkenlik ölçüleri gelecek tahmin hatalarının tamamı kullanılarak elde edilmektedir. Ancak, uzun gözlem dönemleriyle çalışıldığında hata paylarının tamamını kullanmak doğru sonuçlar vermeyebilir. Çünkü, gelecek tahmin sistemi ile elde edilen tahminlerde ilk dönemlerden çok son dönemlerdeki tahminlerin uygunluğu önem kazanır. Bu nedenle değişkenlik ölçüsü olarak düzeltilmiş ortalama olarak düzeltilmiş ortalama kareli hatanın (MSE) kare kökünün (RMSE) değişkenlik ölçüsü olarak kullanılması uygun olabilir. Buna göre  $MSE_t$ ,

$$MSE_t = \eta \cdot e_t^2 + (1 - \eta) MSE_{t-1} \quad (15)$$

veya,

$$MSE_t = MSE_{t-1} + \eta (e_t^2 - MSE_{t-1}) \quad (16)$$

10 Granger, C. W., Newbold, P., "Forecasting Economic Time Series", Second Edition, Academic Press Inc., Orlando, 1986, s. 76.

olarak yazılır. Buradan da,

$$\hat{\sigma}_e = \text{RMSE} = \sqrt{\text{MSE}_t} \quad (17)$$

bulunur.

$e$ 'nin tahmininde sık olarak kullanılan ölçülerden biri de düzeltilmiş mutlak hatadır<sup>11</sup>. Düzeltilmiş mutlak hata,

$$\text{MAD}_t = \eta |e_t| + (1 - \eta) \text{MAD}_{t-1} \quad (18)$$

veya

$$\text{MAD}_t = \text{MAD}_{t-1} + \eta (|e_t| - \text{MAD}_{t-1}) \quad (19)$$

olarak yazılabilir. Standart sapma dağılımların büyük çoğunluğu için ortalama mutlak sapmadan 1.25 uzağa düşeceği için kontrol sınırı da,

$$\hat{\sigma}_e = 1.25 \text{MAD}_t \quad (20)$$

formülünden kolayca hesaplanabilir<sup>12</sup>.

Bir değişkenlik ölçüsü olarak MAD, az sayıda verinin sözkonusu olduğu ilk tahmin dönemlerinde ortaya çıkacak hatalara karşı duyarlıdır. Ayrıca, MAD, gelecek tahmin sisteminin uygun tahminler üretmediğini çok hızlı şekilde belirleyen bir ölçüdür.

Daha önce incelenen ve performans ölçüsü olan  $E_t$  ile değişkenlik ölçüsü olan  $\text{MAD}_t$ 'nin birbirleriyle ilişkilendirilmesi mümkündür. Formül (12) ve (20)'den hareketle;

$$|E_t| > 2 \times 1.25 \text{MAD}_t \sqrt{\frac{\eta}{2 - \eta}} \quad (21)$$

11 Mendenhall, W., Reimuth, J., Beaver, R., "Statistics For Management and Economics" Sixth Edition, PWS-Kent Publishing, Boston, 1989, s. 700.

12 Bowerman, B, L., O'connell, R, T., a.g.e., s. 89 ve s. 266., ayrıca karşılaştırmız: Montgomery, D, C., Johnson, L, A., Gardnier, J, S., a.g.e., s. 106 ve Granger, C, W., Newbold, P., a.g.e., s. 176.



ve buradan da,

$$\frac{|E_t|}{MAD_t} > 2.5 \sqrt{\frac{\eta}{2-\eta}} \quad (22)$$

yazılabilir. Bu ifade uygulamada çok kullanılan bir izleme sinyali olan Trigg izleme sinyalidir.

İzleme sinyali olarak kullanılan diğer önemli ölçü de Brown tarafından önerilmiştir<sup>13</sup>. Bu yöntemlerden Trigg tarafından önerilen izleme sinyali yukarıda da ifade edildiği gibi düzeltilmiş hataların düzeltilmiş mutlak hataya oranı ( $E_t/MAD_t$ ) iken Brown'ın önerdiği metod basit kümülatif toplamın düzeltilmiş mutlak hataya ( $SUM_t/MAD_t$ ) oranıdır.

Adıgeçen iki yöntemin izleme sinyali olarak kullanılabilmesi için iki koşul gereklidir. Bu koşullardan birincisi gelecek tahmin sistemi olarak üstel düzeltme modellerinin (basit veya çift/simple veya double) kullanılması; ikincisi ise gelecek tahmininde kullanılan düzeltme sabiti ile izleme sinyalinin hesaplanmasında kullanılan düzeltme sabitinin birbirlerine eşit olmasıdır. Uygulamada, düzeltme sabiti 0.40'ın altında olduğunda elde edilen sonuçların daha güvenli olduğu ifade edilmektedir. Ancak Trigg tarafından önerilen izleme sinyalinin hesaplanmasında düzeltme sabitinin () 0.10 olarak seçilmesi önerilmekte<sup>14</sup>, düzeltme sabiti 0,10'dan büyük seçildiğinde sistemin uygun tahminler üretmekten uzaklaştığının belirlenmesinde Trigg izleme sabitinin doğru sonuçlar vermeyebileceği ifade edilmektedir<sup>15</sup>.

13 Trigg, D.W., "Monitoring a Forecasting System", Operational Research Quarterly Vol: 15, 1964, s. 271-274 ve Brown, R, G., "Statistical Forecasting for Inventory Control", Mc Graw Hill, New York; 1959 zikreden Farnum, N, R., Stanton, L, W., a.g.e., s. 528 vd.

14 Granger, C, W., Newbold, P., a.g.e., s. 177.

15 Farnum, N, R., Stanton, L, W., a.g.e., s. 531.

Bu iki izleme sinyalinin tek veya çift üstel düzeltme (SES veya DES) kullanıldığı durumda  $\alpha = 0.05$  için kontrol sınırları aşağıdaki gibidir:

**TRIGG ve BROWN İzleme Sinyalleri İçin Güven Sınırları ( $\alpha = 0.05$ )**

	SES	DES
Trigg Sinyali $E\sqrt{MAD_t}$	$\pm 1.3\sqrt{\eta}$	$\pm 1.2\sqrt{\eta}$
Brown Sinyali $SUM_t/MAD_t$	$\sigma_{is} \equiv 0.88 \sqrt{\frac{2 - \eta}{1 - (1 - \eta)^{2m}}}$ Kontrol sınırları $\pm 2 \cdot \sigma_{is}$	

Brown'un metoduna göre hesaplanan değer sınır değerlerini aştığında şayet gelecek tahmini sisteminde bir değişiklik yapılmasına gerek duyuluyor ise kümülatif toplam hata ve tahmin dönemi sifra eşitlenir, ancak düzeltilmiş mutlak hata ( $MAD_t$ ) için sıfırlama işlemi yapılmaz. Benzer prosedür Trigg metodu için de geçerlidir. Yani, tahmin sistemi değiştirilmişse düzeltilmiş hata ( $E_t$ ) ve zaman sıfırlanır, fakat düzeltilmiş mutlak hata sıfırlanmaz.

Trigg ve Brown'un geliştirmiş oldukları bu iki izleme sinyalinden Trigg sinyali  $\pm 1$  aralığında değer almaktadır. Ancak, bu avantajına rağmen düzeltilmiş hata kavramına yöneltilen eleştiriler nedeniyle Brown izleme sinyalinin kullanılmasının daha doğru sonuçlar verebileceği ifade edilmektedir<sup>16</sup>.

Buraya kadar incelenen izleme sinyalleri statik bir yapı sergilemektedir. Yani, anılan izleme sinyalleri kullanılarak yalnız sistemin uygun tahminler üretip üretmediği araştırılmaktadır. Ancak, uygulamada gelecek tahmin sistemi uygun tahminler üretmediğinde yalnız bu durumu tesbit etmekle kalmayan, gelecek tahmin sistemine otomatik olarak müdahale ederek gelecek tahmin sistemini düzenleyen yöntemler de kullanılmaktadır.

Bu yöntemlerin temelinde üstel düzeltme modellerinden yararlanılmaktadır. Dolayısıyla, bu yöntemlerde gelecek tahmin sistemine otomatik olarak müdahale edilirken üstel düzeltme sabitinin tahmin sürecinde değiştirilmesi düşüncesinden

<sup>16</sup> Makridakis, S., Wheelwright, S., a.g.e., s. 77, ayrıca Farnum, N, R., Stanton, L, W., a.g.e., s. 541.

hareket edilmektedir. Üstel düzeltme sabitinin değiştirilmesi tam veya yarı otomatik biçimde uygulanabilir. Bu seçim, problemin karmaşıklığına veya tahmini yapan kişinin tercihinine bağlı olarak değişir. Ancak, yarı otomatik müdahalede tahmini yapan kişinin yargıları da metoda dahil edildiği için uygun tahminlere ulaşılması daha kolay olabilmektedir.

Yarı otomatik uyum sağlayan metodlardan özellikle düzenli gidiş sergilerken ani değişkenlik gösteren serilerde yararlanır. Zira, bu tür serilerde tahmin hataları serinin ortalama düzeyindeki değişim nedeniyle artış gösterir. Bu nedenle, izleme sinyali alarm verene kadar küçük düzeltme sabiti kullanılır. İzleme sabiti alarm verdiğinde başka bir deyişle serinin ortalama düzeyi değiştiğinde veya ani bir sıçrama gösterdiğinde cari gözlem değerlerine ağırlık veren daha büyük bir düzeltme sabitiyle gelecek tahminleri elde edilir. Büyük düzeltme sabiti alarm ortaya çıkmaksızın daha önce belirlenen dönemler boyunca kullanılır, ardından tekrar küçük düzeltme sabitine geçilir.

Yukarıda kısaca değinilen metod HI/LO (yüksek/düşük) uyum sistemi olarak adlandırılır<sup>17</sup>.

$\eta$  : düşük düzeltme sabiti

$\eta^*$  : yüksek düzeltme sabiti

$\hat{Y}_t$  : düşük düzeltme sabiti ile elde edilen gelecek tahminleri

$\hat{Y}_t^*$  : yüksek düzeltme sabiti ile elde edilen gelecek tahminleri

$e_t$  : düşük düzeltme sabiti ile elde edilen hata payları

$e_t^*$  : yüksek düzeltme sabiti ile elde edilen hata payları

$$\hat{Y}_{t+1} = \hat{Y}_t + \eta^* e_t^*$$

$$\hat{Y}_{t+1} = \hat{Y}_t + \eta e_t$$

Eğer izleme sinyali sistemin uygunluğunu gösteriyorsa

$$\hat{Y}_{t+1}^*$$

Eğer izleme sinyali sistemin kontrol dışına çıktığını gösteriyorsa

<sup>17</sup> Farnum, N, R., Stanton, L. W., a.g.e., s. 532-533.

Son olarak bu metodun son derece mantıklı gözükken yönlerinin yanında bazı dezavantajları üzerinde durulması yararlı olacaktır. İlkın, izleme sinyali alarm verene kadar yüksek değerli düzeltme sabiti sisteme girmediği için uygun tahminler üretilmesi için zaman gereklidir. İkinci olarak, yüksek değerli düzeltme sabitinden düşük değerli düzeltme sabitine dönüldüğünde son dönem için ortalama tahmin hatasında artış gözlenebilir.

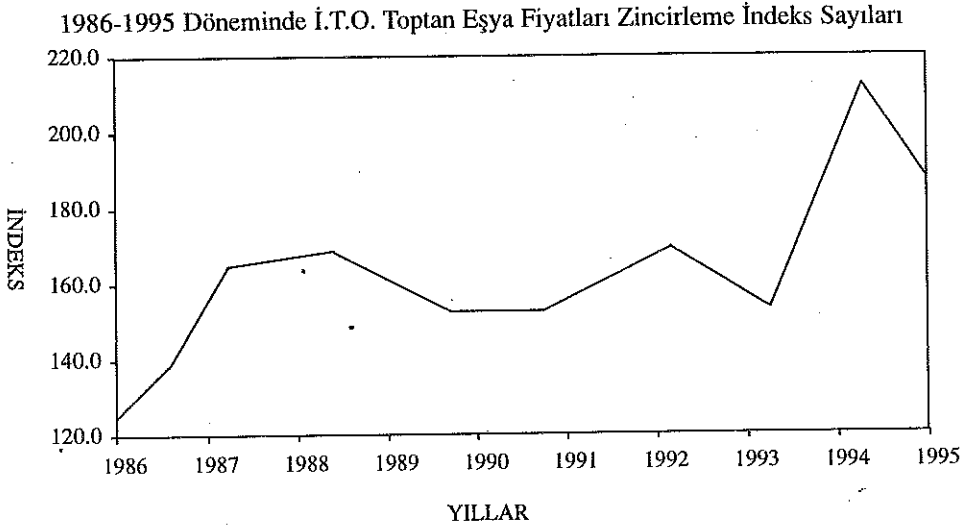
### 3. İzleme Sinyalleri Üzerine Bir Uygulama

Yukarıda incelenen izleme sinyallerinin İstanbul Ticaret Odası tarafından hesaplanan Toptan Eşya Fiyatları Zincirleme İndeksine uygulanmasına çalışılmıştır.

1986-1995 döneminde İ.T.O. Toptan Eşya Fiyatları Zincirleme İndeks Sayıları şu şekildedir:

<u>Yıllar</u>	<u>İ.T.O. TEFİ Zincirleme İndeks Sayıları</u>
1986	127.5
1987	139.3
1988	160.8
1989	165.0
1990	149.6
1991	152.6
1992	167.1
1993	155.2
1994	220.5
1995	188.0

Buna göre 1986-1995 döneminde İTO TEFİ Zincirleme İndeksinin grafiği aşağıdaki gibidir:



Grafik incelendiğinde, serinin trend etkisinde olduğu görülmektedir. Bu nedenle, adı geçen seriye basit üstel düzeltme (simple exponential smoothing (SES)) yerine çift üstel düzeltme (double exponential smoothing (DES)) uygulanmıştır. Düzeltme sabiti ise  $\eta = 0.1$  olarak seçilmiştir.

Buna göre izleme sinyalleri şu şekilde hesaplanmıştır.

Yıllar	$Y_t$	$\hat{Y}_t$ (DES . n = 0.1)	$e_t$	$SUM_t$	$SUM_t / \sqrt{t}$	MTE (k=3)	MTE (k = 4)
1986	127.5	134.46	-6.96	-6.96	-6.96	-	-
1987	139.3	140.06	-0.76	-7.72	-4.45	-	-
1988	160.8	146.83	13.97	6.25	3.61	6.25	-
1989	165.0	156.53	8.46	14.72	7.36	21.68	-14.72
1990	149.6	165.28	-15.68	-0.96	-0.43	6.76	6.00
1991	152.6	169.28	-16.68	-17.64	-7.20	-23.89	-9.92
1992	167.1	172.92	-5.82	-23.46	-8.87	-38.17	-29.72
1993	155.2	178.57	-23.37	-46.84	-16.56	-45.88	-61.56
1994	220.5	180.65	39.84*	-6.99	-2.33	10.65	-6.03
1995	188.0	195.14	-7.14	-14.14	-4.47	9.32	3.50

\* ALARM

$E_t$	$MAD_t$	Brown	Trigg
-0.19	9.17	-0.76	-0.02
-0.87	8.95	-0.86	-0.10
-0.86	8.13	0.77	-0.10
0.63	8.71	1.69	0.07
1.41	8.69	-0.11	0.16
-0.30	9.39	-1.88	-0.03
-1.94	10.12	-2.32	-0.19
-2.33	9.69	-4.83	-0.24
-4.43	11.05	-0.63	-0.40*
-0.00	13.93	-1.01	0.00

#### İzleme Sinyali 1 (Tahmin Hataları):

Kontrol sınırları:  $2\hat{\sigma}_e = 2 \times 18.17 = 36.35$

1994 yılı için alarm

#### İzleme Sinyali 2 (Basit Kümülatif Toplam Hata):

Kontrol sınırları:  $2\hat{\sigma}_e = 2 \times 18.17 = 36.35$

Alarm yok

#### İzleme Sinyali 3 (Hareketli Toplam Hata):

Kontrol sınırları:  $2\hat{\sigma}_e \sqrt{k}$

$k = 3$  için :  $2 \times 18.17 \sqrt{3} = 62.96$

$k = 4$  için :  $2 \times 18.17 \sqrt{4} = 72.7$

Alarm yok

#### İzleme Sinyali 4 (Düzeltilmiş Hata Oranı veya Trigg Metodu):

DES'e göre  $\alpha = 0.05$  için  $\pm 1.2 \sqrt{0.1} = \pm 0.38$

1994 yılı için

**İzleme Sinyali 5 (Basit Kümülatif Toplam Oranı veya Brown Metodu):**

$$\hat{\sigma}_{IS} \cong 0.884 \sqrt{\frac{2 - 0.1}{1 - (1 - 0.1)^4}} = 2.08$$

Kontrol sınırları  $\pm 2 \times 2.08 = \pm 4.16$  olduğundan alarm yok.

**İzleme Sinyali 6 HI/LO Uyum Sistemi ile Gidecek Tahmin Sisteminin Kontrolü**

Yıllar	$Y_t$	$Y_t (\eta = 0.1 \text{ DES})$	$Y_t^* (\eta^* = 0.2 \text{ DES})$
1986	127.5	134.46	134.46
1987	139.3	140.06	138.67
1988	160.8	146.83	145.63
1989	165.0	156.53	158.43
1990	149.6	165.28	168.41
1991	152.6	169.28	168.49
1992	167.1	172.92	168.99
1993	155.2	178.57	174.45
1994	220.5	180.65	172.89
1995	188.0	195.14	197.31
$e_t$	$e_t^*$	$E_t$	TRİGG
-6.96	-6.96	-0.19	-0.02
-0.76	0.63	-0.87	-0.10
13.97	15.17	-0.86	-0.10
8.46	6.56	0.63	0.07
-15.68	-18.80	1.41	0.16
-16.68	-15.89	-0.30	-0.03
-5.82	-1.89	-1.94	-0.19
-23.37	-19.25	-2.33	-0.24
39.84	47.61	-4.43	-0.40*
-7.14	-9.31	0.00	0.00

\* ALARM

Bu metoda göre, 1994 yılında sistem uygun tahminler üretmediği için  $\eta = 0.1$  yerine  $\eta^* = 0.2$  düzeltme sabiti kullanılarak 1995 yılı tahminini üretmek gerekir.

$$Y_{1995}^* (= 0.2, \text{DES}) = 197,3092$$

$$E_{1995} = 0.1 \times (-9.31) + 0.8 \times 0 = -1.862$$

$$\text{MAD}_{1995} = 0.2 \times |-9.31| + 0.8 (11.5) = 11.062$$

$$\text{TRIGG}_{1995} = \frac{-1.862}{11.062} = -0.17$$

olduğundan  $\eta^* = 0.2$  (DES) için sistemin uygun gelecek tahminleri ürettiği söylenebilir.

### KAYNAKLAR

1. Bowerman, B, L., O'Connell, R.T., "Time Series Forecasting", Duxbury Press, Boston, 1987.
2. Brown, R.G., "Statistical Forecasting For Inventory Control", Mc Graw Hill, New York, 1959.
3. Chen, C., Liu, M, L., "Forecasting Time Series With Outliers", Journal of Forecasting, Vol 12, 1993.
4. Farnum, N, R., Stanton, L, W., "Quantitative Forecasting Methods", PWS-Kent Publishing Company, Boston, 1989.
5. Granger, C., "Can We Improve The Perceived Quality of Economic Forecasts?", Journal of Applied Econometrics, Vol 11, 1996.
6. Granger, C, W., Newbold, P., "Forecasting Economic Time Series" Second Edition, Academic Press Inc, Orlando, 1986.
7. Lardaro, L., "Applied Econometrics", Harper Collins College Publishers, 1993.
8. Makridakis, S., Wheelwright, S., Mc Gee, V.G., "Forecasting Methods and Applications" Second Edition, John Wiley, New York, 1983.
9. Mendenhall, W., Reinmuth, J., Beaver, R., "Statistics For Management and Economics" Sixth Edition, PWS-Kent Publishing, Boston, 1989.



10. Montgomery, D. C., Johnson, L.A., Gardnier, J.S., "Forecasting and Time Series Analysis", Mc Graw Hill, New York, 1990.

11. Trigg, D.W., "Monitoring a Forecasting System", Operational Research Quarterly Vol 15, 1964.