G.Ü. Fen Bilimleri Dergisi ISSN 1303-9709 *G.U. Journal of Science*
18(4): 613-626(2005) *18(4):613-626 (2005)*

MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION SOLUTIONS TO THE TAGUCHI'S PROBLEM

Onur KÖKSOY*
Niğde University, Faculty of Art & Sciences, Department of Mathematics, 51100 NİĞDE
E-mail: okoksoy@nigde.edu.tr

Gülsüm HOCAOĞLU
Hacettepe University, Faculty of Art & Sciences, Department of Statistics
ANKARA

ABSTRACT

The dual response approach has widely been used in the literature to solve the Taguchi's problem. This excellent approach contains some deficiencies especially on the standard deviation response. These restrictions may rule out better conditions or globally preferred values in the industrial process or the product of interest. This paper presents a more flexible formulation of the problem and it's solving technique. In this study, we also extend the dual response problem by some cost elements (i.e., treatment cost).
Key Words: Quality Improvement, Taguchi's Problem, Multi-Objective Optimization, Response Surface Methods

TAGUCHİ PROBLEMİNİN ÇOK AMAÇLI OPTİMİZASYON ÇÖZÜMLERİ

ÖZET

Literatürde, "ikili cevap (dual response)" yaklaşımı olarak bilinen yöntem, Taguchi probleminin çözümünde yaygın olarak kullanılır. Ancak, bu mükemmel yaklaşımın bazı yetersiz yönleri de vardır. Kalite standart sapması ile ilgili kısıtlamalar süreç veya ürünle ilgili bulunabilecek daha iyi koşulları veya tümel optimum değerleri dışlayabilir. Bu çalışmada, kalite standart sapmasını kısıttan kurtaracak yeni bir problem tanımı ve çözüm stratejisi önerilerek, maliyet öğeleri ile Taguchi probleminin genişletilmesi konusu üzerinde durulmuştur.
Anahtar Kelimeler: Kalite Geliştirme, Taguchi Problemi, Çok Amaçlı Optimizasyon, Cevap Yüzey Yöntemleri

1. GİRİŞ

Bu çalışmada, kalite literatüründe sıkça tartışılan Taguchi probleminin çözümü için, yeni bir formülasyon önerisi ve bunun çözüm stratejisi üzerinde durulacaktır. Kalite standart sapmasına ilişkin cevap yüzey fonksiyonu kısıttan kurtarılarak, değeri minimumlaştırılacak bir amaç fonksiyonuna dönüştürülecektir. Ayrıca bu çalışmada, "*deneme maliyeti*" ve "*hedeften ayrılış maliyeti*" isimli yeni cevap değişkenleriyle de bilinen Taguchi problemi genişletilecektir.

Japon kalite uzmanı Taguchi'nin kalitede en önemli problem olan ürün veya süreç değişkenliğinin azaltılması ve belirli hedeflerin tutturulması yönündeki fikirleri, değişik bilim çevrelerinin ilgisini çekmiştir. Ancak, Taguchi'nin kalite geliştirme konusundaki fikirlerini destekleyen tasarım ve analiz stratejileri yetersiz bulunmuştur (Bkz. Köksoy ve Muluk, 2002). Bu eleştirilerin temelinde, etkileşim kavramına yeterli önemin verilmemesi, düşük çözümlü tasarım yapılarının kullanılması ve çaprazlanmış dizim formatının yeterince ekonomik bulunmaması yatmaktadır. Analiz bazındaki eleştiriler ise, genellikle Taguchi'nin sinyal-gürültü oranları istatistikleri üzerinde yoğunlaşmıştır. Taguchi

1. INTRODUCTION

In this study, we provide a formulation along with its solution method for solving the well-known Taguchi's problem in the literature. Unlike imposing a restriction on the value of the standard deviation we allowed to change it freely (i.e., a smaller standard deviation is often preferable). We also aim to extend the dual response problem (under Taguchi's philosophy) based on two different cost elements such as "*treatment cost*" and "*cost due to any departure from intended targets*".

A key component of Taguchi's philosophy is the reduction of variability in products and processes so that the process performs consistently on target. While the statistical methods suggested by Genichi Taguchi remain controversial, there is a little disagreement among the researchers and practitioners about his basic philosophy (see, Köksoy and Muluk, 2002). The designs recommended by Taguchi are obtained by "crossing" designs. The crossed array structure usually leads to a very large experiment and so not economical and provide "low" resolution that all of the interactions of interest could not be estimated. Several of Taguchi's data analysis methods are questionable. For example, the use of felsefesinde, süreç varyansı ve ortalaması aynı anda tek bir istatistikle ölçülmeye çalışılmaktadır. Ancak bu durumda, konum ve dağılma etkileri birbirine karışacaktır. Sürecin varyansının ve ortalamasının ayrı ayrı incelenmesi ve stokastik bir modellemeye gidilerek değişkenlik yaratan mekanizmanın anlaşılmaya çalışılması, mühendislik açısından daha bilgilendirici olabilir. Buradan hareketle, cevap yüzey yöntemlerinin Taguchi tekniklerine alternatif olarak kullanıldığını görmekteyiz. Bu konuyla ilgili olarak Tuck et.al. (1993), Lucas (1994) ve Khattre (1996) çalışmaları incelenmeye değerdir.

Taguchi problemleriyle ilişki kurabilmek için, süreç ortalama ve süreç standart sapmasının sırasıyla $\hat{y}_\mu$ ve $\hat{y}_\sigma$ biçimindeki cevap yüzeyleriyle modellenebileceğini varsayalım. Eğer seçilecek tasarım, ikinci dereceden yüzey modellerini destekler nitelikte ise, yukarıda sözü geçen cevap yüzey tahminleri,

$$\hat{y}_\mu = b_0 + \mathbf{x}'\mathbf{b} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x} \tag{1.1}$$

$$\hat{y}_\sigma = c_0 + \mathbf{x}'\mathbf{c} + \mathbf{x}'\mathbf{C}\mathbf{x} \tag{1.2}$$

biçiminde yazılabilecektir. Modellerdeki doğrusal terim katsayıları **b** ve **c** vektörleri ile, karesel ve çapraz terim katsayıları ise, **B** ve **C** matrisleri ile temsil edilmektedirler. Ayrıca, **x** ile gösterilen vektör, deney tasarımında kullanılan etkenleri temsil etmektedir. Model parametre tahminleri için en küçük kareler veya ağırlıklı en küçük kareler yöntemlerinden faydalanılabilir.

Sürecin standart sapmasını modellemek için, literatürde sıkça kullanılan tekrarlı yöntem (pure replication) veya hata aktarım yöntemi (propagation of error) önerilebilir (Bkz: Vining ve Myers 1990, Lucas 1994, Köksoy 2001).

Taguchi problemlerinin cevap yüzeyleri ile çözülmesi sırasında, cevaplardan birisi amaç fonksiyonu olarak kabul edilirken; diğeri belirli bir kısıt değerine bağlanır. Bir diğer kısıt ise, *deneysel bölge* sınırlamasıdır. Deneycinin belirlediği faktör düzeylerinin uzayda sınırladığı bölgeye deneysel bölge denilmektedir. Deneysel bölge, deney tasarımının deneye getirdiği zorunlu bir kısıtlamadır. Literatürde tartışılan iki önemli deneysel bölge sınırlaması *kübik* ve *küresel* bölgedir. Kübik bölge sınırlaması altındaki tüm tasarım noktaları, uzayda bir hiper kübün üzerinde veya içinde yer alırlar. Kübik bölgede, kodlanmış etken düzeyleri [-1,1] aralığında değerler almaktadırlar. Küresel bölgede ise, tüm tasarım noktaları r yarıçaplı bir hiper kürenin üzerinde veya içindedirler ($\mathbf{x}'\mathbf{x} \le r^2$). Tasarım yarıçapı r'nin kontrolü deneyciye aittir.

Taguchi'nin önerdiği "Enbüyük-eniyi" ve "Enküçük-eniyi" problemlerinin cevap yüzeyleri ile çözümü sırasında literatürde izlenen genel optimizasyon stratejisi aşağıda verilmektedir:

Durum 1– Enbüyük-eniyi :
Max $\hat{y}_\mu$

Kısıtlar: $\hat{y}_\sigma = \sigma_0$ ve $\mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$ (1.3)

Durum 2– Enküçük-eniyi :
Min $\hat{y}_\mu$

Taguchi's signal-to-noise ratios may result in some confounding of location and dispersion effects. A better approach for isolating location and dispersion effects is to develop separate stochastic modeling for the mean and the standard deviation responses. This type of strategy gives more insights to the engineers about the process of interest. An alternative approach to Taguchi's robust design has often been referred to as the response surface modeling approach (see, Tuck et.al. (1993), Lucas (1994), and Khattre (1996)).

Let assume that both $\hat{y}_\mu$ and $\hat{y}_\sigma$ denote the second order fitted response surfaces for the process mean and process standard deviation, respectively. The second order models of the form,

$$\hat{y}_\mu = b_0 + \mathbf{x}'\mathbf{b} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x} \tag{1.1}$$

$$\hat{y}_\sigma = c_0 + \mathbf{x}'\mathbf{c} + \mathbf{x}'\mathbf{C}\mathbf{x} \tag{1.2}$$

where **b** and **c** are vectors containing the estimated coefficients of the first order terms of each response model, **B** and **C** are matrices containing the estimated coefficients of the second order terms of each response model, and **x** is a vector of control or design variables. Model parameters can be estimated by either the method of least squares or the method of weighted least squares.

The model for standard deviation can be obtained by using any of the available approaches (i.e., pure replication or propagation of error) (see, Vining and Myers 1990, Lucas 1994, Köksoy 2001).

In the response surface approach to the Taguchi's problem, one response is chosen as a primary response to be optimized subject to some specified value of the secondary response. A solution is found under an additional constraint on the x's that defines the *experimental region*. Two different regions of interest mainly discuss in the literature, cubodial region and spherical region. For cuboidal designs, the constraint is of the form $-1 \le x_i \le 1$, i=1,…, k (k is the number of control variables), and for spherical designs the constraint is defined by $\mathbf{x}'\mathbf{x} \le r^2$, where r is the design radius. The value of r should be chosen by an experimenter.

We shall consider Taguchi's basic situations in the following manner:

Case 1– The Larger the better:

Max $\hat{y}_\mu$

Constraints: $\hat{y}_\sigma = \sigma_0$ and $\mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$ (1.3)

Case 2 – The Smaller the better:

Min $\hat{y}_\mu$

Constraints: $\hat{y}_\sigma = \sigma_0$ and $\mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$ (1.4)

In both cases one typically imposes a restriction on the value of standard deviation, that is σ_0. An acceptable value for the standard deviation is usually unknown. In fact, process conditions that result in a smaller standard deviation are often preferable. Much of the past work in

Kısıtlar: $\hat{y}_\sigma = \sigma_0$ ve $\mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$ (1.4)

Durum1 ve Durum2'den görüldüğü gibi, süreç standart sapmasının kontrol edilen değeri σ_0 'dır. Burada önemle tartışılması gereken bir husus, σ_0 değerinin nasıl tespit edileceğidir? Maalesef, bu değer genellikle bilinemez veya bilinmesi uzun mühendislik çalışmalarını gerektirecektir. Aslında, süreç standart sapmasının mümkün olduğunca minimum düzeyde tutulması her zaman arzulanan bir hedeftir. Bu sorunu gidermeye yönelik olarak, Del Castillo ve Montgomery (1993), Lin ve Tu (1995), Copeland ve Nelson (1996), Kim ve Lin (1998) makaleleri önerilmiştir.

2. ÇOK AMAÇLI OPTİMİZASYON PROBLEMİ

Bir çok amaçlı optimizasyon problemi,

$$\text{Min } \{\hat{y}_1, \hat{y}_2, ..., \hat{y}_\nu\} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada $\hat{y}_i = f_i(\mathbf{x})$ (i=1,2,...,ν) ifadeleri, her cevaba ilişkin yüzey fonksiyonlarını göstermektedir. Ayrıca, **x** bağımsız değişkenler vektörü için bir **R** deneysel bölge kısıtlaması vardır. Burada minimum yapmanın anlamı, tüm amaç fonksiyonlarının eşanlı olarak minimum yapılmasıdır. Eğer Eşitlik (2.1)'deki yüzey fonksiyonları arasında uyuşmazlık yoksa, tüm yüzey fonksiyonlarını ayrı ayrı minimuma ulaştıracak tek bir $\mathbf{x}^*$ çözüm vektörü bulunabilecektir. Bu çözüme *ideal çözüm* adı verilmektedir. İdeal çözüm noktasındaki yüzey fonksiyon değerlerine *ideal kriter değerleri* adı verilir ve a_i^* (i=1,2,...,ν) şeklinde gösterilir. Bileşenleri ideal kriter değerleri olan $\mathbf{a}^* \in \mathbf{R}^\nu$ vektörüne de *ideal kriter vektörü* adı verilir. İdeal çözüm genellikle yoktur. Çünkü bir yüzey fonksiyonunu optimum yapacak koşullar, diğerleri için genellikle optimum olmaktan uzak olabilir.

Uygulamada ideal çözüm yerine genellikle *pareto optimal* (uzlaşık) çözümler önem kazanır. Pareto optimalite felsefesinde, bir amacı iyileştirme ancak ve ancak diğer amaçlardan fedakarlık etme yoluyla sağlanmaktadır. Matematiksel olarak her pareto optimal çözüm, çok amaçlı optimizasyon probleminin aynı derecede kabul edilebilir bir çözümüdür. Bu çözümler içinden ideale en yakın olan seçilmeye çalışılır. Bu seçim işlemi bir karar verme birimi tarafından gerçekleştirilir. Karar verici (KV), sistemi değiştirmek için, kendisinde otorite olan ve sorumluluk taşıyan kişidir. KV, eldeki bilgilere göre mevcut çözüm alternatiflerini inceleyerek, optimumu belirleyen kişi ya da gruplar olabilir. KV'nin problemi daha iyi kavradığı ve farklı çözümler arasındaki tercih ilişkilerini ifade edebildiği varsayılır. Son çözümden KV sorumludur. Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümü, KV-Analist işbirliğinde gerçekleştirilir. Analist, çözüm sürecinin matematiksel ve teorik yönünden sorumlu olan kişi ya da bilgisayar programlarıdır. Analist, çözüm seçeneklerini oluşturur ve KV'nin önerilerine göre seçim yapılır. Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümü ile, pareto optimal olan ve KV'nin gereksinimlerini yerine getirecek, uygun bir çözümün

this area have been attempts to provide a formal framework within which an optimum solution to the problem can be sought; for example, Del Castillo and Montgomery (1993), Lin and Tu (1995), Copeland and Nelson (1996), Kim and Lin (1998).

2. MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION PROBLEM

A multiobjective optimization problem of the form,

$$\text{Min } \{\hat{y}_1, \hat{y}_2, ..., \hat{y}_\nu\} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

where we have ν (≥ 2) response surface functions $\hat{y}_i = f_i(\mathbf{x})$ of each response. We denote the vector of independent variables by **x** belong to the experimental region **R.** The word "Min" means that we want to minimize all the objective functions simultaneously. If there is no conflict between the objective functions in (2.1), then a solution $\mathbf{x}^*$ can be found where every objective function attains its minimum. This solution is called an *ideal solution*. Each response functions are evaluated at $\mathbf{x}^*$ to get *the ideal criterion values*, a_i^* (i=1,2,..., ν). A vector $\mathbf{a}^* \in \mathbf{R}^\nu$ is called an *ideal criterion vector* whose components are formed by a_i^*. There usually does not exist an ideal single solution which is optimal with respect to every objective function. This means that conditions which are optimal for one response may be far from optimal or even physically impractical for the other responses.

In practice we might consider finding *Pareto optimal* (compromise) conditions on the input variables that are somewhat favorable to all responses. Pareto optimality roughly means that one can not improve any criterion without deteriorating a value of at least one other criterion. There are usually a lot (infinite number) of Pareto optimal solutions. Mathematically, every Pareto optimal point is an equally acceptable solution of the problem. However, it is generally desirable to obtain one point as a solution. We need a decision maker to make selection. The decision maker is a person (or a group of persons) who is supposed to have better understanding into the problem and who can express preference relations among the alternatives. Usually, the decision maker is responsible for the final solution. Solving a multiobjective optimization problem calls for the co-operation of the decision maker and an analyst. The analyst is a computer program or a person responsible for the mathematical aspects of the solution process. The analyst produces information for the decision maker to consider and the solution is selected according to the preferences of the decision maker. By solving a problem we mean finding a string of Pareto optimal bulunması anlaşılır. Böyle bir çözümün olduğu varsayılır ve o çözüme KV'nin son çözümü denilir.

Çok amaçlı yüzey optimizasyon problemlerinin çözüm sürecinde kullanılabilecek yöntemler dört grupta sınıflandırılabilir. Bu sınıflandırmaya temel teşkil eden makale Hwang ve Masud (1979)'dur. Hwang ve Masud'un sınıflandırmasını, Hwang et al. (1980), Buchanen (1986) ve Lieberman (1991 a,b) makaleleri de benimsemektedir. Yöntemler, KV'nin sürece katılım derecesine göre aşağıdaki şekilde sınıflandırılır:

1. Tercih Bilgisinin Kullanılmadığı Yöntemler,
2. Sonsal Tercih Bilgisini Kullanan Yöntemler,
3. Önsel Tercih Bilgisini Kullanan Yöntemler,
4. Adımsal Geliştirimli Tercih Bilgisini Kullanan Yöntemler.

Bu çalışmada, adımsal geliştirimli tercih bilgisini kullanan yöntemlerden biri olan NIMBUS üzerinde durulacaktır (Miettinen, 1994). Adımsal geliştirimli tercih bilgisini kullanan yöntemlerde, KV'nin gerekli zamana ve işbirliği yapabilme yeteneklerine sahip olması gerekmektedir. KV ile Analist beraber çalışırlar. Başlangıçta KV'nin çözüme ilişkin herhangi bir tercihi olmayabilir. Ancak çözüm süreci içinde, Analist'in yardımıyla, KV'nin tercihleri ortaya çıkabilecek ve bu tercihler çözüme yansıtılacaktır. Çözüm sürecinin herbir adımında, KV'ye bir takım bilgiler sunularak onun bazı sorulara cevap vermesi ve sürecin diğer adımlarını etkileyecek tercihlerini bildirmesi istenecektir. Çözüm sürecinin bir parçası olan KV, son çözüme yüksek güvenle karar verecek yeteneğe sahip olmalıdır. KV'nin tercihlerini Analist iyi anlamalı ve çözüm sürecine yansıtmalıdır. KV her adımda problemini daha iyi tanıyacak ve tercihlerine yön verebilecektir. Burada bulunacak son çözümün, diğer sınıflardaki yöntemlere göre kabulü de yüksek olacaktır. Çözüm sürecinin sonlandırılması değişik biçimlerde olabilecektir. Bazen KV'ler sabırsız davranabilirler ve durmak isterler. Ancak bulunacak sonuç optimumdan uzak olabilecektir. Diğer taraftan, deneyimli KV'ler sabırla tercihlerini Analist'e aktarırlar ve durdukları noktada son çözüme yüksek güvenle sahip çıkarlar. Çünkü bulunacak çözümden daha iyilerinin bulunması ya çok zordur ya da çok zaman alacaktır. Diğer bir sonlandırma şekli, belirli adımdan sonra KV'nin tercihlerinin belirsiz hale gelmesi ve daha ileriye gidememesi olabilecektir.

3. TAGUCHİ PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Taguchi problemlerini çok amaçlı yüzey optimizasyon problemleri gibi düşünüp çözmenin mümkün olabileceğini düşünmekteyiz. Bu amaçla tasarlanacak problem,

$$\text{Min } \{\hat{y}_\mu, \hat{y}_\sigma\} \tag{3.1}$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}.$$

şeklindedir. Problemin tasarlanış biçimi Eşitlik (2.1)'deki yapıya uymaktadır. Eşitlik (3.1)'den görüldüğü gibi, ortalama ve standart sapma fonksiyonları eşanlı olarak minimum yapılacaktır. Bulunacak çözüm, 'Enküçük-eniyi' durumu için çözüm olarak kabul edilecektir. Eğer

solutions that satisfies the needs and the requirements of the decision maker. Assumming such a solution exists; it is called a final solution.

Methods of multiobjective optimization can be classified in many ways according to different criteria. Hwang and Masud (1979) suggest four classes of solution methods according to the participation of the decision maker in the solution process. This classification is also followed by Hwang et al. (1980), Buchanen (1986) and Lieberman (1991 a,b). The classes are:

1. No-preference Methods,
2. A Posteriori Methods,
3. A Priori Methods,
4. Interactive Methods.

In this study we utilize an interactive method, specifically the NIMBUS (Miettinen, 1994). The interest devoted to the interactive methods can be explained by the fact that assuming the decision maker has enough time and capabilities for co-operation. In interactive methods, the decision maker works together with an analyst. At the beginning the decision maker has no idea or preferences about the problem. The analyst tries to determine the preference structure of the decision maker in an interactive way. After every iteration, some information is given to the decision maker and she is asked to answer some questions or provide some other type of information. Since the decision maker is involved throughout the solution process she can be assumed to have more confidence in the final solution. The data provided to the decision maker should be easily obtainable by the analyst and contain information about the system. Interactive methods can be presumed to produce the most satisfactory conditions about the problem compared to the methods of the other classes. Stopping criteria are related to the convergence of interactive methods. Either the decision maker gets tired of the solution process and then stop or the decision maker finds a desirable solution and wants to stop. The only practical stopping criterion is the satisfaction of the decision maker with the solution obtained. This means that the decision maker must have sufficient evidence that no significantly better solutions exist.

3. A SOLUTION TO THE TAGUCHI'S PROBLEM

The goals of the Taguchi's philosophy can be achieved by solving the following problem,

$$\text{Min } \{\hat{y}_\mu, \hat{y}_\sigma\} \tag{3.1}$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}.$$

Here, we state the problem as defined by Equation (2.1). The objective is to find the settings of x's that would jointly optimize both mean and standard deviation functions. In the original form in (3.1), the problem is solved for minimization only (i.e., the smaller the better). If the objective function for the mean response is to be tasarlanan problem 'Enbüyük-eniyi' ise, Eşitlik (3.1)'deki $\hat{y}_\mu$ fonksiyonu yerine $-\hat{y}_\mu$ alınarak problem tekrar minimum problemine dönüştürülerek çözülebilecektir. Taguchi tarafından önerilen bir diğer problem de 'hedef-en-iyi' problemidir. Bu problem yapı olarak kısıtlı problem tanımına uymaktadır. 'Hedef-en-iyi' probleminin çok amaçlı optimizasyon formatındaki çözümlerine bu çalışmada yer verilmeyecektir (Bkz: Köksoy, 2001).

Eşitlik (3.1)'de verilen problemi çözebilmek için adımsal geliştirimli tercih bilgisini kullanan yöntemlerden biri olan NIMBUS kullanılacaktır (Miettinen 1994, Miettinen ve Mäkelä 1995,1997). NIMBUS yönteminin işleyişi ile ilgili bazı temel ayrıntılar EKLER bölümünde verilmektedir.

Taguchi probleminin Eşitlik (3.1) şeklindeki yeni tanımı ve çözümünde NIMBUS yönteminin tercih edilmesinden dolayı sağlanacak bazı faydalar:

- Ortalama kalite ile ilgili hedeflere ulaşırken, süreç standart sapmasının mümkün olduğunca minimum yapılması ilkesi benimsenecek,
- NIMBUS yönteminin kullanımı ile, KV çözüm sürecine dahil edilecek,
- Tek çözüm yerine alternatif çözümlerin bulunması ilkesi benimsenecek,
- NIMBUS yönteminin kullanım alanı oldukça geniştir. Yöntemin bir diğer avantajı ise, diferansiyelsiz fonksiyonlardan oluşan gerçek hayat problemlerini bile çözebilmesidir. Böylece, karmaşık cevap yüzey fonksiyonlarını gerektiren problemlerde NIMBUS'un kullanımı mümkün olabilecek,

şeklinde sıralanabilir.

maximized (i.e., the larger the better), this can be accomplished by minimizing $-\hat{y}_\mu$. A solution for the target is best case will not be discussed in the frame of this study since this case can be more directly addressed using a restricted optimization problem rather than the formulation in (3.1) (see, Köksoy, 2001).

We utilize standard nonlinear multiobjective programming techniques, more specifically the NIMBUS algorithm (Miettinen 1994, Miettinen and Mäkelä 1995,1997). Technical details about the NIMBUS are discussed in the Appendix.

A new problem formulation given in (3.1) and its solution technique via NIMBUS might provide some benefits for the readers as follows:

- Unlike fixing the standard deviation to a specific value we minimize it while achieving the goals of the mean response,
- The decision maker will be added to the solution process in an interactive manner,
- A string of solutions will be generated rather than a "one-shot" solution,
- The NIMBUS algorithm is appropriate not only for differentiable functions but also for highly nonlinear and nondifferentiable response functions. For this reason, it is capable of solving complicated real-world problems.

4. TAGUCHİ PROBLEMİNİN MALİYET ÖĞELERİ İLE GENİŞLETİLMESİ

Kalitesi yüksek, maliyeti düşük ürün üretebilme problemi; mühendislik, istatistik, ekonomi, işletme gibi bilimlerin ortaklaşa çalışmalarını gerektiren bir konudur. Sonuç olarak, "hangi maliyette ne kadar kalite istenmelidir"? Sorusunu cevaplayacak bir stratejinin geliştirilmesi gerekecektir.

Phadke (1989), maliyet öğelerini üç ana başlık altında sınıflandırmıştır. Bu sınıflar aşağıda verilmektedir:

1. İşletme Maliyeti (Operating Cost): İşletme maliyetinin bileşenleri, enerji, çevresel kontrol, bakım ve yedek parça maliyetleri olarak sıralanabilir. Farklı işletmelerin üretim için harcayacakları enerji miktarları (dolayısıyla da enerji maliyetleri) farklı olabilecektir. Eğer bir ürün sıcaklık ve nem gibi çevresel etkenlere karşı duyarlılık gösteriyorsa, bu durumda havalandırma ve ısıtmadan dolayı bir maliyet de ortaya çıkabilecektir. Yüksek bozulma oranına sahip bir ürün, bakım ve yedek parça maliyetini de beraberinde getirebilecektir. İşletme maliyetini azaltmanın bir yolu, sağlam ürün tasarımıdır. Yani, bir ürünün çevresel koşullara, işletmeler arasındaki değişkenliğe ve yedek parça farklılıklarına karşı duyarlılığı, deney tasarımının

4. ENHANCING THE TAGUCHI'S PROBLEM VIA COST ELEMENTS

Designing high-quality products and processes at low cost is an economic and technological challenge in engineering, in statistics and mathematics and in administrative sciences. As a result, we should look for a strategy to answer the following question: "Quality at what cost?"

Phadke (1989) classifies the cost elements in the following three main categories:

1. Operating Cost: Elements of the operating cost are the cost of energy needed to operate the product, environmental control, and the cost for maintenance and spare parts, etc. Products made by different manufacturers can have different energy cost. If a product is sensitive to environmental factors such as temperature and humidity, then one needs to pay for costly air conditioning or heating system. If a product failure rate gets high, the manufacturer will have to pay for large maintenance and for spare units. The fundamental principle of robust design is to improve the quality of a product by minimizing the product's sensitivity to environmental noise conditions, manufacturing variation, and deterioration of parts.

etkin kullanımı ile azaltılabilecektir.

2. Yapım Maliyeti (Manufacturing Cost): Yapım maliyetinin bileşenleri, işçilik, ham madde, makina vb. olarak sıralanabilir. Birim yapım maliyetini (unit manufacturing cost) düşük tutabilmek için, kalitesi düşük ham madde, kalifiye olmayan işçi, ucuz makina ve teknoloji kullanımı tercih edilebilir. Bu yolla yapım maliyetini düşürmeye çalışan işletmeler, aynı anda kalite seviyesini de istenen bir düzeyde tutmak isteyeceklerdir. Aksi halde, rekabet ortamında yarış dışı kalma tehlikesi de vardır. Yapım maliyetini düşürmenin bir başka yolu, sağlam ürün tasarımıdır. Yapıma ilişkin aksaklıklara karşı, sürecin duyarlılığı sağlam hale getirilmelidir.

3. Araştırma ve Geliştirme (ARGE) Maliyeti (R&D Cost): Araştırma ve Geliştirme maliyetinin bileşenleri, yeni bir ürün geliştirmek için harcanan zaman, gerekli mühendislik ve laboratuvar kaynaklarının miktarı vb olarak sıralanabilir. ARGE faaliyetlerinin amacı, işletme ve birim yapım maliyetlerinin düşürülmesidir. Bu amaca ulaşmak için, sağlam ürün ve süreç tasarımına başvurulabilir.

Yapım ve ARGE maliyetleri direkt üreticileri ilgilendirir. Ancak bu maliyetler, ürün fiyatları ile müşteriye de bir ölçüde yansıyacaktır. İşletme maliyeti ise, doğrudan ürün kalitesi ile ilgilidir ve müşteriyi etkiler. Yüksek kalite denildiği zaman, genellikle düşük işletme maliyeti anlaşılır. Yukarda tanıtılan maliyet öğelerinden görüldüğü gibi, sağlam tasarımla yüksek kaliteye ulaşılması, işletme maliyetinin düşürülmesi mümkündür.

Taguchi problemine eklemeyi düşündüğümüz maliyet unsurları "*deneme maliyeti* (dm)" ve "*hedeften ayrılış maliyeti* (ham)" olarak tanımlanmaktadır. Deneme maliyeti, yüzey fonksiyonunun tayininde kullanılacak olan deney tasarımının her bir deneme noktasının deneyciye getireceği masraf olarak tanımlanabilecektir. Hedeften ayrılış maliyeti ise, belirlenmiş bir kalite hedefinden ayrılışın yaratacağı ekonomik kayıplardır. Hedeften ayrılış maliyetlerini ölçebilmek için, Taguchi'nin karesel kayıp fonksiyonundan yararlanılacaktır. Karesel kayıp fonksiyonu,

$$L(x) = k\,(x-m)^2 \tag{4.1}$$

şeklinde yazılır. Hedef değer olarak bilinen m noktasından, x birim uzaklaşmanın kalite karakteristiği üzerindeki kaybı L(x) kadar olacaktır. Eşitlik (3.1)'de k katsayısına kayıp katsayısı adı verilmektedir (Phadke, 1989). Deneme maliyeti ile geliştirilecek olan "üçlü cevap" problemi,

$$\min_{\mathbf{x}\in\mathbf{R}} \left\{\hat{y}_{\mu}, \hat{y}_{\sigma}, \hat{y}_{dm}\right\} \tag{4.2}$$

biçiminde tanımlanabilecektir. Burada, deneme maliyetine ilişkin yüzey tahmin modeli $\hat{y}_{dm}$ ile gösterilmiştir.

Maliyet konusunda ilgimizi çeken bir başka durum, deneme ve hedeften ayrılış maliyetlerinin birlikte incelenmesidir. Hedeften ayrılış maliyetleri, her bir deneme noktası için ayrı ayrı hesaplanır. Bu sözü geçen

2. Manufacturing Cost: Elements of the manufacturing cost are the cost of equipment, machinery, raw materials, labor, scrap, etc. In a competitive market, it is important to keep the unit manufacturing cost low by using low-grade marterial, employing less-skilled workers, and using cheap equipment and in the meantime maintain an appropriate quality level. On the other hand, a manufacturer can greatly reduce the manufacturing cost by minimizing the process sensitivity to manufacturing disturbances under a robust design scheme.

3. R&D Cost: Research and development cost consists of the time taken to develop a new product plus the amount of engineering and laboratory resources needed. The objective of R&D activity is to keep the unit manufacturing cost and operating cost low. Robust design plays an important role in achieving this objective.

The producer is directly affected by the manufacturing cost and R&D cost and then indirect effect to the customer through the purchase price of the product. The operating cost is incurred by the customer and also it is directly related to the product's quality. Higher quality means lower operating cost. It can be seen from the elements of cost that robust design will help to keep the producer's cost low while delivering a high-quality product.

In this study, we aim to extend the dual response problem (under Taguchi's philosophy) based on two different cost elements such as "*treatment cost (tc)*" and "*cost due to any departure from intended targets (devc)* ". Each treatment in a specific design costs differently to the practitioner. The Taguchi's quadratic loss function is adapted to find economic losses due to any departure from intented targets. According to the quadratic loss function, the quality loss is given by

$$L(x) = k\,(x-m)^2 \tag{4.1}$$

where "k" is a constant called quality loss coefficient. Let x be the quality characteristic and m be the target value for x. Notice that any departure from the target m results the quality loss (i.e., L(x)) (Phadke, 1989). A "triple response" problem can be defined as:

$$\min_{\mathbf{x}\in\mathbf{R}} \left\{\hat{y}_{\mu}, \hat{y}_{\sigma}, \hat{y}_{tc}\right\} \tag{4.2}$$

where $\hat{y}_{tc}$ is the fitted response surface function belong to treatment cost.

Another interesting problem might be the following. Here, we decide to consider both cost elements together. Taguchi's loss function in (4.1) will be used to calculate economic losses due to any departure from intented targets. Let $\hat{y}_{devc}$ is the fitted response surface function belong to the cost of deviation.

$$\min_{\mathbf{x}\in\mathbf{R}} \left\{\hat{y}_{tc}, \hat{y}_{devc}\right\} \tag{4.3}$$

hesaplamalar Eşitlik (4.1)'de verilen karesel kayıp fonksiyonu yardımıyla yapılacaktır. Hedeften ayrılış maliyetine ilişkin yüzey tahmin modeli $\hat{y}_{ham}$ olsun. Tasarlanacak problem,

$$\text{Min } \{\hat{y}_{dm}, \hat{y}_{ham}\} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

şeklindedir. Bu problem çözüldüğünde, her iki maliyet fonksiyonunu eşanlı olarak minimum yapacak kontrol değişken düzeyleri bulunacaktır.

5. UYGULAMA

Bu bölümde, Taguchi probleminin çözümüne yönelik olarak gerçekleştirilmiş olan bir uygulamanın sonuçları sergilenecektir. Uygulama için, bir kağıt helikopter deneyi gerçekleştirilmiştir. Deneyin sonuçları Çizelge (5.1)'de verilmektedir.

Deneyde üç kontrol değişkeni kullanılmıştır. Bu değişkenler sırasıyla kanat uzunluğu (kanat), kuyruk-kanat oranı (ku/ka) ve kuyruk eni (en) olarak Çizelge (5.1)'de gösterilmektedir. Deney süresince sabit tutulan bazı değişkenler de vardır. Örneğin, helikopterler sadece A4 kağıttan yapılmış olup, tüm helikopterler için gövde uzunluğu 1.5cm olarak belirlenmiştir. Tasarlanan deney, 4 tekrarlı 3^3 çoketkenli deneyidir. Deneme kombinasyonları ve tekrarların sırası tamamen rasgele olacak şekilde belirlenmiştir. Kağıt helikopter deneyinin yapılışı, deney tasarımı eğitiminde kullanımı ile ilgili ayrıntılı bilgi için Muluk, Balce ve Köksoy (2000) ve Köksoy ve Hocaoğlu (2000) çalışmaları incelenmelidir. Helikopterler yaklaşık 4 metre yüksekten serbest düşme olarak bırakılmıştır. Yere düşen helikopterlerin, daha önce belirlediğimiz bir hedeften uzaklıkları santimetre cinsinden ölçülmüştür. Her bir deneme 4 kez tekrar ettiği için, bulunan uzaklıkların ortalama ve standart sapmaları hesaplanarak, Çizelge (5.1)'nin 'ort.' ve 'ssap.' isimli sütunları oluşturulmuştur. Deneme maliyetleri, helikopterlerin yapıldığı materyalin alanı üzerinden ölçülmüştür. Her bir deneme noktasında, helikopterleri yapmak için kullanılacak kağıdın $1cm^2$'sinin maliyeti 1TL olarak belirlenmiştir. Çizelge (5.1)'de deneme maliyetleri, 'dm' isimli sütunda gösterilmiştir.

Thus, we will try to minimize both cost functions simultaneously.

5. EXAMPLE

A paper helicopter experiment has been conducted to illustrate the performance and the applicability of the proposed method. Table (5.1) displays the data from this experiment.

The three control variables in Table (5.1) are wing length (WL), body length-to-wing length ratio (BL/WL), and body width (BW). All helicopters are made by A4 size paper with a body length 1.5 centimeters. The experimental design is a 3^3 factorial with four repetitions. The treatment combinations and the repetitions are completely randomized. A good discussion on a paper helicopter experiment and its educational benefits is found in articles by Muluk, Balce and Köksoy (2000), Köksoy and Hocaoğlu (2000). Our test flights were carried out in a room with a ceiling 4 meters from the floor. After each flight we measure the deviances from a specific target on the floor based on a scale by centimeters. In Table (5.1), 'mean' and 'stdev.' are the usual point estimates of mean and standard deviation, respectively, at the i^{th} design point. The treatment cost (referred to 'tc' in Table (5.1)) is the price paid for a helicopter in Turkish liras (i.e., 1TL for one unit area in square centimeters).

Table 5.1. A Paper Helicopter Experiment
Çizelge 5.1. Kağıt Helikopter Deneyi

No	Kanat (Wing)	ku/ka (BL/WL)	En (BW)	ort. (MEAN)	ssap. (STDEV)	Dm (TC)
1	6	0.5	4	26.00	6.48	42
2	6	0.5	6	26.25	6.40	63
3	6	0.5	8	40.50	13.77	84
4	6	1	4	21.00	7.70	54
5	6	1	6	24.00	9.42	81
6	6	1	8	33.75	3.30	108
7	6	1.5	4	22.00	7.07	66
8	6	1.5	6	27.75	10.47	99
9	6	1.5	8	37.25	10.90	32
10	8	0.5	4	29.75	8.62	54
11	8	0.5	6	28.75	6.80	81
12	8	0.5	8	17.63	13.40	108
13	8	1	4	18.25	6.18	70
14	8	1	6	26.00	9.42	105
15	8	1	8	26.00	5.94	140
16	8	1.5	4	27.00	4.83	86
17	8	1.5	6	29.75	20.85	129
18	8	1.5	8	34.00	15.25	172
19	10	0.5	4	22.25	5.56	66
20	10	0.5	6	28.25	7.80	99
21	10	0.5	8	35.25	21.33	132
22	10	1	4	30.25	13.60	86
23	10	1	6	33.00	7.44	129
24	10	1	8	39.00	8.87	172
25	10	1.5	4	22.00	5.94	106
26	10	1.5	6	39.75	32.55	159
27	10	1.5	8	52.75	26.13	212

Cevap değişkenleri ile kontrol değişkenleri arasındaki ilişkiyi tespit edebilmek için, ikinci dereceden yüzey modellerinin kullanılması düşünülmüştür. Modellemeye ilişkin varyans analiz sonuçları, Çizelge (5.2), (5.3) ve (5.4)'de verilmektedir. Çizelge (5.3)'deki standart sapma modeli hariç, ortalama ve maliyet modelleriyle ilgili R^2 değerleri yeterince büyüktür. Ortalama ve maliyet için ikinci derece modeller $\alpha = 0.05$ düzeyinde anlamlıdırlar. Standart sapmanın ikinci derece modeli ise, $\alpha = 0.10$ düzeyinde anlamlı bulunmuştur.

The design used here supports a second order modeling for all three responses. Tables (5.2) through (5.4) display the resulting analysis of variance. With the exception of the standard deviation modeling, the R^2's are quite high. In the light of this concern, the greater R^2 provided by the second order model justified its use at 0.05 alpha level. Table (5.2) shows that the second order model for the standard deviation is significant at 0.10 alpha level.

Table 5.2. Analysis of Variance for the Mean
Çizelge 5.2. 'Ortalama' için Varyans Analiz Sonuçları

Regresyon (Regression)	s.d. (d.f.)	KT (SS)	R^2	F	P>F
Doğrusal/Linear	3	715.715628	0.4487	8.505	0.0011
Karesel /Quadratic	3	176.882017	0.1109	2.102	0.1379
Çaprazçarpım/Crossedterms	3	225.459533	0.1414	2.679	0.0798
ToplamReg./TotalReg	9	1118.057178	0.7010	4.429	0.0041

HKO/MSE=28.050960

Değişken (Variable)	t	p
x1	-2.437	0.0261
x2	-2.470	0.0244
x3	-0.457	0.6536
x1*x1	2.229	0.0396
x2*x2	1.140	0.2700
x3*x3	0.196	0.8469
x1*x2	1.880	0.0773
x1*x3	0.545	0.5928
x2*x3	2.050	0.0561

Table 5.3. Analysis of Variance for the Standard Deviation
Çizelge 5.3. 'Standart Sapma' için Varyans Analiz Sonuçları

Regresyon (Regression)	s.d. (d.f.)	KT (SS)	R^2	F	P>F
Doğrusal/Linear	3	422.516728	0.3352	4.248	0.0206
Karesel /Quadratic	3	154.766583	0.1228	1.556	0.2367
Çaprazçarpım/Crossedterms	3	119.679975	0.0949	1.203	0.3386
ToplamReg./TotalReg	9	696.963286	0.5529	2.336	0.0631

Değişken (Variable)	t	p
x1	-0.894	0.3841
x2	-2.097	0.0513
x3	0.384	0.7057
x1*x1	0.523	0.6074
x2*x2	1.900	0.0745
x3*x3	-0.885	0.3887
x1*x2	1.411	0.1764
x1*x3	1.229	0.2359
x2*x3	0.331	0.7448

HKO/MSE=33.156667

Table 5.4. Analysis of Variance for the Treatment Cost
Çizelge 5.4. 'Deneme Maliyeti' için Varyans Analiz Sonuçları

Regresyon (Regression)	s.d. (d.f.)	KT (SS)	R^2	F	P>F
Doğrusal/Linear	3	37453.000000	0.7641	39.748	0.0000
Karesel /Quadratic	3	555.555556	0.0113	0.590	0.6301
Çaprazçarpım/Crossedterms	3	5668.000000	0.1156	6.015	0.0055
ToplamReg./TotalReg	9	43.676000	0.8911	15.451	0.0000

Değişken (Variable)	t	p
x1	-0.0602	0.9527
x2	-0.4030	0.6918
x3	-0.0384	0.9699
x1*x1	-0.7680	0.4531
x2*x2	-0.7680	0.4531
x3*x3	-0.7680	0.4531
x1*x2	2.8020	0.0123
x1*x3	3.1930	0.0053
x2*x3	-0.0652	0.9488

HKO/MSE=314.082789

- Kağıt Helikopter deneyine bağlı olarak bulunan, 'ortalama', 'standart sapma' ve 'deneme maliyeti' değişkenlerine ilişkin yüzey kestirim modelleri (kodlu) Eşitlik (5.1), (5.2) ve (5.3)'de verilmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken bir husus, modellemeye geçmeden önce, değişkenlerin –1, 0, 1 düzeylerini alacak şekilde kodlanmış olmalarıdır.

- The fitted response surfaces for all three responses (based on –1, 0 and 1 coding system of the design variables) are given by Equations (5.1) through (5.3).

$$\hat{y}_{\mu} = 24.42 + 2.44x_1 + 2.09x_2 + 5.42x_3 + 4.82x_1^2 + 2.47x_2^2 + 0.42x_3^2 + 2.88x_1x_2 + 0.83x_1x_3 + 3.14x_2x_3 \quad (5.1)$$

$$\hat{y}_{\sigma} = 8.55 + 2.98x_1 + 2.44x_2 + 2.94x_3 + 1.23x_1^2 + 4.47x_2^2 - 2.08x_3^2 + 2.35x_1x_2 + 2.04x_1x_3 + 0.55x_2x_3 \quad (5.2)$$

$$\hat{y}_{dm} = 112.41 + 29.56x_1 + 18.44x_2 + 29.44x_3 - 5.56x_1^2 - 5.56x_2^2 - 5.56x_3^2 + 14.33x_1x_2 + 16.33x_1x_3 - 0.33x_2x_3 \quad (5.3)$$

Eşitlik (4.2) probleminin NIMBUS çözüm sonuçları Çizelge (5.5)'de verilmektedir. Deneysel bölge kısıtı olarak kübik bölge tercih edilmiştir.

The NIMBUS solution to the problem in the Equation (4.2) based on the cuboidal region of interest is presented in Table (5.5)

Table 5.5. NIMBUS Solutions to the "Triple Response" Problem
Çizelge 5.5. 'Üçlü Cevap' Probleminin NIMBUS Çözümleri

Alternatifler/Alternatives	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	dm (tc)	x^t
Alternatif1/Alternative1	19.204638	4.258531	73.311731	(−0.484852, 0.371348, −1.0)
Alternatif2/Alternative2	19.452590	3.842284	71.083483	(−0.542091, 0.259334, −1.0)
Alternatif3/Alternative3	19.831039	3.576402	68.863034	(−0.599330, 0.147321, −1.0)
Alternatif4/Alternative4	20.339983	3.460883	66.650384	(−0.656568, 0.035307, −1.0)
Alternatif5/Alternative5	20.978455	3.495726	64.445490	(−0.714308, −0.075638, −1.0)
Alternatif6/Alternative6	21.693570	3.631480	61.899179	(−0.844008, −0.054997, −1.0)
Alternatif7/Alternative7	22.299545	3.773457	59.396907	(−0.974376, 0.033895, −1.0)
Alternatif8/Alternative8	23.502207	4.085066	57.526649	(−1.0, −0.197436, −1.0)
Alternatif9/Alternative9	24.829487	4.882106	55.602068	(−1.0, −0.438704, −1.0)
Alternatif10/Alternative10	26.134057	5.925414	53.538254	(−1.0, −0.636774, −1.0)

Çizelge (5.5)'de alternatif çözümler sergilenmektedir. Deneyci, bu çözümler içinden kendi sistemine uygun birini seçebilecektir. Örneğin, alternatif 4, standart sapmanın en küçük olduğu bir çözümdür. Bu çözümde deneme maliyeti 66TL dolaylarındadır.

Hedeften ayrılış maliyetlerini hesaplayabilmek için, kayıp katsayısı k=1TL olarak alınmıştır. Helikopter deneyi için hedef değer m =25cm olarak belirlenmiştir. Bu değerden sapmalar hedeften ayrılıştan dolayı meydana gelecek kayıplardır. Bu kayıplara ilişkin yüzey fonksiyonu,

$$\hat{y}_{ham} = -47.00 + 50.24x_1 + 45.22x_2 + 85.12x_3 + 78.79x_1^2 + 48.35x_2^2 + 63.16x_3^2 + 79.14x_1x_2 + 48.84x_1x_3 + 50.88x_2x_3 \quad (5.4)$$

şeklinde hesaplanmıştır. Hedeften ayrılış maliyetine ilişkin varyans analizi Çizelge (5.6)'de sergilenmektedir.

The decision maker feels free to select a solution that fits better to her/his system from a string of solutions presented in Table (5.5). For example, the fourth alternative provides the smallest value of the standard deviation with a treatment cost of 66 Turkish liras.

As a second example, we calculated the cost at each design point due to any departure from an intended target (referred to 'devc') by assumming the quality loss coefficient k=1 Turkish lira and the target m=25 centimeter. The fitted response surface of this case is given by

$$\hat{y}_{devc} = -47.00 + 50.24x_1 + 45.22x_2 + 85.12x_3 + 78.79x_1^2 + 48.35x_2^2 + 63.16x_3^2 + 79.14x_1x_2 + 48.84x_1x_3 + 50.88x_2x_3 . \quad (5.4)$$

Table (5.6) shows the corresponding analysis of variance.

Table 5.6. Analysis of Variance for the Cost of Deviation
Çizelge 5.6. 'Hedeften Ayrılış Maliyeti' için Varyans Analiz Sonuçları

Regresyon (Regression)	s.d. (d.f.)	KT (SS)	R^2	F	P>F
Doğrusal/Linear	3	212639	0.3419	6.047	0.0054
Karesel /Quadratic	3	75209	0.1209	2.139	0.1330
Çaprazçarpım/Crossedterms	3	134849	0.2168	3.835	0.0289
ToplamReg./TotalReg	9	422698	0.6796	4.007	0.0067

Değişken (Variable)	t	p
x1	-2.379	0.0294
x2	-2.601	0.0186
x3	-1.964	0.0661
x1*x1	1.783	0.0925
x2*x2	1.094	0.2892
x3*x3	1.429	0.1712
x1*x2	2.532	0.0215
x1*x3	1.563	0.1365
x2*x3	1.628	0.1219

HKO/MSE=11722

Eşitlik (4.3)'ün çözüm sonuçları Çizelge (5.7)'da verilmektedir. Bu çizelgede, sadece beş alternatif çözüme yer verilmiştir. Helikopter deneyi gerçek bir sanayi deneyi

The NIMBUS solution to the problem in the Equation (4.3) based on the cuboidal region of interest is presented in Table (5.7). Five alternative solutions are presented değildir. Bu deneyde KV'nin istekleri tam olarak tarafımızca bilinmemektedir. Bu nedenle, daha fazla alternatif çözüm üretimine gidilmemiştir.

only since we really do not know the preferences of a decision maker in the concept of the prototype design (not a real industrial design) for a paper helicopter.

Table 5.7. NIMBUS Solutions for the both Cost Elements
Çizelge 5.7. 'Deneme' ve 'Hedeften Ayrılış' Maliyetlerinin NIMBUS Çözümleri

Alternatifler/Alternatives	dm (tc)	ham (devc)	x'
Alternatif1/Alternative1	58.099653	17.747861	(−1.0, −0.10375, −0.999994)
Alternatif2/Alternative2	52.519793	33.250221	(−0.431399, −1.0, −1.0)
Alternatif3/Alternative3	52.099483	48.441907	(−0.530357, −1.0, −1.0)
Alternatif4/Alternative4	50.589208	92.723187	(−0.775507, −1.0, −1.0)
Alternatif5/Alternative5	48.644683	141.000000	(−0.997533, −1.0, −1.0)

Çizelge (5.7)'den gözlendiği gibi, deneme maliyetinin küçülmesi, hedeften ayrılış maliyetlerinde bir artışa sebeb olmaktadır. Karar verici, uygun bir uzlaşık çözümü Alternatif 2 olarak seçebilir. Bu durumda, kodlu biçimde, kanat uzunluğu –0.431399, kuyruk/kanat oranı –1 ve kuyruk eni –1 şeklinde belirlenecektir.

EKLER: NIMBUS ALGORİTMASI

NIMBUS, tüm amaçların eşanlı olarak minimum yapılmasını gerektiren çok amaçlı optimizasyon problemlerini çözebilmektedir. Eğer, amaçlar içinde maksimumu istenen bir f_i fonksiyonu varsa, bu sorun f_i yerine $-f_i$ alınarak giderilebilir.

NIMBUS yönteminde, kullanıcı yürürlükteki amaç fonksiyonlarının değerlerini inceleyerek, amaç fonksiyonlarını beş sınıfa ayırır: 1.) Değerleri azalması gerekenler ($i \in I^{<}$), 2.) Değerleri KV'nin istediği bir düzeye kadar azalacak olan fonksiyonlar ($i \in I^{\leq}$). KV'nin istediği bu amaç fonksiyon düzeylerine *aspirasyon (eşik)* düzeyleri denilir ve $\bar{a}_i$ (i=1,2,...,v) ile gösterilir. 3.) Yürürlükteki değerleri tatmin edici olanlar ($i \in I^{=}$), 4.) Değerleri KV'nin belirlediği üst sınırlara (ε_i^h) kadar artacak olanlar ($i \in I^{\geq}$), 5.) Değerleri serbestçe değişebilecek olanlar ($i \in I^{<>}$).

Burada sınıflamanın geçerli olabilmesi için, en az bir fonksiyon "($i \in I^{<}$)" ya da "($i \in I^{\leq}$)" sınıfına, en az bir fonksiyon "($i \in I^{<>}$)" ya da "($i \in I^{\geq}$)" sınıfına ait olmadır. Eğer ikinci veya dördüncü alternatif seçilirse, aspirasyon düzeyleri ile alt/üst sınırların belirlenmesi istenecektir. Aspirasyon, bir amaç fonksiyonunun arzulanan değeridir. Alt/Üst sınırlar ise, aspirasyonun tersine, amaç fonksiyonunun alabileceği en kötü değerlerin alt ve üst sınırlarıdır.

NIMBUS pareto optimal çözümleri üretirken, MPB (The Multiobjective Proximal Bundle) isimli bir altyordamdan yararlanır. Bu altyordam ile ilgili ayrıntılar Miettinen (1999, s.71-76)'de verilmiştir. NIMBUS algoritmasının adımları Miettinen (1994) tarafından aşağıdaki şekilde verilmiştir:

As shown in Table (5.7), when the treatment cost decreases, the cost for the deviance will increase dramatically. The decision maker may pick the Alternative 2 as a compromising solution (i.e., in the coded scale, the wing length = –0.431399, the body length-to-wing length ratio = –1, and the body width = 1).

APPENDIX: THE NIMBUS ALGORITHM

The NIMBUS algorithm can be used for minimization problems only. If the objective function f_i is to maximized, however, this can be accomplished by mimimizing $-f_i$.

The classification is the core of NIMBUS. The algorithm divides the objective functions into up to five classes according to the preferences of the decision maker. The classes are the response functions whose values 1.) should be decreased ($i \in I^{<}$), 2.) should be decreased to a certain aspiration level $\bar{a}_i$, ($i \in I^{\leq}$), 3.) are satisfactory at the moment ($i \in I^{=}$), 4.) are allowed to increase to a certain upper bound ε_i^h, ($i \in I^{\geq}$), 5.) are allowed to change freely ($i \in I^{<>}$).

Here, the classification is feasible only if at least one function is in the first two classes (i.e., $i \in I^{<}$, $i \in I^{\leq}$) and at least one objective is in the one of last two other classes (i.e., $i \in I^{\geq}$, $i \in I^{<>}$). If the second or the fourth alternative is selected, you are asked to specify the bounds for the function values, that is, aspiration levels and upper/lower bounds, respectively. Aspiration level defines a desired value for the objective function. Upper/lower bound defines the limit value that the function should not exceed, if possible.

The NIMBUS uses a subroutine called MPB (The Multiobjective Proximal Bundle) for generating Pareto optimal solutions (see, Miettinen (1999, s.71-76)). A detailed algorithm of the NIMBUS method is given below by Miettinen (1994):

1) Choose a starting point $\mathbf{x}^0$ and calculate its weakly Pareto optimal counterpart $\mathbf{x}^1 \in \mathbf{R}$ by setting

1) $\mathbf{x}^0$ başlangıç noktası seçilir ve onun $\mathbf{x}^1 \in \mathbf{R}$ zayıf pareto optimali $I^< = \{1,2,...,v\}$ iken, MPB kullanılarak hesaplanır. h=1 denilir.

2) KV'den, amaç ile ilgili fonksiyonlarını, $\mathbf{a}^h = \mathbf{f}(\mathbf{x}^h)$ noktasında, $I^<$, $I^\leq$, $I^=$, $I^\geq$, $I^{<>}$ sınıflarına ayırması istenir. Bu sınıflandırmada $I^= \cup I^> \cup I^{<>} \neq \varnothing$ ve $I^< \cup I^\leq \neq \varnothing$ olmalıdır. Eğer birleşimlerden ikisinden biri boş ise, 9. adıma geçilir. KV'ye $i \in I^\leq$ için $\bar{a}_i^h$ aspirasyon düzeyleri, $i \in I^>$ için ε_i^h üst sınırları ve $i \in I^< \cup I^\leq$ için mümkün $w_i^h > 0$ ağırlık katsayıları sorulur. Ağırlıklar toplamı 1 olmalıdır.

3) MPB yöntemi ile,

$$\mathrm{Min}\left\{f_i(\mathbf{x})/w_i \left(i \in I^<\right), \max_{j \in I^\leq}\left(\max\left(f_j(\mathbf{x})/w_j - \bar{a}_j, 0\right)\right)\right\}$$

$$f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}^h), \quad i \in I^=$$

$$f_i(\mathbf{x}) \leq \varepsilon_i, \quad i \in I^\geq$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

problemi çözülerek $\hat{\mathbf{x}}^h$ hesaplanır. Eğer $\hat{\mathbf{x}}^h = \mathbf{x}^h$ ise, KV'ye başka sınıflandırma yapıp yapmayacağı sorulur. Eğer yapacaksa $\mathbf{x}^{h+1} = \mathbf{x}^h$, h=h+1, denilerek 2. adıma gidilir. Aksi halde 9. adıma geçilir.

4) $\hat{\mathbf{a}}^h = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}^h)$ denilir. KV'ye $\mathbf{a}^h$ ve $\hat{\mathbf{a}}^h$ sunulur. Eğer KV başka seçenekleri görmek isterse, $\mathbf{d}^h = \hat{\mathbf{x}}^h - \mathbf{x}^h$ ile 6. adıma geçilir. Eğer, KV $\mathbf{a}^h$'yı tercih ederse, $\mathbf{x}^{h+1} = \mathbf{x}^h$, h=h+1, denilerek 2. adıma geçilir.

5) KV, $\hat{\mathbf{a}}^h$'dan devam etmek istesin. Eğer $I^< \neq \varnothing$ ise, $\mathbf{x}^{h+1} = \hat{\mathbf{x}}^h$, h=h+1, denilerek 2. adıma geçilir. Aksi halde, ($I^< = \varnothing$), $I^< = \{1,2,...,v\}$ iken MPB kullanılarak zayıf pareto optimalite kontrol edilmelidir. Çözüm $\tilde{\mathbf{x}}^h$ olsun. $\mathbf{x}^{h+1} = \tilde{\mathbf{x}}^h$, h=h+1, denilerek 2. adıma dönülür.

6) P tane farklı $\mathbf{f}(\mathbf{x}^h + t_j\mathbf{d}^h)$ kriter vektörleri hesaplanır. Burada, $t_j = \left(j-1 \big/ P-1\right)$ j=1,2,...,P şeklindedir.

7) Kriter vektörlerinden $I^< = \{1,2,...,v\}$ iken, MPB kullanılarak zayıf Pareto optimal çözümler oluşturulur.

8) P tane seçenek vektör KV'ye sunulur ve bunlar arasından en çok tercih edileni seçtirilir. Karşı gelen

1) $I^< = \{1,2,...,v\}$ via MPB subroutine. Set the iteration counter h=1.

2) Ask the decision maker to divide the response functions into the classes $I^<$, $I^\leq$, $I^=$, $I^\geq$, and $I^{<>}$ at the point $\mathbf{a}^h = \mathbf{f}(\mathbf{x}^h)$ such that $I^= \cup I^> \cup I^{<>} \neq \varnothing$ and $I^< \cup I^\leq \neq \varnothing$. Go to step (9) if either of the unions is empty. Ask the decision maker for the aspiration levels $\bar{a}_i^h$ for $i \in I^\leq$ and the upper bounds ε_i^h for $i \in I^>$. Ask also for the optional weighting coefficients $w_i^h > 0$ for $i \in I^< \cup I^\leq$, summing up to one.

3) Calculate $\hat{\mathbf{x}}^h$ via MPB by solving the following subproblem,

$$\mathrm{Min}\left\{f_i(\mathbf{x})/w_i \left(i \in I^<\right), \max_{j \in I^\leq}\left(\max\left(f_j(\mathbf{x})/w_j - \bar{a}_j, 0\right)\right)\right\}$$

$$f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}^h), \quad i \in I^=$$

$$f_i(\mathbf{x}) \leq \varepsilon_i, \quad i \in I^\geq$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

If $\hat{\mathbf{x}}^h = \mathbf{x}^h$, ask the decision maker whether she wants to try another classification. If yes, set $\mathbf{x}^{h+1} = \mathbf{x}^h$, h=h+1, and go to step (2); if no, go to step (9).

4) Let $\hat{\mathbf{a}}^h = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}^h)$. Present $\mathbf{a}^h$ ve $\hat{\mathbf{a}}^h$ to the decision maker. If the decision maker wants to see different alternatives, set $\mathbf{d}^h = \hat{\mathbf{x}}^h - \mathbf{x}^h$ and go to step (6). If the decision maker prefers $\mathbf{a}^h$, set $\mathbf{x}^{h+1} = \mathbf{x}^h$, h=h+1, and go to step (2).

5) The decision maker wants now to continue from $\hat{\mathbf{a}}^h$. If $I^< \neq \varnothing$, set $\mathbf{x}^{h+1} = \hat{\mathbf{x}}^h$, h=h+1, and go to step (2). Otherwise ($I^< = \varnothing$), the weak Pareto optimality must be guaranteed by setting $I^< = \{1,2,...,v\}$ and solving the subproblem via MPB. Let the solution be $\tilde{\mathbf{x}}^h$. Set $\mathbf{x}^{h+1} = \tilde{\mathbf{x}}^h$, h=h+1, and go to step (2).

6) Ask the decision maker to specify the desired number of alternatives P and calculate vectors $\mathbf{f}(\mathbf{x}^h + t_j\mathbf{d}^h)$. Here, $t_j = \left(j-1 \big/ P-1\right)$ j=1,2,...,P.

7) When $I^< = \{1,2,...,v\}$, obtain weakly Pareto optimal solutions by using MPB.

8) Present the P alternatives to the decision maker and let her choose the most preferred one among them.

karar değişkeni $\mathbf{x}^{h+1}$ ile gösterilir ve h=h+1 denilir. Eğer KV devam etmek istiyorsa 2. adıma dönülür.

9) Aşağıda verilen,

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{v} \varepsilon_i$$

$$f_i(\mathbf{x}) + \varepsilon_i = f_i(\mathbf{x}^{**}) \quad i=1,2,...,v$$

$$\varepsilon_i \geq 0 \quad i=1,2,...,v$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

probleminde, $\mathbf{x}^{**}$, $\mathbf{x}^{h}$ gibi düşünülerek çözüm yapılır ve $\mathbf{x}^{h}$'ın Pareto optimalitesi kontrol edilir. Çözüm ($\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$) olsun. Durulur ve son çözüm $\tilde{\mathbf{x}}$ 'dır.

Denote the corresponding decision vector by $\mathbf{x}^{h+1}$ and set h=h+1. If the decision maker wants to continue, go to step (2).

9) Check the Pareto optimality of $\mathbf{x}^{h}$ by solving auxiliary problem,

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{v} \varepsilon_i$$

$$f_i(\mathbf{x}) + \varepsilon_i = f_i(\mathbf{x}^{**}) \quad i=1,2,...,v$$

$$\varepsilon_i \geq 0 \quad i=1,2,...,v$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

with $\mathbf{x}^{h}$ as $\mathbf{x}^{**}$. Let the solution be ($\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$). Stop with the final solution $\tilde{\mathbf{x}}$.

KAYNAKLAR/ REFERENCES

1. Buchanen, J.T., "Multiple Objective Mathematical Programming: A Review", ***New Zealand Operational Research***, 14 (1): 1-27 (1986).

2. Copeland,K.A., Nelson, P.R., Dual Response Optimization via Direct Function Minimization" ***J. Quality Tech***, 28 (1): 331-336 (1996).

3. Del Castillo, E., Montgomery, D.C., "A Nonlinear Programming Solution to the Dual Response Problem", ***J. Quality Technology***, Vol 25, No 3: 199-204 (1993).

4. Hwang, C.L., Masud, A.S.M., *Multiple Objective Decision Making-Methods and Applications*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 164, ***Springer-Verlag***, Berlin (1979).

5. Hwang, C.L., Paidy, S.R., Yoon, K., and Masud, A.S.M., "Mathematical Programming with Multiple Objectives: A Tutorial", ***Computers & Operations Research***, 7: 5-31 (1980).

6. Khattre, R., "Robust Parameter Design – A Response-Surface Approach", ***J. Quality Tech***, 28 (2): 187-198 (1996).

7. Kim, K., Lin,D.K.J., "Dual Response Optimization: A Fuzzy Modeling Approach" ***J. Quality Tech***, 30 (1): 1-10 (1998).

8. Köksoy, O., Taguchi ve Cevap Yüzey Felsefelerinin Birleştirilmesi: Problem ve Çözüm Stratejileri, Doktora Tezi, ***Hacettepe Ünv. Fen Bilm. Ens***., No. 2001D11 (2001).

9. Köksoy, O., Hocaoğlu, G., "Ridge Analiz ve GİG Sonuçlarının Kağıt Helikopter Deneyi Üzerinde Karşılaştırılması", ***İstatistik Sempozyumu 2000***, Gazi Üniversitesi Fen-Ed. Fak. İstatistik Böl., Ankara (2000).

10. Köksoy, O., Muluk, Z., "Taguchi'nin Tasarım ve Analizlerine Eleştiriler", ***I. Ulusal Kalite Fonksiyon Göçerimi Sempozyumu-17-19.Nisan.2002***, Dokuz Eylül Ünv. İşletme Fak., İzmir (2002).

11. Lieberman,E.R., Soviet Multi-Objective Programming Methods: An Overview, Multiobjective Problems of Mathematical Programming, Edited by A. Lewandowski, V. Volkovich, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 351, ***Springer-Verlag***, 21-31 (1991a).

12. Lieberman,E.R., "Soviet Multi-Objective Programming Methods: An Overview, ***Management Science***, 37, No.9: 1147-1165 (1991b).

13. Lin, D.K.J. , Tu, W., "Dual Response Surface Optimization", ***J. Quality Tech***, 27 (1): 34-39 (1995).

14. Lucas, J.M., "How to Achieve a Robust Process Using Response-Surface Methodology", ***J. Quality Tech***, 26 (4): 248-260 (1994).

15. Miettinen, K., "On the Methodology of Multiobjective Optimization with Applications", Ph.D. Dissertation, Report No. 60, ***University of Jyväskylä, Department of Mathematics***, (1994).

16. Miettinen, K., *Nonlinear Multiobjective Optimization*, ***Kluwer Academic Publishers***, Norwell, Massachusetts, US, (1999).

17. Miettinen, K., Mäkelä, M.M., "Interactive Bundle-Based Method for Nondifferentiable Multiobjective Optimization: NIMBUS" , ***Optimization***, 34, No. 3: 231-246 (1995).

18. Miettinen, K., Mäkelä, M.M., *Interactive Method NIMBUS for Nondifferentiable Multi-objective Optimization Problems*, Multicriteria Analysis, Edited by J. Climaco, ***Springer-Verlag***, Berlin (1997).

19. Muluk, Z., Balce, A.O. ve Köksoy, O., "Deney Tasarımı Eğitimi-Helikopter Deneyi", ***İstatistik Sempozyumu 2000***, Gazi Üniversitesi Fen-Ed. Fak. İstatistik Böl., Ankara (2000).

20. Phadke, M.S., *Quality Engineering Using Robust Design*, ***AT&T Bell Labs***, New Jersey (1989).

21. Tuck, M.G., Lewis, S.M., and Cottrell,J.I.L., "Response Surface Methodology and Taguchi : A Quality Improvement Study from the Milling Industry", ***Applied Statistics***, 42 (4): 671-681 (1993).

22. Vining,G.G., Myers, R.H., "Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: Dual Response Approach", ***J. Quality Tech***, 22 (1): 38-45 (1990).

Received/ Geliş Tarihi: 28.05.2004 Accepted/Kabul Tarihi: 19.04.2005