ZAMAN SERİLERİNDE TREND FONKSİYON TİPİNİN BELİRLENMESİ ve YORUMU

Dr. Kayıhan ÖZOĞUZ

I) GİRİŞ :

İstatistik gözlemlerin belirli bir esasa göre sıralanması ile elde edilen veri cümlelerine "seri" adı verildiğini biliyoruz. Bir değişkenin, zaman vasfının şıkları itibariyle aldığı sayısal büyüklükleri ifade eden serilere ise, "zaman serileri" denilmektedir (1).

Bir zaman serisinin verileri çok çeşitli, (olayın mahiyetine göre iktisadî, sosyal, doğal ... vb.) faktörlere tâbidir. Bu faktörlerin zaman içinde beliren farklı yön ve şiddetteki etkilerine bağlı olarak, seriler bazı dalgalanmalar kaydederler. Zaman serisi ile ilgili modellerde, sözkonusu dalgalanmaların, dört aynı tür hareketin aynı anda ve birlikte gösterdikleri etkiden ileri geldiği kabul edilir. Zaman serisinin bileşenleri (unsurları) adı verilen bu hareketler :

- Trend ya da uzun devre eğilimi (T);
- Trende nazaran dalgalanmalar (İktisadî olaylar halinde konjonktür dalgalanmalar (K);
- Mevsimlik dalgalanmalar (M);
- Arızî-tesadüfi hareketler (A) ... olarak tarif edilmektedir.

Bu unsurların seri değerleri üzerindeki etkisini tarif eden farklı modeller mevcut olmakla birlikte, yaygın görüş, "çarpım modeli"nin esas alınması yönündedir. Bu modelde, zaman serisinin herhangi bir (t) anındaki değerinin, bu dört unsurun çarpımından ileri geldiği varsayılır (2). Yani, serinin (Yi) ile gösterilen, aslî (fiilî) değerleri : Yi = T.K.M.A. şeklinde ifade edilebilecektir (3).

İlk üç unsur zaman serisinin "sistematik bileşenlerini", sonuncusu ise, sistematik olmayan "tesadüfi kısmı" oluşturur.

İşte, zaman serisi analizinde amaç, bu unsurları birbirlerinden ayırmak suretiyle, seriyi oluşturan olayın gerçek yapısını, gerçek niteliğini tespit etmek ve buna bağlı olarak, ilerki dönemlerde kaydedeceği gelişme, olabileceği değerler ile ilgili tahminlerde bulunmaktır.

Zaman serisi analizi ile ilgili modellerden "geleneksel ya da klâsik model", unsurların etkilerinin birbirlerinden bağımsız oldukları varsayımı ile, her unsurunun etkisini aynı aynı ölçmek esasına dayanır (4).

Hemen belirtmek gerekir ki, serinin dört unsurdan meydana gelmesi, bunların birbirinden bağımsız faktörlerin etkisi altında oluştuğu anlamını taşımaz. Zaman serisi unsurları birbirlerine bağlı ve karşılıklı ilişki içindedirler. Bu itibarla, seriyi -birbirinden bağımsız etkilerini tespit için- unsurlara ayırma yöntemi (Time Series Decomposition Method), aslında sun'î bir varsayıma dayanmaktadır (5). Bununla birlikte, özellikle tahmin işlemlerinde önem kazanan bu sakıncaya rağmen, model, yine de zaman serisi analizinde en yaygın yaklaşım olma vasfını korumaktadır (6).

Unsurlar arasında, trend belki en önemlisidir. Bu zaman serisinde, "olayın uzun bir süre içindeki yapısal eğilimini özetleyen" (7) trendin belirlenmesi, bir yandan (trentden sapmalar ölçülmek suretiyle) diğer unsurların hesaplanmasına imkan hazırlarken, diğer yandan birden çok serinin trend karakterleri itibariyle mukayeselerini sağlar. Yine trendin bulunması, yani serinin genel eğiliminin tespiti ile, mevcut durum değerlendirilmiş ve buna göre geleceğe ilişkin tahminler yapılması imkânı meydana getirilmiş olacaktır.

Trendin belirlenebilmesi için bir matematik fonksiyonla ifadesi gerekir. Trend fonksiyonunun hesabında, yarı ortalamalar, hareketli ortalamalar ve en küçük kareler yöntemleri kullanılabilir. Ancak yarı ortalamalar metodunun yetersizliği, hareketli ortalamaların ise yıllık serilerde uygulanabilirliğinin sınırlı olması nedenleri (8) ile bu konuda yaygın yöntem en küçük kareler olmaktadır (9).

İşte bu çalışma, en küçük kareler yöntemi ile trendin belirlenmesinde uygun fonksiyon tipinin seçimi ve hesaplanan fonksiyonun istatistiksel yorumunu ele almaktadır.

II) UYGUN FONKSİYON TİPİNİN TAYİNİ :

2 - Teorik Yaklaşım :

Trendi temsile en uygun fonksiyonun seçiminde, literatürde başlıca iki yaklaşımın tartışıldığını görüyoruz:

a) Olayın niteliğini ihmal ederek, mes'eleyi salt matematik esaslar çerçevesinde ele almak ve en uygun matematik sonucun amaca hizmet edeceğini kabul etmek;

b) Matematik yaklaşımdan araç olarak yararlanmakla birlikte, esas olarak olayın (bilinen ve beklenen) özelliklerini dikkate almak, yani araştırmacının -olayla ilgili değerlendirmelerine dayanan- sübjektif yargılarına da yer vermek.

Bizim de benimsediğimiz bu ikinci yaklaşıma göre, iktisadî olaylara ait zaman serilerinin trend analizinde, matematiğin objektifliğine güvenmek yeterli olmamaktadır. Amaç, matematik işlemlerin trend fonksiyonuna uygulanması değil, iktisadî güçlerin etkisini ölçmek, olayın ana hatlarını belirlemek ve gelecek için tutarlı tahminler yapmaktır. Araştırmacı, olayın bünyesinde bu tahminleri etkileyecek bazı unsurların varlığına karar verirse, matematik uygunluktan vazgeçme pahasına, tahminleri etkileye cek bu unsurları en iyi yansıtan fonksiyon tipini seçmelidir (10).

Bununla birlikte, trend fonksiyonunun oluşturulmasında araştırmacının sübjektif yargıları ile matematik kriter ender olarak çelişmekte ve genellikle birbirini tamamlayan bir bütün meydana getirmektedirler.

Bu itibarla biz, trendi ifade edecek fonksiyonun seçimi için en sağlıklı yol olarak, önce uygun fonksiyonu matematik açıdan tespit etmek, sonra olayın, niteliği itibariyle bu tür bir fonksiyonla temsilinin uygun olup olmadığını tartışmak gerekeceğini düşünüyoruz.

2 – Matematik Esaslar :

Matematik olarak, trendin hesaplanmasında her tür fonksiyon kullanımı düşünülebilir. Ancak iktisadi zaman serilerinde bazı tip fonksiyonların seçimi hatalı sonuçlara yol açabilmekte ya da kullanımları ancak çok özel hallere inhisar etmektedir.

Örneğin, ($Yi = a.x^{b}$) şeklindeki "geometrik fonksiyon"'da bağımlı ve bağımsız değişkenlerin her ikisi geometrik bir diziye uygun olarak değişmektedir. Oysa, zaman serilerinde, zamanı temsil eden bağımsız değişken (Xi) ancak aritmetik olarak değişebilir. Bu itibarla, "geometrik eğri"nin trend fonksiyonu olarak kullanımı uygun olmayacaktır (11).

Yine konu ile ilgili görüşler, ($1/Yi = a+bX$) şeklinde ifade edilen "hiperbol"ün zaman serilerinden ziyade bölünme serilerini temsile ygun olacağı yönündedir (12).

"Gompertz" ($Yi = k.a^{bx}$), "lojistik gelişme" ($1/Yi = k+a.b^{x}$) ya da "değiştirilmiş üstel fonksiyon (modified exponential fonction)" ($Yi = k+a.b^{x}$) ... gibi "gelişme eğrileri ise, ("k" ile ifade ettiğimiz) bir alt ya da üst asimptotla limit olmaları ve dolayısı ile belirli bir doyum noktasına sahip bulunmaları nedeni ile ancak özel bazı hallerde uygulanabilmektedir (13).

Bu itibarla fonksiyon seçiminde, matematik hareket alanı daha ilk elde daralmakta ve birinci ve ikinci dereceden polinomlar (doğru ve parabol ile üstel fonksiyonlar arasında bir seçim yapmak noktasına gelinmektedir (14).

3 – Matematik Kriterler :

Matematik yöntemler trendi temsil için hangi fonksiyon tipinin uygulanmak gerekeceğini işaret etmekten ziyade, uygulanmış bulunan birden çok fonksiyon arasından yapılacak seçim için bir araç niteliğini taşırlar. Yani, bir ön karar mekanizması olmayıp, yapılmış bulunan uygulamaların geçerliliğine ilişkin bir gösterge oluştururlar. Bu itibarla, "yöntem" yerine "kriter" deyimini kullanmayı daha uygun buluyoruz.

3.1.) Fonksiyon seçiminin doğruluğunu tahkik etmede akla ilk gelen kriter, gerçek değerler (gözlem değerleri) ile teorik değerler arasındaki uyuşmanın derecesini Pearson doğrusal korelasyon katsayısı (r) ile ölçmektedir (15).

Böylece $r_{(Yi - Yi')} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (Yi - \bar{Y}'i)(Y'i - \bar{Y}'i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (Yi - \bar{Y}'i)^2 \sum_{i=1}^{n} (Y'i - \bar{Y}'i)^2}}$ şeklinde hesaplanacak korelasyon katsayısının bine eşit olması ($r = 1$) halinde uygulanan fonksiyonun olayı tam olarak temsil ettiği, sıfıra eşit olması halinde ($r = 0$) ise, gerçek değerler ile teorik değerler arasında hiç uygunluk bulunmadığı ve fonksiyon tipinin seçiminde hataya düşüldüğü sonucuna varılacaktır.

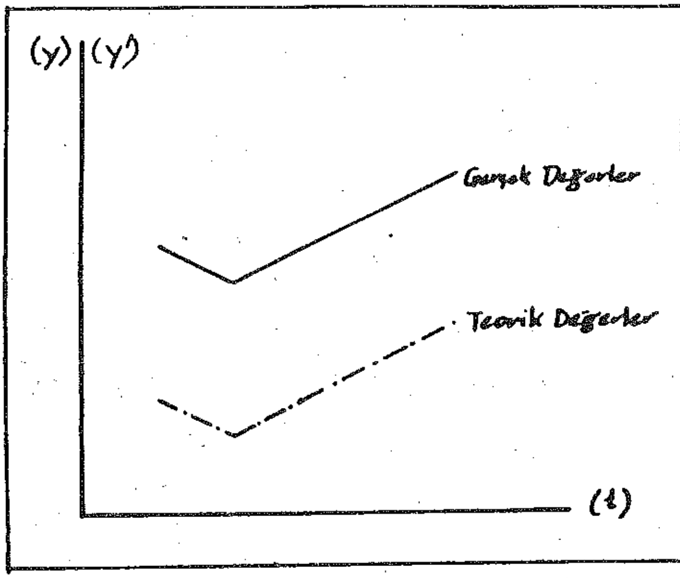
Ancak, zaman serilerinde (Yi) ve (Y'i) değerlerinin çoğunlukla normal dağılıma uygunluk göstermemeleri nedeni ile, doğrusal korelasyon katsayısı (r)'in hesaplanmasının hatalı olacağı gerçeği bir yana, yöntem, gösterge olarak da yetersiz (hatta yanıltıcı) olabilmektedir.

Gerçekten, korelasyon katsayısı değerinin bir olması ($r = 1$) halinde dahi, fonksiyonun doğru seçildiğini söylemek zordur. Nitekim, Şekil 1'deki grafikte gerçek değerler ile teorik değerler arasındaki korelasyon değerinin bire eşit çıktığı, ancak teorik değerlerin elde edildiği fonksiyonun, gerçek değerleri kesinlikle temsil etmediği hal izlenebilir.

Dolayısı ile sözkonusu kriter, sağlıklı bir değerlendirmeye imkân tanımaktadır.

3.2) Trend fonksiyonunun seçiminde en yaygın uygulamanın, muhtemel fonksiyon tipleri için $\Sigma (Yi - Y'i)^2$ değerlerinin (ya da

ŞEKİL I



farkların kareli ortalamasından ibaret olan Sy'lerin (16)) karşılaştırılması olduğu görülmektedir.

Kriter en küçük kareler yönteminin ilkelerine dayanır. Bilindiği üzere, en küçük kareler yönteminin şartlarından birincisi, gerçek değerler ile teorik değerler arasındaki farkların cebirsel toplamının sıfır;

$$\left(\sum_{i=1}^{n} di = \sum_{i=1}^{n} (Yi - Y'i) = 0\right);$$

İkincisi ise, farkların karelerinin toplamının minimum;

$\left(\sum_{i=1}^{n} di^2 = \sum_{i=1}^{n} (Yi - Y'i)^2 = \min\right)$ olmasıdır. Böylece, teorik değerlerinin gerçek değerlerden farklarının kareleri toplamı (ya da farkların kareli ortalaması) en küçük olan fonksiyon, trendi temsile en uygun fonksiyon olarak kabul edilmektedir (17).

Ancak hemen belirtmek gerekir ki, bir kriterden sadece (örneğin doğru ve parabol gibi) aynı türden, fakat farklı parametre sayısına sahip fonksiyonlar arasında bir seçim sözkonusu olduğunda yararlanılabilir (18).

Söz gelimi $Y = a+bX$ ve $Y = a.b^{X}$ gibi farklı türden iki fonksiyon arasında, bu kriterden hareketle seçim yapılmak istenildiğinde ise, farklı ölçü birimlerindeki standart hataların karşılaştırılması gibi hatalı bir işlem sözkonusu olmaktadır.

Zira, $Y = a+bX$ denkleminde, $a = \frac{\Sigma Yi}{N} = \frac{\Sigma Yi'}{N}$ olarak "aritmetik ortalamayı" gerçekleştirirken, $Y = a.b^{X}$ (ya da $\log Y = a+b.\log X$) denkleminde, $a = \frac{\Sigma \log Yi}{N} = \frac{\Sigma \log Yi'}{N}$ ile "geometrik ortalamayı" oluşturur. Geometrik ortalama aritmetik ortalamadan daha küçük olduğundan, üstel fonksiyon için gerçek değerler ile teorik değerlerin toplamları eşit çıkmamakta, ($\Sigma Yi \neq \Sigma Yi'$ ve $\Sigma Yi > \Sigma Yi'$), yani $\Sigma (Yi - Yi') = 0$ şartı gerçekleşmemektedir (19). En küçük kareler yönteminin doğrudan doğruya değil, ancak logaritmik olarak uygulanabildiği bu fonksiyon türünde, eşitlik sadece logaritmik farklar için sözkonusu olmaktadır.

$$\left(\sum_{i=1}^{n} di = \sum_{i=1}^{n} (\log Yi - \log Y'i = 0 \text{ ve,}\right.$$

$$\left.\sum_{i=1}^{n} di^2 = \sum_{i=1}^{n} (\log Yi - Y'i)^2 = \min\right)$$

Bu itibarla farkların karelerinin toplamı (ya da kareli ortalaması)'mn da logaritmik olarak hesaplanması gerekmekte; bu ise, yukarıda belirttiğimiz gibi, farklı ölçü birimlerindeki değerlerin mukayesesi gibi hatalı bir sonuca yol açmaktadır.

3.3) $Y = a+bX$ ile $Y = a.b^{X}$ ya da $Y = a+bX+cX^2$ ile, $Y = a.b^{X}.c^{X^2}$ gibi eşit sayıda parametreli ancak farklı türde fonksiyonlar veyahut $Y = a+bX+cX$ ile $Y = a.b$ gibi hem türleri, hem parametre sayıları farklı fonksiyonlar arasında seçim yapabilmek için, nisbi birer mukayese ölçüsü olan ve böylece değerlerin farklı birimlerle ifade edilmiş olmaları sakıncasını gideren "Korelasyon indeksi" ve "Theil Testi" kriterlerine başvurmak gerekir.

3.3.1) Korelasyon İndeksi :

İndeks I $= \sqrt{\frac{\sigma^2 y - S^2 y}{\sigma^2 y}}$ şeklinde tarif edilir (20).

$S^2 y$'nin tarif aralığı ($0 < S^2 y < \sigma^2 y$) olduğuna göre indeks sıfırla bir arasında değişir. $S^2 y = \sigma^2 y$ halinde $I = 0$ çıkarak seçilmiş bulunan fonksiyonun olayı temsile hiç yeterli olmadığını, $S^2 y = 0$ halinde ise, $I = +1$ değerini alarak fonksiyonun tam uygunluğu anlamını taşıyacaktır. Birden çok fonksiyon arasında yapılacak seçimde, en yüksek indeks değerini veren fonksiyon tercih edilir (21).

3.3.2) Gözlem-Tahmin Diagramı ve Theil Testi :

Seçilen fonksiyonun trendi temsile tam uygun olabilmesi için, (t) ile (t-1) zaman durakları arasındaki değişme miktarlarının gerçek ve teorik değerler için aynı olması gereği açıktır. Gerçek değerlerdeki değişmeleri ($O_i = Y_i - Y_{i-1}$) ile teorik miktarlardaki değişmeleri ($F_i = Y'_i - Y'_{i-1}$) bir serpitme diagramı üzerinde gösterdiğimizde, (O_i)'lerin absis, (F_i)'lerin ordinat ekseninde yer alacağı bu diagram, "Gözlem-Tahmin Diagramı" olarak anılır (22).

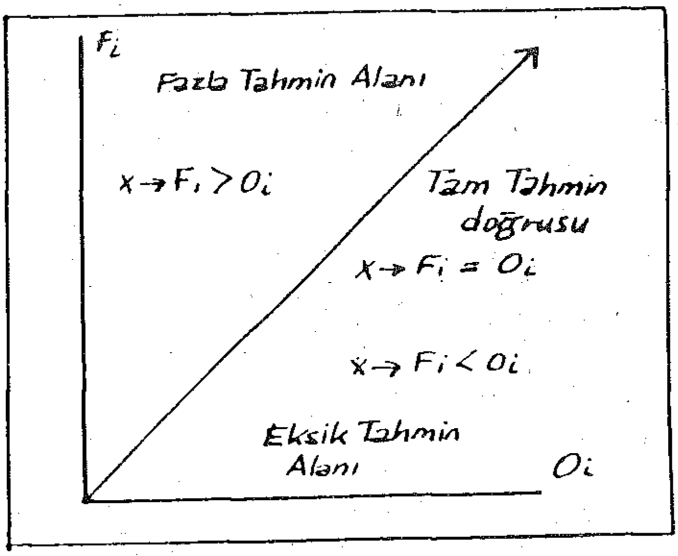
Tam uygunluk halinde, değişme miktarlarının karşılıklı durumunu gösteren noktalar, "tam tahmin doğrusu (line of perfect forecast) adı verilen, orijinden geçen 45^0'lik doğru üzerinde yer alır.

Bu doğrudan uzaklaşmalar, seçilen fonksiyonun uygunluğu ile ters orantılıdır. Doğrunun altındaki noktalar eksik tahmini (underestimate); üstündekiler ise, fazla tahmini (overestimate) ifade eder.

Diagramın tetkiki fonksiyon tipinin uygunluğunu tespite bir kriter teşkil etmekle birlikte, bu uygunluğun "Theil Testi" olarak anılan bir testle sayısal olarak ölçülmesi de mümkündür.

ŞEKİL 11

GÖZLEM - TAHMİN DİAGRAMI



$O_i = Y_i - Y_{i-1}$ ve $F_i = Y'_i - Y'_{i-1}$ iken, "Theil Uygunluk Derecesi (U^2)" aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$U = \frac{\sum_{i=2}^{n} (F_i - O_i)^2}{\sum_{i=2}^{n} O_i^2}$$

(U^2) sıfır ile bir arasında değişecek ($0 < U^2 < +1$), $U^2 = 0$ halinde seçilmiş bulunan fonksiyonun tam uygunluğu; $U^2 = +1$ halinde fonksiyonun olayı temsile hiç uygun olmadığı anlamını ifade edecektir. Birden çok fonksiyon arasında seçim yapmak sözkonusu olduğunda, en küçük (U^2) değerini veren fonksiyon tercih edilecektir (23).

4) SÜBJEKTİF YAKLAŞIM :

Teorik yaklaşımla ilgili bölümde ifade ettiğimiz gibi, trend fonksiyonunun seçiminde matematiğin objektifliğine güvenmek yeterli olmamaktadır. Olayın niteliği itibariyle hangi tür fonksiyonla temsilinin uygun olacağı konusunda, araştırmacının -olayla ilgili değerlendirmelerine dayanan- sübjektif yargısı da önem taşır.

Örneğin, üstel fonksiyonlar, bilindiği üzere, az çok sabit bir değişme oranı ile gelişme yönünü değiştirmeksizin sürekli artan ya da azalan zaman serilerinde uygulanırlar. Bu şekilde tarif edilen uygulama alanının "geometrik bir gelişme" gösteren olayları kapsayacağı açıktır.

Genellikle, nüfus ve fiat gibi olaylara, bu olayların etkisi taşıyan (örneğin herhangi bir kalemdeki cari toplam harcamalar) için her (Yi) değeri (Yi-ı) değerinin fonksiyonu olup (24), bu olaylar $Yn = Yo\,(1+r)^{n}$ şeklindeki geometrik artışa uygunluk gösterirler. Geometrik artış seyrinin bir diğer somut tespit yolu da olayın logaritmalı grafiğinin çizimidir. Geometrik bir dizi halinde değişen olayların logaritmalı grafiği bir doğru verecektir.

Buna karşılık, artış hadleri için bir sabitlik sözkonusu olmayan ve/veya gelişme yönü sürekli değişen, yani dalgalanmalar kaydeden bir seri için ise, trendi temsilde polinomlar daha uygun düşecektir. Bu tür serilerde, her (Yi) değerinin bir önceki Yi değerini (Yi-ı) içermesi durumu sözkonusu değildir. Yıllık satış, üretim, ihracat ve ithalat miktarları bu tür olaylara örnek gösterilebilecektir (25).

5) AMPİRİK DENETİM ÖLÇÜLERİ :

Fonksiyon tipinin seçiminde uygunluğu denetlemek için, tartışmalı yönleri bulunan matematik kriterler yerine, ampirik denetim ölçülerinin daha geçerli ve yaygın oldukları gözülmektedir.

Fonksiyon tipi seçildikte ve uygulandıktan sonra, seçimin doğruluğunun, teorik değerler arasındaki farklara dayanarak kontrol edilmesine dayanan bu ölçülere göre, trendi temsil için seçilen fonksiyon :

a) Birinci dereceden bir polinom ($Y = a+bX$) ise, teorik değerler arasındaki birinci farkların mutlak değerinin;

b) İkinci dereceden bir polinom ($Y = a+bX+cX^2$) ise, ikinci farkların;

c) Birinci dereceden bir üstel fonksiyon ($Y = a.b^X$) ise, birinci logaritmik farkların mutlak değerinin ... vb. (26) sabit olması seçimin uygunluğuna gösterge teşkil edecektir.

Seçilen Fonksiyon Tipi	Sabit Olması Gereken Farklar
a) $Y = a+bX$	$\lvert \Delta_1 \rvert = \lvert (Y'i - Y'i_{-1}) \rvert$
b) $Y = a+bX+cX^2$	$\lvert \Delta_2 \rvert = \lvert (Y'i_{+1} - Y'i) - (Y'i - Y'i_{-1}) \rvert$
c) $Y = a+b^X$	$\lvert \log \Delta_1 \rvert = \lvert (\log Y'i - \log Y'i_{-1}) \rvert$

III) TREND FONKSİYON DENKLEMİNİN YORUMU

Trend fonksiyon tipinin, hesabı yanında, özellikle istatistik anlamda yorumu da büyük önem taşır.

Trend denkleminde istatistik açıdan üzerinde asıl durulması gereken, (b) istatistiğidir. Bu çalışmada, (b) istatistiğine dayanarak, trendi hesaplanmış bulunan bir seride yıllık ortalama değişme (artış ya da azalış) miktarı (ya da haddi)'nin, üç ayrı tip fonksiyon (doğru, paralel, birinci dereceden üstel fonksiyon) için belirlenme yollarına değinilecektir.

1) BİRİNCİ DERECEDEN BİR POLİNOM (DOĞRU) İÇİN YILLIK ORTALAMA DEĞİŞMENİN HESAPLANMASI

($Y = a+bXi$) denkleminde (b)'nin (Xi)'teki (zamandaki) bir birimlik değişmeye karşılık (Yi)'de (ele alınan istatistik olayda) meydana gelen ortalama değişmeyi gösterdiğini biliyoruz. Zira, doğruda eğim sabit olduğuna göre, (Yi)'nin (Xi)'e göre herhangi bir noktadaki türevi (dYi/dYi),, "ortalama" değişmeyi ifade için yeterlidir.

Böylece $b = 0$ hali, olayın zaman içinde değişmeyip sabit kaldığını (kararlı-stationary zaman serisi) (26) $b = 0$ ise, zaman içinde artma ya da azalma eğilimi taşıyan bir serinin sözkonusu olduğunu gösterecektir (27). Yıllık değişme miktarı ise, kuşkusuz, en küçük karelerin uygulanma safhasında (X)'e verilen değerle ilgilidir. Genellikle $X = 1$ yıl olarak tanımlanmakla birlikte, yöntemin kısa yoldan uygulandığı ve $\Sigma X = 0$ kılındığı hallerde, eğer çift sayıda had sözkonusu ise, X = 1/2 ydı ifade ettiğinden, bu takdirde yıllık değişme 2b olarak hesaplayacaktır.

2) İKİNCİ DERECEDEN BİR POLİNOM (PARABOL) İÇİN YILLIK ORTALAMA DEĞİŞMENİN HESAPLANMASI :

2.1) Parabolde, trendin giderek artan (ya da azalan) badlerde seyretmesi, her zaman birimine (yıla) ait değişmenin farklı olması sonucunu doğurmaktadır (28).

Bu nedenle, herhangi bir yıla ilişkin değişmeyi ölçmek için, Yi = a+bXi+cXi ifadesinin türevini aldığımızda, (dXi/dXi = b+2cXi), her yıla ilişkin değişmenin farklı olduğunu görürüz. "Ortalama Yıllık Değişme"'ye ulaşmak için bu değişmelerin ortalamasını almak gerekir. Basit aritmetik ortalama kullanırsak, ortalama değişme :

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{dYi}{dXi}\right)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(b+2cXi)}{N}$$

... şeklinde ifade edilecektir.

Bu eşitlik $\frac{N\ b}{N} + \frac{2c\sum_{i=1}^{n}Xi}{N} = b + 2c\,\frac{\sum_{i=1}^{n}Xi}{N}$ olarak ta yazılabileceğine göre "parabolde yıllık ortalama değişmeyi = Y.O.D. = $b + 2c.\frac{\sum_{i=1}^{n}Xi}{N}$ ifadesiyle tarif edebiliriz (29).

Buna karşılık, trend fonksiyonunun hesabında orijin değişikliği ile $\Sigma Xi = 0$ olacak şekilde "kısa yol" izlenirse, "yıllık ortalama değişme", YOD = b eşitliği elde edilir.

Yine ilave edelim ki, kısa yol tatbikatında X = 1/2 yıl olduğunda, Y.O.D. = 2b şeklinde elde edilecektir.

2.2) Parabolde, yıllık ortalama değişme bir başka yaklaşımla da hesaplanabilir.

Gerçekten, herhangi bir "noktada" değil, iki nokta arasındaki "fasılada" kaydedilen değişmeden hareket etmek suretiyle de ortalama değişmeye ulaşmak mümkündür.

Örneğin, $Y_0 = a+bX_0+CX_0^2$ ile $Y_1 = a+b(X_0+1)+c(X_0+1)^2$ noktaları arasındaki bir birindik fasılada kaydedilen değişme, ($Y = a+b(X_0+1)+c(X_0+1)^2 = a+bX_0+b+cX_0^2+2cX_0^2+c$ şeklinde de yazılabileceğine göre),

$(a+bX_0+cX_0^2+2cX_0+c) - a+bX_0+cX_0^2 = b+2cX_0+c$ olarak hesaplayacaktır (30).

Böylece herhangi bir fasıla için değişme miktarını;

($b+2cX+c$) genel ifadesi ile gösterebiliriz. Ortalama değişmeye ulaşmak için, fasılalar itibariyle hesaplanacak farklı değişme miktarlarının ortalamasını almak yeterlidir. Fasıla sayısı, nokta sayısından bir eksik (N-1) olacağına göre, ortalama değişme;

$$\frac{\sum_{i=1}^{N-1} b+2cX+c}{N-1} = b + \frac{\sum_{i=1}^{N-1} (2c.X+c)}{N-1}$$ ifadesi ile gösterilecektir.

Farklı "noktalardaki değişmelerin ortalaması olan,

$(b+2c.\frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N})$ ile farklı "fasılalardaki" değişmenin ortalamasından ibaret $(b+\frac{\sum_{i=1}^{N-1}(2c.X_i+c)}{N-1})$ ifadelerinin eşit olduğunu belirtmeye gerek yoktur.

3) BİRİNCİ DERECEDEN ÜSTEL FONKSİYONDA YILLIK ORTALAMA DEĞİŞME HADDİNİN BELİRLENMESİ :

$Y = a.b^x$ denkleminde ise, (r : yıllık artış haddinin nisbi ifadesi iken) :

$\log b = \log(1+r)$; yanı $r = b-1$'dir.

Nitekim veriler geometrik bir diziye uygun olduklarına göre;

$Y_2' = Y_1'(1+r) \Longrightarrow \log(1+r) = \log Y_2' - \log Y_1'$ 'dir.

Diğer taraftan log Y = log a + log b denkleminde, (log b)' nin teorik değerlerin logaritmaları arasındaki farka eşit olduğu görülür : $\log b = \log \Delta_1 = \log Y'_2 - \log Y'_1$

$$\left.\begin{array}{l} \log (1+r) = \log Y'_2 - \log Y'_1 \\ \log b = \log Y'_2 - \log Y'_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \log (1+r) = \log b \Rightarrow 1+r = b$$

Artış haddinin yüzde olarak ifadesi için (b)'den (1) çıkartılması gereği açıktır. Böylece, üstel fonksiyonlarda, (X = 1 yıl iken), "yıllık ortalama değişme haddi"

$r = b-1$ şeklinde tarif edilecektir.

$b > 1$ halinde artan bir trend, $0 < b < 1$ halinde ise azalan bir trend sözkonusudur.

4) ANA KÜTLE PARAMETRELERİNİN TAHMİNİ :

Nihayet, zaman serilerinde ana kütle birim sayısının çok fazla olabileceğini biliyoruz. Serinin tamamının müşahadesi zor, bazı hallerde imkânsız, ayrıca gereksiz de olacağına (31),göre, zaman serisi analizi, ana kütlenin kendisi bu örneği niteliğini taşıyan sınırlı uzunlukta bir seri üzerinde gerçekleştirilecek; elde edilecek sonuçları ise, ana kütle değerlerinin tahminleri olacaktır.

Dolayısıyla, zaman serisi analizinde ele alınan dönemin bir örnek; bu dönem için hesaplanan trend fonksiyonu, ana kütle regresyon denkleminin tahmini olan "örnekler regreşyon denklemi"; (a), (b) ve (c) değerleri ise ana kütle regresyon denkleminin parametreleri α, β, ø'nın tahmini değerleri (istatistik)'tir.

Regresyon analizinde bu parametrelerin sıfırdan farklı olup olmadıkları test edilecektir. Ne var ki, klasik regresyon denkleminin özel bir halini oluşturan ve örnek birimlerinin normal dağılması şartından başka, modelin temel varsayımlarından çoğunu gerçekleştirmeyen (32) "unsurlara ayırma yönteminde" trend fonksiyonunun parametreleri için böyle bir test mümkün değildir (33).

NOTLAR

1) Bu değişken sürekli veya kesikli olabilir. Kesikli değişken için zaman durakları arasındaki fasıla sıfırdan büyük; sürekli değişken için ise, limitte sıfır olacaktır.
2) Unsurlar arası ilişkinin çarpım modeli yanında, seri değerlerinin, dört unsurun toplamından meydana geldiğini varsayan ($Y_i = T + K + M + A$) "toplam modeli" ya da (Y_i) değerini ($Y_i = T \times K \times M + A$) şeklinde tarif eden "karmaşık model" ile de ifade edilebilir. Farklı modellerin geçerliliğini test etmek için çok az ampirik araştırma yapılmış ise de, "çarpım modeli"nin daha uygun olduğu görüşü yaygındır (**Merrill W. - Fox K. : Introduction to Economic Statictics**; John Willey, New York 1970, s. 456). Kaldı ki, her iki tarafın da logaritması alındığında, ($\log Y = \log T + \log K + \log M + \log A$), çarpım modelinin toplam modelinden bir farkı kalmadığı da görülmektedir (**Özçelik, S. : İktisadi Zaman Serilerinde Tahmin Yöntemleri**; Doçentlik Tezi, Erzurum 1980, s. 30).
3) Bu çarpımda trend değerinin mutlak, diğer üç faktörüne ait etkilerin ise, nisbî esasa göre olduğuna işaret edelim.
4) Hamburg M. : Statistical Anolysis for Decision Making; Harcourt-Brace, New York 1970, s. 541.
5) Hamburg M. : a.g.e., s. 575.
6) Klasik modelin yanısıra, "oto regresyon-hareketli ortamalar (Box-Jenkins) yöntemi" ve serinin sistematik unsurlarını tesadüfi kısmından ayırmayı hedef tutan "süzme (filtering) yöntemi" gibi ihtimal modellerine dayanan ekonometrik modeller; yine aynı amaçla kullanılan ve ilke olarak hareketli ortalamalar esasına dayanan "üssel düzeltme (exponentiel smooting) yöntemi; zaman serilerini sinüs ve cosinüs gibi trigonometrik fonksiyonlar cinsinden ifade eden "spektral analiz" gibi modeller de sözkonusudur. Ancak, klasik model dışında kalan yaklaşımlar, daha ziyade "tahmin (forcesting) işlemi" için kullanılmaktadır.
7) Özçelik, S. : a.g. Doçentlik Tezi, s. 38.
8) Cillov, H. : İstatistik Metodları, İst. Üniv. Yayın No: 2005, İst. 1975, s. 87.
9) Zaman serilerinin klasik regresyon modeli varsayımlarını her zaman gerçekleştirmediği düşüncesi ile, bazı müellifler, en küçük kareler yönteminin trend hesabı için uygun olmayacağı görüşünü taşımaktadırlar (**Bkz: Croxton F.-Cowden D. and Klein S. :** Applied General Statistics; Printice Hall of India, New Delhi, 1969, s. 234). Ancak, bu eleştiri saklı tutulmakla birlikte, yöntem bütün kitap ve araştırmalarda kullanılmaktadır.

10) Genceli M. : "Trend Oluşturulmasına İlişkin Bazı Sorunlar", İktisat Fakültesi Mecmuası, Cilt 35, Sayı 1-4, İst. 1977, s. 211.

11) Göçmen Çelebi K. : İstatistik Metodları; Ank. 1974, s. 215.

12) Cillov H. : a.g.e., s. 98. Ayrıca, **Dolunay N. : "Talep Araştırması Metodları ile Türkiye Çimento Tüketimi Üzerine Bir İstatistik Araştırması"**, Doktora Tezi, İst. 1976, s. 28.

13) Croxten E.F., Cowden J.D. and Klein S. : a.g.e.; s. 262. Gelişme eğrilerinin kullanımının inhisar ettiği belirli konular için ayrıca bkz: **Güntan K. : İstatistik Araştırma Metodları;** İstanbul Üniv. Yayın No: 2657, İst. 1979, s. 471 ve 472.

14) Polinomlar içinde üçüncü derecenin trend fonksiyonu olarak kullanılması tartışmalıdır. Bir çok istatistikçi, üçüncü dereceden bir polinomun trend fonksiyonu olarak kullanımını kabul ederken (Bkz: **Cillov, H. : a.g.e.;** s. 99; **Güntan, K. : a.g.e.;** s. 449; **Croxten E.F.-Cowden J.D.-Klein S., a.g.e.** s. 255-256), bazıları üçüncü ve daha yüksek derecedeki fonksiyonların, trendin yanısıra konjonktürü de izlemek durumunda olduklarını, bu itibarla trendi temsil edemeyeceklerini savurmaktadırlar (**Hamburg M. : a.g.e.;** s. 562). Uygulamada dördüncü dereceye kadar polinomların kullanılmasına rastlanıyorsa da (**Bkz. Işıkara B. : "Türkiye'de Yıllara Göre Koyun Sayısı Üzerine Bir Araştırma";** İşletme Fak. Dergisi, Cilt 1, Sayı 2, İstanbul, 1972, s. 15-16), bir ikinci görüşün haklılık payının yüksek olduğunu düşünüyoruz. Böyle bir durumda, devreyi ikiye ayırarak birinci ya da ikinci dereceden iki fonksiyon hesaplamak daha uygun olacaktır (Nitekim bkz: **Cillov, H. : a.g.e.;** s. 99).

15) Özçelik, S. : a.g. Doçentlik Tezi, s. 99.

16) Zaman serilerinde standart hata hesabı belirli sakıncalar taşımakta ve sağlıklı bir sonuç vermemektedir. Bu nedenle Sy'ı, regresyon modelindeki tarifi ile değil de, "farkların kareli ortalaması" olarak kabul etmek gerekir. Bu durumda, örneğin $Y = a+bX$ denklemi ile yapılan hesaplamada, (a) ve (b) sabit katsayıları kadar kaybedilen serbestlik derecelerinin tespiti için, Sy'nın

$$Sy = \frac{\Sigma (Y - Y^{1})^2}{n-2}$$ şeklinde hesaplanması, burada sözkonusu değildir.

Nihayet ilave edelim ki, standart hatanın Sy.x olarak yazılması gerekmekle birlikte, (X)'lerin tesadüfi değişken olmadığı ve regresyon denkleminin (X)'e göre ($X = a+bY$) yazılamadığı zaman serileri için, standart hatanın Sy olarak tarifi yeterlidir.

17) Fonksiyonların türleri ve parametre sayıları dikkate alınmaksızın, $\Sigma (Y_i - Y_i^1)^2$ ve Sy değerleri itibariyle karşılaştırılmalarının uygulamadaki örnekleri için bkz : **Dolunay, N. : a.g. Doktora Tezi;** s. 28-37 ve **Boyukan, Ş. : "Satış Tahmini Tekniklerinin Analizi";** Doktora Tezi; 13, 1974, s. 72.

18) Literatürde, ender olarak kriterin aynı türde fakat farklı sayıda parametreli fonksiyonlar arasında değil, farklı türde, eşit sayıda parametreli fonksiyonlar arasındaki seçim için geçerli olduğuna da rastlanıyor. Örneğin bkz : **Mills, F. : Statistical Methods;** Henry Hold, New York 1938, s. 356-357.
19) Cnoxton E.F.-Cowden J.D.-Klein S. : a.g.e.; s. 259-260.
20) Smith J.G.-Archeson Duncan J. : Elemantary Statisc and Applications; Gnaw Hill, New York 1944, s. 394.
21) Genceli, "Korelasyon İndeksi"nin esas olarak regresyona ilişkin bir ölçü olduğunu ve zaman serilerinde ihtiyatla kullanılması gerektiğini işaret etmektedir. Bkz : **Genceli M. : a.g. Makale,** s. 208.
22) Özçelik, S. : a.g. Doçentlik Tezi; s. 99.
23) Theil testinde $F_i = (Y_i - Y_{i-1})$ ve $O_i = (Y' - Y'_{t-1})$'i ifade etmekle birlikte, uygunluk derecesinin, uygulamada $U = \frac{\Sigma (Y-Y')^2}{\Sigma Y^2}$ şeklinde (bizce hatalı bir şekilde) hesaplandığına da rastlıyoruz. Bkz : **Bağırkan Ş. : a.g. Doktora Tezi;** s. 113-114.
24) Nüfus ve fiat benzeri, geometrik diziye uygun olaylarda her (Y_i) değeri bir önceki (Y_{i-1}) değerini de içerir. Nitekim $Y_i = Y_{i-1}.q$; $Y_{i+1} = Y_{i}.q$ şeklinde yazabileceğiniz geometrik artışta $Y_{i+1} = Y_{i}.q = Y_{i-1}.q$ şeklinde ifade edilebilir. Böylece, her değer, ilk değerin bir fonksiyonu olmaktadır. $Y_i = b\,(Y_0)$
25) Bu tür serilerin logaritmalı grafiği de bir doğru vermeyecektir.
26) Bu tip seriler için Bkz : Wannocott H.f. ve J.R. : Introductory Statistics for Business and Ecunomics; John Willey, New York 1977, s. 603-63.
27) $b > 0$ bir artışı; $b < 0$ ise azalışı ifade edeceği açıktır.
28) Croxten F.F.-Cowden J.D.-Klein S. : a.g.e.; s. 252.
29) Hamburg M. : a.g.e., s. 560.
30) Wonnacott T.H. and R.J. : a.g.e.; s. 303-304.
31) Yoğurtçugil M.K. : Örnekleme-Yöntemler ve Uygulama İst. Üniv. Yayın No: 2228, İst. 1976, s. 5.
32) Bu temel varsayımlar için bkz : **Yamane I. : Mathematics for Economists; An Elementary Survey;** Printice Hall, New York 1965, s. 482-483; **Yoğurtçugil M.K. : a.g.e.;** s. 217-218; **Kılıçbay A. : Ekonometrik Metodlar ve Araştırma;** İst. Üniv. Yayın No: 2110, İst. 1975, s. 71, 83 ve 222-223; **Ertek T. : Ekonometriye Giriş;** Ank. 1978, s. 117-118; **Genceli M. : "İki Değişkenli Doğrusal Regresyonda Zaman Faktörü";** İktisat Fak. Mecmuası, Cilt 33 (1973-1974), Sayı 1-4, s. 167.

33) Durbin J. and Watson G.S. : "Testing for serial Correlation in Least Square Regression I" Biometrica 37 (1950), s. 409 ve Kılıçbay A. : a.g.e.; s. 223.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

I) KİTAPLAR

1) Cillov H. : İstatistik Metodları; İst. Üniv. Yayın No: 2005, İst. 1975.
2) Croxton F.-Cowden O. and Klein S. : Applied General Statistics; Printice Hall of İndia, New Delhi, 1969.
3) Göçmen Çelebi K. : İstatistik Metodları, İst. 1974.
4) Gürtan K. : İstatistik Araştırma Metodları; İst. Üniv. Yayın No: 2657, İst. 1979.
5) Hamburg M. : İstatistical Analysis for Decision Making; Harcourt-Brace, New York 1970.
6) Kılıçbay A. : Fkonometrik Metodlar ve Araştırma; İst. Üniv. Yayın No: 2110, İst. 1975.
7) Merrill W.-Fox K. : Instroduction to Economic Statistics; John Willey, New York, 1970.
8) Mills F. : Statistical Methods; Henry Hold, New York 1938.
9) Smith J.G.-Acheson Duncan J. : Elemantary Statistics and Application; Mc Graw Hill; New York 1944.
10) Wonnacott H.T. and J.R. : Instroductory Statistics for Business and Economics; John Willey, New York 1977.
11) Yamane T. : Mathematics for Economics : An Elemantary Survey; Printice Hall, New York 1965.
12) Yoğurtçugil M.K. : Örnekleme-Yöntemler ve Uygulama; İst. Üniv. Yayın No: 2228, İst. 1976.

II) MAKALE ve TEZLER

13) Bağırkan Ş. : "Satış Tahmini Tekniklerinin Analizi" Doktora Tezi, İst. 1974.
14) Dolunay N. : "Talep Araştırması Metodları ve Türkiye Çimento Tüketimi Üzerine Bir İstatistik Araştırması"; Doktora Tezi, İst. 1976.
15) Durbin J.-and Watson G.S. : "Testing tor Serial Correlation in Least Squane Regression I" Birmetrica 137 (1950).
16) Genceli M. : "İki Değişkenli Doğrusal Regresyonda Zaman Faktörü", İktisat Fak. Mecmuası; Cilt 33 (1973-74), Sayı 1-4.
17) Genceli M. : "Trend Oluşturmasına İlişkin Bazı Sorunlar"; İktisat Fak. Mecmuası, Cilt 35, (1977), sayı 1-4.

18) Işıkara B. : "Türkiye'de Yıllara Göre Koyun Sayısı Üzerine Bir Araştırma"; İşletme Fak. Dergisi, Cilt 1 (1972), sayı 2.
19) Özçelik S. : "İktisadi Zaman Serilerinde Tahmin Yöntemleri", Doçentlik Tezi, Erzurum 1980.