KOLAY BOZULABİLEN MALLARLA İLGİLİ OPTİMAL SİPARİŞ POLİTİKASI (*)

Çeviren :

Dr. Hans HÜTTEMANN **Doç. Dr. Neclâ ÇÖMLEKÇİ**

Literatürde çok kademeli kararlarda optimal sipariş politikası problemi, malın daima amelî bakımdan sınırsız bir depolanma kabiliyetine sahip olduğu faraziyesine dayanılarak ele alınmaktadır. Bu makale, belirli bir tarihte bozulmaları sözkonusu olan istihlâk mallarının tedariki, depolanması ve sürümü halinde ortaya çıkabilecek durumla ilgilidir. Araştırmamız, müşterilerin malların bozulma tarihini kati olarak bildikleri ve bu tarihe erişmiş olan malları almayı reddetikleri esasına dayandırılmıştır. Çalışmada, sınırsız bir depolanma müddetinin sözkonusu olduğu durum için A. H. Land tarafından geliştirilmiş olan, yüksek etkenliği ile temayüz eden ve optimal sipariş miktarları ile optimal si pariş tarihlerinin tayininde başvurulabilecek algoritmlere muvazi olarak, bir doğrusal programlama modeli kurulup kontrol edilecektir.

I.

Çok kademeli kararlarda optimal sipariş miktarlarının tayini problemi, literatürde genellikle sözkonusu edilen malın plânlama dönemi boyunca dayanacağı faraziyesine istinaden ele alınmaktadır. Buna mukabil genellikle çabuk bozulabilen mallar için optimal sipariş politikası oldukça az araştırılmıştır (Pack [5], s. 484 ve devamı; Veinott [6], s. 1068 ve devamı [1]).

(*) Hans HÜTTEMANN, «Zum Problem der optimalen Bestellpolitik bei verderblicher Ware», Zeitschrift Für Betriebswirtschaft. Januar 1972, s. 53-66.

(1) Köşeli parantez içinde gösterilmiş olan rakkamlar, makalenin sonunda verilmiş olan bibliyografyaya taallûk etmektedir.

Bu makale, dayanıklılığı sınırlı olan istihlâk mallarının tedariki, depolanması ve sürümü halinde ortaya çıkabilecek durumu araştırmaktadır.

t ile göstereceğimiz haftanın başında satın alınan malın bozulma tarihi t + d + 1 olsun; Bu arada, tam haftalarla ölçülen «taze kalma süresi» d + 1, malın mağazaya girmesi tarihine bağlı olmıyan — meselenin basitleştirilmesi bakımından — sabit bir sayı olsun [2]. Bundan ayrı olarak, fiilî depolama müddeti ne olursa olsun, bozulma tarihine erişilmediği müddetçe malın müşteriler tarafından «taze», buna mukabil sözü edilen tarihe erişildiği an «bozulmuş» olarak kabul edileceği ve bundan böyle satılamıyacağı kabul edilecektir. Bu durumda satın alma müdürü bir taraftan yeteri kadar «taze» malın bulundurulması, diğer taraftan da bozulma yolu ile mal kaybını mümkün mertebe önliyecek şekilde mevcut ve satın alınacak mal miktarını ayarlama problemi ile karşıkarşıya kalacaktır.

II.

Aşağıda açıklanmış olan problem, Beale, Morton ve Land [1] tarafından araştırılmış bulunan bir kararverme durumunun değişik bir halini ortaya koymaktadır. Sözünü ettiğimiz araştırmada olduğu gibi, burada da bütün düşünceler tek mamûl haline inhisar ettirilmiştir. Ayrıca mesele basitleştirilerek, araştırma konusu olan malın diğer tedarik mallarına bağlı olmaksızın tasarruf edilebileceği farzedilmiştir.

Satış departmanı t haftasının ($t=1,\dots,T$) başında q_t miktarındaki haftalık ihtiyacı tedarik mahallinden def'aten almaktadır. Gerekli mal N tane firmadan temin edilebilir, amelî bakımdan kalitenin değişmiyeceği kabul edilmiştir. n ile göstereceğimiz firmanın t devresindeki taahhüt kapasitesi h^n_t dir. Sözü edilen firmaya t devresinde verilmiş olan sipariş, taahhüt kapasitesini aşıyorsa, mümkün olan azamî miktar (h^n_t) teslim alınır. Siparişin karşılanmıyan kısmı üzerinde durulmıyacaktır.

Diğer taraftan, siparişlerin ancak hafta başlarında yapılabileceği kabul edilmiştir. Siparişin verilmesi ile tedarik edilen malın ma-

(2) Plân döneminin tamamını T haftaya bölünmüş olarak düşünmekteyiz; Bu arada t anı, t haftasının başlangıcını, t + 1 ise aynı haftanın sonunu (ve aynı zamanda t + 1 haftasının başlangıcını) gösterecektir.

ğazaya girmesi arasındaki zaman fasılası amelî bakımdan sıfıra eşit kabul edilmiştir. Bu şekilde, ihtiyaçların karşılanabilmesi maksadıyla tedarik edilen malın daha sipariş devresinde tamamiyle çekilebilmesi sağlanmış olur.

Emtea, satıcılar tarafından mağazada teslim edilmektedir. t haftasında n firmasından alınan malın birim giriş (tesellüm) maliyeti e^n_t para birimi kadardır. Bu fiyat, ne sipariş, ne de tedarik miktarına bağlı değildir. Mamafih, mevsimlik fiyat dalgalanmalarının ve belirli bir kısmî devreden itibaren tesirli olmıya başlıyan bir fiyat artışının görüldüğü durumlardaki gibi çeşitli kısmî devrelerde farklı giriş fiyatları sözkonusu olabilir. Diğer taraftan, sipariş başına düşen sabit sipariş masrafları nazarı itibara alınmıyacaktır. Her kısmî devreye düşen depolama masraflarının, depolanan malın miktarı ile doğru orantılı olarak değişeceği farzedilecektir. Bir birim malın bir kısmî devre süresi için sözkonusu olan depolama masrafları, münferid kısmî devreler için tamamiyle farklı olabilecektir. Mağazanın hacmi sebebiyle t haftasında b_t biriminden fazla malın depolanması mümkün olmıyacaktır. Plânlama devresinin başında mağazadaki emtea mevcudu sıfırdır, devrenin sonunda da mağazadaki malın tamamı satılmış olacaktır.[3]

Talep, fiyat teşekkülü, masraflar ve diğer parametrelerle ilgili tam bir bilgiye sahip olunduğu takdirde, bir taraftan vaki talebi tam olarak karşılayabilmek, diğer taraftan da tedarik edilen malların girdi masrafları ile depolama masrafları toplamını mümkün mertebe küçük tutabilmek için ayrı ayrı yapılan siparişlerin miktarı ne olmalı ve siparişlerden ne zaman vazgeçilmelidir?

III.

t haftasının başında n firmasına sipariş edilmiş olan malın miktarını m^n_t ile gösterelim. t anında sipariş edilmiş olan toplam mal miktarını ($= m^1_t + \ldots\ldots + m^N_t$) kısaca m_t ile ifade edelim. Herşeyden önce taahhüt kapasitesi tahdidi ile mağaza hacmi tahdidinden sarfınazar edilecek olursa, tedarik zamanı ve tedarik mahallindeki taleple ilgili öncüller (Prämisse) sebebiyle bir taraftan tedarik ka-

(3) Bu ve benzeri faraziyelerle, bozulma yoluyla herhangi bir mal kaybının sözkonusu olmadığı ortaya konulmak istenmektedir; Ayrıca, mal alışlarının, satış gayesiyle gerçekleştirildiği farzedilmektedir.

pasitesinin azamî seviyede tutulması, diğer taraftan asgarî bir nihaî stokun sağlanması hususundaki şartların aynı anda temin edilmesi mümkündür; Bunu gerçekleştirmek için, meselâ, t haftasının başında tamamen t haftası ihtiyacı ile ilgili sipariş verilir.

Şimdi bütün mesele bu tip sipariş politikalarının bütününün matematiksel olarak nasıl ifade edilebileceğidir. t devresinde talep edilen (ve derhal tedarik edilen) m_t miktarındaki mal, genel olarak aynı devrede satış departmanı tarafından elde bulundurulan miktara eşit değildir. t haftasının başında satın alınan emtea miktarının, u devresindeki sürümü karşılamak gayesiyle u ($u \geqq t$) anında satışa arzedilecek olan kısmını m_{tu} ile gösterelim. Bütün m_t birimlerinin bozulma tarihi $t + d + 1$ olduğundan ve T haftasının başlangıcı son karar noktasını gösterdiğinden, m_{tu} değişkenleri sabit t ($t = 1,\ldots T$) taraftan sadece $u = t, t + 1,\ldots, \min (t + d, T)$ için tarif edilmiştir.

u anındaki ihtiyaç tamamen karşılanacak olursa, birinci haftanın başında karar verilirken herhangi bir pozitif başlangıç envanteri sözkonusu olmadığından, m_{tu} kemmiyetlerinin aşağıdaki eşitlikleri sağlaması gerekir:

$$(1) \qquad \sum_{t=\text{maks}\,(1,\, u-d)}^{u} m_{tu} = q_u \qquad (u = 1,\ldots,T).$$

t anında satın alınan malın kısımları olmaları hasebiyle m_{tu} kemmiyetleri ayrıca

$$(2') \qquad \sum_{u=t}^{\min\,(t+d,\, T)} m_{tu} \leq m_t \qquad (t = 1,\ldots,T)$$

eşitsizliğini sağlamaktadır.

Yukardaki ifadede eşitsizliğin bir defa, meselâ $t = t_0$ için tahakkuk etmesi, t_0 anında t_0 haftası ve müteakip haftalar için lüzumlu olandan daha fazlasının satın alınmış olduğunu ifade eder. Böyle olunca da plân döneminin sonunda asgarî seviyedeki bir stokun temini şartının yerine getirilmesi imkânsızlaşır. Bu bakımdan (2') ifadesi mutlaka bir eşitlik halinde olmalıdır.

Bu durumda şu ara neticesi elde edilir: Nihaî mal stokunun asgarî seviyede tutulması şartıyla, talep edilen q_u (u = 1, ..., T) miktarları ile m_t (t = 1, ..., T) miktarları aşağıdaki şekilde negatif olmıyan m_{tu} (t, u = 1 ,..., T) bileşenlerine ayrılabildiği takdirde, sipariş miktarları plânlaması talebin yüzdeyüz karşılanabilmesini mümkün kılmaktadır:

$$(1) \qquad \sum_{t = \text{maks}\,(1,\, u - d)}^{u} m_{tu} = q_u \qquad (u = 1,\ldots, T)$$

$$(2) \qquad \sum_{u = t}^{\min\,(t + d,\, T)} m_{tu} = m_t \qquad (t = 1,\ldots, T)$$

(1) ve (2) sistemleri, m^n_t sipariş miktarlarının ve elde bulundurulan m_{tu} miktarlarının serbest değişken olarak işlediği matematiksel bir program halinde kolaylıkla geliştirilebilir. Buna göre, optimal sipariş politikasının mutlaka bir optimal elde bulundurma politikasına bağlı olarak plânlanması zarureti varmış gibi görünmektedir. Mamafih, her iki problemin de peşpeşe çözülebileceği aşikârdır. Aslında (1) ve (2) numaralı ayrışımlar ancak m_t (t = 1,..., T) değişkenlerinin aşağıdaki eşitsizlikler sistemini sağlaması halinde sözkonusu olacaktır.[4]

$$(3) \qquad \sum_{k = 1}^{t} m_k \geq \sum_{k = 1}^{t} q_k \qquad (t = 1,\ldots, T)$$

5)

$$(4) \qquad \sum_{k = 1}^{t} m_k \leq \sum_{k = 1}^{t + d} q_k \qquad (t = 1,\ldots, T)$$

(4) Bilindiği gibi, sözkonusu şartlar ilk olarak Danö ve Jensen tarafından açıklanmıştır ([3], s. 295).

(5) $k > T$ için $q_k = 0$ olur.

Burada herhangi bir ispat yapılmıyacaktır; Taşıma (transshipment) probleminin çözümlenebilmesinde bir kriter olan Gale'in geçerlilik (feasibility) teoremi yardımıyla bu yapılabilir (Bkz. [4], s. 149, teorem 5. 3).

(3) ve (4) numaralı şartları gerçekleştiren her sipariş miktarı sistemi için genellikle uygun düşen birçok «elde bulundurma» politikası sözkonusu olacaktır.[6] İlk satın alınan malın ilkin satışa sürülmesi (FİFO) şartıyla her halde gayeye erişilmektedir. Ayrıca, uygun bir elde bulundurma politikasının yürütüldüğü daima kabul edilmektedir.

(3) ve (4) numaralı ifadeler geçerli olmak şartıyla, t (L_t) devresi sonundaki stok miktarı, bir evvelki devrenin sonundaki stok miktarına dayanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$L_t = L_{t-1} + m_t - q_t.$$

$L_0 = 0$ olduğundan, aşağıdaki netice elde edilir:

$$(5) \qquad L_t = \sum_{k=1}^{t} m_k - \sum_{k=1}^{t} q_k \qquad (t = 1, \ldots, T)$$

Buna göre, (3) ve (4) numaralı ifadelerle belirlenen şartlar,

$$(6) \qquad 0 \leq L_t \leq \sum_{k=t+1}^{t+d} q_k \qquad 5) \qquad (t = 1, \ldots, T)$$

şeklinde daha muhtasar olarak vazedilebilir.

Bütün bu önbilgilerden sonra, ortaya konulmuş bulunan karar verme probleminin çözümü için aşağıdaki doğrusal programlama formüle edilebilir:

$$\sum_{t=1}^{T} \sum_{n=1}^{N} m^n_t \,.\, c^n_t + \sum_{t=1}^{T-1} L_t \,.\, l_t$$

(6) $d = 0$ olması halinde, (1) ve (2) numaralı ifadelerden anlaşılacağı gibi, bütün $t = 1, \ldots, T$ değerleri için $m_{tt} = m_t = q_t$ olacaktır. Bundan böyle, sadece önemli olan $d > 0$ durumu tetkik edilecektir.

fonksiyonunun minimumu belirlenecektir; Bu arada aşağıdaki yan şartlar gözönünde tutulur :

Tedarik kapasitesi tahdidi :

$$m^n_t \leq h^n_t \qquad (n = 1,\ldots,N;\ t = 1,\ldots, T)$$

(5) numaralı ifadede belirlenen münasebet :

$$L_t = \sum_{k=1}^{t} m_k - \sum_{k=1}^{t} q_k \qquad (t = 1,\ldots, T)$$

Depo sahası tahdidi :

$$L_t \leq b_t \qquad (t = 1,\ldots, T)^{7)}$$

(6) numaralı ifade ile belirlenen tahdit :

$$0 \leq L_t \leq \sum_{k=t+1}^{t+d} q_k \qquad (t = 1,\ldots, T)^{5)}$$

Tariften doğan eşitlik şart·

$$m_t = \sum_{n=1}^{N} m^n_t \qquad (t = 1,\ldots, T)$$

Negatif olmama şartı :

$$m^n_t \geq 0 \qquad (n = 1,\ldots, N;\ t = 1,\ldots, T)$$

IV.

Matematiksel kararverme modelinin doğrusal programlamanın genel metodlarıyla — meselâ Simpleks metoduyla — çözmeğe başlanılmasına kadar sınırlı dayanıklılık feraziyesinin gözönünde tutul-

(7) Depo sahası tahdidi ile hemen ondan sonraki (6) numaralı ifadede belirlenen tahdidin birbiriyle doğrudan doğruya ilgili olduğu gayet açıktır; Bu bakımdan, birlikte ele alınmalarına lüzum görülmemiştir.

maması, yani $L_t \leq \sum_{t+1}^{t+d} q_k$ şartının geçici olarak ihmal edilmesi tavsiyeye şayandır. Bu şekliyle optimumlaştırma probleminin çözümü aslında herhangi bir güçlük arzetmemekte ve literatürde nispeten az önem verilen Land algoritmlerinin ([1] s. 193 ve devamı) kullanılmasıyla zahmetsizce çözümlenebilmektedir. Bu şekilde bulunmuş olan neticenin, aslî problem için güvenilir bir çözüm olup olmadığı mutlaka tahkik edilmelidir. Güvenilir bir çözüm sözkonusu ise, kat'i çözüm bulunmuş olur. Aksi takdirde optimumlaştırma ile ilgili bir standart metodun kullanılması zorunludur. Her nekadar Land tarafından geliştirilen metod her zaman mutlaka gayeye eriştirmiyorsa da, hiç olmazsa «d» nin nispeten büyük kıymetleri için optimal çözümün bu yoldan bulunabileceğini beklemek mümkündür. Her halûkârda problem önce basite irca edilmiş şekliyle ele alınmalıdır. Müteakip paragraflarda algoritmlerle ilgili bir örnek verilmiştir.

u haftasının başında elde bulundurulacak olan q_u emtea birimlerinin menşei genellikle farklı olacaktır; Bunların bir kısmı u devresinde, bir kısmı da daha önceki devrelerde tedarik edilecektir. n firmasından t ($t \leq u$) haftasının başında satın alınan, t,..., u — 1 haftaları boyunca depoda kalan [8] ve nihayet imal edilmek veya satılmak üzere u anında elde bulundurulan emteanın bir birimi, daha önce belirtilen şartlara göre aşağıda belirtilen miktardaki masrafları tevlid etmektedir :

$$k^n_{tu} = \begin{cases} e^n_t + l_t + l_{t+1} + \ldots\ldots + l_{u-1} & t < u \text{ için} \\ e^n_t & t = u \text{ için.} \end{cases}$$

k^n_{tu}, bir birim emteanın elde bulundurulması maliyeti olarak tarif edilecektir. u haftasının başında elde bulundurulacak birim malın (t, u) kaynağından olduğunu ifade etmeliyiz; u devresi için sözkonusu olan kaynakların tamamını kısaca Q_u sembolü ile göstereceğiz.

Algoritmler, satın alınan m^n_{tt} miktarlarının tahmini ile başla-

(8) t = u halinde herhangi bir depolama masrafı sözkonusu değildir.

maktadır ($n = 1,\ldots,N$).[9] Stok miktarı sıfır olduğundan, Q_1, kapasiteleri h^n_1, elde bulundurma maliyetleri e^n_1 ($n = 1,\ldots, N$) olan (1, 1), (1, 2),..., (1, N) kaynaklarından oluşmuştur. Bu durumda, $(1, n) \varepsilon Q_1$ kaynakları arasında en düşük elde bulundurma maliyetine sahip olanı (sıra numarası 1 ve tahminen $(1, n_1)$) tespit edilir, sonra da $m^{n_1}_{11}$ mümkün mertebe büyük olarak seçilir. Bu arada, bir taraftan q_1 miktarından daha fazla emtea elde bulundurmamağa, diğer taraftan da kaynağın kapasitesini aşmamağa çalışılmalıdır. Kaynak $(1, n_1)$ talebin karşılanmasında yeterli olamadığı takdirde, kendisinden sonraki en uygun elde bulundurma maliyetine sahip kaynakla (sıra numarası 2 ve muhtemelen $(1, n_2)$) takviye edilecektir.

Aşağıdaki eşitlik elde edilinceye kadar bu şekilde devam edilir:

$$m^{n_1}_{11} + m^{n_2}_{11} + \ldots\ldots = q_1.$$

Hemen anlaşılacağı gibi, q_1 miktarındaki malın elde bulundurulması düşük maliyetlerle mümkün olmamaktadır.[10]

$k^n_{11} = e^{n1}$ elde bulundurma maliyetlerinin büyüklüğüne göre (1, n) kaynaklarının Q_1'de sıralanmış olduğunu düşünelim; Kapasitesi tam olarak kullanılmıyan ilk kaynak (1, n') olsun. (1, n') kaynağı, birinci devrenin başında halâ $h^{n'}_1 - m^{n'}_{11}$ birimlik kullanılmamış kapasiteye sahiptir.

Bu durumda, ikinci haftanın başına kadar depolanmak, sonra da ikinci haftadaki ihtiyacı karşılamak maksadiyla satışa arzedilmek üzere birinci haftanın başında n' firmasından bir miktar mal daha alınabilir. Ancak bu miktar,

(7) $\quad \min (h^{n'}_1 - m^{n'}_{11}, b_1)$

değerini aşamaz. Bu hususu şöyle ifade edebiliriz: (1,n'), ikinci devrede kullanılabilen ve (7) numaralı ifade ile tekrardan belirtilen kapasiteye sahip bir kaynaktır. $(1, n') \varepsilon Q_2$ kaynağına göre sıra-

(9) m^n_{tu}, t anında n firmasından satın alınacak ve u anında elde bulundurulacak olan malın miktarını göstermektedir.

(10) Bütün kaynakların Q_1'de birleştirilmesi halinde $m^{n1}_{11} + m^{n2}_{11} + \ldots\ldots < q_1$ münasebeti sözkonusu ise, tedarik probleminin mevcut şartlar altında çözümü mümkün değildir. Diğerleri için şartların uygun olarak tesbit edildiği kabul edilecektir.

lanmış elde bulundurma maliyeti, $k^{n'}_{12} = e^{n'}_1 + l_1$ olarak belirmektedir.

(1, n') kaynağının birinci devrenin başındaki kullanılmamış kapasitesi b_1 depolama kapasitesinden küçük ise, (1, n') kaynağından sonraki (1, n'') ε Q_1 kaynağı da ikinci devreye ait olacaktır.

(1, n'') kaynağının ikinci devrenin başındaki kapasitesi, aşağıdaki özelliklere sahip x miktarları arasında en büyük olanıdır:

(i) x, (1, n'') kaynağının evvelki devredeki kullanılmıyan kapasitesinden (burada : $h^{n''}_1$) daha büyük değildir.

(ii) Q_2'nin unsurları olarak evvelden tesbit edilmiş bulunan kaynakların (burada : (1, n')) kapasiteleri ile x'in toplamı, birinci devrenin depolama kapasitesinden büyük değildir.[11]

Depo sahası tahdidi b_1 etkili oluncaya, veya (1, n') ε Q_1 kaynağından sonraki kaynakların tamamını Q_2'nin unsurları olarak kabul edilinceye kadar, yukarda sözü edilen işleme devam olunur.

Q_1'den devralınmış kaynaklara, kapasiteleri h^n_2 ve elde bulundurma maliyetleri $k^n_{22} = e^n_2$ (n = 1,..., N) olan (2, n) kaynakları katılır.

Bu durumda, (t, n) ε Q_2 kaynakları arasında elde bulundurma maliyeti en küçük olan kaynaklar (sıra numarası 1 ve muhtemelen (t_1n_1)) tesbit edilir ve $m^{n_1}_{t_1 2}$ mümkün mertebe büyük seçilir. Bu arada, bir taraftan q_2 miktarından fazlasına ihtiyaç duyulmamasına, diğer taraftan da ikinci devrenin başında (t_1n_1) kaynağının kapasitesinin aşılmamış olmasına v.b. dikkat edilmelidir.

Algoritmlerin işleyişini en iyi şekilde adedî bir misal ile açıklamak mümkündür (Bkz. Tablo 1).[12]

---

(11) Bunun esbab-ı mucibesi, daha önceden ikinci devrede kullanılmak üzere temin edilmiş bulunan kaynakların (burada : (1,n')) tam olarak kullanılmasından sonra (1, n'') ε Q_2 kaynağına müracaat edileceğidir. Hem Q_1'de, hem de Q_2'de yer alan (1, n) kaynağının tüm kapasitesinin ikinci devrede kullanılması, buna eşdeğer miktardaki emteanın birinci devre boyunca depoda kalması gerekeceğini ifade eder.

(12) Bu misal aslında A. H. Land tarafından verilmiş olan orijinal misale uygundur ([1], s. 194). Ortalama değişken giriş masrafları $e^n t$ ile tesellüm kapasiteleri $h^n t$, aslındaki gibi siyah kalın harflerle basılmak suretiyle belirtilmiştir.

m^n_{tu} ile gösterilmiş olan optimal elde bulundurma miktarlarını tablodan görmek mümkündür. Optimal tedarik miktarları olan $m^n t$ kemmiyetleri, $m^n tu$ değerlerini toplamak suretiyle elde edilecektir. Buna göre, meselâ

$$m^4_2 = \sum_{u=2}^{6} m^4_{2u} = 0 + 0 + 43 + 28 + 0 = 71$$

elde edilir. Bu durumda ise firma 4'ün taahhüt kapasitesinden ($h^4_2 = 97$) ikinci devrede tam olarak istifade edilemiyecektir; Buna sebep, depolama kapasitesinin sınırlılığıdır. $m^4_{22} = 0$ olduğundan dolayı, (2,4) kaynağının kullanılmıyan kapasitesi ikinci devrenin başında 97 birimi ihtiva etmektedir; Mamafih, depolama kapasitesi $b_2 = 100$'den, daha müsait olan (2, 3) kaynağına 29 birim aktarılmak suretiyle, (2, 4) kaynağının üçüncü devrenin başında en fazla $100 — 29 = 71$ birimlik bir kapasiteye sahip olabilmesine imkân verilmektedir.

Plânlama devresindeki karara bağlı masraflar, m^n_{tu} ve k^n_{tu} kemmiyetlerine dayanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir :

$$K = \sum_{n=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} \sum_{u=t}^{T} m^n_{tu} \, . \, k^n_{tu} \, .$$

Tablo 1'den anlaşılacağı gibi, beşinci devrenin başında 28 birim malın ($m^4_{25} = 28$) elde bulundurulması öngörülmüştür; Bunların ikinci devrenin başında tedarik edilmesi ve üç hafta müddetle depolanması sözkonusudur. Bu aynı zamanda ortaya çıkan en uzun depoda kalma müddetidir. Halihazırda emteanın en az dört hafta kullanılabileceği ($d \geq 3$) sözkonusu olduğundan, açık olarak ifade edilmemiş olan sınırlı dayanıklılık şartı kendiliğinden yerine gelmiş ve bu suretle aslî problem çözümlenmiş olur. Buna mukabil $d < 3$ şartı için m^4_{25} değişkeni (genel olarak: m^n_{tu}, $u > t + d$) hiçbir surette tariflenmemiştir. Böylece, algoritmlerin direkt olarak uygulanışı netiyece ulaştırmamaktadır.

V.

Land algoritmlerinde ufak bir değişikliğin yapılması suretiyle, Q_u'da yer alan ve $u\text{-}t \geq d$ şartının geçerli olduğu bütün (t, n) kay-

TABLO - I

Land algoritmleri yardımıyla adedî bir misalin çözümü

	Kaynak (t, n)	k^n_{tu}	Sıra	(t, n) kaynağının u'daki kapasitesi	m^u_{tu}	(t, n) kaynağının u+1'deki kapasitesi	$k^n_{t,u+1}$
$u = 1$	(1,1)	2	1	47	47		
	(1,2)	7	2	69	69		
$q_1 = 130$	(1,3)	10	3	58	14	44	12
$b_1 = 100$	1,4))	12	4	41		41	14
$l_1 = 2$					130	85	
$u = 2$	(1,3)	12	5	44			
	(1,4)	14	6	41			
$q_2 = 68$	(2,1)	3	1	8	8		
$b_2 = 100$	(2,2)	6	2	50	50		
$l_2 = 1$	(2,3)	7	3	39	10	29	8
	(2,4)	11	4	97	—	71	12
					68	100	
$u = 3$	(2,3)	8	3	29	23	6	11
	(2,4)	12	4	71		71	15
$q_3 = 152$	(3,1)	4	1	72	72		
$b_3 = 100$	(3,2)	5	2	57	57		
$l_3 = 3$	(3,3)	14	5	95			
	(3,4)	15	6	73		23	17
					152	100	
$u = 4$	(2,3)	11	3	6	6		
	(2,4)	15	4	71	43	28	19
$q_4 = 118$	(3,3)	17	6	23			
$b_4 = 50$	(4,1)	5	1	30	30		
$l_4 = 4$	(4,2)	7	2	39	39		
	(4,3)	16	5	62		22	20
	(4,4)	18	7	82			
					118	50	
$u = 5$	(2,4)	19	3	28	28		
	(4,3)	20	5	22	22		
$q_5 = 260$	(5,1)	6	1	78	78		
$b_5 = 100$	(5,2)	9	2	44	44		
$l_5 = 3$	(5,3)	19	4	77	77		
	(5,4)	25	6	73	11	62	28
					260	62	
$u = 6$	(5,4)	28	5	62			
	(6,1)	3	1	95	70		
$q_6 = 70$	(6,2)	5	2	8			
	(6,3)	12	3	9			
	(6,4)	14	4	45			
					70		

TABLO - 2

«Tadil edilmiş» Land algoritmlerinin d = 1 hali için Tablo 1'deki adedî misale uygulanışı

	Kaynak (t, n)	k^n_{tu}	Sıra	(t, n) kaynağının u'daki kapasitesi	m^n_{tu}	(t, n) kaynağının u+1' deki kapasitesi	$k^n_{t,u+1}$
$u = 1$	(1,1)	2	1	47	47		
	(1,2)	7	2	69	69		
$q_1 = 130$	(1,3)	10	3	58	14	44	12
$b_1 = 100$	(1,4)	12	4	41		41	14
$l_1 = 2$					130	85	
$u = 2$	(1,3)	12	5	44	—		
	(1,4)	14	6	41	—		
$q_2 = 68$	(2,1)	3	1	8	8		
$b_2 = 100$	(2,2)	6	2	50	50		
$l_2 = 1$	(2,3)	7	3	39	10	29	8
	(2,4)	11	4	97	—	71	12
					68	100	
$u = 3$	(2,3)	8	3	29	23		
	(2,4)	12	4	71			
$q_3 = 152$	(3,1)	4	1	72	72		
$b_3 = 100$	(3,2)	5	2	57	57		
$l_3 = 3$	(3,3)	14	5	95		95	17
	(3,4)	15	6	73		5	18
					152	100	
$u = 4$	(3,3)	17	4	95	—		
	(3,4)	18	5	5			
$q_4 = 118$	(4,1)	5	1	30	30		
$b_4 = 50$	(4,2)	7	2	39	39		
$l_4 = 4$	(4,3)	16	3	62	49	13	20
	(4,4)	18	6	82		37	22
					118	50	
$u = 5$	(4,3)	20	4	13	13		
	(4,4)	22	5	37	37		
$q_5 = 260$	(5,1)	6	1	78	78		
$b_5 = 100$	(5,2)	9	2	44	44		
$l_5 = 3$	(5,3)	19	3	77	77		
	(5,4)	25	6	73	11	62	28
					260	62	
$u = 6$	(5,4)	28	5	62			
	(6,1)	3	1	95	70		
$q_6 = 70$	(6,2)	5	2	8			
	(6,3)	12	3	9			
	(6,4)	14	4	45			
					70		

TABLO - 3

Tablo 1'deki adedî misalin d = 1 hali için optimal çözümü

	Kaynak (t, n)	k^{n}_{tu}	Sıra	(t, n) kaynağının u'daki kapasitesi	m^{n}_{tu}	(t, n) kaynağının u+1' deki kapasitesi	$k^{n}_{t,u+1}$
u = 1	(1,1)	2	1	47	47		
	(1,2)	7	2	69	69		
q_1 = 130	(1,3)	10	3	58	14	44	12
b_1 = 100	(1,4)	12	4	41		41	14
l_1 = 2					130	85	
u = 2	(1,3)	12	5	44			
	(1,4)	14	6	41			
q_2 = 68	(2,1)	3	1	8	8		
b_2 = 100	(2,2)	6	2	50	50		
l_2 = 1	(2,3)	7	3	39	10	29	8
	(2,4)	11	4	97		71	12
					68	100	
u = 3	(2,3)	8	3	29	29		
	(2,4)	12	4	71	71		
q_3 = 152	(3,1)	4	1	72	52	20	7
b_3 = 100	(3,2)	5	2	57		57	8
l_3 = 3	(3,3)	14	5	95		23	17
	(3,4)	15	6	73			
					152	100	
u = 4	(3,1)	7	3	20	20		
	(3,2)	8	4	57	57		
q_4 = 118	(3,3)	17	5	23			
b_4 = 50	(4,1)	5	1	30	30		
l_4 = 4	(4,2)	7	2	39	11	28	11
	(4,3)	16	6	62		22	20
	(4,4)	18	7	82			
					118	50	
u = 5	(4,2)	11	3	28	28		
	(4,3)	20	5	22	22		
q_5 = 260	(5,1)	6	1	78	78		
b_5 = 100	(5,2)	9	2	44	44		
l_5 = 3	(5,3)	19	4	77	77		
	(5,4)	25	6	73	11	62	28
					260	62	
u = 6	(5,4)	28	5	62			
	(6,1)	3	1	95	70		
q_6 = 70	(6,2)	5	2	8			
	(6,3)	12	3	9			
	(6,4)	14	4	45			
					70		

naklarının Q_{u+1} kaynağına devredilmelerinin sağlanması tecrübe edilebilir.

Q_{u+1} kaynaklarının belirlenmesinde yapılan bu önemsiz değişiklikten sonra, Tablo 1'deki misal d = 1 hali için bir defa daha çözümlenecektir. (Bkz. Tablo 2). Elde edilen netice, aslî problemin bütün yan şartlarını karşılıyan bir sipariş miktarı (m^n_t) plânıdır:

t \ n	1	2	3	4
1	47	69	14	—
2	8	50	33	—
3	72	57	—	—
4	30	39	62	37
5	78	44	77	11
6	70	—	—	—

Ancak, bu suretle masrafları minimize eden sipariş ve elde bulundurma programının asla tespit edilmemiş olduğu görülmektedir. Problemin optimal çözümü Tablo 3'de verilmiştir. Buna göre optimal tedarik programı, yukardaki sipariş miktarları plânından sadece ikinci ve dördüncü haftalarda sapmaktadır; Bu husus aşağıda gösterilmiştir.[13]

t \ n	1	2	3	4
2	8	50	39	71
4	30	39	22	—

(13) Tablı 2'de verilmiş olan uygun çözümden Tablo 3'deki optimal çözüme geçişte elde bulundurma masrafları 6961 D. M.'tan 6786 D. M.'a düşmüştür. Bu suretle sayfa 311'de formüle edilmiş olan minimızasyon probleminin halledilmiş olduğu «Standart program için denge teoremi» (Bkz. [4], s. 19, teorem 1, 2) yardımıyla kolayca ispat edilebilir.

Görüldüğü gibi, kaynakların seçiminde sıra numaralarının tayin ettiği teselsülün muhafazası hiçbir surette mümkün değildir. Aksine, nispeten pahalı olan (4, 3) ve (4, 4) kaynaklarına müracaat etmek durumunda kalmamak için, (3, 1) ve (3, 2) kaynakları ile ilgili kullanılmıyan kapasiteyi mümkün mertebe müteakip devreye aktarmak, (2, 3) ile (2, 4) kaynaklarının kullanılmıyan kapasitesini de üçüncü devrenin başında tamamen kullanmak uygun düşmektedir. Biraz evvel açıklanan şekilde tâdil edilmiş olan algoritmler ayrıca uygun bir sipariş programına da en iyi bir şekilde götürmekte dir. Land algoritmlerinin uygulanması halinde bir $m^n_{tu} > 0$, $u > t + d$ ile birlikte hasıl oluyorsa, genel doğrusal programlamanın çözümünde kullanılan bir standart metoda başvurulmalıdır.[14]

BİBLİYOGRAFYA

[1] Beale, E. M. L., G. Morton, A. H. Land, Solution of a Purchase-Storage-Programme, Operational Research Quarterly, Vol. 9, 1958, s. 174-197.

[2] Bulinskaya, E. V., Some Results Concerning Optimum Inventory Policies, Theory of Probability and its Applications, Vol. 9, 1964, s. 389-403, s. 502-507.

[3] Danö, S., E. L. Jensen, Production and Inventory Planning in a Fluckuating Market, Operations Research, Vol. 6, 1958, s. 293-295.

[4] Gale, D., The Theory of Linear Economic Models, New York - Toronto - London 1960.

[5] Pack, L., Optimale Bestellmenge und optimale Losgrösse. Zu einigen Problemen ihrer Ermittlung, Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 33. Jg., 1963, s. 465-492, s. 573-594.

[6] Veinott jr., A. F., On the Optimality of (S, s) Inventory Policy: New Conditions and a New Proof, Siam Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 14, 1966, s. 1067-1083.

(14) Aslında dinamik programlamanın çözümü meselesi de gözönünde bulundurulmaktadır. Genellikle doğrusal programlamanın standart metodları burada neticeye daha çabuk ulaştırmaktadır.