

İLKÖĞRETİM MATEMATİK 3.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TANIM, AKSİYOM VE TEOREM KAVRAMLARINI ANLAMA DÜZEYLERİ

Arif DANE

Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Erzincan.

Özet

Bu çalışmanın amacı, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı üçüncü sınıf öğrencilerinin tanım, aksiyom, önerme, özellik, teorem, ispat ve bunlarla ilgili bazı kavramları anlama düzeylerini tespit etmektir. Bu amaçla bir matematik kavram testi geliştirildi ($\alpha=0,60$) ve Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı üçüncü sınıf öğrencilerine (uygulandı) uygulanmıştır. Uygulanan test sonucunda, öğrencilerin tanım, aksiyom, teorem ve bunlarla ilgili bazı kavramlarda oldukça eksik oldukları ve bu kavramlara ilişkin kavram yanlışlarının çokluğu dikkate değerdir. İlköğretim (ikinci kademe) ikinci basamak(ta) ve orta öğretim seviyesinde görev yapan öğretmenler, temel matematik kavramları olan tanım, aksiyom, önerme, özellik, teorem, ispat ve bunlarla ilgili bazı kavramları öğretirken, öğrencilerin bu kavramlarla ilgili kavram yanlışlarına sahip olabileceklerinin farkında olmalıdırlar. (Bu araştırma) Çalışma sonunda, öğretmen adaylarına yukarıda bahsedilen kavramların öğretimiyle ilgili bazı önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar kelimeler: Anlama düzeyi, kavram yanlışlığı, tanım, aksiyom, teorem.

THE THIRD GRADE MATHEMATICS ELEMENTARY STUDENT TEACHERS' UNDERSTANDING LEVELS OF DEFINITION, AXIOM, AND THEOREM

Abstract

The aim of this study is to investigate senior elementary mathematics student teachers' understanding levels of definition, axiom, proposition, property, theorem, and other concepts related to these essential concepts. For this purpose, mathematics conceptions test was developed ($\alpha=0,60$) and administrated to the senior elementary students at Mathematics Education program at Erzincan University School of Education. As a result, it was found that students have inadequate knowledgeable on these above mentioned concepts and have many misconceptions. When middle and secondary school teachers teach fundamental mathematics concepts which are definition, axiom, proposition, property, theorem, and proof and some concepts related to all these should awareness that students may have misconceptions regarding all these concepts. At the end of the study, it was proposed to the pre-service teacher regarding teaching of the above-mentioned concepts.

Key Words: Understanding level, misconception, definition, axiom and theorem.

1. Giriş

Kavramla ilgili olarak şu ifadeleri göz önünde bulundurmak gerekir : “Eğitim ve öğretim çoğu zaman kavramlarla ilgilidir “(1). “Kavram, benzer özelliklere sahip varlık, düşünce ve olay gruplarına verilen isimdir” (2). “Kavram öğrenme ise, uyarınları belli kategorilere ayırarak, zihinde bilgiler oluşturmaktır”(3). Kavram öğretimi ve öğreniminin, eğitim açısından önemi yadırganamaz bir gerçektir. “Eğitim içinde öğretimin ve öğrenimin, öğretim içinde de kavram öğretiminin yerini belirleyerek bu gerçeklik daha kolay anlaşılabilir” (4). Eğitimin birçok tanımının yapılmasına rağmen en çok tercih edilen ve kullanılan tanımı; “bireyin davranışında, kendi yaşantısı yoluyla ve kasıtlı olarak istenilen yönde değişmeler meydana getirme sürecidir.” şeklindedir (5). Öğrencinin kavram öğrenmesinde ve kavram öğrenme becerisini geliştirmesinde güçlük yaratacak etkenleri Ülgen şu şekilde belirlemiştir; i) öğrenilecek kavramla ilgili ön bilgilerin yetersizliği, ya da yanlışlığı, ii) kavram kargaşası ve iii) öğretim ortamının yetersizliği(1).

Bir kavramın niteliklerini eksiksiz olarak belirten veya açıklayan ifadeye tanım denir. Matematikte tanımlanan ilk terim yoktur. Çoğu zaman yeni bir terimin tanımını daha önce tanımlanmış terimlerle yaparız. O halde bazı terimleri (terimler) tanımsız olarak kabul edilir. Tanımlanmamış üç temel terimimiz nokta, doğru ve düzlemdir. Örneğin çember kavramını tanımlarken (yok) nokta, uzaklık, doğru parçası, eşit, düzlemsel, noktalar kümesi ve geometrik yer vb gibi kavramlar yardımı ile tanımlıyoruz. Ama burada çemberi tanımlamak için içerisinde geçen tüm kavramların biliniyor (bilindiğini) kabul etmek zorunluluğu vardır. Matematikte geçen önermeleri (önermelerin), tanım da (tanımda) olduğu gibi tümünü ispat edemeyiz. İspatlanamayan ama doğruluğu kabul edilen önermelere aksiyom (*aksiyom*) denir ve bunlar da sınırlı sayıdadır. İspatlanan ilk teorem olmadığından, ilk teoremin ispatı bu aksiyomlara dayanarak yapılır. Yani, ispat zinciri sonludur ve en son aksiyoma veya tanıma dayandırılır. Bu şekilde matematiğin tüm konuları hakkında sağlam ve düzenli bir bilgi ağı kurulmuş olur.

Matematikçiler, incelemek istedikleri her şeyi önce tanımlarlar. (sonra) Kabul ettikleri tanımı da esas alarak hükümler çıkarırlar. Bu hükümlerin de başında aksiyomlar sistemi gelir. Aksiyomlar sisteminin doğruluğu ispatlanmaz, yalnızca hayatta olan izlenimler neticesinde onların gerçek olması şüphe doğurmaz. Bundan sonra ise teoremler, formüller gelir. Bu teorem ve formüller kabul edilmiş tanım ve aksiyomlara dayanarak kesin bir şekilde ispatlanır. Matematik eğitiminde bu mantık esas alınmalı, bu sıra ile eğitim yapılmalıdır(6).

Amaç

Bu çalışmada İlköğretim (B)bölümü Matematik (P)programı üçüncü sınıf öğrencilerinin tanım, önerme, aksiyom, teorem, hipotez, özellik vb kavramlarıyla ilgili kavram yanlışlıklarının araştırılması ve kavrama düzeylerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu kavramlar aynı zamanda (m)Matematiğin temelini oluşturduğu ve öğrencilerin günlük hayatta sıkça karşılaştıkları kavramlar olmaları (olduğundan) bu kavramları seçmemizde etkili olmuştur. Çünkü yapılan tanımlar ve ispatsız kabul edilen aksiyomlar üzerine bina edilen hipotezler ispatlanır.

Yöntem

Evren ve Örneklem

Bu çalışmanın evrenini Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim gören öğrenciler oluşturmaktadır. Örneklemine ise rastgele olarak seçilmiş 26'si erkek(E) ve 25'i kız(K) aynı programa devam eden üçüncü sınıf öğrencileri olmak üzere toplam 51 öğrenci oluşturmaktadır. (Örneklemine aynı programa devam eden üçüncü sınıf öğrencileri arasından rastgele seçilmiş 26'si erkek(E) ve 25'i kız(K) olmak üzere toplam 51 öğrenci oluşturmaktadır)

Veri toplama aracı

Veri toplama aracı olarak toplam 10 sorudan oluşan bir Matematik Kavram Testi(MKT) kullanılmıştır. MKT de tanım, aksiyom, özellik, teorem, önerme, ispat ve bunlarla ilgili bazı kavramların öğrenilme düzeyleri ve kavram yanlışlarının test edilmesi amaçlanmıştır. MKT'nin geçerlik testi bölümdeki uzman görüşü alınarak onaylanmış ve güvenilirlik testi yapılmıştır($\alpha=0,60$, $p<0,05$).

Veri Analizi

Ankette yer alan sorulara verilen cevaplardan elde edilen sonuçlar ayrı ayrı incelenmiştir. Öğrencilerin cevaplarına göre anlama seviyeleri 5 kategoriye ayrılmıştır. Anlama seviyelerini gösteren kategoriler aşağıda ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Her soru için verilen cevaplar uygun kategorilere yerleştirilmiş; sonuçlar frekans dağılım tablosunda toplanmıştır.

1. *Hiç yanıt vermeyenler*: Boş bırakma, bilmiyorum ya da unuttum şeklinde verilen yanıtlar bu kategoride toplanmıştır.
2. *Anlamama*: İlgisiz, açık olmayan yanıtlar ya da soruyu aynen tekrarlayanlar bu kategoride toplanmıştır.
3. *Sınırlı anlama*: Geçerli olan bilimsel yanıtın sadece bir yönünü içeren bütün yönlerini içermeyen yanıt verenler bu kategoride toplanmıştır.
4. *Yanlış yanıtlama*: Genellikle bilimsel gerçeklere uymayan ve çok değişik cevapları içeren yani her öğrencinin kendisine göre değişen yanıtları bu kategoride toplanmıştır.
5. *Doğru yanıtlayanlar*: Soru ile ilgili yanıtı bilimsel yönü ile örtüşen yanıtlar bu kategoride toplanmıştır.

Testin değerlendirilmesinde betimlemeli analiz uygulanmıştır. Ayrıca, öğrencilerin bilimsel olmayan cevapları, kavram yanlışları olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin araştırılan kavramlarla ilgili olarak alternatif kavramlar ürettikleri veya ilişkilendirdikleri ve ilişkilendirdikleri durumların kavram yanlışlığı olarak değerlendirilmesi esas alınmıştır (7).

Bulgular

Öğrencilerin ankette sorulan her bir soruya ilişkin cevapları ve bunlarla ilgili elde edilen örnekler aşağıda yer almaktadır.

Tablo 1. “Tanım denilince aklınıza ne geliyor?” Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği yanıtların cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru yanıtlayanlar	12	9	23	17	40
Sınırlı anlama	7	10	14	20	34
Anlamama	7	5	14	10	24
Yanlış yanıtlayanlar	0	1	0	2	2
Hiç yanıt vermeyenler	0	0	0	0	0
Toplam	26	25	51	49	100

Tablo 1’de görüldüğü gibi öğrencilerin tanım kavramını yaklaşık olarak (%40) oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak tanımı, “bir kavramın niteliklerini eksiksiz olarak belirten veya açıklayan cümleye veya ifadeye tanım denir” olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin tanım kavramını (%34)’ü sınırlı anlamış, (%24)’ü anlamamış, (%2)’si yanlış yanıtlamıştır. Bu soruyu cevaplandırmayan öğrenci yoktur.

“Tanım denince aklınıza ne geliyor?” Sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 1’deki kategorilere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin sınırlı anlamamanın gerçekleştiği “Tanım, kavramların sözel veya sayısal olarak ifade edilmesidir. Bu ifade edilmiş şekil(yani tanımı) birçok kişi tarafından kabul edilmiş olmalıdır.” cevabında öğrenci tanımı kavramların sözel veya sayısal olarak ifade edildiğini doğru algılamış ki bu bir sınırlı anlamadır. Ancak, tanım bir kavramın niteliklerini eksiksiz olarak belirten ifade genel olarak sözeldir ve bu ifadenin birçok kişi tarafından değil de herkes tarafından kabul edilmesi gerekir. Anlamamanın gerçekleştiği “Tanım denilince aklıma tanımak fiili geliyor. Yani tanımdan tanım oluşturulmuş.” cümlesiyle öğrenci tanım kavramına tanımak fiilinden oluştuğunu iddia etmiştir.

Tablo 1’de görüldüğü gibi öğrencilerin tanımla ilgili alternatif kavramlara sahip oldukları(tanımdan tanım oluşturulmuş) ve bu nedenle pek çok kavram yanılgısına sahip oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 2. “Aksiyyom denilince aklınıza ne geliyor?” Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği yanıtların cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru yanıtlayanlar	5	1	10	2	12
Sınırlı anlama	6	7	12	14	26
Anlamama	3	4	6	8	14
Yanlış yanıtlayanlar	12	11	23	22	45
Hiç yanıt vermeyenler	0	2	0	3	3
Toplam	26	25	51	49	100

Tablo 2’de görüldüğü gibi öğrencilerin aksiyom kavramını yaklaşık olarak (%12) oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak “aksiyom, ispatlanamayan ama doğruluğu kabul edilen önermelerdir” olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin aksiyom kavramını (%26)’sı sınırlı anlamış, (%14)’ü anlamamış, (%45)’i yanlış yanıtlamış ki bu büyük bir oran ve (%3)’ü de hiç yanıt vermemiştir.

“Aksiyom denince aklınıza ne geliyor?” Sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 2’deki kategorilere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin sınırlı anlamının gerçekleştiği “Tanımlanmış ifadelerin teoreme dönüştürülmemiş haline aksiyom denir.” cevabında öğrenci aksiyom kavramının tanımlanmış bir ifade olduğunu doğru algılamış ki bu bir sınırlı anlamadır ancak teoreme dönüştürülemediği halinin aksiyom olarak görmesi bir kavram yanılgısıdır. Anlamamanın gerçekleştiği “Bir kuralın hiç düşünülmeden kabul edilmesine aksiyom denir. Örneğin rakamlar, toplama, çıkarma işlemleri gibi.” cümlesiyle öğrenci aksiyomu bir kuralın hiç düşünülmeden kabul edilmesi olarak görmesi ve rakamlara ve dört işleme benzetmesi anlamadığını gösterir ki böyle düşünmesi bir kavram yanılgısıdır.

Tablo 2’de görüldüğü gibi öğrencilerin aksiyom kavramı ile ilgili alternatif kavramlara sahip oldukları (aksiyomu bir kurala benzetmesi) ve bu nedenle pek çok kavram yanılgısına sahip oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 3. “Teorem denilince aklınıza ne geliyor?” Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği yanıtların cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru yanıtlayanlar	10	9	20	17	37
Sınırlı anlama	9	6	17	12	29
Anlamama	0	2	0	3	3
Yanlış yanıtlayanlar	7	8	14	17	31
Hiç yanıt vermeyenler	0	0	0	0	0
Toplam	26	25	51	49	100

Tablo 3’de görüldüğü gibi öğrencilerin teorem kavramını yaklaşık olarak (%37) oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak “teoremi, tanım, aksiyom veya ondan önce ispatlanan teoremlere dayandırılarak ispatlanabilen önermelere aksiyom denir” olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin teorem kavramını (%29)’u sınırlı anlamış, (%3)’ü anlamamış, (%31)’i yanlış yanıtlamış ki bu yine büyük bir oran ve yanıt vermeyen öğrenci yoktur.

“Teorem denilince aklınıza ne geliyor?” Sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 3’deki kategorilere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin sınırlı anlamının gerçekleştiği “Sürekli doğrulanana, ispatlanan önermelerdir. Bir önermenin

geçerliliğini sürdürmesi halidir.” cevabında öğrenci teorem kavramının ispatlanan önerme olduğunu doğru algılamış ki bu bir sınırlı anlamadır ancak teoremin sürekli doğrulanması ve iddia edilen önermenin geçerliliğinin sürdürülmesi halini teorem olarak görmesi bir kavram yanılgısıdır. Anlamamanın gerçekleştiği “Teorem; kendimizce geliştirdiğimiz fikirlerdir.” cümlesiyle öğrenci teoremi her insanın kendisinin geliştirdiği fikirler olarak görmesi teorem kavramını anlamadığını gösterir.

Tablo 3’de görüldüğü gibi öğrencilerin teorem kavramı ile ilgili alternatif kavramlara sahip oldukları ve bu nedenle pek çok kavram yanılgısına sahip oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 4. “Önerme denilince aklınıza ne geliyor?” Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği yanıtların cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru yanıtlayanlar	9	8	17	17	34
Sınırlı anlama	1	5	2	10	12
Anlamama	4	2	8	3	11
Yanlış yanıtlayanlar	11	9	22	17	39
Hiç yanıt vermeyenler	1	1	2	2	4
Toplam	26	25	51	49	100

Tablo 4’de görüldüğü gibi öğrencilerin önerme kavramını yaklaşık olarak (%34) oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak “önermeyi, doğru veya yanlışlığı kesin olarak belirtilen ifadelerle önerme denir” olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin önerme kavramını (%12)’si sınırlı anlamış, (%11)’i anlamamış, (%39)’u yanlış yanıtlamış ki bu yine büyük bir oran ve (%4)’ü de hiç yanıt vermemiştir.

“Önerme denince aklınıza ne geliyor?” Sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 4’deki kategorilere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin sınırlı anlamamanın gerçekleştiği “Önermenin teoremden çok da farklı olduğunu düşünmüyorum. Çünkü bazı derslerde teorem yerine önerme yazıyor.” cevabında öğrenci önerme kavramını teoreme benzetmesi çünkü bazı önermelerde teorem gibi ispatlanıyor olması bir sınırlı anlamadır ancak önermeyi teorem olarak görmesi bir kavram yanılgısıdır. Anlamamanın gerçekleştiği “Önerme nesnelere arasındaki ilişkiyi göstermedir.” cümlesiyle öğrenci önermeyi nesnelere arasındaki ilişki olarak görmesi önerme kavramını anlamadığını gösterir.

Tablo 4’de görüldüğü gibi öğrencilerin önerme kavramı ile ilgili alternatif kavramlara sahip oldukları ve bu nedenle pek çok kavram yanılgısına sahip oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 5. “Hipotez denilince aklınıza ne geliyor?” Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği yanıtların cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru yanıtlayanlar	10	13	20	25	45
Sınırlı anlama	12	8	23	17	40
Anlamama	0	1	0	2	2
Yanlış yanıtlayanlar	4	3	8	5	13
Hiç yanıt vermeyenler	0	0	0	0	0
Toplam	26	25	51	49	100

Tablo 5’de görüldüğü gibi öğrencilerin hipotez kavramını yaklaşık olarak (%45) oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak “hipotezi(varsayım), **bilimsel yöntemde** olaylar arasında ilişkiler kurmak ve olayları bir nedene bağlamak üzere tasarlanan ve geçerli sayılan bir **önermedir**” olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin önerme kavramını (%40)’ı sınırlı anlamış, (%2)’si anlamamış, (%13)’ü yanlış yanıtlamıştır. Bu soruya yanıt vermeyen öğrenci yoktur.

“Hipotez denince aklınıza ne geliyor?” Sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 5’deki kategorilere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin sınırlı anlamının gerçekleştiği “Matematikte hipotezin pek kullanıldığını duymadım. Daha çok önerme kullanılıyor. Önerme hipotez kelimesine anlam olarak çok yakın.” cevabında öğrenci hipotez kavramını önermeye benzetmesi sınırlı bir anlamadır ancak hipotezi önerme olarak görmesi bir kavram yanlışlığıdır. Çünkü her hipotez bir önermedir ama tersi doğru olmayabilir. Anlamamanın gerçekleştiği “Araştırma safhasında olan bilimsel deneylere hipotez denir.” cümlesiyle öğrenci hipotezi bilimsel deney olarak görmesi hipotez kavramını anlamadığını gösterir.

Tablo 5’de görüldüğü gibi öğrencilerin hipotez kavramı ile ilgili alternatif kavramlara(hipotezi bilimsel deneye ve önermeye benzetmesi) sahip oldukları ve bu nedenle pek çok kavram yanlışlığına sahip oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 6. “İspat denilince aklınıza ne geliyor?” Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği yanıtların cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru yanıtlayanlar	12	11	23	22	45
Sınırlı anlama	6	10	11	20	31
Anlamama	0	0	0	0	0
Yanlış yanıtlayanlar	8	3	17	5	22
Hiç yanıt vermeyenler	0	1	0	2	2
Toplam	26	25	51	49	100

Tablo 6’da görüldüğü gibi öğrencilerin ispat kavramını yaklaşık olarak (%45) oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak “ispatı, tanımsız kavramlara, aksiyomlara veya daha önce ispat edilen teoremlere problemlere

dayanarak, bir dizi mantıksal hükümlerle bir önermenin doğru olduğunu ortaya çıkarma” olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin önerme kavramını (%31)’i sınırlı anlamış, (%22)’si yanlış yanıtlamış, (%2)’i de hiç yanıt vermemiş ve anlamayan öğrenci yoktur.

“Şimdi de ispat denince aklınıza ne geliyor?” Sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 6’daki kategorilere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin sınırlı anlamının gerçekleştiği “İlk oluşturulan bilgiler hipotez bilgileridir. Kesin doğru diyemeyiz. Ben ispatları da hipotez şeklinde görüyorum.” cevabında öğrenci ilk oluşturulan bilgiler hipotez bilgileridir sınırlı bir anlamdır ancak ispatı hipotezle karıştırması bir kavram yanılığıdır. Yanlış yanıtlamanın gerçekleştiği “İspat yapılan bir açıklama niteliği taşır ki bu açıklama kademeli olarak öğrenilmek istenen sonuca yaklaşmadır.” cümlesiyle öğrenci ispatı açıklama olarak görmesi ispat kavramını anlamadığını gösterir.

Tablo 6’da görüldüğü gibi öğrencilerin ispat kavramı ile ilgili alternatif kavramlara sahip oldukları(ispatı hipotez gibi görmesi) ve bu nedenle pek çok kavram yanılığına sahip oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 7. “Bir teoremin ispatını yaparken nelere ihtiyaç duyarsınız?” Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği yanıtların cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru yanıtlayanlar	10	12	20	23	43
Sınırlı anlama	7	11	14	22	36
Anlamama	1	0	2	0	2
Yanlış yanıtlayanlar	8	1	17	2	17
Hiç yanıt vermeyenler	0	1	0	2	2
Toplam	26	25	51	49	100

Tablo 7’de görüldüğü gibi öğrencilerin bir teoremin ispatını yaparken nelere ihtiyaç duyarsınız sorusuna yaklaşık olarak (%43) oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak teoremi ispatlarken, tanımsız kavramlara, tanımlara, aksiyomlara veya daha önce ispat edilen teoremlere ihtiyaç duyulur olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin bu soruyu (%36)’sı sınırlı anlamış, (%19)’u yanlış yanıtlamış, (%2)’si hiç yanıt vermemiş ve anlamayan öğrenci yoktur.

“Şimdi de bir teoremin ispatını yaparken nelere ihtiyaç duyarsınız?” Sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 7’deki kategorilere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin sınırlı anlamının gerçekleştiği “Teoremdeki kullanılan ifadelerin anlamlarını bilmemiz gerek. İspat yaparken nasıl bir yol izlememiz gerektiğini bilmeliyiz. İspatımız teoremin ilgili olduğu tanımla ters düşmemeliyiz.” cevabında öğrenci teoremin ifadesinin iyi anlaşılması ve ispat yaparken nasıl bir yol izleneceğini doğru algılamıştır. Fakat ispatımız teoremin ilgili olduğu tanımla ters düşmemeliyiz ifadesinde yanlışlık var. Teorem ve teoremle ilgili tanımda bir kavram yanılığı vardır. Anlamamanın gerçekleştiği “Yararlı olduklarına inanıyorum, fakat bu kadar teoremin ispatı insanın şevkini kırıyor” cümlesiyle öğrenci teoremlerin yararlı olduğunu ama çok sayıda olmasının sıkıcı olduğunu söylemesi için gerekliliğini anlamadığını göstermesi bakımından önemli bir tespittir.

Tablo 8. “Özellik denilince aklınıza ne geliyor?” Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği yanıtların cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru yanıtlayanlar	8	16	16	32	48
Sınırlı anlama	10	5	20	10	30
Anlamama	0	1	0	2	2
Yanlış yanıtlayanlar	8	3	15	5	20
Hiç yanıt vermeyenler	0	0	0	0	0
Toplam	26	25	51	49	100

Tablo 8’de görüldüğü gibi öğrencilerin özellik kavramını yaklaşık olarak (%48) oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak “özellik, olgu ve kavramların tüm karakteristik yapısına ilişkin doğru önermeler ki bunların ispat edilmesi zorunluluğu vardır” olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin özellik kavramını (%30)’u sınırlı anlamış, (%2)’si anlamamış, (%20)’si yanlış yanıtlamış ve yanıt vermeyen öğrenci yoktur.

“Şimdi de özellik denince aklınıza ne geliyor?” Sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 8’deki kategorilere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin sınırlı anlamının gerçekleştiği “Tanımlarda daha çok özelliklerden sayılır. Özellik tanımın biraz daha maddeli şekli diyebiliriz. O konuya ait has kural ve ifadelerdir.” cevabında öğrenci özelliğin o konuya ait has kural ve ifadeler olduğunu doğru algılamış özelliği tanıma benzetmesi ve onun yerine koyması bir kavram yanılgısıdır. Anlamamanın gerçekleştiği “Özellik kısacası konumuzu özel yapan bilgilerdir, ifadelerdir.” cümlesiyle öğrenci özelliği özel bilgi olarak görmesi anlamadığını gösterir.

Tablo 8’de görüldüğü gibi öğrencilerin özellik kavramı ile ilgili alternatif kavramlara sahip oldukları(özel bilgi gibi) ve bu nedenle pek çok kavram yanılgısına sahip oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 9. “Aksiyom ile teorem arasında ne fark vardır?” Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği yanıtların cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru yanıtlayanlar	13	9	25	18	43
Sınırlı anlama	5	4	10	7	17
Anlamama	0	0	0	0	0
Yanlış yanıtlayanlar	8	10	16	20	36
Hiç yanıt vermeyenler	0	2	0	4	4
Toplam	26	25	51	49	100

Tablo 9’da görüldüğü gibi öğrencilerin aksiyom ile teorem arasında ne fark vardır sorusuna yaklaşık olarak (%43) oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Öğrencilerin bu soruyu (%17)’si sınırlı anlamış, (%36)’sı yanlış yanıtlamış, (%4)’ü hiç yanıt vermemiş ve soruyu anlamayan öğrenci yoktur.

“Benzer şekilde aksiyom ile teorem arasında ne fark vardır?” Sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 9’daki kategorilere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin sınırlı anlamının gerçekleştiği “Aksiyom ispatlanmamış ve doğruluğu değişebilen ifadelerdir. Teorem ise ispatlanmış ve pek çok araştırmada desteklenmiş bilgilerdir.” cevabında öğrenci teoremi ispatlanmış ve pek çok araştırmada desteklenmiş bilgiler olarak görmesi teoremi doğru algıladığını gösterir fakat aksiyom ispatlanmamış ve doğruluğu değişebilen ifadelerdir demesi bir kavram yanılgısıdır. Yanlış yanıtlamanın gerçekleştiği “Aksiyom tanımlama teoremden çözüm yolu diye bilinir. Aksiyom çözüm yolu üretir.” cümlesiyle öğrenci aksiyomla teorem arasındaki farkı anlamadığını gösterir.

Tablo 10. “Yukarıdaki sorular sizin günlük yaşamınızı ne tür etkiler?” Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği yanıtların cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Her şeyi bu kavramlarla açıklarım	4	4	8	8	16
Günlük yaşamımı etkiler	4	4	8	8	16
Sadece matematikçileri ilgilendirir	3	3	6	5	11
Mantıklı, pratik alışkanlığı ve hayal kurma becerisi kazandırır	3	2	6	4	10
Günlük yaşamımı etkilemez	6	4	11	8	19
Her türlü problemleri ortadan kaldırmaya yarar	3	1	6	2	8
Tutarlı davranış kazandırır	0	2	0	4	4
Günlük yaşamı direkt değil dolaylı yoldan etkiler	0	1	0	2	2
Hayat aslında karmaşık bir matematiksel işlemdir	1	2	2	4	6
Bakış açısı ve soyut düşünme kazandırır	2	2	4	4	8
Toplam	26	25	51	49	100

Tablo 10’da görüldüğü gibi öğrencilerin testte araştırılan kavramları (tanım, aksiyom, teorem, ispat, hipotez, vb’ sizin günlük yaşantınızı ne tür etkiler sorusunu şu ifadelerle cevaplandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplarda günlük yaşantımı etkilemez(%19), her şeyi bu kavramlarla açıklarım(%16),günlük yaşamımı etkiler(%16),sadece matematikçileri ilgilendirir(%11), mantıklı, pratik alışkanlığı ve hayal kurma becerisi kazandırır(%10), her türlü problemleri ortadan kaldırmaya yarar(%8), bakış açısı ve soyut düşünme kazandırır(%8) ve günlük yaşamı direkt değil dolaylı yoldan etkiler (%2) ile ilişkilendirdikleri belirlenmiştir.

Tablo 11. Cinsiyetlerin ortalamalarının karşılaştırıldığı t-testi sonuçları

Cinsiyet	Sayı	Ortalama	Standart sapma	t değeri	Önem seviyesi
Erkek	26	4,58	2,18	-1,860	0,069
Kız	25	5,64	1,89		

($p>0,05$)

Tablo 11'den görüldüğü gibi cinsiyetler göz önünde bulundurulduğunda yapılan t-testi sonucuna göre anlamlı bir farklılık ortaya çıkmamıştır($t:-1,860$, $p>0,05$). Ancak görüldüğü gibi kız öğrencilerin testteki başarılarının ortalamasının erkek öğrencilere göre daha fazla olduğu anlaşılmaktadır.

Sonuçlar ve Öneriler

Bu çalışmada İlköğretim Matematik üçüncü sınıf öğrencilerinin tanım, aksiyom, teorem, önerme, özellik ve bunlarla ilgili kavram yanlışlarının araştırılması ve kavrama düzeylerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca bu kavramlar sizin günlük yaşamınızı ne tür etkiler diye bir soru yöneltilmiştir.

Çalışmamızda kız öğrencilerin tanım, aksiyom, teorem, önerme, özellik ve bunlarla ilgili kavram yanlışlarının erkek öğrencilere göre daha az bulunmuştur(%10-15). Ancak kız ve erkek öğrenciler arasında olan bu fark istatistiksel olarak anlamlı olmadığı görülmüştür. Özellikle geometri ve uzamsal görselleştirmede cinsiyetler arası erkekler lehine farklılıklar öteden beri bilinen bir durumdur (8,9,10).

Bu nedenle, yarının dünyasında söz sahibi olabilmek için iyi yetişmiş öğretmen adaylarına dolayısı ile öğretmenlere ihtiyaç vardır. Özellikle Matematiğin tamamını etkileyen tanım, aksiyom, önerme ve teorem kavramlarını iyi bilmeleri gerekir.

Örnekleme ki öğretmen adaylarının kavram yanlışlarının giderilmesi konusunda ileri araştırmaların yapılması gerekmektedir. Bu amaçla, ders programları;

- i) Kavramsal içeriğe sahip olmalı,
- ii) Problem çözümüne dayalı matematik öğretimi yerine kavramsal öğrenmeyi sağlayacak bir öğretim metodu oluşturulmalı,
- iii) Bu amaçla yapılandırmacı öğrenme ortamları oluşturulmalı,
- iv) Öğretim etkinliklerinde kavramsal değişimi sağlayıcı faaliyetler yapılmalıdır. Yani Posner tarafından belirtilen yapılandırmacı esaslı kavramsal değişim uygulamaları gerçekleştirilmeli(11),
- v) Öğrencilerin önceki bilgileri göz önüne alınarak dersler işlenmeli,
- vi) Öğretilen-kavratılmaya çalışılan kavramların günlük hayatla ilişkisi kurulmalı ve transferi sağlanmalı,
- vii) İlköğretim matematik programında ikinci sınıftan itibaren okutulan derslerde bu kavramların öğretimi üzerinde durulmalı veya seçmeli bir ders olarak matematikteki kavram yanlışlarının öğretimi ve giderilmesi üzerine bir ders açılmalıdır.

Ancak bu şekilde öğrencilerin tanım, aksiyom ve teorem kavramlarına yönelik kavram yanılgıları en aza indirgenebilir.

Çalışmanın amacına ulaşılması için bu çalışmanın aynı şekilde bu öğrencilerin dördüncü sınıfa geldiklerinde uygulanmasının daha iyi ve tutarlı olacağı tahmin edilmektedir. Öğrencilerin incelenen kavramların bir kontrol grubu göz önünde bulundurularak, karşılaştırmalı bir deney tasarımına göre kavramsal değişim esaslı bir ders işlenerek, öğrencilerin kavram yanılgılarını azaltılabilir. Ayrıca, diğer geometrik kavramlarında(açı, üçgen, küre vb) araştırılması çalışmanın önemini daha da artıracaktır.

Kaynaklar

1. Ülgen, G. (2001) Kavram Geliştirme. Pegema Yayıncılık. 3. Baskı., ss.109, 117, 136-138, Ankara.
2. Temizyürek, K.(2003)Fen Öğretimi ve Uygulamaları. 82. Nobel Yayın Dağıtım. 1. Baskı. ss.79, Ankara.
3. Novak , J. Gowin, B.(1984)Learning How To Learn. Cambridge Universty Press.. ss.4,7.
4. Köksal, M. S(2006) Kavram Öğretimi Ve Çoklu Zekâ Teorisi. Kastamonu Eğitim Dergisi Vol:14, No:2, 473-480 Kastamonu.
5. Büyükkaragöz, S, S. (Ed.) (1998) Öğretmenlik Mesleğine Giriş (Eğitimin Temelleri). Mikro Yayınları., ss.26, Konya.
6. Nasibov, F. Kaçar, A.(2005)Matematik Ve Matematik Eğitimi Hakkında. Kastamonu Eğitim Dergisi Cilt:13 No:2 339-346,Kastamonu
7. Doğar, Ç. ve Başbüyük, A.(2005) İlköğretim ve Ortaöğretim Öğrencilerinin Hava ve İklim Olaylarını Anlama Düzeyleri. Kastamonu Eğitim Dergisi, 13 (2),347–358.
8. Duatepe, A. (2000) An investigation of the relationship between van Hiele geometric level of thinking and demographic variables for pre-service elementary school teachers. Unpublished Masters' Thesis, Middle East Technical University.
9. Fennema, E., Tartre, L. A.(1985) The use of spatial visualization in mathematics by girls and boys. Journal for Research in Mathematics Education, 16 (3), 184-206.
10. Lunneborg, C. E., Lunneborg, P. W. (1984).Contribution of sex-differentiated experiences to spatial and mechanical reasoning abilities. Perceptual and Motor Skills, 59, 107-113.
11. Posner, G.J., Strike, K.A., Hewson, P.W. and Gertzog, W.A., (1982), Accommodation of A Scientific Conception: Toward a Theory Conceptual Change, Science Education, 66, 211-227.