Bazı Sondaj Usûllerinde Tahminin İsabet Derecesini Artıran Özel Bir Metod ve Tetkiki

Dr. Kenan Ural

GİRİŞ

I — *Meselenin mahiyeti :*

Çalışmamıza esas teşkil etmek üzere özellikle zaman serileri çerçevesi dahilinde hareket edeceğiz. Bununla tetkikatın münhasıran yalnız bu sahada yapılabileceğini ifade etmek istemiyoruz. Tatbikat sahasını çok daha geniş tutmak, anî hadiselerin incelenmesine kadar yaymak kabildir.

Sondaj usûlleri de bir hâdiseyi ihtiva eden birimlerin ancak bir kısmını tetkik ederek, neticelerden hâdisenin özelliklerini tahmin etmek gayesini güder. Muhtelif şekillerinden biz burada yalnız mühim olan 3 tipi üzerinde duracağız: Basit tesadüfî sondaj, zümrelere göre sondaj ve nisbet usulü. Bu sondaj usûllerinin mahiyeti hakkında, tafsilâta girmeden çok özlü olarak, bir kaç kelime içinde izahat vermekle yetineceğiz.

Basit tesadüfî sondajda esas, bir hadiseyi teşkil eden ana kütle birimlerinden bir miktar tesadüfî olacak şekilde almak ve bunları inceliyerek bulunan özelliklerden, ana kütle özelliklerini tahmin etmektir.

Zümrelere göre sondaj'da ana kütle L adet zümreye ayrılır. Bunların herbirinden bir miktar birim ihtiva eden birer nümune tesadüfî olarak alınır ve tetkik edilir. Elde edilen neticeler ana kütleye teşmil edilerek aranılan özellikler hesaplanır.

Nisbet usûlü ise, özellikleri bilinen bir olaydan aynı mahiyette, fakat bilinmiyen bir olayın özelliklerini mukayese yolu ile tahmin etmekte kullanılır.

N birim ihtiva eden zaman serisinden ibaret bir ana kütle tasavvur edelim. Bu ana kütlenin ortalama değeri $\overline{Y}$ ve tesadüfî olarak alınan n birimlik nümune ortalaması $\overline{y}$ bilinmektedir. İnceleme muayyen bir devre esnasında yapılmıştır. Bu devreye *esas devre* adını vereceğiz. Müteakip devrede bütün ana kütle değil, yalnız eldeki n birim müşahede edilecektir. Ortalama değeri $\overline{x}$ bilindiğine göre, son devreye ait ana kütle ortalaması $\overline{X}$ tahmin edilmek istenilecektir. Son devreyi de *cari devre* adiyle isimlendireceğiz. Bütün devreler eşit olarak alınacak ve esas devredeki müşahede edilen kıymetler sonraki devrelerde de değişmez kabul edilecektir.

Cari devre için kullanılacak ortalama değerle esas devre için bilinen değerler arasında bir lineer münasebet kurarak ana kütle ortalama değerini tahmin etmeğe çalışacağız. Bu maksadla kullanacağımız metoda, cari devre tahminini tashih ettiği için *tashih metodu* adını vereceğiz.

Basit tesadüfî ve zümrelere göre sondaj usûllerinde bu metodun uygulanmasını görecek, tatbik edilecek formülleri bulacak ve nihayet alınan neticeleri diğer bilinen metodların neticeleriyle mukayese edeceğiz. Böylece yeni formülün kullanılışı ve ehemmiyeti hakkında bir hükme varmış olacağız.

II — *Kullanılacak semboller :*

Burada kullanacağımız bellibaşlı sembolleri sıralıyabiliriz:

a) Esas devre için:

Ana kütle birim adedi	: N
Ana kütle h ncı zümre birim adedi .	: N_h
Nümune mevcudu	: n
h ıncı zümre nümune mevcudu	: n_h
Ana kütle ortalaması	: $\overline{Y}$
Ana kütle h ıncı zümre ortalaması .	: $\overline{Y}_h$
Nümune ortalaması	: $\overline{y}$
h ıncı zümre nümune ortalaması . . .	: $\overline{y}_h$
Müşahede edilen birimler	: y_i

b) Cari devre için:

Nümune mevcudu	:	n
h cı zümre nümune mevcudu	:	n_h
Ana kütle ortalaması	:	$\overline{X}$
Ana kütle h cı zümre ortalaması . . .	:	$\overline{X}_h$
Nümune ortalaması	:	$\bar{x}$
h cı zümre nümune ortalaması	:	$\bar{x}_h$
y_i *lerden mürekkep bir serinin variansı*	:	V_y
y_i *lerden mürekkep bir serinin tipik hatası*	:	σ_y
h cı zümre variansı	:	V_{yh}
h cı zümre tipik hatası	:	σ_{yh}
Kovarians	:	$\sigma_{y\bar{x}}$
N — 1 *serbestlik derecesiyle* y_i *lerin değerine ait mütehavvillik* . . .	:	S_y
N — 1 *serbestlik derecesiyle* x_i *lerin değerine ait mütehavvillik* . . .	:	S_x
N — 1 *serbestlik derecesiyle kovarians*	:	S_{yx}

I. BASİT TESADÜFÎ SONDAJ.

Esas devrede mevcut N birimlik ana kütleden n birimlik bir nümune tesadüfî olarak seçilmiştir. Daha sonraki cari devrede yalnız n birim müşahede edilmiş ve hesaplanan ortalama değeri $\bar{x}$ vasıtasiyle ana kütle ortalama değeri $\overline{X}$ hesap edilmek istenilmiştir. Esas devrede nümune ortalaması $\bar{y}$ ve ana kütle ortalaması $\overline{Y}$ dir. Bilinen bir teoreme göre $\bar{y}$ ve $\bar{x}$ değerleri $\overline{Y}$ ve $\overline{X}$ değerlerinin sistematik hata ihtiva etmeyen tahminleridir. Burada hesap edilmek istenen $\overline{X}$ in tahminî değerini $\bar{x}_m$ sembolü ile ifade edelim. Buna göre $\bar{x}_m$ inhirafsız bir tahmin olacak ve diğer ortalamalara aşağıda gösterilen polinom ile bağlanmış bulunacaktır:

$$\bar{x}_m = a_1 \overline{Y} + a_2 \bar{y} + b \bar{x} \qquad (1)$$

a_1 , a_2 ve b katsayıları yukarıda belirtilen şartları uygulayacak değerde olmalıdır. $\bar{x}_m$ in matematik ümidi şöyle ifade edilebilir:

$$E(\bar{x}_m) = E(a_1 \overline{Y} + a_2 \bar{y} + b \bar{x}) = \overline{X} = a_1 \overline{Y} + a_2 \overline{Y} + b \overline{X}$$

veya başka ifade ile:

$$\overline{X} = \overline{Y}(a_1 + a_2) + b \overline{X}.$$

Bu eşitliği sağlayan katsayıların değerleri de:

$$a_1 + a_2 = 0 \quad \text{ve} \quad b = 1 \quad \text{dir.} \qquad (2)$$

Binanaleyh katsayı münasebetleri göz önünde tutularak eşitlik (1) şöyle de yazılabilir:

$$\bar{x}_m = a(\overline{Y} - \bar{y}) + \bar{x} \qquad (3)$$

Son denklemden anlaşılacağı üzere $\bar{x}_m$ kıymetinin $\bar{x}$ tahminine yaklaşması için, $a(\overline{Y} - \bar{y})$ değerinin sıfıra yaklaşması gerektir.

a katsayısını, $\bar{x}_m$ değerinin variansını minimum olacak şekilde hesaplamak lâzımdır. Bunun için önce $\bar{x}_m$ in variansını yazalım:

$$V_{\bar{x}_m} = a^2 V_{\bar{y}} - 2a\, \sigma_{\bar{y}\bar{x}} + V_{\bar{x}} \,, \tag{4}$$

burada genellikle $\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{V_{\bar{y}}}$ olduğunu hatırlatmak uygundur.

a ya göre son denklemin türevini alıp sıfıra eşit kılalım :

$$\frac{\partial V_{\bar{x}_m}}{\partial a} = 2a\, V_{\bar{y}} - 2\, \sigma_{\bar{y}\bar{x}} = 0 \tag{5}$$

oradan :

$$a = \frac{\sigma_{\bar{y}\bar{x}}}{V_{\bar{y}}} \tag{6}$$

bulunur.

O halde denklem (3) ü şu şekilde yazabiliriz :

$$\bar{x}_m = \frac{\sigma_{\bar{y}\bar{x}}}{V_{\bar{y}}} (\bar{Y} - \bar{y}) + \bar{x} \tag{7}$$

$\bar{y}$ ve $\bar{x}$ ortalamalarının variansını yazacak olursak :

$$V_{\bar{y}} = \frac{S^2_y}{n} \cdot \frac{N-n}{N} \quad \text{ve} \quad V_{\bar{x}} = \frac{S^2_x}{n} \cdot \frac{N-n}{N} \,. \tag{8}$$

Bu formüllerde de $N-1$ serbestlik derecesi ile viaryansları yazalım :

$$S^2_y = \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \bar{Y})^2}{N-1} \,, \quad S^2_x = \frac{\sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^2}{N-1} \,.$$

Kovariansı da yazarsak :

$$\sqrt{V_{\bar{y}\bar{x}}} = \sigma_{\bar{y}\bar{x}} = \frac{S_{yx}}{n} \cdot \frac{(N-n)}{N} \tag{9}$$

ve $N-1$ serbestlik derecesi ile kovarians :

$$S_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \overline{Y})(X_i - \overline{X})}{N-1} \tag{10}$$

Binaenaleyh katsayı a şu şekilde yazılabilir :

$$a = \frac{\sigma_{\bar{y}\bar{x}}}{V_{\bar{y}}} = \frac{S_{yx}}{S^2_y} \tag{11}$$

Korelasyon katsayısı r i kullanarak :

$$r = \frac{S_{yx}}{S_y \, S_x}$$

katsayı a yı aşağıdaki gibi ifade edebiliriz :

$$a = r \cdot \frac{S_x}{S_y} \tag{12}$$

Netice itibariyle tahminî değer $\overline{x_m}$ için bulunan formülü yazalım :

$$\bar{x}_m = r \cdot \frac{S_x}{S_y} (\overline{Y} - \bar{y}) + \bar{x} \tag{13}$$

Yukarıda işaret ettiğimiz gibi, cari devre için hesap edilen ortalama $\bar{x}$ değeri, esas devreye ait bilinen ortalamalar $\overline{Y}$ ve $\bar{y}$ vasıtasıyla tashih edilerek inhiraf ihtiva etmeyen $\bar{x}_m$ elde edilir. Bu metoda tashih metodu adını vereceğiz. Korelasyon katsayısı r ve değişkenlik ölçüsü S_x in S_y ye nazaran büyüklüğü, tashih derecesini tâyin eder.

Variansın minimum değerini de formül (4) yardımiyle yazabiliriz :

$$V_{\bar{x}_m}(\min) = r^2 \frac{S^2_x}{S^2_y} \cdot \frac{S^2_y}{n} \cdot \frac{N-n}{N} - 2\,r \frac{S_x}{S_y} \cdot \frac{S_{yx}}{n} \cdot \frac{N-n}{N} + \\ + \frac{S^2_x}{n} \cdot \frac{N-n}{N},$$

sadeleştirilirse :

$$V_{\bar{x}_m}(\min) = \frac{N - n}{n\,N} S^2_x (1 - r^2) \qquad (14)$$

bulunur.

Son formülden anlaşılıyor ki variansın minimuma varması, korrelasyon katsayısı r in kıymetine bağlıdır. Esas ve cari devrelerde müşahede edilen y ve x kiymetleri arasındaki korrelasyon büyüdükçe, varians küçülür aksi takdirde büyür. Korrelasyon 1 olduğu zaman, varians sıfıra eşit olur; bu da tahminde hiç bir hata bulunmadığını ifade eder. Şayet korrelasyon sıfır olursa, varians formül (8) e eşit olur.

$$V_{\bar{x}}(\min) = \frac{S^2_x}{n} \cdot \frac{N - n}{N}. \qquad (15)$$

II. ZÜMRELERE GÖRE SONDAJ.

Bu çeşit sondajda, esas devrede müşahede edilen N birimlik ana kütle, L adet zümreye ayrılmıştır. h ıncı zümredeki birim sayısı N_h ve nümune sayısı n_h ile gösterilir. Ana kütle ortalaması $\bar{Y}$, h ıncı zümre ortalaması $\bar{Y}_h$ ve nümune ortalaması da $\bar{y}_h$ sembolleri ile tarif edilsin. Cari devrede hesap edilen h ıncı zümre ortalaması $\bar{x}_h$ dan hareket ederek ana kütle ortalaması $\bar{X}_h$ ı tahmin etmek istiyoruz. Yapılacak işlemler basit tesadüfî sondajda yapılanların benzeridir. İlâve olarak zümre sembollerini kullanmak lâzımdır. Formül (13) e istinaden cari devreye ait h ıncı zümre nümunesi için ortalama değeri yazalım :

$$\bar{x}_{mh} = r_h \cdot \frac{S_{xh}}{S_{yh}} (\bar{Y}_h - \bar{y}_h) + \bar{x}_h \qquad (16)$$

Ana kütle için $\bar{X}$ ortalama değeri de zümreler için bulunan ortalama $\bar{x}_{mh}$ değerlerinin tartılı aritmetik ortalamasına eşittir :

$$\bar{x}_m = \frac{\sum_{h=1}^{L} N_h \bar{x}_{mh}}{N} \qquad (17)$$

Ortalama $\bar{x}_m$ değeri ise $\bar{X}$ in sistematik hata ihtiva etmiyen bir tahminidir.

h ıncı zümre variansına gelince, formül (14) gereğince şöyle yazılabilir :

$$V_{\bar{x}_{m_h}} \text{ (mim)} = \frac{N_h - n_h}{n_h \cdot N_h} \cdot S^2_{x_h} (1 - r^2_h) \tag{18}$$

Ana kütle variansı, zümre varianslarının tartılı aritmetik ortalamasına eşittir :

$$V_{\bar{x}_m} = \frac{\sum_{h=1}^{L} N^2_h \, V_{\bar{x}_{m_h}} \text{ (min)}}{N^2} \tag{19}$$

Nümune mevcudu n in optimum bölünmesi ve optimum varians.

Arzu edilen husus, nümune mevcudu n in ana kütle variansı $V_{\bar{x}_m}$ minimum olacak şekilde zümreler arasında bölünmesidir. Ayrıca zümre nümune mevcutları ve yekûn nümune mevcudu arasında :

$$\sum_{h=1}^{L} n_h = n \tag{20}$$

şartı bulunmalıdır.

Formül (18) in değerini formül (19) da yerine koyalım :

$$V_{\bar{x}_m} = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^{L} \frac{N_h (N_h - n_h)}{n_h} \cdot S^2_{x_h} (1 - r^2_h) \tag{21}$$

Burada n_h ihtiva etmeyen ifadeyi kolaylık sağlamak üzere W_h sembolü ile gösterelim :

$$W_h = S^2_{x_h} (1 - r^2_h)$$

ve dolayısiyle

$$V_{\bar{x}_m} = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^{L} \frac{N_h (N_h - n_h)}{n_h} \cdot W_h \tag{22}$$

olur.

Variansı minimum kılacak n_h değerlerini bulmak için Lagrange çarpanları metodunu kullanalım :

$$\Phi = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^{L} \frac{N_h (N_h - n_h)}{n_h} \cdot W_h + \lambda \left(\sum_{h=1}^{L} n_h \right) \qquad (23)$$

n_h ye göre türevini alırsak :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n_h} = - \frac{N^2_h \; W_h}{N^2 \; n^2_h} + \lambda \,, \qquad (24)$$

elde ederiz. Şimdi de n_h ı hesaplıyalım :

$$n_h = \frac{N_h \sqrt{W_h}}{\sqrt{\lambda} \; N} . \qquad (25)$$

Ayrıca λ nın değeri :

$$\sum_{h=1}^{L} n_h = n = \frac{\sum_{h=1}^{L} N_h \sqrt{W_h}}{\sqrt{\lambda} \; N} \qquad (26)$$

ve

$$\sqrt{\lambda} = \frac{\sum_{h=1}^{L} N_h \sqrt{W_h}}{n \cdot N}$$

olduğundan, netice itibariyle formül (25) şu şekli alır :

$$n_h = n \cdot \frac{N_h \sqrt{W_h}}{\sum_{h=1}^{L} N_h \sqrt{W_h}} \qquad (27)$$

Veyahut başka bir ifadeyle :

$$n_h = n \cdot \frac{N_h \, S_{x_h} \sqrt{(1 - r^2_h)}}{\sum_{h=1}^{L} N_h \, S_{x_h} \sqrt{(1 - r^2_h)}} \qquad (28)$$

yazılabilir. En küçük varians değeri de bu formül vasıtasiyle hesaplanacak n_h bölünmesinden temin edilebilir. O halde optimum varians formülünü yazalım :

$$V_{\bar{x}_m}\ (\text{opt.}) = \frac{1}{N^2}\left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{L} N_h \sqrt{W_h}\right)^2}{n} - \sum_{h=1}^{L} N_h\, W_h\right]. \qquad (29)$$

Bu formül esas itibariyle W teriminin ihtiva ettiği korrelasyon katsayısının ve değişkenlik ölçüsü $S^2_{\bar{x}_h}$ nin büyüklüğüne tâbidir.

III. NİSBET USULÜ.

Esas devre ve cari devrede bilinen ana kütle ve nümune ortalama değerlerinden hareket ederek mukayese tesis etmek suretiyle cari devre için ana kütle ortalamasını hesaplamak, meşgul olduğumuz mevzu için, nisbet usûlünün gayesidir.

Bilinenler esas devre için $\bar{Y}$ ile $\bar{y}$ ve cari devre için $\bar{x}$ dir. Bu son devre için ana kütle ortalaması $\bar{X}$, bilinen üç değerin mukayesesiyle şöyle elde edilir :

$$\bar{X}_{\text{tah.}} = \frac{\bar{x}}{\bar{y}} \cdot \bar{Y} \qquad (30)$$

$b = \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$ ve $B = \frac{\bar{X}}{\bar{Y}}$ olsun. b değeri B nin tahminî bir değeri olarak düşünülebilir. Esasında her iki değer arasında küçük de olsa bir sistematik hata mevcuttur. Binaenaleyh :

$$E\,(b) \neq B$$

dir.

Aradaki fark nümune mevcudu n arttıkça azalır. Nümune mevcudu fazla olursa, bu fark küçülür ve hattâ ihmal edilebilir.

$\bar{X}_{\text{tah.}}$ nin variansını tetkik edelim.

Önce $\bar{X}_{\text{tah.}}$ inin $\bar{y}$ ve $\bar{x}$ in fonksiyonu olduğunu ifade edelim :

$$\bar{X}_{\text{tah.}} = f\,(\bar{y}\ ,\ \bar{x}) = \frac{\bar{x}}{\bar{y}} \cdot \bar{Y} \qquad (31)$$

Sırasiyle $\bar{y}$ ve $\bar{x}$ e göre kısmî türevlerini alalım :

$$\frac{\partial f(\bar{y}, \bar{x})}{\partial \bar{y}} = -\frac{\bar{x}}{\bar{y}^2} \bar{Y} \text{ ve } \frac{\partial f(\bar{y}, \bar{x})}{\partial \bar{x}} = \frac{\bar{Y}}{\bar{y}} \qquad (32)$$

ve

$$\bar{y} = m \quad , \quad \bar{x} = k \quad , \quad \bar{Y} = M \quad , \quad \bar{X} = K$$

değerlerini verelim. Bir P (M, K) noktasını ihtiva eden D alanında kısmî türevleri mevcut bir $f(m, k)$ fonksiyonu bulunsun. Taylor serisine göre aşağıdaki ifade yazılabilir :

$$f(m, k) = f(M, K) + f_m'(m - M) + f_k'(k - K) + R_1 \quad . \qquad (33)$$

Bilinen değerler bu formülde yerine konacak olursa $\bar{X}_{tah.}$ in yaklaşık değeri bulunur :

$$\bar{X}_{tah.} = \bar{X} - B(\bar{y} - \bar{Y}) + (\bar{x} - \bar{X}) + R_1 \qquad (34)$$

kalan terim R_1 ve daha yüksek mertebedeki terimler ihmal edilirse $\bar{X}_{tah.}$ in variansı bulunur :

$$V_{\bar{x}_{tah.}} = B^2 V_{\bar{y}} - 2 B V_{\bar{y}\bar{x}} + V_{\bar{x}} \qquad (35)$$

veyahut da

$$V_{\bar{y}} = \frac{S^2_y}{n} \cdot \frac{N - n}{N}$$

münasebeti göz önünde tutularak :

$$V_{\bar{x}_{tah.}} = \frac{N - n}{Nn} (B^2 S^2_y - 2 B r S_y S_x + S^2_x) \qquad (36)$$

formülüne varılır. İşte nisbet usulü için kullanılacak yaklaşık değer veren formül budur.

Nisbet usulünde hususî bir hal :

Formül (36) nın tatbikatta kolaylık olmak üzere yaklaşık bir değerini daha yazabiliriz. Ekseri hallerde B katsayısı 1 e ve S_y de S_x e yakın değerler olduklarından :

$$B = 1 \quad \text{ve} \quad S_y = S_x$$

alabiliriz.

Şu hale göre nisbet usulüne göre varians :

$$V_{\bar{x}_{\text{tah.}}} = \frac{N-n}{n\,N}\, 2\, S^2_x (1-r) \qquad (37)$$

olur.

IV. METODLAR ARASINDA MUKAYESE :

Zaman serilerinde cari devreye ait müşahedelerin ortalamalar tahmini ve tahminin variansı hesablarında esas itibariyle üç metod kullanılabilir :

1. Adî sondaj metodu,
2. Tashih metodu,
3. Nisbet usulü.

1. *Adî sondaj metodu :*

Ana kütle ortalama tahmini, müşahede edilen birimlerin aritmetik ortalamasına eşittir :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Varians da şöyle gösterilir :

$$V_{\bar{x}} = \frac{S^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N}$$

2. *Tashih metodu :*

Bu metodda ana kütle ortalaması, esas ve cari devrelerdeki ortalamalar arasında lineer bir münasebet kurmak suretiyle tahmin edilir :

$$\bar{x}_m = r \frac{S_x}{S_y} (\bar{Y} - \bar{y}) + \bar{x} \cdot$$

Tahminin variansı ise aşağıdaki formülle hesap edilir :

$$V_{\bar{x}_m} = \frac{S^2_x\,(1-r^2)}{n} \cdot \frac{N-n}{N}$$

3. *Nisbet usulü :*

Cari devrede ana kütle ortalaması, diğer ortalamalar arasında bir oran tesisiyle tahmin edilir :

$$\bar{X}_{tah.} = \frac{\bar{x}}{\bar{y}} \cdot \bar{Y},$$

variansı da yukarıda gösterilen hususî bir hal için :

$$V_{\bar{x}_{tah.}} = \frac{N-n}{n\,N}\, 2\, S^2_x\,(1-r)$$

olur.

Bu neticeleri aşağıdaki tertiplenen tabloda hülâsa edebiliriz :

Metod nev'i	Ortalama	Varians
Adî metod	$x = \frac{1}{n} \sum x_i$	$V_{\bar{x}} = \frac{S^2_x}{n} \cdot \frac{N-n}{N}$
Tashih metodu	$\bar{x}_m = r \frac{S_x}{S_y} (\bar{Y}-\bar{y}) + \bar{x}$	$V_{\bar{x}_m} = \frac{S^2_x(1-r^2)}{n} \cdot \frac{N-n}{N}$
Nisbet usulü (Hususî hal için)	$\bar{X}_{tah.} = \frac{\bar{x}}{\bar{y}}\, \bar{Y}$	$V_{\bar{x}_{tah.}} = \frac{2\, S^2_x(1-r)}{n} \cdot \frac{N-n}{N}$

Varians formülleri tetkik edilecek olursa $g = \frac{S^2_x}{n} \cdot \frac{N-n}{N}$ faktörünün 3 metodda da müşterek olduğu görülür. Geri kalan faktörler ise sırasiyle 1, $(1-r^2)$ ve $2(1-r)$ dir. Varians formülleri aşağıdaki gibidir :

Adî metod : $V_{\bar{x}} = g$

Tashih metodu : $V_{\bar{x}_m} = g\,(1 - r)^2$

Nisbet usulü : $V_{\bar{x}_{\text{tah.}}} = g\,2\,(1 - r).$

(Hususî hal için)

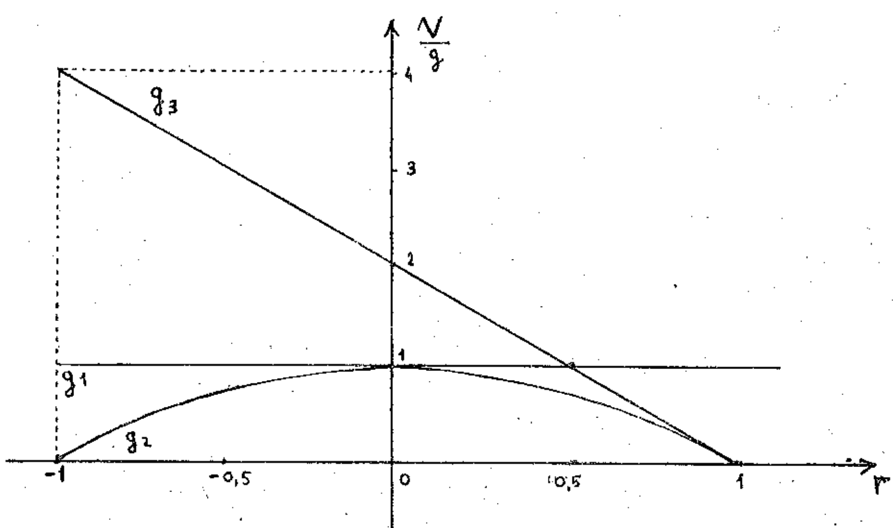
Binaenaleyh elde edilecek üç fonksiyon şöyle sıralanabilir :

$$g_1 = \frac{V_{\bar{x}}}{g} = 1$$

$$g_2 = \frac{V_{\bar{x}_m}}{g} = (1 - r^2)$$

$$g_3 = \frac{V_{\bar{x}}}{g} = 2\,(1 - r)$$

Fonksiyonların değişimleri çizilecek olursa aşağıdaki şekil elde edilir:



Grafiklerin tetkiklerinden anlaşılacağı üzere, variansı minimum yapan metod tashih metodudur. En iyi neticeler korrelasyon katsayısı r in ± 1 değerlerine yakın olduğu zamanlar bulunur. Nisbet usulü ancak r, $+0,5$ ile $+1$ arasında değişirse, iyi netice verir. Zâten bu metodun kullanılmasında çok ihtiyatlı davranmak gerekir. Adî sondaj usulü ise r e tâbi değildir; diğer iki metod arasında yer alır.

SONUÇ

Özellikle zaman serileri için ortalamaların tahmini ve tahminlerin variansını basit tesadüfî ve zümrelere göre sondaj usûllerinde tashih metodu ismiyle adlandırdığımız bir metodla tetkik ettik. Bulunan formüller üzerinde mütealâamızı belirttik. Daha sonra nisbet usulü ile çözümü inceledik. Kolaylık sağlıyacak özel bir hal üzerinde durduk.

Muhtelif metodlarla ortalama ve variansları veren formülleri mukayese ettik. Varians fonksiyonlarının değişimini grafikle gösterdik. Neticede en iyi sonuçları veren usulün tashih metodu olacağını göstermeye çalıştık.

B i b l i o g r a f y a :

Hansen, Hurwitz, Madov : Sample Survey Methods und Theory, Newyork - London 1956.

Cochran : Sampling Techniques New York - John Wiley, 1953.