

Beklentile Dayalı Riske Maruz Değer Kriterli Gazete Satıcısı Modeli*Newsvendor Model with Expectile-based Value at Risk Criterion***Hande GÜNAY AKDEMİR****Giresun Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, 28800, Giresun*

• Geliş tarihi / Received: 03.07.2019 • Düzeltilerek geliş tarihi / Received in revised form: 03.09.2019 • Kabul tarihi / Accepted: 09.09.2019

Öz

Bu çalışmada, riski göz önüne alan gazete satıcısı çözümlerini belirlemek üzere Beklentile dayalı Riske Maruz Değer (EVaR) metriği amaç fonksiyonu olarak kullanılmaktadır. Optimal sipariş miktarı, gazete satıcısı risk odaklı davranışla karar verdiğinde klasik beklenen kâr maksimizasyonu ile belirlenen miktardan sapmaktadır. EVaR minimizasyon modelimiz, klasik gazete satıcısı modelini tek parametrelili bir risk metriği yardımıyla genişletmekte ve rezervde tutulması gereken sermaye ile beklenen kâr arasındaki ödünleşime imkân sağlamaktadır. Önerilen modeli açıklamak üzere üç farklı talep dağılımı için, farklı riskten kaçınma ve riski sevme seviyelerine dayanan optimal çözümler hesaplanmaktadır.

Anahtar kelimeler: Beklentile dayalı riske maruz değer, Gazete satıcısı modeli, Risk metrikleri, Risk tercihleri

Abstract

In this paper, we use Expectile-based Value at Risk (EVaR) measure as an objective function to determine newsvendor solutions with risk considerations. When the newsvendor makes a decision with risk-driven behavior, the optimal order quantity deviates from the classical expected profit-maximizing quantity. Our EVaR minimization model extends the classical newsvendor model through a one-parameter risk measure and facilitates trade-off analysis between the capital to be held in reserve and the expected profit. To illustrate the proposed model, we present optimal solutions based on different levels of risk aversion and risk-taking for three different demand distributions.

Keywords: Expectile-based value at risk, Newsvendor model, Risk measures, Risk preferences.

*Hande GÜNAY AKDEMİR; hande.akdemir@giresun.edu.tr; Tel: (0454) 310 14 00; orcid.org/0000-0003-3241-1560

1. Giriş

Riske nötr bir karar vericinin (KV), talep gerçekleşmeden önce optimal sipariş miktarını belirlediği tek periyotlu stokastik envanter kontrol problemine gazete satıcısı problemi adı verilir. Bu modelde, talebin altında ya da üstünde sipariş vermekten kaçınmak ve ikisi arasında denge kurmak üzere, elde bulundurma ve elde bulundurmama maliyetleri söz konusudur. KV'lerin riske karşı farklı tutumları olması nedeniyle gerçek hayatta elde edilen optimal sipariş miktarları, beklenen kârı maksimize etmeye çalışan, ya da eşdeğer olarak beklenen maliyeti veya kaybı minimize etmeye çalışan riske nötr KV'lerin optimal sipariş miktarlarından daha az veya daha fazla olabilir. Örnek olarak, hem amaç fonksiyonunun değişkenliğinin en az olmasını hem de beklenen kârın maksimum olmasını isteyen, riskten kaçınan bir KV büyük kayıplara karşı daha ihtiyatlı davranır (Zhang vd., 2009). Doğru risk yönetimi süreçleri için, kâr ya da kayıp fonksiyonlarının beklenen değerlerinden sapmalarını kontrol altında tutan en uygun risk metriklerini seçmek gerekir. Bu seçimi yaparken göz önünde bulundurulması gereken, metriğin davranışsal özellikleri başta olmak üzere birçok unsur vardır. Toplamsallık, monotonluk, homojenlik ve konveks olma gibi risk metriklerinin davranışsal özellikleri ve "tutarlılık" (coherency) kavramı için okuyucu (Artzner vd., 1999; Bellini, 2012; Föllmer ve Weber, 2015; Gneiting, 2011; Sarykalin vd., 2008) kaynaklarına başvurabilir.

Bu çalışmada, dağılım fonksiyonlarını içeren ve finansal riski ölçen üç temel risk metriğine odaklanılmaktadır: Riske Maruz Değer (VaR), Koşullu Riske Maruz Değer (CVaR) ve EVaR (Kuan vd., 2009; Newey ve Powell, 1987). Çok küçük olasılıkla da olsa büyük kayıpların söz

konusu olduğu durumlarda duyarlı olmayan VaR metriğinin aksine, tutarlı metrikler olan CVaR ve EVaR ideal davranışsal özelliklere sahiptir.

Risk tercihlerini göz önüne alan ve beklenen değer operatörüne alternatif olarak tutarlı metrikleri kullanan modelleri tarayan ilgili literatür için okuyucu (Akdemir, 2018) çalışmasına başvurabilir. Akdemir (2018), farklı seviyedeki riskten kaçınma durumları için, birim satış fiyatı ve sipariş miktarının karar değişkenleri olduğu fiyat belirleyici gazetece satıcısı problemini ele almıştır. Bu çalışmada ise sadece sipariş miktarı karar değişkenidir, birim fiyat ise verilmektedir.

Bu çalışma şu şekilde organize edilmiştir. Bir sonraki bölümde, klasik gazete satıcısı modeli ve kullanılan notasyon yer almaktadır. Bölüm 3'te risk metriklerinin karakterizasyonları, Bölüm 4'te önerilen model ve Bölüm 5'te gamma, normal ve düzgün dağılımlı talepler için uygulama örnekleri verilmektedir. Çalışma, Bölüm 6 ile tamamlanmaktadır.

2. Klasik Gazete Satıcısı Modeli

$F_Y(\cdot)$ şeklinde bilinen bir dağılım fonksiyonuna sahip Y rastgele değişkeni, bir mala olan talebi gösterebilir. Bu malın birim satış fiyatı q iken, birim alış fiyatı ise c olsun. Tahmin edilen miktarın gerçekleşen talebin altında olması durumunda, karşılanmayan talep birim başına s fiyatından cezalandırılacaktır (elde bulundurmama maliyeti). Tersine, gerçekleşen talebin üstünde tahmin edilirse artan envanter ikincil bir pazarda indirimli r birim fiyatından satılacaktır. Karar değişkeni x sipariş miktarını göstermek üzere, kâr fonksiyonu aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$P(x, Y) = q \min\{x, Y\} - cx - s \max\{Y - x, 0\} + r \max\{x - Y, 0\}. \quad (1)$$

Beklenen kâr fonksiyonu:

$$E[P(x, Y)] = \int_0^x ((q - r)y + (r - c)x) dF_Y(y) + \int_x^\infty ((q - c + s)x - sy) dF_Y(y) \quad (2)$$

maksimize edilerek klasik gazete satıcısı probleminin optimal çözümü x^* şu şekilde elde edilir:

$$F_Y(x^*) = \frac{s + q - c}{s + q - r}. \quad (3)$$

Birim fırsat maliyeti $(s + q - c)$ ve fazladan sipariş verme birim maliyeti $(c - r)$ sırasıyla U ve V ile

gösterilsin. Burada, $r < c < q$ ve $s > 0$ olduğu kabul edilmiştir. Böylece, $U, V > 0$ olur ve (3) eşitliği aşağıdaki şekle indirgenir:

$$F_Y(x^*) = \frac{U}{U+V}. \quad (4)$$

Buradan, $(\cdot)^+ = \max\{\cdot, 0\}$ olmak üzere, (1) eşitliği ile verilen kâr fonksiyonu:

$$P(x, Y) = (q - c)Y - U(Y - x)^+ - V(x - Y)^+ \quad (5)$$

denkleminde eşdeğerdir. Rastgele kayıp fonksiyonu $L(x, Y) = U(Y - x)^+ + V(x - Y)^+$ şeklinde tanımlanırsa,

$$\max_x E[P(x, Y)] = (q - c)E[Y] - \min_x E[L(x, Y)] \quad (6)$$

ve

$$E[L(x, Y)] = \int_0^x V(x - y) dF_Y(y) + \int_x^\infty U(y - x) dF_Y(y) \geq 0 \quad (7)$$

elde edilir.

Klasik gazete satıcısı modelinde, KV'nin riske nötr olduğu ve beklenen değer optimizasyonu yoluyla sipariş verdiği kabul edilir. Modelde risk davranışını tanımlamak üzere, beklenen değer operatörü CVaR metriği ile beraber kullanılabilir. Bir sonraki bölümde, VaR, CVaR ve EVaR metriklerinin tanımları ve risk davranışları ilişkileri verilmiştir.

3. Bazı Risk Metrikleri ve Özellikleri

Mümkün kayıpları temsil eden ve parasal bir değer olan L finansal pozisyonu, bir rastgele değişkendir. Bu çalışmada, pozitif bir L , kayıp

olduğunu ifade eder, aksi halde kazanç söz konusudur. $\rho(L) > 0$ riski ise kabul edilebilir bir pozisyon için eklenmesi gereken kapital miktarıdır. Önceden belirlenmiş, nispeten yüksek bir $\alpha \in (0, 1)$ eşik değeri için, kayıp olasılığı $(1 - \alpha)$ değerini aşmasını deniliyorsa risk değeri $VaR_\alpha(L)$ olur. Başka bir deyişle, kayıp dağılımının α -kantili olarak düşünülen, yani $VaR_\alpha(L) = F_L^{-1}(\alpha)$ olacak şekilde, verilen yüksek bir α güven düzeyinde aşılmayan maksimum kayıp:

$$VaR_\alpha(L) = \inf\{l \in \mathbb{R} \mid P(L \leq l) \geq \alpha\} \quad (8)$$

olarak ifade edilir.

Başka bir risk metriği olan CVaR “En kötü $(1 - \alpha) \times 100\%$ kayıplar ele alındığında beklenen kayıp kaçtır?” sorusuna cevap verir, yani:

$$CVaR_\alpha(L) = E[L \mid L \geq VaR_\alpha(L)] = \frac{1}{1 - \alpha} \int_\alpha^1 F_L^{-1}(t) dt. \quad (9)$$

$\beta \in (0, 1)$ ve $\lambda \in [0, 1]$ risk parametreleri olmak üzere, risk davranışlarını göz önüne alan gazete satıcısı modellerinde amaç fonksiyonu olarak:

$$\frac{1 - \lambda}{1 - \beta} E[P(x, Y)] + \frac{\lambda - \beta}{1 - \beta} CVaR_{1 - \beta}(P(x, Y)) \quad (10)$$

konveks kombinasyonu kullanılır. (10)'da, $\lambda = \beta$ alınması durumu riske nötr kararı verir. $\lambda = 1$ için ise

CVaR kriterli model elde edilir. Dahası KV, $\beta < \lambda$ ($\beta > \lambda$) için riskten kaçınan (risk sever) bir davranış sergiler (Xu ve Li, 2010).

$$CVaR_\alpha(L(x,Y)) = \min_{\eta} \left(\eta + \frac{1}{1-\alpha} E[(L(x,Y) - \eta)^+] \right), \alpha \in (0,1) \quad (11)$$

fonksiyonu yardımı ile optimal sipariş miktarı:

$$x^* = F_Y^{-1} \left((1-\alpha) \frac{U}{U+V} \right) \quad (12)$$

olarak bulunur (Rockafellar ve Ursayev, 2000). Burada α arttıkça riskten kaçınma artar. $\alpha = 0$ için riske nötr model elde edilir. Ayrıca, riskten kaçınma düzeyi U ve V maliyetlerine de bağlıdır. Jammernegg ve Kischka (2007) çalışmasında olduğu gibi elde bulundurmama maliyetinin olmaması durumunda, riskten kaçınan

(risk sever) KV, riskten kaçınma seviyesiyle orantılı olarak daha düşük (yüksek) düzeyde mal depolar. Elde bulundurmama maliyetinin pozitif olması durumunda ise optimal sipariş miktarı riske nötr düzeyden daha yüksek olabilir (Katariya vd., 2014).

α -kantillere benzer bir yapıda olan ω -beklentil, $\omega \in (0,1)$, $(L-l)^- = \max\{l-L, 0\}$ olmak üzere, aşağıdaki simetrik olmayan, parçalı kuadratik hata değerini minimize eden değerdir, yani:

$$e_\omega(L) = \arg \min_l E[\omega((L-l)^+)^2 + (1-\omega)((L-l)^-)^2] \quad (13)$$

Birinci mertebe optimallik koşulundan:

$$\omega E[(L - e_\omega(L))^+] = (1-\omega) E[(L - e_\omega(L))^-] \quad (14)$$

elde edilir. $EVaR_\omega(L) = e_\omega(L)$ olarak tanımlanan risk değeri, önceden belirlenmiş, nispeten yüksek bir ω ihtiyat oranında $\frac{\omega}{1-\omega}$ kazanç-kayıp oranını elde etmek için gerekli kapital miktarıdır. $\omega > 0.5$ için daha ihtiyatlı olduğundan riskten kaçınma oranı yükselir. Hesaplamalarımızda (14) eşitliğine eşdeğer

$$e_\omega(L) = E[L] + \frac{2\omega-1}{1-\omega} \int_{e_\omega(L)}^\infty (l - e_\omega(L)) dF_L(l) \quad (15)$$

alternatif eşitliği kullanılmıştır.

4. EVaR Kriterli Gazete Satıcısı Modeli

$$\begin{aligned} I &= \int_{e_\omega(L)}^\infty (l - e_\omega(L)) dF_L(l) = \int_0^x [V(x-y) - e_\omega(L)]^+ dF_Y(y) + \int_x^\infty [U(y-x) - e_\omega(L)]^+ dF_Y(y) \\ &= \int_0^{x - e_\omega(L)/V} (V(x-y) - e_\omega(L)) dF_Y(y) + \int_{x + e_\omega(L)/U}^\infty (U(y-x) - e_\omega(L)) dF_Y(y) \end{aligned} \quad (16)$$

olmak üzere, beklentil (EVaR) minimizasyon modeli:

$$\begin{cases} \min e_\omega(L) \\ e_\omega(L) = E[L] + \frac{2\omega-1}{1-\omega} I, \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (17)$$

şekindedir. Birim kâr $p = q - c$ olmak üzere,

$$I = \begin{cases} E[L] - e_{\omega}(L), & e_{\omega}(L) < -(q-c)x \\ \int_0^{(Vx - e_{\omega}(L))/(V+p)} (V(x-y) - py - e_{\omega}(L)) dF_Y(y) \\ + \int_{(Ux + e_{\omega}(L))/(U-p)}^{\infty} (U(y-x) - py - e_{\omega}(L)) dF_Y(y), & -(q-c)x \leq e_{\omega}(L) < (c-r)x \\ \int_{(Ux + e_{\omega}(L))/(U-p)}^{\infty} (U(y-x) - py - e_{\omega}(L)) dF_Y(y), & e_{\omega}(L) \geq (c-r)x \end{cases} \quad (18)$$

şeklinde elde edilir. Not edelim ki, $p = 0$ için $e_{\omega}(L), (x - e_{\omega}(L)/V) \geq 0$ kısıtları model (17)'ye eklenmelidir. Ayrıca burada kayıp fonksiyonu, kâr fonksiyonunun ters işaretlisi, yani $L = -P$ olarak alınmıştır.

5. Bulgular ve Tartışma

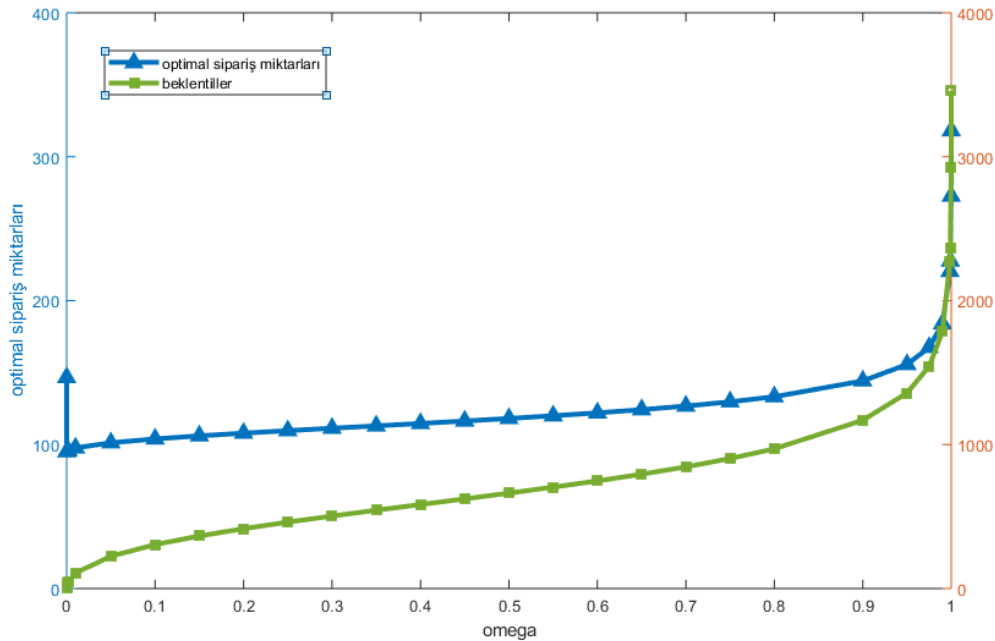
Bu bölümde üç farklı talep dağılımı (gamma, normal ve düzgün dağılım) için uygulama örnekleri verilmektedir. Rastgele değişkenleri üretmek için MATLAB fonksiyonu "random" kullanılmıştır. Daha sonra, bu sayılar EXCEL fonksiyonları yardımıyla yapılan hesaplamalarda kullanılmıştır. Sembolik integraller ve optimizasyon hesaplamaları yine MATLAB aracılığıyla gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde elde edilen tüm değerler virgülden sonra iki basamak hassaslıkta verilmiştir.

5.1. Gamma Dağılımlı Talep

Arıkan ve Fichtinger (2017) çalışmasından alınan bu örnekte talep, ölçek parametresi $\theta = 25$ ve şekil parametresi $k = 4$ olan gamma dağılımına

uymaktadır. Birim fırsat maliyeti $U = 25$ ve fazladan sipariş birim maliyeti $V = 11$ olarak alınmıştır. Risk parametresi ω 'nın farklı değerleri için elde edilen optimal çözümler Şekil 1'de gösterilmiştir. Risk parametresi ω arttıkça riskten kaçınma seviyesi ve ilgili optimal sipariş miktarları artmaktadır. Sonuçlar, $p = 0$ durumu için Arıkan ve Fichtinger (2017)'de verilen Şekil 4(a)'daki sonuçlarla uyumludur.

Daha sonra, ilgili gamma dağılımına uyan 5000 talep değeri $\text{random}(\text{'Gamma'}, 4, 25, 5000, 1)$ ifadesi kullanılarak MATLAB ile üretilmiş, sonuçlar $p = 0$ durumu için Tablo 1'de $p = 10$ durumu için ise Tablo 2'de verilmiştir. Tablo 1'de verilen simülasyon da göstermiştir ki $p = 0$ durumu için riskten kaçınma arttıkça optimal sipariş miktarı da artmaktadır.



Şekil 1. Gamma dağılımlı talep için optimal sipariş miktarları ve ilgili beklentiller ($p = 0$)

Tablo 1. ω parametresinin farklı değerleri ve $p = 0$ durumu için kayıp fonksiyonunun değışkenliği (gamma dağımlı talep)

ω	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$e_{\omega}(L)$	305.04	415.94	503.64	583.64	663.08	747.80	845.44	970.86	1169.28
x^*	103.95	107.95	111.37	114.69	118.16	122.06	126.79	133.25	144.28
$E[L]$	671.61	661.01	655.70	653.66	654.28	658.12	666.76	685.26	732.02
σ_L	740.47	708.68	682.31	657.56	632.90	606.94	578.25	544.14	500.41
Kazanç-Kayıp	0.25	0.35	0.43	0.51	0.59	0.68	0.80	0.93	1.22

Tablo 2. ω parametresinin farklı değerleri ve $p = 10$ durumu için kâr fonksiyonunun değışkenliği (gamma dağımlı talep)

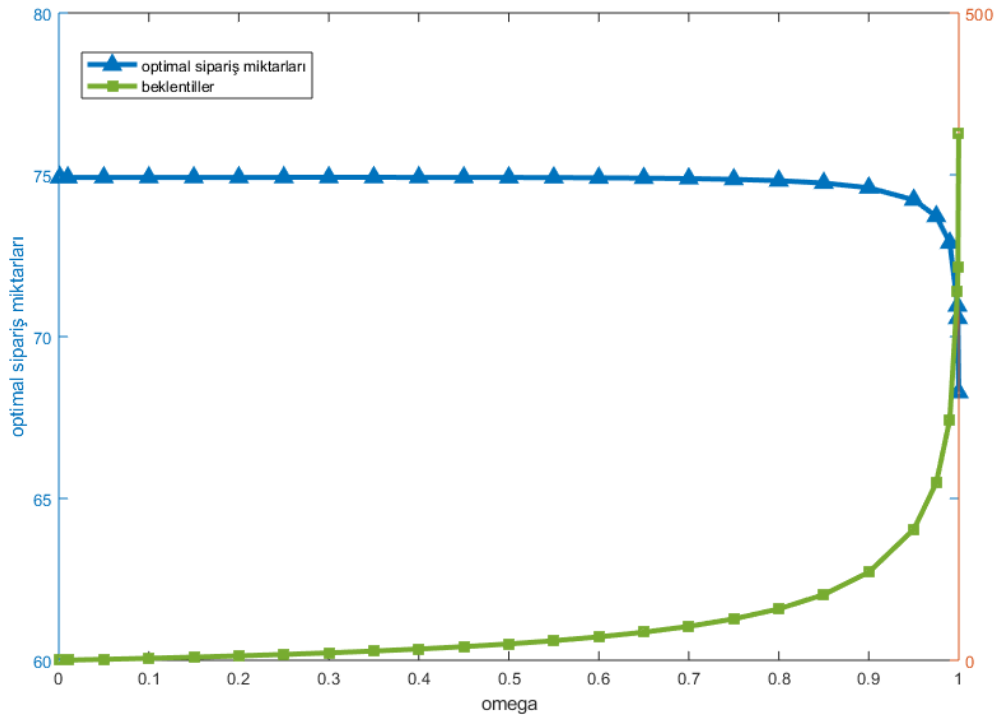
ω	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$e_{\omega}(L)$	-866.26	-666.89	-537.55	-432.66	-336.92	-241.46	-137.74	-11.86	175.07
x^*	153.84	137.26	128.34	122.46	118.16	114.85	112.24	110.30	109.52
$E[P]$	207.69	293.64	323.22	335.04	339.45	340.10	338.5	336.74	335.59
σ_P	731.40	648.16	604.56	578.28	561.39	549.87	541.95	536.59	534.56
Kazanç-Kayıp	0.36	0.48	0.59	0.88	1.04	1.24	1.51	2.05	2.63

5.2. Normal Dağımlı Talep

Gotoh ve Takano (2007) alışmasından alınan bu örnekte talep, $\mu = 80$ ortalamalı $\sigma = 10$ standart sapmalı normal dağılıma uyar. Birim fırsat maliyeti $U = 11$ ve fazladan sipariş birim maliyeti $V = 25$ olarak alınmıştır. Risk parametresi ω 'nın farklı değerleri ve $p = 0$ durumu için elde edilen optimal çözümler şekil 2'de gösterilmiştir.

Riskten kaçınma seviyesi arttıkça ilgili optimal sipariş miktarları azalmaktadır. Sonuçlar, $U < V$ durumu için Gotoh ve Takano (2007)'de verilen şekil 2(b)'deki sonuçlarla uyumludur.

Daha sonra, ilgili normal dağılıma uyan 5000 talep değerleri $10 * \text{randn}(5000,1) + 80$ ifadesi kullanılarak MATLAB ile üretilmiş, sonuçlar $p = 0$ durumu için Tablo 3'de verilmiştir.

**şekil 2.** Normal dağımlı talep için optimal sipariş miktarları ve ilgili beklentiler ($p = 0$)

Tablo 3. ω parametresinin farklı değerleri ve $p = 0$ durumu için kayıp fonksiyonunun değışkenliği (normal dağımlı talep)

ω	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$e_\omega(L)$	1.54	3.41	5.73	8.70	12.62	18.07	26.17	39.69	67.96
x^*	74.92	74.92	74.92	74.92	74.92	74.91	74.88	74.82	74.60
$E[L]$	124.03	124.03	124.03	124.03	124.03	124.03	124.03	124.04	124.10
σ_L	95.63	95.63	95.64	95.64	95.62	95.59	95.50	95.26	94.49
Kazanç-Kayıp	0.01	0.01	0.02	0.04	0.05	0.08	0.12	0.18	0.33

5.3. Düzgün Dağımlı Talep

Bu örnekte talep, $Y \sim U(0,1)$ olacak şekilde düzgün dağımlıdır. Birim fırsat maliyeti $U = 11$ ve fazladan sipariş birim maliyeti $V = 2$ olarak alınmıştır. Risk parametresi ω 'nın farklı değerleri

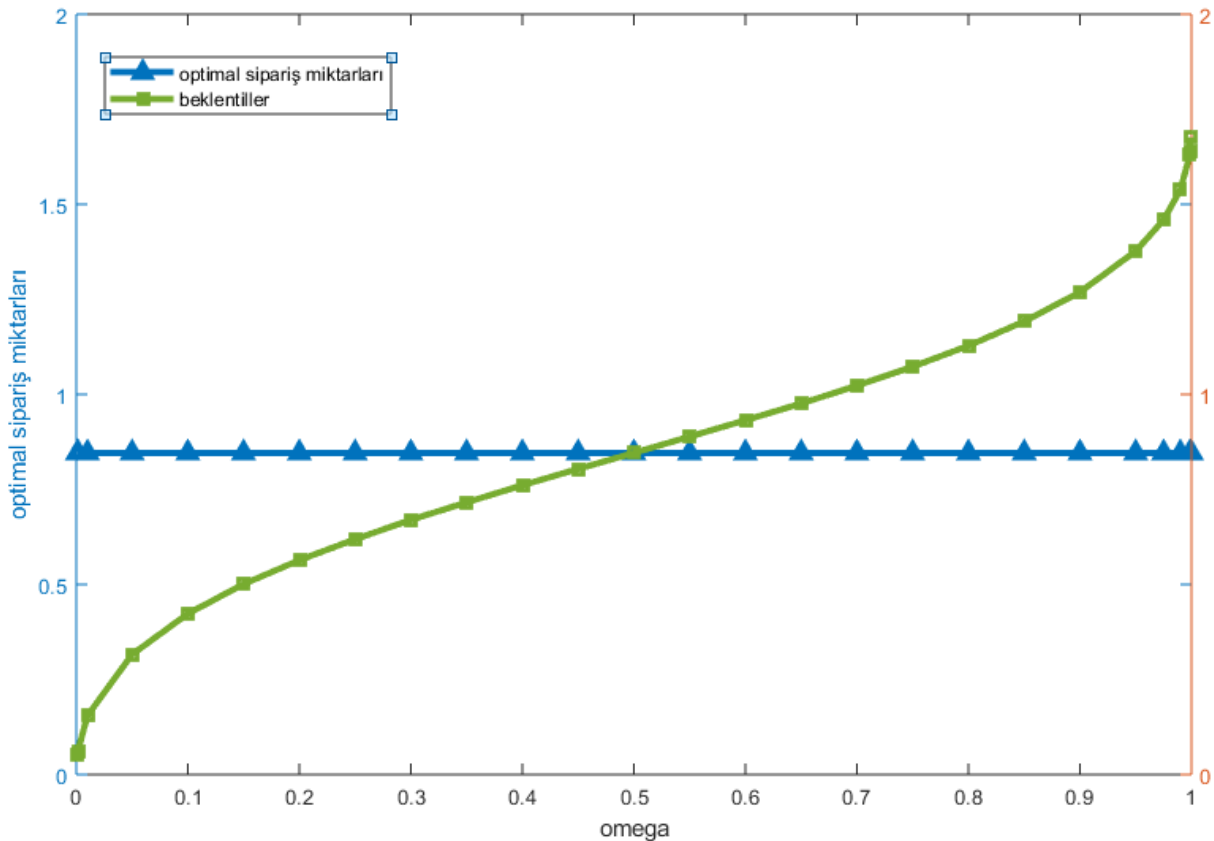
ve $p = 0$ durumu için elde edilen optimal çözümler Şekil 3'te gösterilmiştir. Optimal sipariş miktarları riske nötr durumdakilerle eşit çıkmıştır. Bu sonuç, Arıkan ve Fichtinger (2017)'de verilen sonuçlarla uyumludur.

İlgili model aşağıdaki gibidir:

$\min e_\omega(L)$

$$\left\{ \begin{array}{l} e_\omega(L) = \frac{Vx^2}{2} + \frac{U(x-1)^2}{2} + \frac{2\omega-1}{1-\omega} \left(\frac{(e_\omega(L)-Vx)^2}{2V} + \frac{(e_\omega(L)-U+Ux)^2}{2U} \right), \\ x \geq 0, e_\omega(L) \geq 0, x - e_\omega(L)/V \geq 0, x + e_\omega(L)/U \leq 1. \end{array} \right. \quad (19)$$

Daha sonra, ilgili düzgün dağımlı uyan 5000 talep değeri $\text{random}(\text{'Uniform'}, 0, 1, 5000, 1)$ ifadesi kullanılarak MATLAB ile üretilmiş, sonuçlar $p = 0$ durumu için Tablo 4'de verilmiştir.



Şekil 3. Düzgün dağımlı talep için optimal sipariş miktarları ve ilgili beklentiller ($p = 0$)

Tablo 4. ω parametresinin farklı değerleri ve $p = 0$ durumu için kayıp fonksiyonunun değişkenliği (düzgün dağılımlı talep)

ω	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$e_o(L)$	0.42	0.56	0.67	0.76	0.85	0.93	1.02	1.13	1.27
x^*	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85
$E[L]$	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84
σ_L	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49
Kazanç-Kayıp	0.34	0.51	0.65	0.81	1.00	1.21	1.52	2.03	3.02

6. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada, rastgele bir taleple karşı karşıya olan, riskten kaçınan (veya risk sever) gazete satıcısının sipariş politikalarını belirlemek için, iyi bilinen gazete satıcısı modelinde amaç fonksiyonu olarak EVaR metriği kullanılmıştır. Beklentiler ilgi çekici risk ölçümü özelliklerine sahiptir. Negatif ve pozitif sapma değerlerinin karelerinin beklenen değerlerine farklı ağırlıklar atarlar. Dolayısıyla, karar kayıp dağılımının her iki kuyruğuna da bağlıdır. Modelde eğer karar verici $\omega > 0.9$ olarak seçerse teorik kazanç/kayıp oranı 9'dan büyük olur, ancak bu oranın elde edilmesi çok yüksek sermaye gereksinimi olan muhafazakar bir beklentile karşılık gelebilir. Bu model, KV'nin beklenen kârı ile riskli durumlar için bir sigorta olarak görebileceği sermaye arasında ödünleşim yapmasına ve riske bakış açısına göre kazanç/kayıp oranını ayarlamasına imkan sağlar. Riskten kaçınan KV'ler beklenen kâr fonksiyonunda yüksek volatilitate istemediklerinden ihtiyatlı davranarak yüksek miktarda sermaye ayırırlar.

Kaynaklar

- Akdemir, H. G., 2018. Pricing and ordering decisions of risk-averse newsvendors: Expectile-based value at risk (E-VaR) approach. *New Trends in Mathematical Sciences*, 6(2), 102-109.
- Arıkan, E. ve Fichtinger, J., 2017. The risk-averse newsvendor problem under spectral risk measures: A classification with extensions. *European Journal of Operational Research*, 256(1), 116-125.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M. ve Heath, D., 1999. Coherent measures of risk. *Mathematical finance*, 9(3), 203-228.
- Bellini, F., 2012. Isotonicity properties of generalized quantiles. *Statistics & Probability Letters*, 82(11), 2017-2024.
- Föllmer, H. ve Weber, S., 2015. The axiomatic approach to risk measures for capital

determination. *Annual Review of Financial Economics*, 7, 301-337.

- Gneiting, T., 2011. Making and evaluating point forecasts. *Journal of the American Statistical Association*, 106(494), 746-762.
- Gotoh, J. Y. ve Takano, Y., 2007. Newsvendor solutions via conditional value-at-risk minimization. *European Journal of Operational Research*, 179(1), 80-96.
- Jammerneegg, W. ve Kischka, P., 2007. Risk-averse and risk-taking newsvendors: a conditional expected value approach. *Review of Managerial Science*, 1(1), 93-110.
- Katariya, A. P., Cetinkaya, S. ve Tekin, E., 2014. On the comparison of risk-neutral and risk-averse newsvendor problems. *Journal of the Operational Research Society*, 65(7), 1090-1107.
- Kuan, C. M., Yeh, J. H. ve Hsu, Y. C., 2009. Assessing value at risk with care, the conditional autoregressive expectile models. *Journal of Econometrics*, 150(2), 261-270.
- Newey, W. K. ve Powell, J. L., 1987. Asymmetric least squares estimation and testing. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 819-847.
- Rockafellar, R. T. ve Uryasev, S., 2000. Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*, 2, 21-42.
- Sarykalin, S., Serraino, G. ve Uryasev, S., 2008. Value-at-risk vs. conditional value-at-risk in risk management and optimization. *Tutorials in Operations Research*. INFORMS, Hanover, MD, 270-294.
- Xu, M. ve Li, J., 2010. Optimal decisions when balancing expected profit and conditional value-at-risk in newsvendor models. *Journal of Systems Science and Complexity*, 23(6), 1054-1070.
- Zhang, D., Xu, H. ve Wu, Y., 2009. Single and multi-period optimal inventory control models with risk-averse constraints. *European Journal of Operational Research*, 199(2), 420-434.