

MATHEMATICAL MODELING AND FINITE ELEMENT ANALYSIS OF MASONRY ARCH BRIDGES

Saadet TOKER*, Ali İhsan ÜNAY

ODTÜ Mimarlık Fakültesi, Mimarlık Bölümü, 06531, Ankara, TÜRKİYE

ABSTRACT

Historical structures, which constitute a very important part of our cultural heritage, should be well protected. Full comprehension of the structural behavior of historical structures is of prior importance for their protection. Due to the typical arch behavior, which is easily figured out, masonry arch bridges are the most suitable structures to be studied in the analysis methods that would be developed for masonry structures. The most appropriate analysis method for the masonry structures of brick and/or stone is the finite element analysis. For an accurate structural analysis, the model should be exactly defined. In this study, mathematical modeling techniques on a prototype model of a common arch bridge under different loading conditions are studied.

Key Words: Masonry arch bridges, Mathematical modeling, Finite Element Analysis

KEMERLİ TAŞ KÖPRÜLERİN MATEMATİKSEL MODELLENMESİ VE SONLU ELEMENLAR YÖNTEMİYLE ANALİZİ

ÖZET

Kültür mirasımızın çok önemli bir parçası olan tarihi yapılar en iyi şekilde korunmalıdır. Tarihi yapıların korunması için, öncelikle yapısal davranışlarının çok iyi bilinmesi gerekmektedir. Taş kemerli köprüler, kemer formunun sergilediği kolay anlaşılabilen tipik yapısal davranış nedeniyle yığma yapılar için geliştirilecek olan hesap yöntemleri için en uygun yapı tipidir. Taş ve tuğla gibi yığma yapım tekniğiyle inşa edilmiş yapılar için en iyi hesap yöntemi sonlu elemanlar analizidir. Doğru bir hesap için yapının doğru bir şekilde modellenmesi gerekmektedir. Bu çalışmada, genel kemerli taş köprü tipolojisini yansıtacak şekilde geliştirilen kemer prototipi üzerinde, çeşitli yük etkileri altında matematiksel modelleme teknikleri denenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kemerli taş köprüler, Matematiksel modelleme, Sonlu elemanlar analizi

1. GİRİŞ

Binlerce yıllık geçmişe sahip olan tarihi yapılar deprem gibi beklenmedik doğal afetler karşısında zarar görmekte ya da yıkılmaktadırlar. Ancak, tarihi yapıların zarar görmesinin ya da yıkılmasının tek nedeni depremler değildir; yapı malzemelerinin dayanımını yitirmesi, zamana bağlı deformasyonlar, yanlış kullanımın neden olduğu aşırı ve düzensiz yükleme, zemin oturmaları, sel felaketleri, yangınlar, savaş ve vandalizm tarihi yapıların yavaş yavaş yok olmasının diğer nedenleridir. Tarihi yapıların korunması ve onarılması için öncelikle strüktürel davranışlarının tam olarak bilinmesi gereklidir. Yapıların davranışını gelişmiş hesap yöntemleriyle ayrıntılı bir şekilde incelemek mümkündür. Çoğu eğrisel geometrik formda olan yığma taş ve tuğla sistemli tarihi yapıların yük taşıyan elemanlarının 3-boyutlu yapısal davranış

1. INTRODUCTION

Historic structures, which date back to thousands of years, have frequently been damaged or ruined because of unexpected events such as earthquakes. However, earthquakes are not the only reasons for the historic structures to sustain injury or to collapse; there are many other factors that gradually destroy these invaluable treasures, such as loss in the strength of the construction materials, time-dependent deformations, excessive and irregular loading due to inconvenient use, support settlements, floods, fires, wars and vandalism. It is strictly necessary to have a very good knowledge about their structural behavior as the initial step for conservation and restoration of historic structures. It is possible to observe the structural behavior by means of advanced calculation methods. Being mostly curvilinear in form, the historic buildings mainly are of brick or

sergilemesi sonlu elemanlar analizini, tarihi yapıların davranışının incelenmesinde en elverişli hesap yöntemi haline getirmektedir.

Kemer formu, yığma yapılarda hem yapısal hem de estetik kaygılara yönelik olarak sıkça kullanılmaktadır. Geniş açıklıkları geçmek için oldukça uygun olan bu form, geometrik biçiminden dolayı genellikle basınç kuvvetlerinin etkisinde kalır. Taş ve tuğla gibi yapı malzemeleri oldukça büyük basınç dayanımına sahip olduklarından, kemer formunun temel yapı malzemeleri olmuşlardır. Zaman içerisinde kullanılan malzeme ve inşaat tekniklerinde önemli bir değişiklik olmamasına rağmen kemer tiplerinde büyük gelişmeler gözlenmiştir. Değişik kültür ve uygarlıklarda, hem işlevsel hem de dekoratif amaçlı çok farklı kemer formları kullanılmıştır (1).

Taş kemer köprüler, basit geometrik formlarından dolayı kubbe, tonoz ve kemerlerden oluşan diğer tarihi yapılara oranla daha kolay yorumlanabilen yapısal davranışa sahiptirler. Köprüler, 3-boyutlu yapısal davranış sergileyen diğer yapıların tersine, köprü ana eksenine ve yerçekimi doğrultusundaki düşey eksenine oluştuğu düzlem içerisinde asıl yük aktarma mekanizmasını gerçekleştirirler. Deprem ve sel gibi doğal afetlerin neden olduğu yük etkilerinden dolayı, elbette bu düzleme dik doğrultuda da önemli deformasyon ve iç kuvvetler oluşmaktadır. Ancak kemerli taş köprülerin geometrik formunu belirleyen yapısal davranış unsurları söz konusu düzlem içerisinde gerçekleşir.

Tarihi ve kültürel mirasımızın korunması ve bu yapıların yanlış olmayan yöntemlerle onarılabilmesi için, eksiksiz ve doğru yapısal analiz yöntemleri geliştirilmelidir. Yığma taş veya tuğla yapı sistemlerinin gerçek yapısal davranışını anlayabilmek için bu tür hesap yöntemlerine, yapısal davranışın daha kolay ve doğru bir şekilde kontrol edilebildiği, düzlem yapı davranışı sergileyen taş kemer köprü örnekleri ile başlanması daha doğru bir yaklaşım olacaktır (1,2).

2. YIĞMA YAPI SİSTEMLERİNİN YAPISAL ANALİZ YÖNTEMLERİ

Eski çağlarda yığma yapı tasarımının belirleyici kriterleri, bazı deneysel uygulamalar ve oran-orantı ilişkileri olmuştur. 17. yüzyılın sonlarında Galileo'nun mukavemet analizine yönelik çalışmaları, Ortaçağ strüktürel teorilerinin sonunu getirmiştir. O çağlarda, bilimsel ilgi genel olarak kemer formunu çağrıştıran bir sicimin düşey yükler altındaki analizine yöneliktir. 1826'da Navier, yapıların ayakta durmasının birtakım geometrik kuralların uygulanması yerine, yapı elemanlarındaki gerilme değerlerinin hesaplanmasıyla sağlanabileceğini öne sürmüştür. Yapısal kavramın basınç çizgisi analizine doğru gelişmesinden sonra, 1936'da Pippard tarafından ortaya konan "üçte-bir" kuralı gibi daha bilimsel yaklaşımlar görülmüştür. 1981'de Heyman, eski teoremlerin birçoğunu yeniden incelemiş, plastik mafsal kavramını da dahil ederek yeni bir çökme mekanizması analizi geliştirmiştir (3-6).

Son yıllarda bilgisayar teknolojisi sayesinde yapısal analiz tekniklerinin gelişmesiyle, klasik analiz

stone masonry, the load bearing elements of which display three-dimensional structural behaviors that make the finite element analysis the most convenient method to observe the behavior of historic structures.

Arch is among the most commonly utilized structural forms in masonry buildings due to both structural and aesthetic considerations. Being fairly convenient to span large distances, arch form is generally subjected to compressive forces because of its geometric shape. Materials such as stone and brick have been the basic materials for the construction of arches since they have excessive compressive strength. Although construction techniques and materials remained almost unchanged, serious developments have been observed in arch forms. Various arch forms, for both functional and decorative purposes, were used in different cultures and civilizations (1).

Due to their simple geometric forms, the behaviors of masonry arch bridges could be more easily interpreted than those of the other historic structures, which are vaulted, domed or arched. Contrary to those structures that display 3-dimensional behaviors, the load transfer mechanism of bridges is in the plane between the main axis of the bridge and the vertical axis parallel to the gravitational direction. Important deformations and internal forces certainly occur in the direction perpendicular to this plane due to the load effects of natural hazards such as earthquakes and floods; however, the components of structural behavior that determine the geometric form of masonry arch bridges take place within the plane in question

So as to protect our cultural heritage and repair these structures by means of appropriate methods, it is necessary to develop accurate and complete analysis methods. In order to perceive the actual behavior of stone and brick masonry structures, it would be more convenient to start with the analyses related to the examples of arch bridges, in which the behavior is rather easily and accurately controlled due to their planar behavior, to this kind of analysis methods (1,2).

2. STRUCTURAL ANALYSIS METHODS FOR MASONRY STRUCTURES

In the earlier periods, the only determinants for the design of masonry structures were some experiential applications and rules of proportion. Towards the end of the 17th century, the studies of Galileo on strength analysis brought the medieval structural theory to an end. In those times, the scientific deal was mainly on the analysis of string -resembling the arch form- under vertical forces. In 1826, Navier put forward that the buildings should stand by means of calculations of the stresses on its structural members rather than the application of some geometric rules. After the structural concept developed towards the "line of thrust", there appeared more scientific approaches such as the "middle third rule", which was stated by Pippard in 1936. In 1981, having analyzed many of the old theories, Heyman developed a new collapse mechanism analysis, which includes the concept of plastic hinges as well (3-6).

In recent years, by means of developing computer technology and consequently the structural analysis

yöntemleri tamamen terk edilerek doğrusal olmayan malzeme özelliklerinin de dikkate alındığı, taş blokları birbirine bağlayan harçta oluşan çatlakların neden olduğu mafsal davranışının göz önüne alındığı plastik analiz yaklaşımı daha yaygın olmaya başlamıştır.

Taş veya tuğla taşıyıcı sisteme sahip tarihi yapıların yapısal analizi oldukça karmaşık bir işlemdir. Öncelikle yapı elemanlarını oluşturan malzemelerin mekanik özellikleri çok iyi bir şekilde tanımlanmalıdır. Yığma taş veya tuğla tekniği ile yapılmış yapıların analizi için, yapının tarihine, kültürel ve sanatsal değerine herhangi bir zarar verilmeden tahribatsız örnek alınmalı ve laboratuvar ortamında özelliklerini incelemek amacıyla deneyler yapılmalıdır (2,6,7).

Tarihi yapıların yapısal analizinde karşılaşılan belli başlı sorunlar aşağıda sıralanmıştır:

- Geometrik boyutlarla ilgili eksikliği,
- Oldukça büyük kesit boyutlarına sahip yapı elemanlarının dışarıdan görünmeyen iç bölümlerinin malzeme özellikleri,
- Yapı malzemelerinin özelliklerinin belirlenmesindeki güçlükler,
- Ayrıntılı laboratuvar analizlerinin yüksek maliyeti,
- Yapım tekniğinden ve doğal malzeme kullanımından kaynaklanan veri çeşitliliği,
- Yapım süresinin çok uzun olması nedeniyle aynı eleman kesiti içinde bile değişebilen malzeme özellikleri,
- Yapım sürecinin ve sırasının tam olarak bilinmemesi,
- Yapıdaki mevcut hasarın neden olduğu genel stabilitenin ve dayanım sürekliliğinin tam olarak saptanamaması,
- Çağdaş yapı malzemesi, yapısal analiz, tasarım ve yük şartnamelerinin uygulanamaması.

Tarihi yapıların korunması ve restorasyonu özel eğitim gerektiren bir disiplindir. Gelişen malzeme ve yapım teknikleri, geleneksel yapım tekniklerinin çok çabuk unutulmasına neden olmakta ve yapıların restorasyonunda modern yapım tekniklerinin kullanılmasını özendirilmektedir.

Taş veya tuğla yığma yapım tekniği ile yapılmış yapılar için çeşitli analiz yöntemleri uygulanmaktadır. Belli başlı yapısal analiz teknikleri, elastik analiz, plastik deformasyonların da göz önüne alındığı doğrusal-elastik olmayan analiz ve çökme mekanizmasının incelendiği limit analiz yöntemleridir. Doğrusal-elastik olmayan analiz ve limit analiz yöntemleri hem karmaşık olup hem de malzemelerin gerçek gerilme-birim deformasyon özelliklerinin çok iyi tanımlanmasını zorunlu kıldıklarından, hesap yönteminin uygulanmasında çok dikkatli olunması gerekmektedir. Aksi halde çok yanlış sonuçlar elde edilebilir. Bu tür hesap yöntemlerinde doğrusal olmayan malzeme özelliklerinin yanında doğrusal olmayan geometrik biçimlerin de çok iyi tanımlanması gerekmektedir. Örneğin, yığma yapılarda oluşan bir çatlağın gelişimi çok iyi tanımlanmalıdır. Özellikle harç ile tuğla ya da harç ile taş arasındaki bağlantı çok değişik şekillerde modellenebilir. Bu nedenle, çok karmaşık geometrik formlara sahip olan tarihi yapılar, yük aktarma mekanizmalarının belirlenebilmesi için öncelikle elastik hesap yöntemi ile analiz edilmelidir (7).

methods, the classical routines were totally quitted and plastic analysis approaches, in which nonlinear material properties as well as the hinges due to the cracks of the bonding material in between the construction units are considered, started to be more widespread.

The structural analysis of historic stone and/or brick masonry structures is a sophisticated process. Initially, mechanical properties of the construction materials should be defined exactly. Specimens should be taken very carefully in order not to harm the structure and its historic, artistic and cultural worth, and experiments should be carried out in a laboratory to observe their characteristics (2, 6, 7).

The main problems in the structural analysis of historic buildings are given as follows:

- Lack of data about geometric dimensions,
- Material properties of the inner parts -that are not visible exteriorly- of the structural members that are huge in cross-sectional dimensions,
- Difficulties in identifying the characteristics of construction materials,
- Excessive cost of detailed laboratory analyses,
- Variety of the data due to construction techniques and natural material utilization,
- Altering material properties even along the same structural member due to long-lasting construction process,
- Uncertainties in construction process and steps,
- Indefiniteness of general stability and strength continuity due to the existing damage on the structure,
- Inability in the application of modern construction materials, structural analysis and loading conditions.

Protection and restoration of historic structures is a discipline that requires special education. Developing materials and construction techniques lead to a very quick discharge of conventional construction techniques and encourage the utilization of those of the modern age in the restoration processes.

Several analysis methods are applied for the analysis of stone and brick masonry structures. Among them, the principal methods are elastic analysis, nonlinear analysis, in which plastic deformations are also considered, and limit analysis that observes the collapse mechanism. Considering the facts that nonlinear analysis and limit analysis are very sophisticated and they require a full description of the actual stress-deformation characteristics, special care should be taken in application. Otherwise, misleading results might be obtained. While using these analysis methods, besides the nonlinear material properties, nonlinear geometric configurations should be clearly defined. For example, the development of a crack in a masonry structure should be described properly. It is possible to identify especially the joint between mortar and brick units or mortar and stone blocks. Hence, in order to certify the load transfer mechanism of historic structures, which are complex in terms of geometric arrangement, elastic analysis methods should be handled initially (7).

In linear elastic analysis methods, the construction materials are assumed to display linear elastic behavior under compressive and tensile stresses. For masonry structural members, this approach gives acceptable

Elastik hesap yönteminde, yapı malzemesinin basınç ve çekme gerilmelerine karşı doğrusal-elastik davranış özellikleri gösterdikleri kabul edilmektedir. Yığma yapı elemanlarında, bu yaklaşım basınç gerilmeleri altında kabul edilebilir sonuçlar verirken, hesap sonucunda elde edilen çekme gerilmeleri yapı elemanının dayanımının hesaplanmasında bazı sorunlar oluşturabilmektedir. Ancak, özellikle deprem gibi dinamik yük etkileri altında yapının çatlamaya yatkın yerlerinin belirlenebilmesinde elastik hesap yöntemi büyük önem taşımaktadır.

Tarihi yapıların korunması ve onarımı için yapılacak analizlerde, ilk olarak elastik hesap yapılması daha uygundur. Doğrusal elastik analiz yapan bilgisayar programlarının kullanımı daha yaygın, sonuçlarının yorumlanması daha kolay ve bu programlarda hata yapma riski daha azdır. İlk analiz sonucunda belirlenen zayıf bölgeler, daha sonra bu bölgeler için hazırlanan, doğrusal olmayan malzeme özellikleri ve geometrik düzensizliklerin göz önüne alındığı ayrıntılı modeller ile tekrar analiz edilebilir. Özellikle çatlakların ilerlemesini gözlemek amacıyla, yığma yapı sistemini oluşturan taş veya tuğla gibi birim elemanlarını birbirine bağlayan harç, bazı özel bağlantı elemanlarıyla modellenilebilir. Yalnız çekme kuvveti alabilen "kanca", yalnız basınç kuvveti alabilen "boşluk" ve belli bir limite kadar deformasyona izin veren "damper" elemanları sayesinde geometrik düzensizliklerin yapının strüktürel davranışında neden olduğu değişiklikleri doğru bir şekilde izlemek mümkündür. Şekil 1'de, bu bağlantı elemanlarının eksenel deformasyonlar için yük-deformasyon ilişkileri şematik bir şekilde gösterilmiştir. Bu bağlantı elemanlarındaki kuvvetler;

$$F = k d$$

[1]

eşitliğiyle hesaplanmaktadır. Eş 1'de, k harcın malzeme özellikleri kalınlığına bağlı olarak hesaplanan rijitlik değerinin yay sabiti olarak tanımlanmış hali, d ise kullanılan elemanın özelliğine göre izin verilen çatlak genişliği ya da boşluk olarak tanımlanmaktadır.

In Eq 1, k is defined as the constant for the rigidity value that is calculated according to thickness of material characteristics of the mortar, and d as the allowable width of crack or space according to the feature of the material in use.

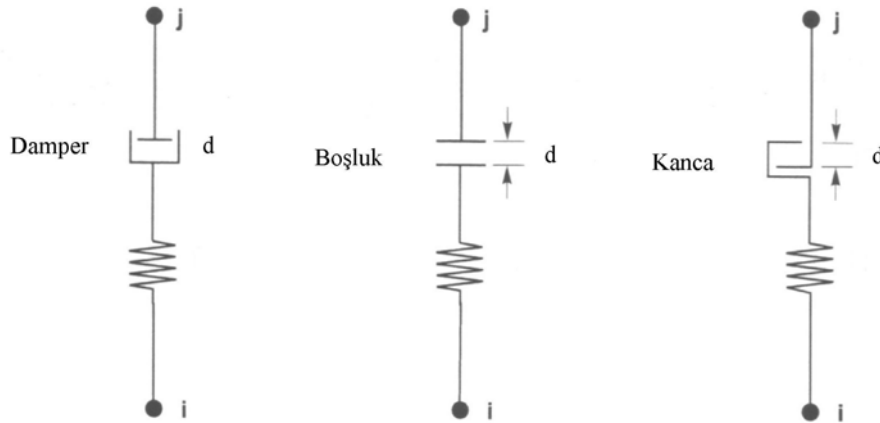


Figure 1. Special connection elements that are used in structural masonry elements
Şekil 1. Yığma yapı elemanlarında kullanılan özel bağlantı elemanları

3. YIĞMA YAPILAR İÇİN MATEMATİK MODELLEME TEKNİKLERİ

Yığma yapıların ayrıntılı yapısal analizlerinde genellikle sonlu elemanlar analizi yöntemi kullanılır. Yapısal analiz, yapının tamamı ya da belirli bir elemanın matematiksel modelinin hazırlanmasıyla başlar. Bu işleme yapının ayrıştırılması denir. Yapı, ayrıştırma sırasında, analizin amacına uygun bir şekilde ve sayıda sonlu elemanlara ayrılır. Yapıyı oluşturan strüktürel elemanlar, yapının geometrik boyutları, yapı üzerine etki eden yükler, mesnetlerin ve elemanların birleşim noktalarının hareket yetenekleri ve serbestlik derecesi göz önüne alınarak model içerisinde tanımlanır.

Matematiksel modellemenin amacı, yapının tamamının, belli bir bölümünün ya da strüktürel elemanlarının çeşitli yükler veya fiziksel etkiler altında gerçek davranışının gözlenmesini sağlamaktır. Yapının gerçek davranışı genellikle çok karmaşıktır. Bu nedenle, yapıyı modellemek için birçok sadeleştirmenin yapılması zorunludur. Yalın ve basit bir model elde etmek için, yapı elemanlarını oluşturan malzemenin mekanik özelliklerinin de uygun bir şekilde tanımlanması gereklidir (2).

Yapıların çeşitli yük ve çevresel etkilerden dolayı göstereceği davranışı, deformasyonları ve yapı elemanlarında oluşan kuvvetleri doğru bir şekilde elde etmek için yapılacak olan matematiksel modellemenin temel prensipleri şunlardır:

- En iyi sonucu veren model her zaman en basit olanıdır. Analizin amacının ve kapsamının dışına çıkan daha ayrıntılı ve karmaşık modeller hata riskini artırır.
- Matematiksel modeli oluşturan elemanların boyutları seçilirken, analiz için gerekli olan bütün strüktürel etkiler göz önünde bulundurulmalıdır. Örneğin, bir kemerin analizinde eğer burulma momentinden dolayı oluşan deformasyon hesaplanacaksa, modelde kemeri tanımlayan eleman, eksenel kuvvet, kesme kuvveti, eğilme momenti ve burulma momenti değerlerini verecek şekilde boyutlandırılmalı ve kesit özellikleri bu değerlerin sonuçlarını verecek şekilde tanımlanmalıdır.
- Yapının tamamını tanımlayan büyük bir modelin bir bölümünü ayırarak yapılan model, o bölümün ya da elemanın ayrıntılı davranışını incelemek için yeterli değildir. Ayrıntılı davranış için sınır koşullarını ve bağlantı şekillerini doğru bir şekilde tanımlayan modeller gereklidir.

Bir yapının matematiksel modelini oluşturmak için aşağıda belirtilen temel aşamaları izlemek gerekmektedir:

1. Malzeme davranışı ile ilgili olarak yapılan kabuller, diferansiyel eleman olarak da bilinen, malzemenin çok küçük bir parçasının davranışına göre belirlenir. Diferansiyel eleman malzeme modelini oluşturur. Malzeme modelinde, malzemenin gerilme-birim deformasyon özellikleri göz önüne alınır.
2. Yapının sınırları belirlenmiş bir bölümünü tanımlayan ve sonlu eleman olarak adlandırılan elemanların davranışını sergilemesi için diferansiyel elemanlar bütünleştirilir.
3. Bir sonraki aşama, yapının tamamının davranışını yansıtmaları için sonlu elemanların bir araya getirilmesidir.
4. Son aşamada ise, sınır koşulları, mesnetlerin ve düğüm

3. MATHEMATICAL MODELING TECHNIQUES FOR MASONRY STRUCTURES

Finite element method is the most commonly used analysis method for a detailed structural analysis of masonry structures. Structural analysis starts with preparation of the model of the overall structure or its components. This process is called the discretization of the structure. The structure is discretized into a finite number of elements according to the intent of the analysis. The structural members are defined within the model according to some aspects such as the geometrical dimensions of the structure, loads acting upon the structure, restraints and the degree of freedom of hinges and connections of structural members.

The aim of mathematical modeling is to provide observation of actual behavior of a structure, or a specific part of the structure or its structural members under various loads or physical conditions. Actual behavior of a structure is generally very sophisticated. Thus, many simplifications are necessary while modeling the structure. In order to obtain a simple model, the mechanical properties of the structural materials should clearly be defined (2).

The basic principles of mathematical modeling for a correct observation of the behavior, deformations and internal forces in the members of a structure under various loads and environmental effects are as follows:

- The model that gives the best results is always the simplest one. More detailed and sophisticated models, which go beyond the content and scope of the analysis, increase the risk of getting wrong and misleading results.
- While determining the dimensions of the members of the mathematical model, all structural effects and conditions that are necessary for the analysis should be taken into consideration. For example, if the case is to calculate deformation due to torsional moment in the analysis of an arch, the element that defines the arch in the model should be dimensioned so that it could display axial forces, shear forces, bending moments and torsional moments and the cross-sectional features should be defined in a manner that they could display the results of these values.
- The model that is obtained by dividing the model of the entire structure into its parts may not be sufficient or effective to observe the behavior of that specific part or that of the element. The models that accurately define the boundary conditions and connections are required to obtain the actual and detailed behavior.

The basic steps that are given below should be followed to form the mathematical model of a structure:

1. The assumptions about material behavior are determined according to that of a very small part, which is also known as the differential element, of the material. The differential element forms the material model. In material model, stress-deformation stress-strain relationship is taken into consideration.
2. The differential elements are assembled in order to provide the behavior of the elements, which define a specific part of the model and are known as finite elements.
3. The next step is to assemble finite elements to make them reflect the behavior of the entire structure.

noktalarının hareket yetenekleri ve model üzerine etki edecek olan yükler belirlenir.

Sonlu elemanlar analizinde öncelikle modeli oluşturan elemanların bireysel davranışı, sonra da matematiksel modelin tamamının davranışı önemlidir. Kusursuz bir model oluşturmak için malzeme davranışı ve elemanların bireysel davranışının çok iyi incelenmesi gereklidir (2).

4. PROTOTİP TAŞ KEMERLİ KÖPRÜNÜN SONLU ELEMANLAR ANALİZİ İLE YAPISAL DAVRANIŞININ İNCELENMESİ

Kemer formunun ilk örnekleri M.Ö. 3000 yıllarında Mezopotamya'da Sümerlere ait yeraltı mezarlarında görülmüştür. Mısırlılara ait olan örnekler, bu uygarlığın da aynı dönemlerde kemer formunun yapısal potansiyeli hakkında bilgi sahibi olduklarını göstermektedir. Ancak, kemer formunu bulanlar her ne kadar Sümerler ya da Mısırlılar olsa da, en etkin ve göz alıcı şekilde kullanmayı başaranlar Romalılar olmuştur. Milattan önceki son yüzyıllarda kemer, cephelerde, portik girişlerin üzerlerinde ve kent giriş kapılarında yaygın bir şekilde kullanılarak bu uygarlığın geleneksel yapısal formu haline gelmiştir. Geniş ve dik vadilerden şehirlere su getirmek amacıyla inşa edilen Roma sukemerleri, kemer formunun kamu mimarisindeki kullanımında önemli bir devrim olmuştur. İlk örnekleri yeraltı yapıları olarak inşa edilen sukemerlerinin en iyi korunmuş ve bilinen örnekleri Segiova'daki iki katlı su kemeri ve üç farklı kemer konfigürasyonundan oluşan Pont du Gard'dır (8).

Daha küçük ölçekte ve yayalara yönelik yapılmış olsalar da köprüler de sukemerleriyle karşılaştırılabilir niteliktedirler. Suyun akış şiddetine göre yönlendirilen kemerleri ve ayaklarda yer alan mükemmel hesaplanmış su kesicileriyle, 2. yüzyılın başlarında inşa edilen Mulvian Köprüsü en önemli örneklerden biridir. 6. yüzyılda inşa edilen Ponte Vecchio Romalıların, karakteristik yuvarlak kemerlerinden sonra basık kemer formuyla yaptıkları iyi korunmuş önemli örneklerdendir. Ancak Roma İmparatorluğu'nun çöküşünden sonra uzun yüzyıllar boyunca köprülerde önemli bir gelişme olmamıştır (1).

Türkiye'de Cender Suyu Köprüsü, Karamağara Köprüsü ve Justinianus Köprüsü Roma devrinden kalan yapıtlar arasındadır. Kesme taş işçiliğindeki incelikleri, çoğunluğu sivri kemerli olan Selçuklu köprülerinin öne çıkmasını sağlamaktadır. Ancak yine de, köprü mimarisinin ülkemizdeki en güzel örnekleri 16. yüzyılda inşa edilen Mimar Sinan eserleridir. Eserlerinin üzerine adını yazmaması birtakım karışıklıklara neden olsa da, mimari ve yapısal benzerlikler üzerinde yapılan çalışmalar büyük ustanın 11 köprü inşa ettiğini göstermektedir. Silivri Köprüsü dışında bütün köprülerinde sivri kemeri tercih eden Sinan, ayak formları için ise suyun şiddetini dikkate alarak değişik uygulamalar yapmıştır (9).

Taş kemerli köprüler kullanılan malzemenin dayanım sınırlarından dolayı karakteristik geometrik formlara sahiptirler. Özellikle açıklık ve kemer kalınlığı arasında çok belirgin bir oran vardır. Daha önce de söz edildiği gibi, taş veya tuğla yığma yapım tekniği ile inşa edilmiş yapıların yapısal analizi çok karmaşık ve özenle

4. In the final step, the boundary conditions, the movement capacity of the nodes and hinges and the loads that are supposed to act upon the structure are determined.

In the finite element analyses, the importance is upon, initially, the individual behavior of the elements that constitute the model and, consequently, the behavior of the overall mathematical model. So as to compose a perfect model, it is strictly necessary to observe the behaviors of both the material and the individual elements (2).

4. OBSERVATIONS ON STRUCTURAL BEHAVIOR OF THE PROTOTYPE MASONRY ARCH BRIDGE BY FINITE ELEMENT ANALYSIS

The first examples of arches were seen in the underground tombs of the Sumerians in Mesopotamia around the years 3000 BC. The arches that belong to the Egyptians clearly demonstrate that this civilization had also been aware of structural capabilities of this structural form. However, no matter whether the Sumerians or the Egyptians discovered the arch form; it was the Romans who managed to utilize it in the most efficient and in the most amazing way. In the last centuries BC, arch had become the traditional form of this civilization due to its widespread use at the facades, above the entrances to the porticos and at city gates. The aqueducts -built to transfer water from the steep and wide valleys to the settlement zones- had been the great revolutions that the arch form brought to utilitarian architecture. The most well preserved and well known examples of aqueducts, the very initials of which are subterranean, are the double arched ones in Segiova and the Pont du Gard that constitutes of three different arch configurations (8).

Although they are much smaller in scale and are built mainly for pedestrians, bridges are also comparable to the aqueducts. The Mulvian Bridge, which was built at the beginning of 2nd century, is one of the most important examples of arch bridges with its perfectly calculated cutwaters and inclined arches accordingly to the water flow. The Ponte Vecchio, which has shallow arches instead of the characteristic round arches of the Romans, is one of the most well preserved examples of the 6th century. However there had been no improvements worth recording in bridges for long centuries after the collapse of the Roman Empire (1).

The Cender Suyu Bridge, Karamagara Bridge and the Justinianus Bridge are the examples of Roman bridges in Turkey. The perfect workmanship in the construction of the cut stones put the beauty of the Seljouk bridges forward; however, the best examples of bridge architecture in Turkey are the works -constructed in the 16th century- of Master Builder Sinan. Although the lack of his sign on his works leads to some confusion, studies upon the architectural and structural features demonstrate that the master builder constructed 11 bridges. Preferring pointed form of arch for all of his bridges except the Silivri Bridge, Sinan applied several pier forms depending on the intensity of the water flow (9).

Because of the limit of strength features of construction materials, historical masonry bridges have characteristic geometric forms. Especially, the ratio between the span

yürütülmesi gereken bir işlemdir. Özellikle bu tür yapıların restorasyon ve yapısal onarım işleri için yapılan hesaplarda, doğrusal olmayan malzeme özelliklerinin, taş veya tuğlanın örgü deseninin, harç veya diğer bağlayıcı malzemelerin mekanik özelliklerinin çok iyi bir şekilde tanımlanması gereklidir. Bu bilgilerin tam olarak elde edilememesi ya da göz ardı edilmesi yapılan analizlerin doğruluğu ve güvenilirliği hakkında şüpheler oluşturabilir. Bu nedenle, yapının strüktürel davranışının belirlenmesi ve taşıyıcı sistemin zayıf olduğu yerlerinin saptanması amacıyla, öncelikle yapının geometrik boyutları doğru bir şekilde göz önüne alınarak elastik analiz yapılmalıdır (10).

Bu çalışmada, taş kemerli köprüler için kolay ve hatasız yapısal analiz teknikleri geliştirmek amacıyla, açıklık-yükseklik-kemer kalınlığı oranlarına göre, tipik bir taş kemerli köprü formu oluşturulmuştur. Kemer davranışını en iyi yansıtan örneklerden biri Mostar Köprüsüdür. Bu nedenle, hazırlanan prototip model Mostar Köprüsü'ne geometrik oranlar bakımından büyük benzerlikler göstermektedir. Hazırlanan prototip kemerin açıklığı 30 metre, yüksekliği 13 metre ve genişliği ise 4.5 metredir. Sonlu elemanlar modelinde, bu tür yapı örneklerinde çok sık olarak kullanılan taşın malzeme özellikleri dikkate alınarak, elastisite modülü $E=20000$ MPa kabul edilmiştir.

Prototip modelde kemer ve yan duvarlar genel kabuk (SHELL) elemanları ile modellenmiştir. Yan duvarlar arasındaki dolgu malzemesi ise 3-boyutlu (SOLID) elemanlarla modellenmiştir. Dolgu malzemesinin, yapının yük taşıma mekanizmasına aktif olarak herhangi bir katkısı yoktur. Ancak, köprünün genel stabilitesi ve kullanım gereksinimlerinden dolayı bu dolgu malzemesinin taş kemer köprülerin yapısal davranışını etkileyen önemli bir fonksiyonu vardır. Dolgu malzemesi kesinlikle elastik ve katı malzeme özelliği göstermediğinden, bu malzemenin mekanik özellikleri, elastik analiz yönteminin ve kullanılan bilgisayar programının kabul ettiği minimum sınırlar içerisinde çok küçük bir elastisite modülü ile tanımlanmıştır. Bu yüzden, dolgu malzemesi, kütle ve ağırlık etkisinin yanısıra basınç gerilmelerini de ileterek köprünün çeşitli bölümlerine yükleri doğru aktarmak amacıyla kullanılmıştır. Doğrusal-elastik olmayan malzeme özelliklerinin de tanımlanabildiği daha gelişmiş bilgisayar programlarında, bu tür malzemeler sadece basınç gerilmelerini alacak şekilde tanımlanabilmektedir.

and the arch thickness is very specific. As mentioned before, structural analysis of brick or stone masonry structures is very complicated work and requires special care. Especially in the calculations that were done for the restoration of these structures, nonlinear material properties of construction materials, pattern of the brick and stone courses and mechanical characteristics of mortar or other bonding materials should be very well defined. Any lack or ignorance in obtaining the related data might cause some doubts on the accuracy and reliability of the performed analyses. Thus, with an accurate consideration of the geometrical dimensions of the structure, elastic analysis is required initially in order to observe the structural behavior and to determine the critical sections of the structure (10).

In this study, in order to develop easy and accurate analysis techniques for stone masonry bridges a typical arch is formed according to the ratio between span-height-thickness of the arch. One of the best examples that clearly represent the characteristic arch behavior is the Mostar Bridge. Hence, the prototype model is very similar with the Mostar Bridge in terms of geometric ratios. The span of the prototype arch model is 30 meters; the height is 13 meters and the width is 5 meters. Taking the material properties of stone, which is very commonly used in these types of structures, into consideration, the modulus of elasticity is considered as 20000 MPa in the finite element analysis.

The arch and the sidewalls of the prototype model are modeled by means of SHELL elements, whereas 3-dimensional SOLID elements are used in the modeling of the infill material in between the side walls. The infill material does not actively contribute to the load bearing mechanism of the structure. However, it has a significant effect upon the structural behavior of the masonry arch bridges in terms of overall stability and serviceability requirements. Due to the fact that the infill material never displays the behavior of elastic and solid materials, the mechanical properties of this material are defined with a very small modulus of elasticity within the minimum limits of the elastic analysis methods and the computer programs. Hence, the infill material is used for the purposes of obtaining the effects of mass and weight simultaneously with compressive stresses for an accurate transfer of loads to various parts of the bridge. More developed computer programs, in which also the nonlinear material properties could be defined, allow defining the materials in a way that they would resist only the compressive stresses.

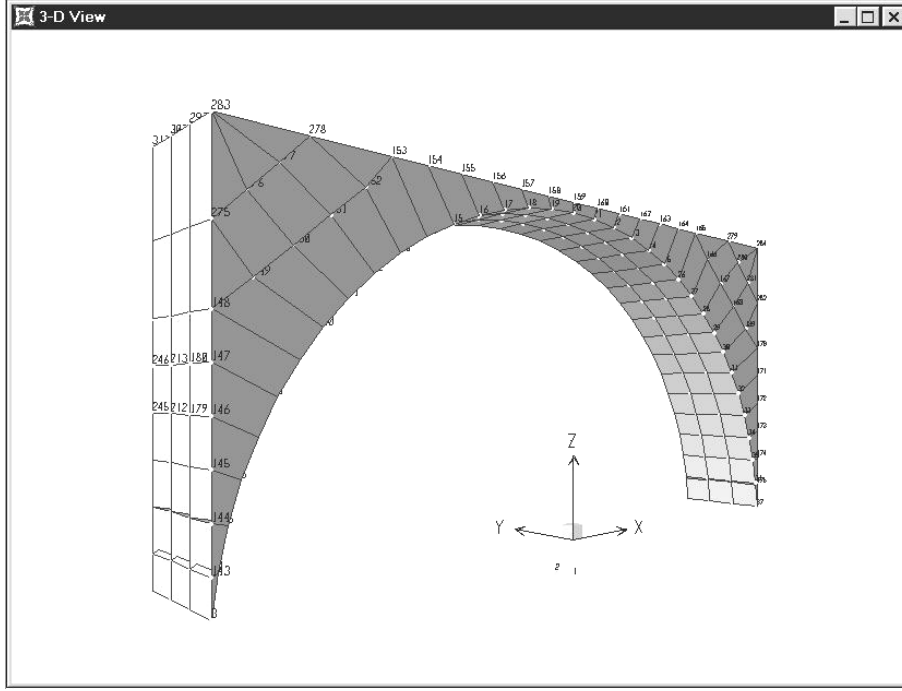


Figure 2. Mathematical model of the prototype bridge
Şekil 2. Prototip köprü'nün matematiksel modeli

Şekil 2'de gösterilen ilk model, yapının kendi ağırlığı altında oluşan düşey yükler ve tepki spektrumu yöntemiyle elde edilen deprem kuvvetleri altında SAP2000 programı ile çözülmüştür. Doğrusal-elastik analiz yöntemi kullanılarak yapılan bu hesap sonucunda, düşey yükler altında ana kemer 0.06 MPa ile 1.02 MPa arasında değişen basınç gerilmeleri etkisi altında kalmıştır. Deprem analizinde ise, Şekil 3'te görüldüğü gibi, özellikle kemer yüksekliğinin orta bölgesinde, yan duvarların büyük rijitlik oluşturduğu yerlerde en büyük gerilme değerleri elde edilmiştir. Doğrusal-elastik analiz yöntemi ile en büyük gerilmelerin bu bölgelerde oluşması çok normaldir. Ancak deprem ya da başka bir yatay etkiden dolayı zorlanan bu bölümlerin çatlayarak rijitliği azaltacağı göz önüne alınmalıdır. Plastik analiz veya doğrusal-elastik olmayan malzeme özelliklerinin dikkate alındığı hesap yöntemlerinde, aşama aşama çatlakların ilerlemesine ve buna bağlı olarak değişen rijitlik özelliklerine göre, yapıda oluşan gerçek kuvvetler ve gerilmeler elde edilebilir (11).

Using SAP2000 programme, the first model shown in the Figure 2 is analyzed under gravity forces due to the self-weight of the structure and under dynamic loads by response spectrum method. The results of linear-elastic analyses claim that the entire arch is subjected to compressive stresses, the values of which differ from 0.06 MPa and 1.02 MPa. According to the outputs of the response spectrum analysis, the highest tensile stresses are especially at the mid-height of the arch, where the sidewalls have the maximum rigidity as seen in the Figure 3. In the elastic analyses it is very usual that the maximum tensile stresses occur in these zones. Nevertheless, it should be considered that vulnerability of these zones in case of an earthquake or any other lateral effect would decrease rigidity by cracking. In plastic analyses, or in the analyses where the nonlinear elastic material properties are taken into consideration, the actual forces and stresses on the structure according to the effects of step-by-step proceeding cracks and altering rigidity characteristics could be observed (11).

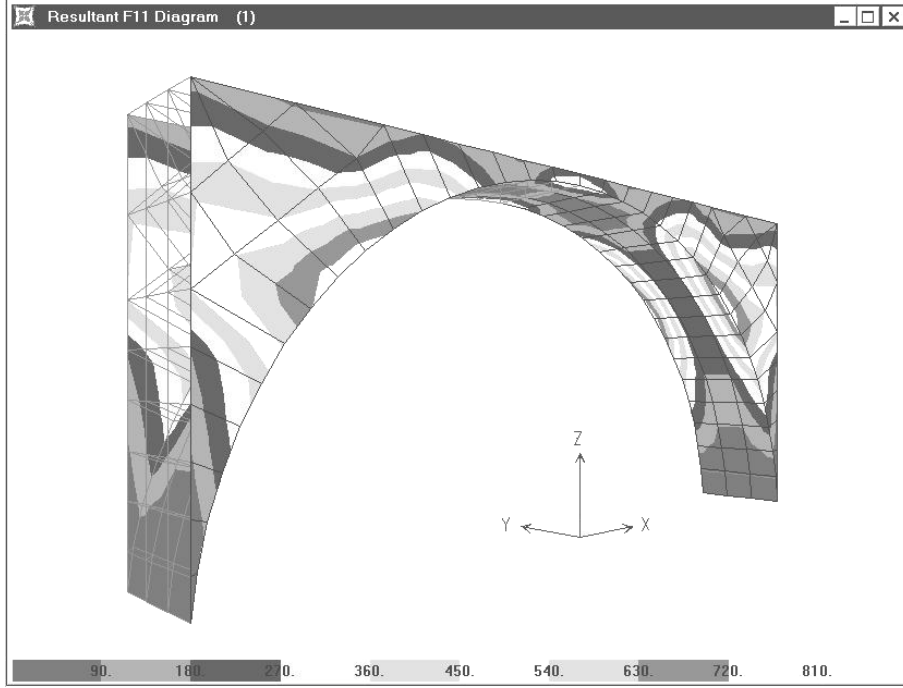


Figure 3. Compressive stresses due to dynamic analysis
Şekil 3. Deprem analizi sonucunda oluşan çekme gerilmeleri

Bu tür yapıların genel koruma ve restorasyon stratejilerinin belirlenmesi amacıyla, doğrusal-elastik hesap yöntemleriyle, yığma yapı sistemlerinde çatlak ilerlemesi ve genel stabilite analizleri yapılabilir. Bu analizler sonucunda yapının zayıf noktaları belirlenerek, sadece bu bölgeler için doğrusal olmayan malzeme özelliklerinin de dikkate alındığı daha ayrıntılı analizler yapılmalıdır. Çok büyük ve karmaşık geometrik boyutlara sahip olan tarihi yapılarda, yapının tamamının doğrusal elastik olmayan analiz yöntemleriyle çözülmesi hata riskini artıracığından, burada önerilen bölgesel analiz yöntemi daha sağlıklı sonuçlar verecektir.

Bu nedenle, ilk analizler sonucunda çekme gerilmelerinin yoğunlaştığı bu olası çatlama bölgelerindeki sonlu elemanların birbirinden, aynı koordinatlarda bulunan farklı düğüm noktaları kullanılarak ayrılmasıyla elastik bir çatlak modeli oluşturulmuş ve analizler tekrarlanmıştır. Doğrusal-elastik hesap yapabilen bir çok bilgisayar programı sadece basınç kuvvetlerini dikkate alan bağlantı (LINK) elemanlarının kullanılmasına izin vermektedir. Böylece yapının basınç gerilmeleriyle yük aktardığı andaki süreklilik de sağlanmaktadır. Ard arda yapılan analizler sonucunda, sadece basınç yükleri alabilen bağlantı elemanları kullanılarak çatlakın ilerlemesi belli bir noktaya kadar izlenmiştir. İlk analizden itibaren, 7 düğüm noktasında adım adım sonlu elemanların birbirinden ayrılması suretiyle özel çatlak modeli tanımlanarak çatlakın ilerlemesi izlenmiş ve bunun sonucunda elde edilen gerilme dağılımının değişimi Şekil 4'te gösterilmiştir.

In order to determine the protection and restoration strategies for these structures, it is possible to perform analyses on progressive cracks and overall stability by means of elastic analysis methods on masonry structures. After specifying the weak sections according to results of these analyses, more detailed analyses, in which the nonlinear material properties are considered as well, should be performed. Since the application of nonlinear analysis would increase the risk of any possible mistakes in the analyses of huge structures with complex geometries, the method suggested in this study would result more accurately.

Hence, in these probable crack zones where the tensile stresses occurred according to the results of the first analysis group, the analyses are performed once more by constituting an elastic crack model with separation of the units from one another by using different nodes on the same coordinates. Many of the computer programs that could perform elastic analysis allow the use of LINK elements, which could only be subjected to compressive stresses. This provides to obtain continuity at the moment that the structure transfers the loads under compressive stresses. In the performed analyses following one another, utilization of link elements enables the observation of the cracks up to a certain level. Beginning from the first analysis, progress of crack has been observed through a special crack model defined by means of separating the finite elements step by step on 7 nodes; and the variation in the distribution of resulting tensile stresses is shown in the Figure 4.

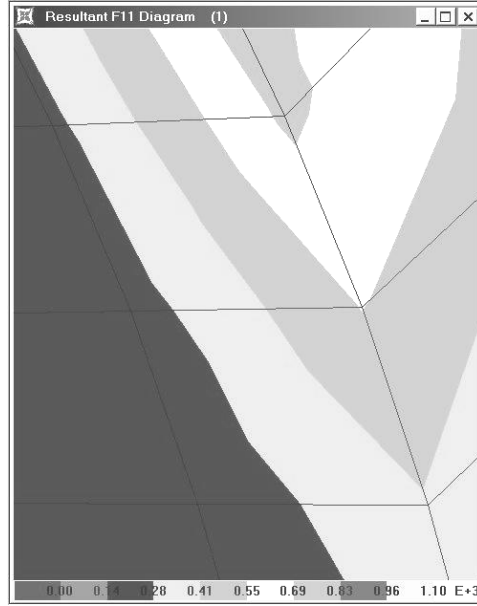


Figure 4. Variation in tensile stresses beginning from the first analysis until the last stage of crack
Şekil 4. İlk analizinden çatlakın son aşamasına kadar gerilmelerin değişimi

Matematiksel modelde çatlakların da tanımlanmasıyla yapının rijitliğindeki değişim gözlenmiştir. Ard arda yapılan analizler sonucunda yapının doğal periyodu $T_0 = 0,1059$ saniyeden $T_n = 0,1188$ saniyeye yükselmiştir.

5. SONUÇ

Taş veya tuğla yığma yapı tekniği ile inşa edilmiş tarihi yapıların korunması veya restorasyonu için yapısal davranışının belirlenmesi ve çeşitli yük etkileri altında oluşan gerilme ve kuvvetlerin hesaplanması amacıyla yapısal analizlerinin doğru bir şekilde yapılması çok önemlidir. Çok karmaşık geometrik özelliklere ve malzeme çeşidine sahip bu tür yapıların matematiksel modelleri için özel yöntemler kullanılmalıdır. Betonarme, çelik ve ahşap yapılar için uygulanan modelleme teknikleri yığma yapılar için geçerli değildir. Bu tür yapıların gerçek davranışını anlayabilmek için doğrusal- elastik olmayan malzeme ve geometrik özelliklerini dikkate alan hesap yöntemleri gereklidir. Ancak, çok karmaşık ve özel bilgisayar programları gerektiren bu hesap yöntemleri için çok dikkatli bir şekilde hazırlanması gereken ayrıntılı matematiksel modellere gereksinim vardır.

Yığma yapı tekniği ile inşa edilmiş tarihi yapıların strüktürel davranışını incelemek için, anlaşılması kolay ve çok belirgin bir yük aktarma mekanizmasına sahip olan kemerli taş köprüler en uygun yapı tipidir. Kemerli yapıların genel stabilitesi ve çeşitli yükler altında oluşabilecek olası hasarlar için kritik bölgelerin belirlenmesi amacıyla ilk önce doğrusal- elastik analiz yapılabilir. Daha sonra özel modelleme teknikleriyle geometrik düzensizler göz önüne alınarak, özellikle deprem gibi belirli bir zaman diliminde tanımlanabilen değişken yükler altındaki davranış incelenebilir.

Changes in rigidity of the structure are observed by means of defining the cracks as well. The time period of the structure changed from $T_0 = 0.1059$ sec to $T_n = 0.1188$ sec according to the results of the analyses following one another.

5. CONCLUSIONS

It is very important to perform the structural analyses to understand the structural behavior and to determine internal forces and stresses resulting from various load conditions for conservation and restoration of historic masonry structures. Special methods should be carried out to model these structures analytically since they have sophisticated geometric features and material types. Modeling techniques that are used for reinforced concrete, steel and timber structures are not convenient for masonry structures. Analysis methods that consider nonlinear- elastic material and geometric features are necessary in order to understand actual behavior of these types of structures. Nevertheless, detailed mathematical models that should very carefully be prepared are required for these analysis methods, which need very complex and special computer programs.

Stone masonry arch bridges, which have a very definite and easy to understand load transfer mechanism, are the most convenient structures to observe the structural behavior of historic masonry structures. Linear- elastic analysis could be performed initially so as to specify critical parts that could exist due to various load effects and to determine overall stability of the structure. Afterwards, considering geometric irregularities by means of special modeling techniques, behavior under especially dynamic loads that could be defined for a certain period of time, such as earthquakes, could be observed.

REFERENCES/ KAYNAKLAR

1. Toker, S., "Development of Arch Form; Exploring The Behavior of Masonry Arches and Arch Bridges by Finite Element Analysis", *ODTÜ Mimarlık Bölümü yayınlanmamış yüksek lisans tezi*, Ankara (2000).
2. Ünay, A.İ., "Tarihi Yapıların Depreme Dayanımı", *ODTÜ Mimarlık Fakültesi Yayınları*, Ankara (2001).
3. Benvenuto, E., *An Introduction to The History of Structural Mechanics; Part II: Vaulted Structures and Elastic Systems*, *Springer-Verlag*, New York (1991).
4. Harvey, W. J., "Application of the mechanism analysis to masonry arches", *The Structural Engineer*, Vol. 66, No. 5/1: 77-84, March (1998).
5. Loo, Y., Yang, Y., "Cracking and failure analysis of masonry arch bridges", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 6: 1641-1659, June (1991).
6. Heyman, J., "The Stone Skeleton: Structural Engineering of Masonry Architecture", *Cambridge University Press*, Cambridge (1990).
7. Croci, G., *The Conservation And Structural Restoration of Architectural Heritage*, *Computational Mechanics Publications*, Southampton (1998).
8. Mainstone, R. J., *Developments in Structural Form*, *Architectural Press*, Oxford (1998).
9. Çulpan, C., *Türk Taş Köprüleri; Ortaçağdan Osmanlı Devri Sonuna Kadar*, *Türk Tarih Kurumu Basımevi*, Ankara (1975).
10. Karaesmen, E., Ünay, A. İ., Ilter, I., *A study of the Sinan's masonry bridges, Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings II*, *Computational Mechanics Publications*, Southampton-Boston (1991).
11. SAP2000, *Three Dimensional Static and Dynamic Finite Element Analysis and Design of Structures*, *Computer and Structures Inc., Berkeley*, California, USA (1998).

Received/ Geliş Tarihi: 20.05.2003 Accepted/Kabul Tarihi: 05.12.2003