



İLKÖĞRETİM 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RASYONEL SAYILAR VE BU SAYILARIN SAYI DOĞRUSUNDAKİ GÖSTERİMLERİ KONUSUNDAKİ YAYGIN YANLIŞLARI VE KAVRAM YANILGILARI

Common mistakes and misconceptions of 7th grade students about the rational numbers and placement of the rational numbers on the number line

Sebahat Yetim

Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi,
Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı, Ankara, Türkiye
sebahat@gazi.edu.tr
Tel: 05053194353

Ramazan Alkan

Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü,
İlköğretim Anabilim Dalı, Ankara, Türkiye
ramazan_alkan@hotmail.com

Özet

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar ve rasyonel sayıların sayı doğrusundaki gösterimleri konusunda yaygın yanlışlarını ve kavram yanlışlarını ortaya çıkarmaktır. Araştırmanın çalışma grubu, ilköğretim 7. sınıfa devam eden 73 öğrenciden oluşmuştur. Öğrencilere, rasyonel sayılar konusundaki yaygın yanlışlarını ve kavram yanlışlarını açığa çıkarmak için hazırlanan 13 açık uçlu ve 1 çoktan seçmeli sorudan oluşan Teşhis Testi (TT) uygulanmış ve öğrencilerle “mülakat” yapılmıştır. Öğrencilerin rasyonel sayılar konusundaki yaygın yanlışları ve kavram yanlışları sınıflandırılmış ve bu sınıflandırma doğrultusunda analiz yöntemi olarak betimsel istatistik kullanılmıştır. Sonuç olarak ilköğretim öğrencilerine rasyonel sayılar kavramının öğretiminde, kavramın anlaşılması üzerinde durulmalı ve öğrencilerin rasyonel sayılar için kavramsal bir anlama geliştirmeleri sağlanmalıdır.

Anahtar sözcükler: Matematik eğitimi, rasyonel sayılar, yaygın yanlışlar ve kavram yanılığı

Abstract

The purpose of this study was to reveal the common mistakes and misconceptions of 7th grade students (K12) about the rational numbers and placement of the rational numbers on the number line. A total of 73 7th grade students were participated in the study. Data were collected by using Diagnostic Test (DT) developed for this study and by an interview to measure the common mistakes and misconceptions of 7th grade students (K12) about the rational numbers and placement of the rational numbers on the number line. Common mistakes and misconceptions of the students were classified, and then descriptive statistics were used to analyze the data. As a result, focusing on understanding the concept of rational numbers, and providing development of a conceptual understanding of rational numbers for the teaching of the concept of rational numbers to the 7th grade students could be recommended.

Keywords: Math teaching, rational numbers, student mistakes and misconceptions

Giriş

Eğitim-öğretim alanında yapılan araştırmaların önemli bir bölümünün, öğrencilerin kavram yanılıklarını ve bilgi eksikliklerini belirleme ve bunları giderme üzerine odaklandığı görülmektedir. Kavram yanılıklarının sıkça rastlandığı alanlardan bir tanesi de matematiktir. Matematik, yığılmalı bir bilim dalıdır yani bir önceki bilgiler ve kavramlar, bir sonrakiler için basamak oluşturmaktadır. Dolayısıyla, öğrencilere matematik kavram ve bilgilerinin tam ve doğru olarak verilmesi için kavram yanılıklarının ve bilgi eksikliklerinin belirlenerek bu yanılıkların ve eksikliklerin giderilmesi ile mümkün olabilecektir [1].

Matematikte kavram yanılıkları ve öğrenme güçlüklerinin yaygın olduğu konulardan bir tanesi de rasyonel sayılardır. Rasyonel sayılar bazı özellikleri itibariyle doğal sayılara ve tam sayılara benzeşmesine rağmen, doğal ve tam sayılardan farklı ve karmaşık birçok özellikler de içeren bir sayı sistemidir. Rasyonel sayıların bu farklılığı ve karmaşıklığı, öğretiminde bazı zorluklara sebep olmaktadır [2]. Bilindiği üzere a/b biçiminde verilen bir rasyonel sayı, problem ortamına göre farklı anlamlar taşımaktadır [3].

a/b sayısı, parça bütün ilişkisini, ölçme anlamını, sadece bölme işlemi veya bir çeşit karşılaştırma (oran) anlamlarıyla kullanılabilir [4].

Yukarıda ifade edilen rasyonel sayıların dört farklı anlamı, başka şekillerde de ifade edilebilir. Yani rasyonel sayılar genel olarak sözel, sembolik, nesnel ve model olmak üzere dört farklı biçimde gösterilebilmektedir. Bu gösterimler arasında geçiş yapılabilmesi, konuya ilişkin farklı gösterim biçimlerinin eş zamanlı ilişkilendirilip kavranmasıyla ilgilidir. Fakat ilköğretim öğrencilerinin rasyonel sayıların farklı gösterimleri arasında geçiş yapmakta güçlük çektikleri, işlem yaparken kuralları yanlış genelledikleri ve karşılaştırma yapmakta zorlandıkları vurgulanmaktadır [5, 6]. Bu zorlanmaların temelinde; kural, formül ve ilişkilerin olduğu gibi verildiği ve ezberleme yoluyla öğrenmenin özendirildiği geleneksel öğretim yönteminin çok sık kullanılması önemli rol oynamaktadır. Ayrıca rasyonel sayıların öğretiminde parça-bütün anlamlarının fazla vurgulanması, diğer anlamlara yer verilmemesi ve birçok gösterim biçimi kullanılabilmesine rağmen, sadece cebirsel gösterimin fazla kullanılması öğrencilerin kavramsal anlamalarını güçleştirmektedir [7, 8]. Bu güçlüklerin üstesinden gelebilmek için çeşitli geometrik modellerin, görsel temsillerin, somut nesnelerin ve sayı doğrusu ile gösterimin kullanılmasının önemli olduğunu vurgulamaktadır [9-11].

İlköğretimin ikinci kademesinde rasyonel sayılarda toplama, çıkarma, bölme, çarpma ve sıralama işlemi, sarmal yapı gereği her yıl kademeli olarak öğretilmektedir. Fakat yapılan araştırmalar, ilköğretimin her kademesinde öğrencilerin rasyonel sayılar konusundaki temel kavramları anlamada ve cebirsel işlem yapmada zorlandıklarını ortaya koymaktadır [7, 12-16]. Öğrencilerin rasyonel sayı işlemlerinde zorlanmalarının başlıca nedenlerinden birisi, rasyonel sayıları anlamak yerine formülleri ve algoritmayı ezberlemeleri, bir diğeri de rasyonel sayıların pay ve paydalarını farklı iki tam sayı olarak algılamalarıdır [6].

Ondalık kesirler ile kesirler ve yüzdeler gibi diğer rasyonel sayılar, ilköğretim öğrencileri tarafından zor kavramlar olarak düşünülmektedir [17]. Yüzde, kesir-ondalık kesir konularındaki yanlış ve kavram yanılgıları olasılık kavramını etkilemektedir [18].

Kesirlerin öğrenilmesinde karşılaşılan güçlükler birçok araştırmanın konusu olmuştur. Bu konuda yapılan araştırmaların bazılarında ilköğretim öğrencilerinin kesir tanımı ile ilgili sorularda, eş parçalara ayırma ile tanımlanmış kesirleri yazmakta zorlandıkları [19], kesirler konusunda her seviyede temel kavramları anlama zorluğu çektikleri [14], kesir konusunu problem çözümüne uygulamada yanlış yaptıkları [15], bildirilmiştir. Kesirlerin öğretiminde güçlükler, ortak yanlışlar ve muhtemel yanılgılar hakkında [15, 19-25] tarafından araştırmalar yapılmıştır. Yanılgıların temelinde; kavram bilgisi ve matematik işlem bilgilerinin birbirini tamamlayacak biçimde öğrenilmemesi, öğrencilerin problem çözüme ile ilgili gerekli bilgi ve becerileri yeterli düzeyde edinememeleri, uygulanan testlerde yapılan ortak yanlışlar incelendiğinde ise öğrencilerin yanlış kurallar kullanma, sürçmeler ve dikkatsiz işlem yapma gibi yetersizlikleri olduğu anlaşılmaktadır [26]. Araştırmalarda öğrencilerin kesirler ile ilgili kavram yanılgısı, kesrin sembolik gösterimi a/b 'yi bir tek sayı olarak algılamakta güçlük çekip farklı anlamları ve değerleri olan iki sayı olarak kavramakta olduğunu tespit etmişlerdir [22, 26-28]. Bu nedenledir ki, kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde de benzer durumların ortaya çıkması mümkündür.

Kesirlerin sayı doğrusu modeli üzerindeki gösteriminde, öğrencilerin bütünü parçalara ayırmada zorluk çektikleri belirlenmiştir [29]. Bu yüzden, kesirlerin gösteriminde kullanılan sayı doğrusu modelini çizme çalışmalarında bütünün eş parçalara ayrılması gerektiği önemle vurgulanmalıdır. Ayrıca, kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde, bölge modelinde olduğu gibi, bütünün kaç parçaya bölüneceği ve parçalardan kaç tanesinin seçileceği dikkate alınması gerekir.

Kesirlerin, sayı doğrusu üzerindeki noktalarla eşleştirilmesinde sınıflar düzeyinde öğrencilerin yaşadıkları öğrenme güçlükleri ve yanlışlıkların neler olduğunu ve bunların gerisinde yatan kavram yanılgılarını ortaya koyan araştırma bulgularının, bu konuda uygulanacak öğretilere yön vereceği açık bir gerçektir. Bu nedenledir ki, kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki noktalarla eşleştirilmesinde 7. sınıf öğrencilerinin öğrenme güçlüklerinin ve ortak yanlışlıklarının gerisinde yatan kavram yanılgılarının neler olduğu önem kazanmaktadır [30].

Bir sayının mutlak değerinin sayı doğrusu üzerinde gösterilmesi için rasyonel ve irrasyonel sayıların da iyi bilinmesi ve bunların sayı doğrusu üzerinde doğru olarak işaretlenmesi gerekmektedir. Ancak yapılan bazı araştırmalarda, rasyonel ve irrasyonel sayıların sıralamasında, karşılaştırılmasında ve yaklaşık değerinin hesaplanmasında öğrencilerin kavram yanılığısına sahip olduklarını ortaya koymuştur[31-33]. 10-16 yaş arasındaki 200 öğrenci üzerinde yapılan araştırmada, öğrencilerin kesrin payının (veya paydasının) değeri arttığında (azaldığında) kesrin de değerinin arttığını (azaldığını) düşündüklerini tespit etmiştir [31]. Bu inanış, kesirlerin sıralanması sırasında da ortaya çıkmıştır [34].

7. ve 8. sınıf öğrencileri ile yapılan araştırmada ondalık kesirlerde öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgılarını şu şekilde sıralamışlardır: Ondalık kesrin anlamını kavrayamama, ondalık virgülünü görmezden gelme, ondalık virgülünün farklı iki sayıyı birbirinden ayıran bir ayıraç gibi algılama, çok basamaklı ondalık sayıların daha küçük ya da daha büyük olduğunu düşünme, sıfırı bir basamak değeri olarak görmeme, sıfırın bir anlamı olmadığını düşünme, ondalık sayının kesir kısmındaki basamakları doğru olarak isimlendiremememe, sıfırın sayıları küçülttüğünü varsayma ve kesirlerle ondalık sayılar arasındaki ilişkiyi kavrayamama [33].

1999 yılında TIMSS (Third International Mathematics and Science Study)'in bir tekrarı niteliğinde TIMSS-R yapılmış ve bu çalışmaya, Türkiye de dahil olmak üzere 38 ülke katılmıştır. Bu ülkeler arasında, Türkiye matematikteki genel başarı sıralamasında 31., konular bazında da, kesirler ve sayı hissi konularında 33. olmuştur [1]. Kesirler ve sayı hissi gibi matematikteki çok önemli konularda Türkiye'nin gerilerde olması matematik alanında bu konular üzerindeki çalışmaların yeterince ele alınmadığını göstermektedir.

Rasyonel sayılar ve rasyonel sayıların sayı doğrusundaki gösterimleri konusunda yaygın yanlışlar ve kavram yanılgıları konusu ile birebir örtüşen bir çalışma olmamasına rağmen kesirler ve ondalık kesirleri ifade etmedeki kavram yanılgıları üzerinde araştırmalar mevcuttur. Bu araştırmanın amacı, Ankara Keçiören'deki MEB'e bağlı bir ilköğretim okulunda öğrenim gören 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunu ifade etme ve

rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermedeki yanlışları ve kavram yanlışlarını tespit edip elde edilen sonuçlara bağlı olarak bazı önerilerde bulunmaktadır.

Yöntem

Bu çalışmada nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması (örnek olay) kullanılmıştır.

Örneklem

Araştırmanın örneklemi, 2007–2008 öğretim yılında Ankara ili Keçiören ilçesinde MEB'e bağlı bir ilköğretim okulunun 7. sınıfının iki şubesinde öğrenim gören toplam 73 öğrenciden oluşmaktadır.

Verilerin Toplanması

Öğrencilerin rasyonel sayıları ifade etmede ve rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermedeki öğrenme yanlışları ve kavram yanlışlarını belirlemek amacıyla, 13 açık uçlu ve 1 çoktan seçmeli toplam 14 sorudan oluşan Teşhis Testi (TT) hazırlanmıştır. TT'de 1, 2, 3a, 3b, 3c, 3d, 4, 5 ve 6. sorular rasyonel sayıları ifade etme, 7a, 7b, 7c, 7d ve 7e. sorular da rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterme ile ilgilidir. TT' deki sorular; Milli Eğitim Bakanlığı, Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı İlköğretim Matematik Dersi (6-8. Sınıflar) Öğretim Programı'ndaki Rasyonel Sayılar konusunun amacına uygun olarak, CSMS (Concepts in Secondary Mathematics and Science), NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) projeleri kapsamında kullanılan sorular incelenerek, ayrıca rasyonel sayı kavramı ile ilgili araştırmaları olan ve bu alanda doktora yapan bir öğretim üyesi uzmandan görüş alınarak hazırlanmıştır.

Verilerin Analizi

Veriler, betimsel istatistik yöntemi (descriptive statistics) ile analiz edilmiştir. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan ve literatürden faydalanarak, öğrencilerin yapmış oldukları yaygın yanlışlar; "sıralama yanlışı, kavram yanlışlığı, gösterim yanlışı, dikkatsizlik

yanlış, işlem yanlış ve cevapsız” şeklinde sınıflandırılmış, bu yaygın yanlış türlerine sahip öğrencilerle görüşülmüş ve bu görüşmeler amaca uygun düzenlenerek yorumlanmıştır. Öğrenci yaygın yanlışlarındaki bu sınıflamaların yüzde ve frekansları Tablo 1 ve Tablo 2’de verilmiştir. Öğrencilerin yaygın yanlışları, aşağıdaki ölçütler doğrultusunda sınıflandırılmıştır;

Yaygın yanlış cevaplardaki hatalardır. Bir yaygın yanlışın kavram yanılgısı olabilmesi için aynı tür yaygın yanlışın tekrarlanması ve öğrencinin yaygın yanlışını savunma durumunda olması gerekmektedir. Araştırmadaki kavram yanılgısı kategorisi benzer yaygın yanlış yapan öğrencilerle mülakat yaparak oluşturulmuştur.

Sıralama yanlış:

- Negatif ve pozitif sayıları sıralayamama,
- Pozitif veya negatif rasyonel sayıları kendi aralarında sıralama yapamama,

Kavram yanılgısı:

- Sayının sıfıra bölümü sıfırdır,
- Tam sayılar rasyonel sayı değildir,
- Tam sayılı kesir tamsayıdır,
- $\frac{a}{b}$ ifadesinde a payda, b paydır,
- Rasyonel sayılarda paydada tüm tam sayılar olabilir,
- $\frac{0}{1}$ tanımsızdır,

Gösterim yanlış:

- Rasyonel sayıları diğer sayı çeşitleri ile karşılaştırma,
- Doğal sayı ve tam sayıların rasyonel sayıların alt kümesi olduğunu bilememe,
- Rasyonel sayıları gösterim olarak ifade edememe,
- Doğal sayılarla tam sayıları ayırt edememe,
- Negatif tam sayılı kesri sayı doğrusunda gösterememe,
- Tam sayılı kesri sayı doğrusunda gösterememe,
- Basit kesri sayı doğrusunda gösterememe,

- Bileşik kesri sayı doğrusunda gösterememe,

Dikkatsizlik yanlışı:

- Eksi işaretini kullanırken dikkat etmeme,
- Pay ve payda gösterirken yerlerine dikkat etmeme,

İşlem yanlışı:

- Tam sayılı kesri bileşik kesre çevirememe,
- Pay ve paydada “sıfır” ile işlem yapamama,
- Negatif tamsayılı kesri bileşik kesre çevirememe,
- Negatif tam sayılı kesirde eksiyi sadece tam kısımda görme,
- Rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterirken sayı doğrusunda işlem yapma ile karıştırma,
- Rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterirken Araslıkları paydaya uygun bölememe.

Cevapsız:

- Öğrencilerin herhangi bir cevap verememesi,

Doğru çözüm:

- Öğrencilerin yöneltilen sorulara istenen nitelikte verdikleri tam cevaplardır.

Rasyonel Sayılar Konusunu İfade Etmedeki Yaygın Yanlıklar ve Kavram Yanılgıları

Tablo 1 ve Tablo 2 de kategorik hale getirilen öğrencilerin yanıışları yüzde ve frekans halinde kategorileri ile birlikte verilmiştir. Öğrencilerin rasyonel sayıları ifade etme ile ilgili yanıışları Tablo 1’deki gibidir.

Tablo 1 ilköğretim 7.sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunu ifade etmedeki yaygın yanıışları ve kavram yanılgılarını göstermektedir.

Tablo 1. İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayıları ifade etmedeki yaygın yanlışları ve kavram yanılgılarına ilişkin yüzde-frekans tablosu.

Sorular	KATEGORİLER															
	Sıralama Yanlışı		Kavram Yanılgısı		Gösterim Yanlışı		Dikkatsizlik Yanlışı		İşlem Yanlışı		Cevapsız		Doğru Çözüm		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
1	10	13.7	17	23.3	29	39.7	0	0	0	0	6	8.2	11	15.1	73	100
2			20	27.4	1	1.4	37	50.7	0	0	14	19.2	1	1.4	73	100
3a			2	2.7	53	72.6	0	0	0	0	13	17.8	5	6.8	73	100
3b			4	5.5	0	0	0	0	46	63	16	21.9	7	9.6	73	100
3c			7	9.6	0	0	0	0	47	64.4	17	23.3	2	2.7	73	100
3d			13	17.8	0	0	0	0	32	43.8	17	23.3	11	15.1	73	100
4			13	17.8	16	21.9	0	0	0	0	43	58.9	1	1.4	73	100
5			22	30.1	37	50.7	0	0	0	0	5	6.8	9	12.3	73	100
6			0	0	35	47.9	0	0	0	0	19	26	19	26	73	100

Tablo 1 incelendiğinde, rasyonel sayıları ifade etme konusunda öğrencilerin yaygın yanlış ve kavram yanılgılarını ölçmek için sorulan 1. soruya verilen cevaplarda, öğrencilerin %39,7'sinin bu konuda gösterim yanlışı olduğu tespit edilmiştir. Rasyonel sayılarda pay ve payda ilişkisi konusunda öğrencilerin yaygın yanlış ve kavram yanılgılarını ölçmek için sorulan 2. soruya verdikleri cevaplarda öğrencilerin %27,4'ünün kavram yanılgısı ve oldukça yüksek oranda (%50,7) dikkatsizlik yanlışı olduğu görülmektedir. Rasyonel sayılarda “sıfır” sayısının ‘pay’da kullanımı konusunda öğrencilerin yaygın yanlış ve kavram yanılgılarını ölçmek için sorulan 3c sorusuna verdikleri cevaplarda öğrencilerin %64,4'ünün bu konuda işlem yanlışı, %23,3'ünün cevapsız ve doğru cevapların oranının oldukça düşük kaldığı (%2,7) görülmektedir. Rasyonel sayılarda “sıfır” sayısının ‘payda’da kullanımı konusunda öğrencilerin yaygın yanlış ve kavram yanılgılarını ölçmek için sorulan 3d sorusuna verdikleri cevaplar sonucunda; öğrencilerin %43,8'inin bu konuda işlem yanlışı, %23,3'ünün cevapsız, %15,1'inin de doğru çözüm yaptıkları görülmektedir. Öğrencilerin özellikle sıfırın paydada olduğu zaman sonucun tanımsız olduğunu öğrencilerin bilemedikleri görülmüştür. Rasyonel sayı kavramını açıklama konusunda öğrencilerin yaygın yanlış ve kavram yanılgılarını ölçmek için sorulan 4. soruya verdikleri cevaplarda öğrencilerin %17,8'inin bu konuda kavram yanılgısı olduğu tespit edilmiştir. Rasyonel sayılar ile diğer sayı çeşitlerinin karşılaştırılması konusunda öğrencilerin yaygın yanlış ve kavram yanılgılarını ölçmek için sorulan 5. soruya verdikleri cevaplarda

öğrencilerin %50,7'sinin bu konuda gösterim yanlısının olduğu tespit edilmiştir. 2, 3a, 3b, 3c, 3d, 4, 5, 6. sorularda sıralama yanlışı incelenmediğinden dolayı tablodaki söz konusu sütunlar değerlendirilmemiştir. Öğrencilerin Tablo 1'de 2. soru dışındaki diğer soruların her birinde dikkatsizlik yanlısının olmaması 0 (sıfır) ile gösterilmiştir.

Rasyonel Sayıların Sayı Doğrusunda Gösterimine İlişkin Yaygın Yanlışlar ve Kavram Yanılığarı

Tablo 2, İlköğretim 7.sınıf öğrencilerinin rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermeye ilişkin yaygın yanlışları ve kavram yanılığlarını göstermektedir.

Tablo 2. Rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermeye ilişkin yüzde-frekans tablosu

Sorular	KATEGORİLER															
	Sıralama Yanlışı		Kavram Yanılığası		Gösterim Yanlışı		Dikkatsizlik Yanlışı		İşlem Yanlışı		Cevapsız		Doğru Çözüm		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
7a			0	0	23	31,5	0	0	3	4,1	13	17,8	34	46,6	73	100
7b			0	0	18	24,7	0	0	3	4,1	18	24,7	34	46,6	73	100
7c			0	0	23	31,5	0	0	0	0	18	24,7	32	43,8	73	100
7d			0	0	19	26	1	1,4	1	1,4	19	26	33	45,2	73	100
7e			0	0	20	27,4	0	0	0	0	19	26	34	46,6	73	100

Tablo 2 incelendiğinde, rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterme konusunda öğrencilerin yaygın yanlış ve kavram yanılığlarını ölçmek için sorulan negatif tamsayılı kesri sayı doğrusunda gösterimi ile ilgili olan 7a sorusuna verdikleri cevaplarda öğrencilerin %31,5'inin gösterim yanlışı, %4,1'inin işlem yanlışı, %17,8'inin cevapsız ve %46,6'sının doğru cevap verdikleri görülmüştür. Basit kesri sayı doğrusunda gösterme konusunda öğrencilerin yaygın yanlış ve kavram yanılığlarını ölçmek için sorulan 7b sorusuna verdikleri cevaplarda öğrencilerin %24,7'si gösterim yanlışı, %4,1'i işlem yanlışı, %24,7'si cevapsız ve %46,6'sı da doğru çözüm yapmışlardır. Bileşik kesrin sayı doğrusunda gösterilmesi konusunda yaygın yanlış ve kavram yanılığlarını ölçmek için sorulan 7c sorusuna verdikleri cevaplarda öğrencilerin %31,5'i gösterim yanlışı, %24,7'si cevapsız ve %43,8'i doğru çözüm yapmışlardır. Tamsayılı kesrin sayı doğrusunda gösterilmesi

konusunda öğrencilerin yaygın yanlış ve kavram yanılgılarını ölçmek için sorulan 7d sorusuna verdikleri cevaplarda öğrencilerin %26'sı gösterim yanlışı, oldukça düşük oranda (%1,4; %1,4) dikkatsizlik yanlışı ve işlem yanlışı yaptıkları görülmektedir. Bir tam sayının bileşik kesir şeklinde yazılıp sayı doğrusunda gösterilmesi konusunda öğrencilerin yaygın yanlış ve kavram yanılgılarını ölçmek için sorulan 7e sorusuna verdikleri cevaplarda öğrencilerin %27,4'ü gösterim yanlışı, %26'sı cevapsız ve %46,6'sının doğru çözüm yaptıkları görülmektedir. Ayrıca 7a, 7b, 7c, 7d, 7e sorularında sıralama yanlışı incelenmediğinden dolayı Tablo 2 de söz konusu sütunlar değerlendirilmemiştir. 7d sorusu dışındaki diğer soruların her birinde öğrencilerin dikkatsizlik yanlışlarının olmaması 0 (sıfır) ile gösterilmiştir.

Öğrenciler ile yapılan mülakatlardan, rasyonel sayılar konusunu ifade etme ve rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermeye ilişkin kavram yanılgılarını belirlemede belirleyici olan bazı mülakat örnekleri aşağıda verilmiştir;

1-) 'Sayının sifıra bölümü sıfırdır'

$$\frac{1}{0} = \text{.rasyonel...sayıdır.....}$$

Öğrenci A' nın cevabı:

Araştırmacı: Sence hangi rasyonel sayıya eşittir?

Öğrenci A: Sıfıra eşittir.

Araştırmacı: Neden sıfıra eşit?

Öğrenci A: Çünkü paydada sıfır var.

Araştırmacı: Peki sence $-\frac{2}{0}$ kaçtır?

Öğrenci A: Bence o da sıfırdır?

Araştırmacı: Bu niye sıfırdır?

Öğrenci A: Çünkü bunun da paydasında sıfır var.

Araştırmacı: Yani?

Öğrenci A: Paydada sıfır olunca sonucu sıfır olur.

2-) Rasyonel sayıların paydasını 1 ve -1 den farklı olarak algılamaları

Öğrenci B' nin cevabı:

$-7 =$...Rasyonel... sayı... değildir.

Araştırmacı: Sence -7 neden rasyonel sayı değildir?

Öğrenci B: Çünkü bu sayının paydası yok,

Araştırmacı: Peki 3 sayısı rasyonel sayı mıdır?

Öğrenci B: Hayır, onun da paydası yok,

Araştırmacı: Peki sence $\frac{7}{2}$ rasyonel sayı mıdır?

Öğrenci B: Evet

Araştırmacı: Neden?

Öğrenci B: Çünkü paydası var o yüzden.

3-) 'Tam sayılı kesir tam sayıdır'

Öğrenci C' nin cevabı:

$-2\frac{1}{3} =$...Tam... sayıdır.

Araştırmacı: Peki $-2\frac{1}{3}$ neden tamsayıdır?

Öğrenci C: -2 var bu yüzden tamsayıdır.

Araştırmacı: Ama orada $\frac{1}{3}$ de var,

Öğrenci C: Olsun, -2 önce gelmiş,

Araştırmacı: Hangisi önce gelirse o sayı mı olur?

Öğrenci C: Evet

4-) 'Tam sayılar rasyonel sayı değildir'

Öğrenci D' nin cevabı:

$\frac{0}{1} =$...Rasyonel... sayı... değildir. Çünkü 0 ' in sonucu 0 dir.

Araştırmacı: Sıfır neden rasyonel sayı değildir?

Öğrenci D: Sıfır tamsayı o yüzden,

Araştırmacı: Tamsayı olduğu için mi rasyonel sayı değil?

Öğrenci D: Evet tam sayı nasıl rasyonel sayı olsun,

Araştırmacı: Rasyonel sayı daha geniş değil mi?

Öğrenci D: Hayır tam sayılar eksiden gelip artıya doğru gider,

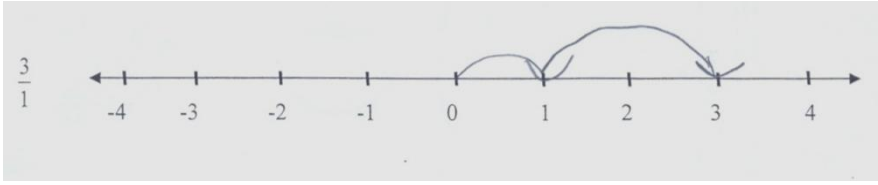
Araştırmacı: Rasyonel sayılar?

Öğrenci D: ...

Öğrenciler ile yapılan mülakatlardan, rasyonel sayılar konusunu ifade etme ve rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermeye ilişkin yaygın yanlışlarını belirlemede belirleyici olan bazı mülakat örnekleri aşağıda verilmiştir;

1-) Rasyonel sayıyı sayı doğrusunda göstermeyi sayı doğrusunda işlemle karıştırma

Öğrenci E' nin cevabı:



Araştırmacı: Neden önce 1'e daha sonra 3'e ok çizdin?

Öğrenci E: Önce paydayı sonra da payı çizdim,

Araştırmacı: Peki neden böyle yaptın?

Öğrenci E: Birle üç olduğu için,

Araştırmacı: Yaptığın işlem toplama yaparken olmuyor muydu?

Öğrenci E: Olabilir,

2-) Rasyonel sayıları diğer sayı çeşitleri ile karıştırma

Öğrenci F' nin cevabı:

$\left\{-3, \frac{5}{-2}, \frac{-6}{5}, \frac{-7}{7}, 0, \frac{2}{1}, 2\frac{1}{4}, 3\right\}$ Kümesi veriliyor. Bu kümenin elemanlarından;

a) Doğal sayı olanları yazınız $1, 5, 7, \dots$

b) Tam sayı olanları yazınız $0, \frac{2}{1}, 2, \frac{1}{4}, \dots$

c) Rasyonel sayı olanları yazınız $3, -2, -7, -2, \dots$

Ve uygun şekilde havuzlara yerleştiriniz.

Araştırmacı: Tam sayılarda $2\frac{1}{4}$ var mı?

Öğrenci F: Ben var diye biliyorum,

Araştırmacı: 3 tam sayı değil mi?

Öğrenci F: Rasyonel sayı olması gerek,

Araştırmacı: Bunlardan emin misin?

Öğrenci F: Karıştırmış olabilirim.

Araştırmada kullanılan 13 açık uçlu soru ve 1 çoktan seçmeli sorudan oluşan TT testi aşağıdaki biçimde uygulanmıştır;

Rasyonel Sayılar ve Bu Sayıların Sayı Doğrusundaki Gösterimleri

Konusundaki Teşhis Testi

Soru 1) $\mathbb{N} \rightarrow$ Doğal Sayılar = $\{0,1,2,\dots\}$

$\mathbb{Z} \rightarrow$ Tam Sayılar = $\{\dots,-2,-1,0,1,2,\dots\}$

$\mathbb{Q} \rightarrow$ Rasyonel Sayılar = $\{\dots\}$

Yukarıda gösterilmiş boş kısma rasyonel sayılar kümesini yazınız.

Soru 2) $\frac{a}{b}$ rasyonel sayısında a ve b kavram olarak neyi temsil etmektedir açıklayınız. b

kavramı hangi kümenin elemanıdır yazınız.

Soru 3) $-7, -2\frac{1}{3}, \frac{0}{1}, \frac{1}{0}$

Yukarıdaki sayılardan hangileri rasyonel sayıdır, hangileri değildir, nedenleriyle birlikte açıklayınız.

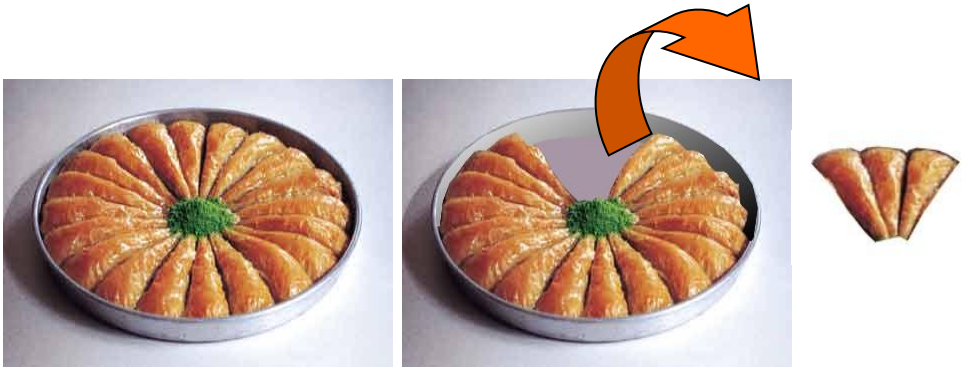
a) $-7 =$

b) $-2\frac{1}{3} =$

c) $\frac{0}{1} =$

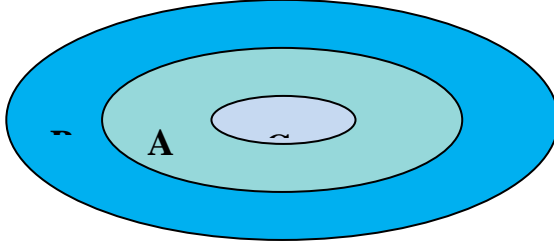
d) $\frac{1}{0} =$

Soru 4) Aşağıdaki kavramın sizin için ne ifade ettiğini ayrıntılı şekilde açıklayınız.



Rasyonel Sayı:

Soru 5)



Yukarıdaki şekilde görülen A Tam Sayıları, B Rasyonel Sayıları, C Doğal Sayıları temsil eden havuzlardır. Buna göre;

$\left\{-3, \frac{5}{-2}, \frac{-6}{5}, \frac{-7}{7}, 0, \frac{2}{1}, 2\frac{1}{4}, 3\right\}$ kümesi veriliyor. Bu kümenin elemanlarından;

a) Doğal sayı olanları yazınız

b) Tam sayı olanları yazınız

c) Rasyonel sayı olanları yazınız

ayrıca bu sayıları uygun şekilde havuzlara yerleştiriniz.

Soru 6) Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

a) $N \subset Q \subset Z$

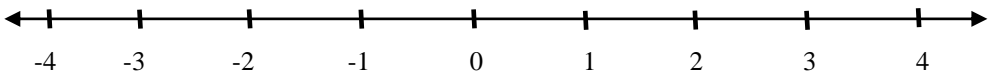
b) $N \subset Z \subset Q$

c) $Z \subset N \subset Q$

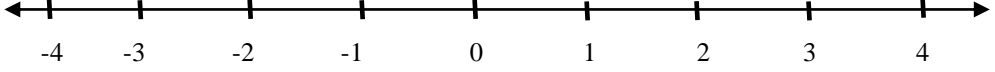
d) $Q \subset Z \subset N$

Soru 7) $-1\frac{2}{5}, \frac{5}{9}, \frac{9}{5}, 2\frac{5}{6}, \frac{3}{1}$ sayılarını sayı doğrusu üzerinde ayrı ayrı gösteriniz.

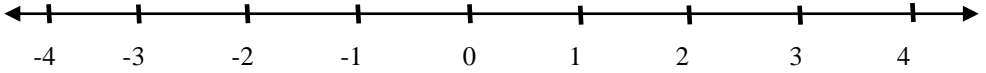
a) $-1\frac{2}{5}$



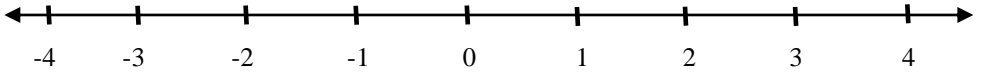
b) $\frac{5}{9}$



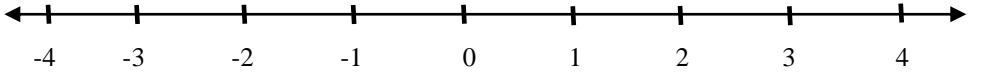
c) $\frac{9}{5}$



d) $2\frac{5}{6}$



e) $\frac{3}{1}$



Sonuçlar ve Öneriler

Sonuçlar

Ankara ili Keçiören ilçesinde MEB'e bağlı bir ilköğretim okulunun 7. sınıfının iki şubesinde öğrenim gören toplam 73 öğrenci ile yapılan araştırmada, öğrencilerin rasyonel sayılar konusunu ifade etme ve rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermedeki öğrenme yanlışları ve kavram yanılgıları incelenmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin rasyonel sayılar konusunu ifade etme ve rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterme ile ilgili ciddi sorunlara sahip oldukları ve konu ile ilgili kavramsal yapıları anlamayı geliştiremedikleri gözlemlenmiştir. Bu araştırmanın bulgularına göre, ilköğretim 7.sınıf öğrencilerinin sahip olduğu öğrenme yanlışları ve kavram yanılgıları şöyledir;

Öğrenme yanlışları:

- Rasyonel sayıları ifade edememe, gösterememe ve sayı sistemindeki diğer sayılardan ayırt edememe,
- Rasyonel sayılarda pay ve payda kavramını ayırt edememe ve paydanın hangi kümeye ait olduğunu bilmeme,
- Sıfırın pay ve paydada olduğunda sonucu ifade edememe özellikle sıfırın paydada olduğunda sonucun tanımsız olduğuna dair fikir yürütememe,
- Rasyonel sayıları kavramsal olarak tanımlayamama,
- Rasyonel sayılar, tam sayılar ve doğal sayıları kapsam olarak doğru sıralayamama,
- Negatif tamsayılı kesirde eksi işaretini sadece tam kısımda algılama,
- Basit kesrin paydasını uygun şekilde aralıklara bölememe,
- Rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermeyi sayı doğrusunda işlemle karıştırma,
- Bileşik kesri tamsayılı kesre çevirememe dolayısıyla sayı doğrusunda gösterememe,

Kavram yanlışları:

- Sayının sıfıra bölümü sıfırdır,
- Tam sayılar rasyonel sayı değildir,
- Tam sayılı kesir tamsayıdır,
- $\frac{a}{b}$ ifadesinde a payda, b paydır,
- Rasyonel sayılarda paydada tüm tam sayılar olabilir,
- $\frac{0}{1}$ tanımsızdır,

Bu araştırma ile birebir örtüşen bir araştırmaya rastlanmamıştır. Ancak bu çalışmada öğrencilerin rasyonel sayıları kavramsal olarak tanımlayamadıkları ve bundan dolayı da bu sayıları sayı doğrusunda gösteremedikleri görülmüştür. Bu açıdan bakıldığında elde edilen bulgular Stafylidou ve Vosniadou (2004), Seyhan ve Gür (2004) ve Peled ve Herskovitz (1999) gibi araştırmacıların belirttikleri rasyonel sayıları anlama

zorluklarından ortaya çıkmaktadır. Öğrencilerin rasyonel sayıları ifade edemedikleri, gösteremedikleri ve sayı sistemindeki diğer sayılardan ayırt edemedikleri ayrıca bileşik kesri, tamsayı kesre çeviremedikleri dolayısıyla sayı doğrusunda gösteremedikleri sonucu, Haser ve Ubuz (2002), Şiap ve Duru'nun (2004) belirtmiş olduğu rasyonel sayıların farklı gösterimleri arasında geçiş yapmakta güçlük çektikleri, işlem yaparken kuralları yanlış genelledikleri bulgusuyla tutarlıdır.

Öneriler

Araştırmanın sonuçlarına göre bazı öneriler aşağıdaki şekilde sıralanmıştır:

- Rasyonel sayıların öğretiminde anlamlı öğrenmeye daha fazla önem verilmeli ve bilişsel hazır bulunuşluğa dikkat edilmelidir.
- Rasyonel sayılarla ilgili işlemleri ezbere bir takım kurallar şeklinde öğretmeden önce öğrencilerin rasyonel sayılar için kavramsal bir anlama geliştirmeleri sağlanmalıdır. Bunun içinde eğitim ve öğretimde rasyonel sayıların kavramsal anlaması üzerinde durulmalıdır.
- Derslerdeki etkinliklerde öğrencilerin aktif olarak katılımı sağlanmalı ve matematik kulüpleri gibi okul dışındaki faaliyetler de öğrenciler için değerlendirilmelidir.
- Öğrencilerin matematik etkinlikleri ile hem okulda hem de okul dışında uğraşması rasyonel sayıları ifade etme ve rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterme konusundaki kavramların anlaşılabilmesi için faydalı olmaktadır. Bu tür etkinliklere sıkça yer verilmelidir.
- Öğrencilerde var olan kavram yanılgılarını anlamak ve gidermek için gayret gösterilmeli ve buna yönelik öğretim stratejileri geliştirilmelidir. Yani soyut olan rasyonel sayıları ifade etme ve rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterme konusundaki bazı kavramları (pay, payda, kesir ve ondalık kesir gibi) günlük hayattan örnekler vererek somutlaştırmalı, ayrıca; sinevizyon, tepegöz, akıllı tahta gibi teknolojik imkanlar yakından takip edilerek, öğretimlerine yansıtılmalıdır.

- [9]'un belirttiği gibi, farklı gösterim biçimlerini temsil eden modellerin ve öğretim materyallerinin kullanılması gerekmektedir. Yani öğrencilere rasyonel sayılar konusunda pay-payda, kesir, bütün, parça, yarım, çeyrek gibi kavramları öğretirken beyin fırtınası veya çalışma yaprağı gibi etkinlik temelli öğretim metotları kullanılabilir.
- [35]'de yaptığı araştırmada, rasyonel sayıların öğretiminde farklı gösterim biçimlerini vurgulamanın öneminden bahsetmektedir. Buradan hareketle rasyonel sayıların öğretiminde geleneksel metot dışında farklı gösterim biçimleri vurgulanmalı, öğrenme ortamında farklı gösterim biçimlerini temsil eden modelleme etkinliklerine yer verilmelidir. Çünkü modeller ve modelleme, soyut kavramların zihinde daha somut bir şekilde canlandırılmasında oldukça etkili bir yöntemdir. Ayrıca öğretim materyallerine-etkinliklerine, sayı doğrusuna daha çok yer verilmeli ve öğrencilerin kendilerine özgü yöntemler geliştirmelerine olanak sağlanmalıdır. Yani, öğrenciler için belirli performans ödevleriyle ve ders içi etkinliklerle rasyonel sayıları ifade etme ve rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterme konusu somutlaştırılabilir. Kesir çubukları veya pay payda gibi kavramları görselleştirecek materyaller öğrencilerle beraber oluşturulabilir.

KAYNAKLAR

1. Küçük, A. ve Demir, B. İlköğretim 6-8. Sınıflarda Matematik Öğretiminde Karşılaşılan Bazı Kavram Yanılgıları Üzerine Bir Çalışma. Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 13, (2009), 97-112.
2. Durmuş, S. Rasyonel Sayılarda Bölme İşlemini İlköğretim Öğrencilerin Algılayışları. Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9, (2005), 97-109.
3. Behr, M., Wachsmuth, I., Post T. ve Lesh, R. Order and Equivalence of Rational Numbers: A Clinical Teaching Experiment. Journal for Research in Mathematics Education, 15(5), (1984), 323-341.

4. Sinicrope, R., Mick, H. ve Kolb, J. Fraction Division Interpretations: Making Sense of Fraction, Rations and Proportions, NCTM, Yearbook, (2002), 153-161
5. Haser, Ç., ve Ubuz, B. Kesirlerle Kavramsal ve İşlemsel Beceriler. Eğitim ve Bilim, 27(126), (2002), 53-61.
6. Şiap, İ. ve Duru, A. Kesirlerde Geometrik Modelleri Kullanabilme Becerisi. Kastamonu Eğitim Dergisi, 12(1), (2004), 89-96.
7. Mack, N. Confounding Whole-Number and Fraction Concept When Building on Informal Knowledge. Journal for Research Mathematics Education, 26(5), (1995), 422-441.
8. Moseley, B. Student's Early Mathematical Representaion Knowledge: The Effects of Emphasizing Single or Multiple Perspectives of the Rational Number Domain in Problem Solving. Educational Studies in Mathematics, 60, (2005), 37-69.
9. Altun, M. Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenlikleri için Matematik Öğretimi. Bursa: Erkam Matbaacılık, (1998).
10. Moyer, P. S. Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulative to Teach Mathematics. Educational Studies in Mathematic, 47, (2001), 175-197.
11. Gürbüz, R. Olasılık Konusunda Geliştirilen Materyallere Dayalı Öğretime İlişkin Öğretmen ve Öğrenci Görüşleri. Kastamonu Eğitim Dergisi, 15(1), (2007), 259-270.
12. İpek, A. S., Işık, C. ve Albayrak, M. Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesir İşleri Konusundaki Kavramsal Becerileri. Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 1, (2005), 537-547.
13. Haser, Ç. ve Ubuz, B. İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerin Kesirler Konusunda Kavramsal Anlama ve İşlem Yapma Becerileri. IV. Fen Bilimleri Eğitim Kongresi, (MEB Yay, Ankara, 2000), 609-612.
14. Aksu, M. Student Performance in Dealing with Fraction. The Journal of Education Research, 90(6), 1997, 375-380.

15. Başgün, M. ve Ersoy, Y. Sayılar ve Aritmetik I: Kesir ve Ondalık Sayıların Öğretilmesinde Bazı Güçlükler ve Yanılgılar, IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi Bildiri Kitabı, (MEB Yay., Ankara, 2000), 604-608,
16. Kamii, C. ve Clark, F. Equivalent Fraction: Their Difficulty and Education Implication. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, (1995), 365-378.
17. Hart, K., M., Brown, M., L., Kuchermann, D., E., Kerslach, D., Ruddock, G. and McCartney, M. Children's Understanding of Mathematics, General Editor K.M. Hart, The CSMS Mathematics Team, (1998), 11-16
18. Carpenter, T.P., Corbitt, M.K., Kepner, H.S. ve Ark. What are the Chances of Your Students Knowing Probability?. *Mathematics Teacher*, 73, (1981), 342-344.
19. Haser, Ç. ve Ubuz, B. İlköğretim 5.sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusunda Kavramsal Anlama ve İşlem Yapma Performansı. IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi, (MEB Yay., Ankara, 2001). 609-612
20. Ardahan, H. ve Ersoy, Y. İlköğretim Okullarında Kesirlerin Öğretimi I: Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri ve Ortak Yanlışları. *Matematik Etkinlikleri-2002 Bildiri Kitabı*, (Matematikçiler Derneği Yay., Ankara, 2002).
21. Toluk, Z. İlkokul Öğrencilerinin Bölme İşlemi ve Rasyonel Sayıları İlişkilendirme süreçleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, Cilt 19(2). İstanbul, (2000).
22. İşeri, A. Diagnosis on Students' Misconceptions on Decimal Numbers (yayınlanmamış master tezi), ODTÜ, Ankara, (1997).
23. Post, T. Fractions and Other National Numbers. *Aritmetic Teacher*, (1989). 37, 3, 28.
24. Malcolm, P. S. Understanding Rational Numbers. *Mathematics Teacher*, 80, (1987), 518-521.
25. Sweetland, R. Understanding Multiplication of Fractions, *Arithmetic Teacher*, (1984), 32, 48-52.

- 26.Ersoy, Y. ve Ardahan, H. “İlköğretim Okullarında Kesirlerin Öğretimi II: Taniya Yönelik Etkinlikler Düzenleme, (2003). Erişim: <http://www.matder.org.tr/bilim/ioko2tyed.asp?ID=49>, 27.04.2005.
- 27.Olkun, S. ve Toluk, Z. İlköğretimde Matematik Öğretimi:1-5 Sınıflar, (Artım Yay, Ankara, 2001).
- 28.Kerslake, D. Fractions: Children’s Strategies and Errors: A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project. Windsor: NFER-Nelson, (1986).
- 29.Bright, G.W., Behr, M.J., Post, T.R. and Wachsmuth, I. Identifying Fractions on Number Lines, Journal for Research in Mathematics Education. 19(3), (1988), 215-232.
- 30.Pesen, C. Kesirlerin Sayı Doğrusu Üzerinde Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri ve Kavram Yanılgıları. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt:9 Sayı:15, Bahar 2008, 157-168.
- 31.Stafylidou, S. ve Vosniadou, S. The development of students’ understanding of the numerical value of fractions, Learning and Instruction, 14, (2004), 503–518.
- 32.Peled, I. ve Hershkovitz, S. Difficulty in Knowledge İntegration: Revisiting Zeno’s Paradox With İrrational Numbers. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 30(1), (1999), 39-46.
- 33.Seyhan, S. ve Gür, H. İlköğretim 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Ondalık Sayılar Konusundaki Yanlışları ve Kavram Yanılgıları, Matematikçiler Derneği (2004), <http://www.matder.org.tr/bilim/gshg.asp?ID=76> adresinden 10.07.2007 tarihinde alınmıştır.
- 34.Şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. 9. Sınıf Öğrencilerinin Aritmetik İşlemler, Sıralama, Denklem ve Eşitsizlik Çözümlerindeki Yanlışları. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 32, (2007), 274-281
- 35.Kieren, T.E. On The Mathematical, Cognitive and Instructional Foundations of Rational Numbers. In R. A. Lesh (Ed.), Number and Measurement Columbus, When Building on Informal Knowledge, (1976), 101-144