Gelir Elâstikliklerinden Fiyat Elâstikliklerine

Dr. Erdoğan Alkin

Çok kesimli bir büyüme modelinin talep bünyesini açıklamak için bütün talep fonksiyonlarının toplam yoğaltım harcamalarına ve fiyatlara göre kısmî türevlerini veya kısmî elâstikliklerini bilmek gerekir. Toplam yoğaltım harcamalarındaki ve malların kendi fiyatlarındaki değişikliklerin etkilerini hesaplama imkânları varsa da çapraz ilgileri bulup çıkarabilmek hemen hemen imkânsızdır. Aşağıda esasları açıklanacak metod, kesim talep fonksiyonlarının gelire veya toplam yoğaltım harcamalarına göre kısmî türevleri ve tek bir fonksiyonun kendi fiyatına göre kısmî türevi biliniyorsa diğer bütün doğrudan ve çaprak kısmî türevlerin veya elâstikliklerin hesaplanma imkânını vermektedir.

Ragnar Frisch tarafından formüle edilen [1] bu metodu gerçek bir kesim modeline ilk uygulayan Leif Johansen olmuştur [2]. Sonraları Hollanda Merkezî Plânlama Bürosu da aynı metodla hesaplamalara girişmiştir [3].

Uygulama alanında çıkan güçlük kesim modellerindeki fiyatların satıcı fiyatları (ticaret hizmetlerini kapsamayan fiyatlar), yoğaltıcının tercihlerini etkileyen fiyatların ise alıcı fiyatları (ticaret hizmetlerini de kapsayan fiyatlar) olmasıdır. Gerçi ticaret hizmetleri modelde ayrı bir kesim olarak ele alındığından bu kesimin de talep fonksiyonunun gelir ve fiyat elâstiklikleri ayrıca hesaplanarak bir çözüm yoluna varılabilir. Fakat ticaret hizmet-

---

1) R. Frisch — From national accounts to macro-economic decision models (Income and Wealth Series, cilt IV, 1955 içinde)

— A complete scheme for computing all direct and cross demand elasticities in a model with many sectors; Econometrica, 1959.

2) L. Johansen — A Multi-Sectoral Study of Economic Growth. Amsterdam 1960.

3) H. den Hartog — Uitgaven-en prijselasticiteiten par bedrijfsklasse, 1962 (teksir edilmiş seminer).

lerinin yoğaltıcı bakımından diğer mallara yapılan harcamalara çok sıkı bağlı bulunması ve yoğaltıcının tercihler dizisinde bağımsız bir fonksiyonu olmaması bu hesaplamaları gerçeklerden uzaklaştırabilir. Bu bakımdan önce alıcı fiyatları ile çalışıp elde edilen sonuçları satıcı fiyatları bakımından değerlendirmek gerçeğe daha uygun olacaktır.

Metodun varsayımı «bağımsız faydalar», belirli malların $C_1, C_2, \ldots$ yoğaltımlarının girdiği $U(C_1, C_2, \ldots)$ fayda fonksiyonu

$$U(C_1, C_2, \ldots) = U_1(C_1) + U_2(C_2) + \ldots \qquad (1)$$

şeklinde yazılarak belirtilebilir.

Ticaret hizmetlerinin ayrı bir mal olarak nazara alınmayıp diğer malların yoğaltımı içinde erimiş halde bulunduğu bir durumda

v : başlangıç yılındaki yoğaltıcı sayısı,

C_i : i sayılı malın v yoğaltıcı tarafından yoğaltılan miktarının sabit alıcı fiyatları ile değeri,

P_i : i sayısı malın (başlangıç yılı fiyatlarına göre) fiyatı,

C : v yoğaltıcının toplam yoğaltım harcamaları,

m : ticaret hizmetlerinin kesim (mal) sayısı

ise

$$C = \sum_{i \neq m}^{n} P_i C_i \qquad (2)$$

yazılabilir.

Aynı şekilde fayda fonksiyonu da

$$U = \sum_{i \neq m}^{n} U_i(C_i) \qquad (3)$$

dir.

Fayda fonksiyonunun birinci ve ikinci türevleri [4] :

$$\frac{\delta U}{\delta C_i} = \frac{dU_i}{dC_i} = U_i'(C_i) \quad , \tag{4}$$

$$\frac{\delta U}{\delta C_i^2} = \frac{d^2U_i}{dC_i^2} = U_i''(C_i) \quad . \tag{5}$$

Toplam yoğaltım fonksiyonu dikkate alınarak fayda maksimizasyonu

$$U_i'(C_i) - \lambda P_i = 0 \tag{6}$$

şeklinde yazılabilir. C_i ve λ fiyatların ve toplam harcamaların fonksiyonu olarak tanımlanabilir :

$$C_i = c_i(P_i, C) \quad , \tag{7}$$

$$\lambda = \lambda(P_i, C) \quad . \tag{8}$$

Metodun amacı C_i talep fonksiyonlarının fiyatlara ve toplam yoğaltım harcamalarına göre

$$c_{ij} = \frac{\partial c_i}{\partial P_j} \quad \text{ve} \quad \gamma_i = \frac{\partial c_i}{\partial C} \tag{9}$$

türevlerini bulmaktır.

(2) nci ve (6) ncı denklemlerin fiyatlara göre kısmî türevleri alınarak

$$\sum_{n \neq m}^{n} c_{ij} + C_j = 0 \tag{10}$$

ve

$$U''(C_i)\, c_{ij} - \lambda\, a_{ij} - \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} = 0 \tag{11}$$

yazılabilir [5],

4) 1 sayılı «bağımsız faydalar» denklemi gereğince.

5) (11) inci denkleme aşağıdaki yoldan varılabilir :

$$\frac{\partial}{\partial P_j}\left[U'(C_i) - \lambda P_i\right] = \frac{\partial U'_i(C_i)}{\partial P_j} - \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} P_i - \frac{\partial P_i}{\partial P_j} \lambda$$

$c_{ij} = \partial c_i / \partial P_j$ den $\partial P_j = \partial c_i / c_{ij}$ yazılabilir. Fiyatlar devre başındaki fi-

Yine (2) nci ve (6) ncı denklemlerin toplam harcamalara göre türevleri alındığında

$$\sum_{i \neq m}^{n} \gamma_i = 1 \tag{12}$$

ve

$$U''(C_i)\gamma_i - \frac{\partial \lambda}{\partial C} = 0 \tag{13}$$

bulunur [6].

Fayda fonksiyonu ölçü mikyası öyle seçilmiş olsun ki

$$\sum_{i \neq m}^{n} \frac{1}{U''(C_i)} = -1 \tag{14}$$

yazılabilsin.

---

yatlara eşit olduğundan ve başlangıç fiyatları da 1 e eşit bulunduğundan $P_i = 1$ dir. $(\partial P_i / \partial P_j)\lambda$ ifadesinde $i=j$ ise $\partial P_i / \partial P_j = 1$, $i \neq j$ ise $\partial P_i / \partial P_j = 0$ yazılabilir. $\partial P_i / \partial P_j$ ye de kısaca a_{ij} denildiğinde (6) cı denklemin fiyatlara göre kısmî türevi

$$\frac{\partial U_i'(C_i)}{\partial c_i / c_{ij}} - \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} - a_{ij}\lambda \quad \text{veya} \quad \frac{\partial U_i'(C_i)}{\partial c_i} c_{ij} - \frac{\partial \lambda}{\partial P_i} - a_{ij}\lambda$$

olarak bulunur. (7) nci denklemden $\partial c_i = \partial C_i$ olduğundan

$$\frac{\partial U_i'(C_i)}{\partial c_i} c_{ij} - \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} - a_{ij}\lambda = U_i''(C_i)\, c_{ij} - a_{ij}\lambda - \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} = 0 .$$

6) (13) üncü denkleme aşağıdaki yoldan varılabilir :

$$\frac{\partial}{\partial C}\left[U'(C_i) - \lambda P_i\right] = \frac{\partial U'(C_i)}{\partial C} - \lambda \frac{\partial P_i}{\partial C} - \frac{\partial \lambda}{\partial C} P_i = 0$$

türev ifadelerinde yine $P_i = 1$, $\partial P_i / \partial C = 0$ ve $\gamma_i = \partial c_i / \partial C$ den $\partial C = \partial c_i / \gamma_i$ olduğundan

$$\frac{\partial U_i'(C_i)}{\partial C_i / \gamma_i} - \frac{\partial \lambda}{\partial C} = 0$$ ve (7) nci denklemden $\partial c_i = \partial C_i$ bulunduğundan

$$U''(C_i)\gamma_i - \frac{\partial \lambda}{\partial C} = 0$$ yazılabilir.

Denklem (13) den

$$\gamma_i = \frac{\partial \lambda}{\partial C} \frac{1}{U''(C_i)} \tag{15}$$

yazıp

$$\sum_{i \neq m}^{n} \gamma_i = \frac{\partial \lambda}{\partial C} \sum_{i \neq m}^{n} \frac{1}{U''(C_i)} \tag{16}$$

sonucuna vararak bu ifadede (14) üncü ve (12) nci denklemler yerlerine konduğunda

$$\frac{\partial \lambda}{\partial C} = -1 \tag{17}$$

elde edilir. Denklem (17), denklem (13) de yerine konduğunda

$$\gamma_i = - \frac{1}{U''(C_i)} \tag{18}$$

sonucuna varılır.

(18) inci denklem de (11) e uygulandığında

$$c_{ij} = - \gamma_i \left(\lambda a_{ij} + \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} \right) \tag{19}$$

yazılabilir. Bu ifade i üzerinden toplanınca

$$\sum_{i \neq m}^{n} c_{ij} = - \lambda \sum_{i \neq m}^{n} (\gamma_i a_{ij}) - \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} \sum_{i \neq m}^{n} \gamma_i \tag{20}$$

elde edilir. Bu eşitlikde

denklem(10) dan

$$\sum_{i \neq m}^{n} c_{ij} = - C_j \quad ,$$

denklem (12) den

$$\sum_{i \neq m}^{n} \gamma_i = 1$$

ve i = j halinde

$$\sum_{i \neq m}^{n} \gamma_i a_{ij} = \sum_{i \neq m}^{n} \gamma_j a_{jj} = \gamma_j$$

yerlerine konursa [7]

$$-C_j = \lambda \gamma_j - \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} \qquad (21)$$

ve bundan da

$$\frac{\partial \lambda}{\partial P_j} = C_j - \lambda \gamma_j \qquad (22)$$

elde edilir. Bu sonuç da (19) uncu denklemde yerine konduğunda

$$c_{ij} = -\gamma_i \left[C_j + \lambda (a_{ij} - \gamma_j) \right] \qquad (23)$$

sonucuna varılır.

Son denklemde fiyatlara göre bütün kısmî türevler (c_{ij}), toplam harcamalara göre kısmî türevler (γ_j), temel yılda istihlâk edilen miktarlar (C_j) ve paranın marjinal faydası (λ) cinsinden ifade edilmektedir.

Eğer herhangi bir talep fonksiyonunun kendi fiyatına göre kısmî türevi biliniyorsa (23) üncü denklemden λ için

$$\lambda = -\frac{c_{ii} + \gamma_i C_i}{\gamma_i (1 - \gamma_i)} = -\frac{(c_{ii}/C_i + \gamma_i) C_i}{\gamma_i (1 - \gamma_i)} \qquad (24)$$

---

7) $i \neq j$ halinde $a_{ij} = 0$ olduğundan zaten ifade sıfırdır. O halde ancak $i = j$ halinde $a_{jj} = 1$ ve böylece $\lambda_j a_{jj} = \lambda_j$ dir.

eşitliği yazılabilir. İkinci ifadedeki c_{ii} /C_i terimi bahis konusu malın kendi fiyatına göre talep elâstikliğidir.

* * *

Diğer doğrudan ve çapraz kısmî türevleri ve elâstiklikleri bulmak için şu yol takibedilir :

a) Başlangıçtaki yoğaltım harcamaları (C_i) bulunur;

b) Bütçe anketlerinden gelir elâstiklikleri hesaplanır (γ_i);

c) Doğrudan fiyat elâstikliklerinden veya doğrudan türevlerden hiç olmazsa biri bilinmelidir;

d) Önce (24) üncü denklemden λ nın değeri bulunur;

e) Bu λ değeri (23) üncü denklemde yerine konup bütün c_{ij} ler hesaplanır;

f) Sonuçları kontrol için de (10) uncu denklem kullanılır;

g) Eğer iki tane doğrudan türev veya elâstiklik biliniyorsa her ikisi için de birer kere λ hesaplanır; hesaplanan değerler arasındaki fark önemli ise

— ya γ_i C_i ve c_{ii} lerin değerleri yanlış hesaplanmıştır,

— ya da formülün gerisindeki varsayımlar, özellikle «bağımsız faydalar» varsayımı gerçek duruma uymamaktadır.

Yukardaki sonuçların satıcı fiyatları bakımından değerlendirilmesi ve metodun uygulanmasındaki diğer bazı noktalar ayrı bir yazı konusu olacaktır.