



Düzlemsel Olmayan Çatlak İlerleme Problemlerinin Üç Boyutlu Analizi

Oğuzhan DEMİR^{1,2}, Ali Osman AYHAN^{1,*}

¹Sakarya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Serdivan/SAKARYA

²Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, BİLECİK

Öz

Enerji, Savunma, Havacılık ve Uzay teknolojileri, ülkeler için kritik öneme sahip olup, bilim ve teknoloji düzeyinin gelişmesinde öncü rol oynayan alanların başında gelmektedir. Ar-Ge ve yatırım maliyetlerinin yüksek olduğu bu alanlarda, kullanılan ekipmanlar da hem mali açıdan hem de malzeme güvenilirliği açısından büyük önem kazanmaktadır. Malzemelerde oluşabilecek hasarları en aza indirebilmek ve çatlak içeren yapıların emniyetli çalışabilmesini sağlamak için son yıllarda kırılma mekaniği alanında yapılan çalışmalar ağırlık kazanmıştır. Tasarım aşamasından başlayarak hasar/çatlak toleransları ve ömürleri tahmin edilerek iyileştirme çalışmaları gerçekleştirilmektedir.

Bu çalışmada, çatlaklı yapıların mod-I kırılma tokluğunu (K_{IC}) belirlemede kullanılan standart CT (compact tension) numunesine eğik çatlak yerleştirilerek mod-I dış yüklemesi altında çatlağın üç boyutlu modelleme ve çatlak ilerleme simülasyonları gerçekleştirilmiştir. Kırılma ve çatlak ilerleme analizleri FCPAS (Fracture and Crack Propagation Analysis System) programı ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışma, FCPAS ile üç boyutlu karışık modlu çatlak ilerleme olgusunun modellenmesinin ilk adımını oluşturmaktadır.

Three Dimensional Analysis Of Non-Planar Crack Propagation Problems

Abstract

Energy, defence, aeronautics and space technologies are critical for countries and they are the leading areas which promote and require development of science and technology. In these areas, where research, development and investment costs are high, it is very important to use appropriate materials and parts from the points of economics and part reliability. In recent years, studies performed to minimize damages in materials and to ensure a safe operation of the structures have gained importance from the perspective of fracture mechanics. Improvement studies have been performed by estimating life and damage/crack tolerances of structures starting from the design stage.

In this study, an inclined crack is inserted to the standard CT (compact tension) specimen that is used to determine mode-I fracture toughness (K_{IC}) of cracked structures. Three-dimensional modeling and crack propagation analyses are performed under mode-I external loading. Fracture and crack propagation analyses are performed using FCPAS (Fracture and Crack Propagation Analysis System) software. This study is the first step for modeling of three-dimensional crack propagation problems.

Makale Bilgisi

Başvuru: 22/06/2016

Düzeltilme: 23/07/2016

Kabul: 22/02/2017

Anahtar Kelimeler

Sonlu Elemanlar Yöntemi
 Çatlak İlerleme Analizi
 Karışık Mod-I/III
 Düzlemsel Olmayan
 Çatlak İlerlemesi

Keywords

Finite Element Method
 Crack Propagation
 Analysis
 Mixed Mode-I/III
 Non-Planar Crack Growth

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Kırılma mekaniği ve uygulamaları, Enerji, Savunma, Havacılık ve Uzay teknolojileri alanlarında ileri teknoloji ürünler üreten gelişmiş ülkelerde yaygın olarak kullanılmaktadır. Uygulamaların çoğu ise havacılık alanında yoğunlaşmaktadır. Örneğin, uçak gövdelerinde, helikopter ve uçak motor parçalarında kırılma ve çatlak ilerleme analizleri tasarım aşamasında dahi kullanılmaktadır. Ülkemizde de milli olarak geliştirilmesi planlanan uçak ve motor projelerinin yakın gelecekte hız kazanması beklenmektedir. Bu alanlarda karşılaşılan saha problemlerinin araştırılarak belirlenmesi ve tasarım aşamasında ve sonrasında

*İletişim yazarı, e-mail: ayhan@sakarya.edu.tr

bu problemleri önlemeye yönelik çözüm yollarının geliştirilmesi gerekmektedir. Havacılık alanında literatürde karşılaşılan birçok saha probleminin, askeri ve yolcu uçaklarının gövdelerinde, gaz türbin motorlarında ve türbin kanatlarında [1-13] oluşan çatlak ve kırılma problemleri olduğu görülmektedir. Özellikle çok sayıda yolcunun bir arada ve hızlı bir şekilde ulaşım imkânı bulabildiği havayolu araçlarında can güvenliği ön plana çıkmakta olup, çatlak içeren bir yapının doğru bir şekilde değerlendirilmesi büyük önem arz etmektedir.

Yukarıda bahsedilen alanlarda karşılaşılan çatlak ve kırılma problemlerinin sebeplerinden biri, makine parçalarının karmaşık yükler altında yorulmaya maruz kalmasından kaynaklanmaktadır. Son 10 yıla kadar yapılan çalışmalar ağırlıklı olarak basit mod-I yüklemesi altında malzemelerin çatlak ilerleme davranışının incelenmesi üzerine olmuştur. Ancak mühendislik malzemeleri, çalışma koşulları bakımından mod-II ve mod-III yüklemeye tiplerinin de olduğu, karışık mod olarak adlandırılan yüklere de maruz kalabilmektedirler. Bu yüzden son yıllarda karışık modlu çatlak ilerleme deneyleri de ağırlık kazanmaya başlamıştır.

İki boyutlu kırılma problemlerinde, çatlak ya düz bir şekilde ya da bir eğri şeklinde ilerleme göstermektedir. Üç boyutlu çatlak problemlerinde ise, geometri, yükleme ve sınır şartlarına bağlı olarak düz, eğri, düzlemsel veya düzlemsel olmayan bir şekilde ilerleyebilmektedir. Bu yüzden kırılma davranışı, hem çatlak yüzeyinin eğriliğine hem de çatlak önünün eğriliğine bağlı olarak üç boyutlu çatlak ilerlemesiyle ilişkilendirilmelidir. Son yirmi yıl içerisinde nümerik teknikler kullanarak üç boyutlu çatlak ilerleme simülasyonları ve kırılma analizleri için özelleştirilmiş araç ve yöntem geliştirmek amacıyla çok sayıda araştırma yapılmıştır. Bu konudaki ilk çalışmalar sınır elemanlar yöntemi kullanılarak gerçekleştirilen analizler [14, 15] olmasına rağmen, çalışmaların çoğu sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak gerçekleştirilen analizlere odaklanmıştır. FRANC3D [16, 17], ZENCRACK [18, 19], ADAPCRACK3D [20], BEASY™ [21] bu yöntemleri kullanarak üç boyutlu kırılma ve çatlak ilerleme analizlerini yapabilen programlardır. FRANC3D sınır elemanı yöntemini kullanan bir araştırma programıdır. ZENCRACK ticari bir programdır ve yine ticari bir sonlu eleman programı olan ABAQUS ile çalışmaktadır. Gerilme yoğunluk faktörlerini ve çatlak ilerleme miktarlarını hesaplamak için şekil değiştirme enerjisi bırakma oranı ve düğüm noktaları yer değiştirmeleri gibi değişik bilgileri kullanır. ADAPCRACK3D sonlu elemanlar metodunu kullanarak karmaşık yükler altında üç boyutlu geometrilerin yorulma çatlak ilerleme tahminini yapabilen bir analiz programıdır. BEASY™ ise ticari programdır ve sınır elemanlar kullanarak üç boyutlu kırılma ve çatlak ilerleme analizlerini gerçekleştirmektedir. Zenginleştirilmiş sonlu elemanlar yöntemi de, çatlak önü yakınında özel ağ (mesh) gerektirmemesi ve sonlu eleman çözümü sonrası işleme ihtiyaç duyulmaması nedeniyle üç boyutlu hassas ve etkili kırılma analizleri gerçekleştirmek için cazip bir yöntemdir. Literatürde bu metodu, genişletilmiş sonlu elemanlar (X-FEM) ve zenginleştirilmiş sonlu elemanlar olarak iki ayrı formda görmek mümkündür. Termo-elastik kırılma problemlerini ve üç boyutlu çatlak ilerlemesi için çoklu-grid yöntemini içeren, X-FEM metodu kullanılarak gerçekleştirilmiş çok sayıda başarılı uygulama bulunmaktadır [22-26]. X-FEM metodunda çatlak ilerleme modeli üzerinde yeniden ağ örülmesine gerek kalmamakta veya bu en aza indirgenmektedir. Zenginleştirilmiş sonlu elemanlar metodu da çatlak civarında özel grid veya ağ gerektirmeyen bir yöntemdir. Zenginleştirilmiş sonlu elemanlar metodu diğer nümerik yöntem ve bunların uygulamaları kadar yaygın olmamasına rağmen, üç boyutlu kırılma problemleriyle ilgili olarak yapılan deneysel çalışmalar da literatürde yer bulmuş [27-30] ve Ayhan tarafından karışık modda kırılma [31, 32], arayüzey çatlakları [33] ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler [34, 35] gibi çeşitli üç boyutlu problemlere başarılı bir şekilde uygulanmıştır. Yukarıda belirtilen yöntemler, çatlağın ilerleme bölgesinin tümü boyunca önceden öngörülmüş ağ yoğunluğu (X-FEM) veya çatlak ucunda özel şekilde konumlandırılmış tekil elemanlar (dikdörtgen veya üçgen prizma tekil elemanları) gerektirmektedir.

Bu çalışmada, düzlemsel olmayan artırımlı çatlak ilerlemesi ve modellenmesinde kullanılan yöntem ve çatlak ilerleme prosedüründe izlenen adımlar detayları ile verilerek, çalışmanın Enerji, Savunma, Havacılık ve Uzay teknolojileri alanlarında karşılaşılan karışık modlu kırılma ve çatlak problemlerinin bilgisayar ortamında analiz edilebilmesinde fayda sağlayacak bir kaynak olarak gösterilmesi amaçlanmıştır. Bu çalışma kapsamında, Ayhan tarafından geliştirilen çatlak ucu bölgesinde özel ağ (mesh) gerektirmeyen ve zenginleştirilmiş elemanlar kullanan FCPAS/FRAC3D programı [36, 37] kırılma ve çatlak ilerleme analizleri için kullanılmıştır. Standart CT (compact tension) numunesine eğik (eğim düzlem dışı yöndedir) çatlak yerleştirilerek numuneye mod-I dış yüklemesi uygulanmıştır. Uygulanan yük çatlak yüzeyine açılı olarak etkilediği için, problem karışık mod-I/III yüklemeye durumunun olduğu üç boyutlu bir problem haline dönüşmektedir. Kırılma analizleri sonrası, bir sonraki düzlemsel olmayan çatlak profili tahmin edilerek

profillere üç-boyutlu uzayda tanımlı polinom eğri uydurulmuştur. Bu şekilde güncellenen çatlak yüzeyi katı model formatında temsil edildikten sonra model bölüntülenerak düzlemsel olmayan bir şekilde ilerleyen artırımlı üç boyutlu modelleme ve çatlak ilerleme simülasyonları gerçekleştirilmiştir. CT numunesinin ele alındığı örnek uygulama detaylarından önce, daha önceki çalışmalarda [37, 39-42] detaylı bir şekilde verilen teorik altyapının özeti Bölüm 2.1 ve 2.2'de verilmektedir.

Çalışmada kullanılan yöntem ve analiz adımları referans alınarak, yukarıda bahsedilen teknolojik alanlarda karşılaşılan düzlemsel olmayan çatlak ilerleme problemlerinin modellenmesi ve analizinin mümkün olduğu değerlendirilmektedir. Gerçekleştirilen çalışma, üç boyutlu karışık modlu çatlak ilerleme olgusunun modellenmesinin ilk adımını oluşturmaktadır.

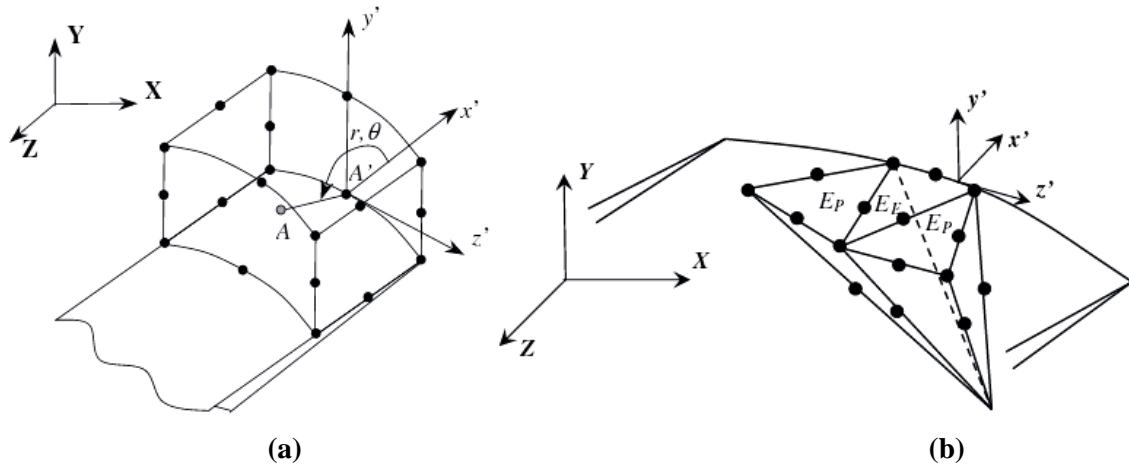
Düzlemsel olmayan çatlak ilerleme olgusunun üç boyutlu modelleme ve analizi karmaşık ve zor olduğu için, literatürdeki örneklerde verildiği gibi farklı yöntem, kriter ve programlar kullanarak araştırmacılar tarafından günümüzde de çalışılan bir konudur. 2016 yılında Davis ve ekibi [38] tarafından enerjiye dayalı bir yaklaşım kullanılarak bu makalede sunulana benzer bir çalışma gerçekleştirilmiş ve saygın bir uluslararası dergide yayımlanmıştır. Bu da çalışmanın halen güncelliğini koruduğunu göstermektedir.

2. ÇATLAK İLERLEME SİMÜLASYON PROSEDÜRÜ (PROCEDURE FOR SIMULATION OF CRACK PROPAGATION)

Düzlemsel olmayan üç boyutlu çatlak ilerleme modelleme ve simülasyonunun hassas olarak gerçekleştirilmesi birkaç parametreye bağlıdır. Bunların en önemlilerinden biri çatlak ucu boyunca gerilme şiddet faktörlerinin doğru bir şekilde hesaplanmasıdır. Bir diğer önemli parametre ise seçilen çatlak ilerleme kriteridir. Seçilen kriter gere göre çatlak yön ve doğrultusunun tespiti ve kriterde kullanılan malzeme özellikleri çatlak ilerleme prosedürünün tamamını etkilemektedir. Bu bölümde çatlak ilerleme simülasyon sonucunu etkileyen bu parametrelerin detayları verilmiştir [37, 39].

2.1. Gerilme Şiddet Faktörlerinin Hesaplanması [37, 39] (Computation of Stress Intensity Factors [37, 39])

Çatlaklı lineer elastik bir yapı analizinin amacı ne olursa olsun, mekanik ömür değerlendirmesi için üç boyutlu gerilme şiddet faktörünün doğru bir şekilde hesaplanması gerekmektedir. Uygulamada iki boyutlu teknikler ve araçlar kullanılarak çözülmüş birçok kırılma problemleri olmasına rağmen, çoğu problemler üç boyutlu kırılma parametrelerinin hesaplanmasını gerektirmektedir. Sonlu elemanlar metodu, bugüne kadar üç boyutlu kırılma ve çatlak ilerleme problemlerinin çözümünde çoğunlukla kullanılan bir tekniktir. Bu çalışmada, zenginleştirilmiş sonlu elemanlar tekniği ve Ayhan [37, 39] tarafından geliştirilmiş sonlu eleman temelli bağımsız kırılma analiz programı olan FCPAS/FRAC3D kullanılmıştır. Çatlak içeren sonlu eleman modelinde çatlak ucuna değen elemanlar zenginleştirilmiş elemanlar olarak tanımlanmaktadır. Şekil 1'de üç boyutlu uzayda konumlandırılmış bir çatlak ucuna değen 20- ve 10-düğüm noktalı zenginleştirilmiş elemanlar temsili olarak gösterilmektedir. Şekil 1.b'de yer alan E_E isimli eleman çatlak ucunda bir kenara sahip, E_P isimli elemanlar ise çatlak ucunda bir noktaya sahip zenginleştirilmiş elemanlardır.



Şekil 1. Çatlak ucuna değen zenginleştirilmiş elemanlar (a) 20-düğüm noktalı eleman, (b) 10-düğüm noktalı eleman [40] (Enriched elements near crack front (a) 20-noded element, (b) 10-noded element [40]).

Çatlak ucu bu şekilde çatlak ucu ile nokta veya kenar paylaşımında bulunan elemanlar ile tamamen çevrilidir. Şekil fonksiyonlarını ve düğüm noktası yer değişimlerini içeren geleneksel sonlu eleman formülasyonuna ilave olarak bu elemanlar çatlak ucunda yer alan gerilme şiddet faktörlerini de bilinmeyen olarak içerirler. Zenginleştirilmiş bir elemanda ξ, η ve ρ lokal koordinatlarındaki bir integrasyon noktası için u, v ve w yer değiştirmeleri aşağıda verilen eşitliklerle hesaplanmaktadır [37, 39].

$$\begin{aligned}
 u(\xi, \eta, \rho) = & \sum_{j=1}^m N_j(\xi, \eta, \rho) u_j + Z_0(\xi, \eta, \rho) \left(f_u(\xi, \eta, \rho) - \sum_{j=1}^m N_j(\xi, \eta, \rho) f_{uj} \right) \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_i(\Gamma) K_I^i \right) \\
 & + Z_0(\xi, \eta, \rho) \left(g_u(\xi, \eta, \rho) - \sum_{j=1}^m N_j(\xi, \eta, \rho) g_{uj} \right) \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_i(\Gamma) K_{II}^i \right) \\
 & + Z_0(\xi, \eta, \rho) \left(h_u(\xi, \eta, \rho) - \sum_{j=1}^m N_j(\xi, \eta, \rho) h_{uj} \right) \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_i(\Gamma) K_{III}^i \right)
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

$$\begin{aligned}
 v(\xi, \eta, \rho) = & \sum_{j=1}^m N_j(\xi, \eta, \rho) v_j + Z_0(\xi, \eta, \rho) \left(f_v(\xi, \eta, \rho) - \sum_{j=1}^m N_j(\xi, \eta, \rho) f_{vj} \right) \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_i(\Gamma) K_I^i \right) \\
 & + Z_0(\xi, \eta, \rho) \left(g_v(\xi, \eta, \rho) - \sum_{j=1}^m N_j(\xi, \eta, \rho) g_{vj} \right) \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_i(\Gamma) K_{II}^i \right) \\
 & + Z_0(\xi, \eta, \rho) \left(h_v(\xi, \eta, \rho) - \sum_{j=1}^m N_j(\xi, \eta, \rho) h_{vj} \right) \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_i(\Gamma) K_{III}^i \right)
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

$$\begin{aligned}
 w(\xi, \eta, \rho) = & \sum_{j=1}^m N_j(\xi, \eta, \rho) w_j + Z_0(\xi, \eta, \rho) \left(f_w(\xi, \eta, \rho) - \sum_{j=1}^m N_j(\xi, \eta, \rho) f_{wj} \right) \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_i(\Gamma) K_I^i \right) \\
 & + Z_0(\xi, \eta, \rho) \left(g_w(\xi, \eta, \rho) - \sum_{j=1}^m N_j(\xi, \eta, \rho) g_{wj} \right) \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_i(\Gamma) K_{II}^i \right) \\
 & + Z_0(\xi, \eta, \rho) \left(h_w(\xi, \eta, \rho) - \sum_{j=1}^m N_j(\xi, \eta, \rho) h_{wj} \right) \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_i(\Gamma) K_{III}^i \right)
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

(2.1)-(2.3) nolu denklemlerde yer alan bilinmeyenlerden, N_j ile gösterilen ξ, η ve ρ lokal koordinatları için eleman şekil fonksiyonlarını, $Z_0, 0$ ve 1 arasında değışkenlik gösteren sıfırlama fonksiyonunu temsil

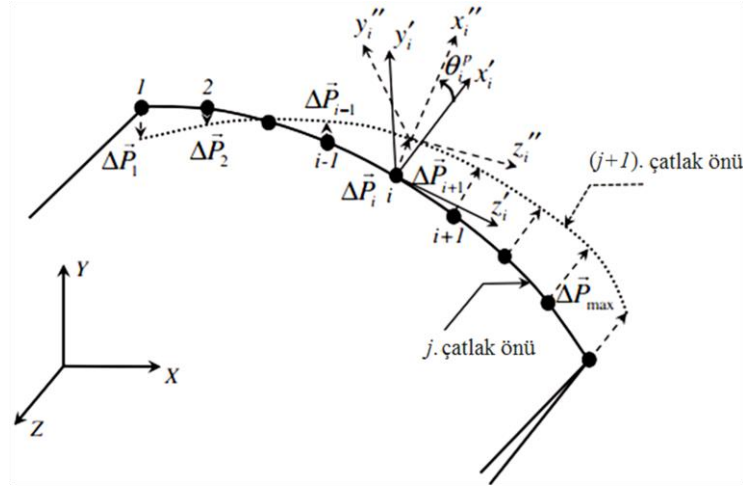
etmektedir. $f_u, g_u, h_u, f_v, g_v, h_v, f_w, g_w$ ve h_w ise asimptotik çatlak ucu yer değiştirme ifadelerinde analitik olarak bilinen fonksiyonlardan elde edilirler ve lokal koordinat sisteminden global koordinat sistemine transfer edilen mod-I, mod-II ve mod-III deplasman bileşenlerini temsil etmektedirler. m eleman tipine göre 10 veya 20 değerini almaktadır. K_I^i, K_{II}^i ve K_{III}^i çatlak önünde bulunan herhangi bir i 'nci düğüm noktası

için bilinmeyen gerilme şiddet faktörlerini ve $\sum_{i=1}^{ntip} N_i(\Gamma)K_{I,II,III}^i$ ifadesi ise çatlak önüne değen kenar

elemanlarının gerilme şiddet faktörlerinin değişimini temsil etmektedir. Lokal izoparametrik koordinatı ifade eden Γ , -1 ile 1 arasında değişen değerler almaktadır. Eleman formülasyonu ve integrasyonu ile ilgili daha detaylı bilgi [37, 41] nolu kaynaklardan elde edilebilir. Zenginleştirilmiş elemanların rijitlik matrisinin hesaplanması yukarıda verilen denklemlerin türevlerini içermektedir. Öncelikle modeldeki tüm elemanlar için eleman rijitlik matrisleri hesaplanır. Düğüm noktaları yer değiştirmelerini ve ek bir işlem gerekmeksizin çatlak önü düğüm noktalarının gerilme şiddet faktörlerini aynı anda elde etmek için hesaplanan rijitlik matrisleri çözüm fazına dâhil edilirler.

2.2. Çatlak İlerleme Modeli [39, 42] (Crack Propagation Model [39, 42])

Herhangi bir çatlak ilerleme adımı için çatlak ucu boyunca sıralanan düğüm noktalarının gerilme şiddet faktörleri hesaplandıktan sonra belirlenen çatlak ilerleme modeli kullanılarak gerilme şiddet faktörlerinin değeri ve dağılımına bağlı olarak bir sonraki çatlak önünün ilerleme adımı ve doğrultusu tahmin edilir. Şekil 2'de herhangi bir j 'nci çatlak önünden belirli bir ilerleme adımı ile bir sonraki artırımlı çatlak profiline geçişin şematik üç boyutlu görünümü verilmiştir. Şekilde yer alan $x_i^l - y_i^l - z_i^l$ ve $x_i^r - y_i^r - z_i^r$ lokal koordinat sistemleridir ve θ_i^p ise lokal olarak izafi çatlak ilerleme açısını temsil etmektedir. $\Delta \vec{P}_i$ (ilerleme vektörü) çatlak önündeki bir düğüm noktasının çatlak ilerleme sırasındaki artışını ifade etmektedir.



Şekil 2. Herhangi bir çatlak ilerleme adımı için çatlak önü ilerlemesinin üç boyutlu şematik görünümü [39, 42] (Three-dimensional schematic of crack front advancement for an arbitrary crack propagation step [39, 42]).

Çatlak önündeki her bir düğüm noktası için ilerleme miktarı hesaplanır ve üç boyutlu uzayda buna karşılık gelen bir sonraki konum lokal $x^l - y^l$ düzlemine göre bağımsız olarak belirlenir. Bu çalışmada, verilen bir j 'nci çatlak önünde i 'nci düğüm noktasının çatlak ilerleme miktarı (Δa_i), aşağıda (2.4) nolu denklemle verilen Paris denklemine [43] göre hesaplanmıştır.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n, \quad \Delta a_i = \Delta a_{\max} \left(\frac{\Delta K_i}{\Delta K_{\max}} \right)^n \quad 2.4$$

Δa_{\max} , verilen bir çatlak ilerleme artış değeri için çatlak ucu boyunca maksimum gerilme şiddet faktörü değer aralığına (ΔK_{\max}) sahip düğüm noktasına karşılık gelen çatlak ilerleme artış miktarını temsil etmektedir. C ve n değerleri, çatlak ilerlemesi ile ilişkili malzeme özellikleridir. ΔK_i ise herhangi bir i 'nci düğüm noktasının sahip olduğu gerilme şiddet faktörü değer aralığını ifade etmektedir. Herhangi bir j 'nci çatlak önünün verilen ilerleme artış değeri için çatlak önünde bulunan tüm düğüm noktalarının yön kosinüsleri kullanılarak bir sonraki konumları belirlenir ve çatlak önüne dikey düzlemlerde Denklem 2.4'e göre elde edilen artış miktarları kadar düğüm noktaları ilerletilir. Eğer yükleme durumu basit mod-I yüklemesi ise herhangi bir i 'nci düğüm noktası için ΔK_i , mod-I gerilme şiddet faktörü değerini temsil etmektedir. Fakat yükleme durumu karışık modlu yükleme ise denklemde ΔK_i yerine eşdeğer gerilme şiddet faktörü değeri, $\Delta K_{eş}$ kullanılmaktadır. Bu çalışmada mod-I/III karışık modlu yükleme durumu analiz edildiği için denklemde $\Delta K_{eş}$ değeri kullanılmıştır. Literatürde yaygın olarak kullanılan Erdogan ve Sih'in önermiş olduğu iki boyutlu maksimum teğetsel gerilme kriteri [44], eşdeğer gerilme şiddet faktörü ve çatlak sapma açısının tespiti için analizlerde kullanılmıştır. Maksimum teğetsel gerilme kriterine göre $\Delta K_{eş}$ ve çatlak sapma açısı (φ_0) aşağıda Denklem 2.5 ve 2.6'da sırasıyla verilen eşitlikler ile hesaplanabilmektedir.

$$\Delta K_{eş} = \cos \frac{\varphi_0}{2} \left[K_I \cos^2 \frac{\varphi_0}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \varphi_0 \right] = K_{IC} \quad 2.5$$

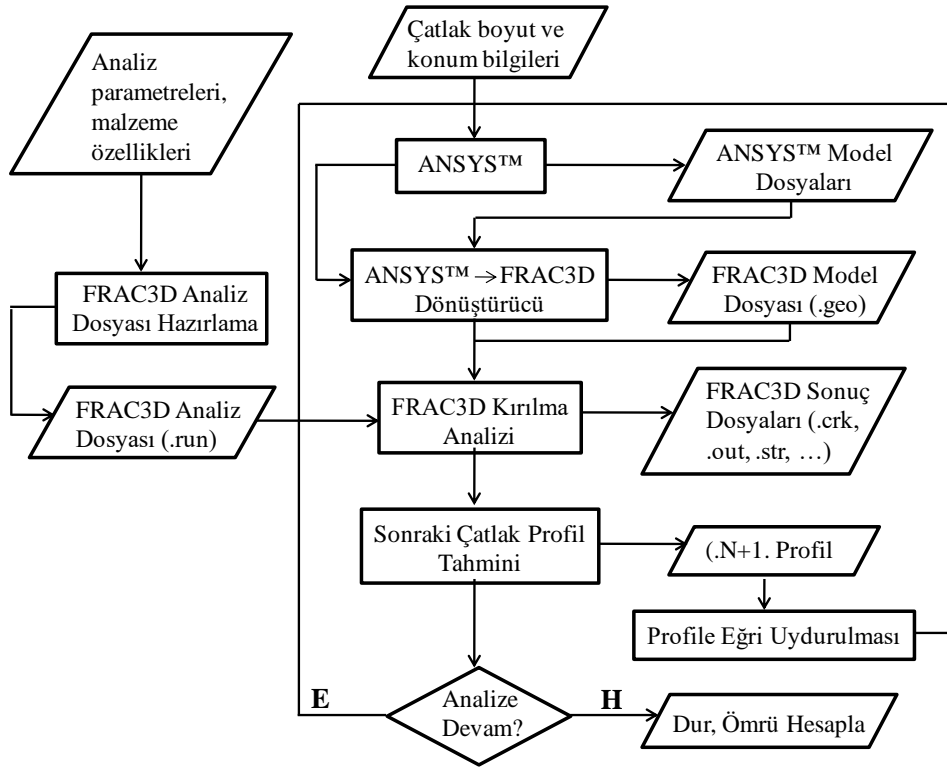
$$\varphi_0 = -\arccos \left(\frac{3K_{II}^2 + K_I \sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \right) \quad 2.6$$

Bu kritere göre çatlak, maksimum teğetsel gerilmenin olduğu yönde çatlak ucundan radyal olarak ilerlemekte ve bu teğetsel gerilme değeri kritik değeri aştığı durumda veya $\Delta K_{eş}$ değeri malzemenin kırılma tokluğu (K_{IC}) değerine ulaştığı anda kararsız çatlak ilerlemesi başlamakta ve kırılma meydana gelmektedir. Analizlerde belirli bir çatlak ilerleme artış miktarı için bir sonraki çatlak profili belirlenerek çatlak boyutu kritik değerine ulaşmaya veya malzemenin kırılma tokluğu değerine (K_{IC}) ulaşmaya kadar analizler tekrar edilmektedir.

2.3. Çatlak İlerleme Analiz İşlem Adımları (Procedure Steps of Crack Propagation Analysis)

Bu bölümde, düzlemsel olmayan artırımlı çatlak ilerlemesi ve modellenmesinde izlenen adımlar detaylı olarak verilmiştir. Şekil 3'te, gerçekleştirilen çatlak ilerleme simülasyonlarının süreç şeması verilmiştir. Takip edilen sürecin temel işlem adımları aşağıda verilmektedir:

1. Çatlak konum, boyut ve yön bilgilerine göre çatlak modellenir,
2. Çatlak bölgesinde daha yoğun ağ olacak şekilde bölüntüleme işlemi gerçekleştirilir,
3. Analiz parametreleri, malzeme özellikleri ve model bilgileri FRAC3D çözücüsü için oluşturulur,
4. FRAC3D kırılma analizi gerçekleştirilir,
5. FRAC3D sonuç dosyalarında bulunan gerilme şiddet faktörü ve konum bilgileri ile seçilen çatlak ilerleme kriteri kullanılarak bir sonraki çatlak profili tahmin edilir,
6. Tahmin edilen profile üç-boyutlu polinom eğri uydurularak konum, boyut ve yön bilgileri sonraki çatlak profil modellemesi için alınır.

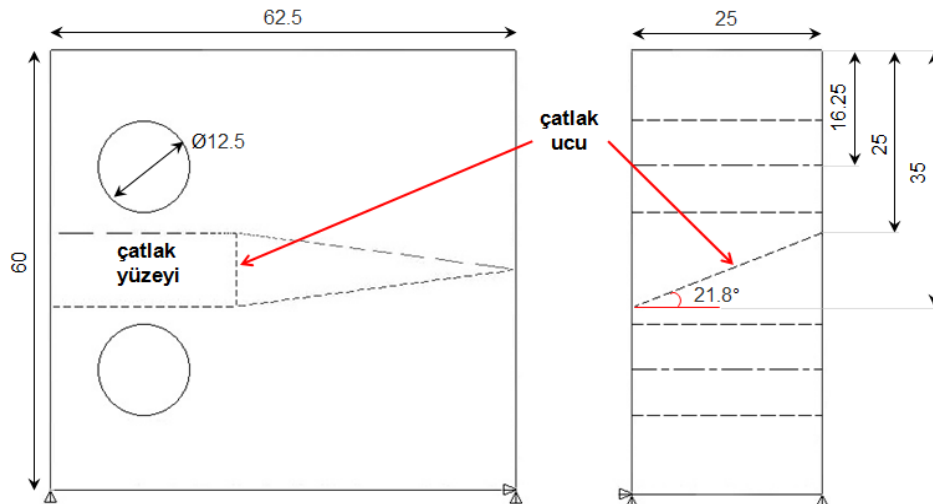


Şekil 3. Çatlak ilerleme simülasyonlarının süreç şeması [39] (Process chart of crack propagation simulations [39]).

Düzlemsel olmayan artırımlı çatlak ilerleme prosesinin tam olarak anlaşılabilmesi için problem tanımı yapılarak, 5. çatlak ilerleme adımından 6. çatlak ilerleme profilinin tahminine kadar olan bir adımlık çatlak ilerleme döngüsünde gerçekleştirilen işlem adımları aşamalı olarak detayları ile maddeler halinde açıklanarak verilmiştir.

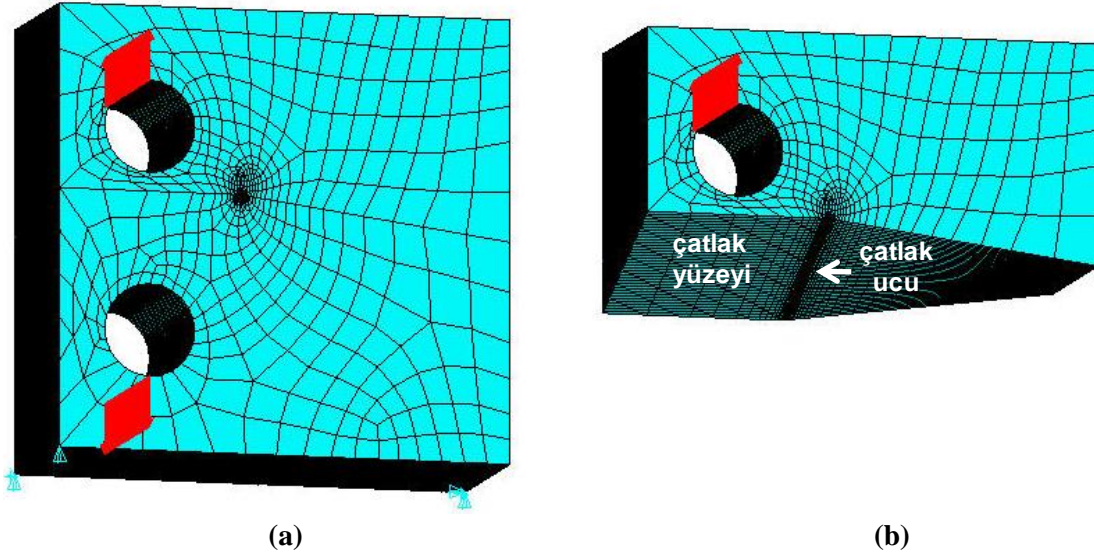
2.3.1. Problem Tanımı (Problem Description)

Karışık modlu düzlem dışı mod-I/III yükleme durumunu analiz etmek için, standart CT (compact tension) numunesine eğik (eğim düzlem dışı yöndedir) çatlak yerleştirilerek yükleme deliklerinden numuneye dış mod-I yüklemesi uygulanmıştır (Şekil 4).



Şekil 4. Düzlem dışı yönde eğik çatlak yerleştirilen CT numunesinin önden ve yandan görünümü (Front and side view of CT specimen having inserted inclined crack in the out of plane direction).

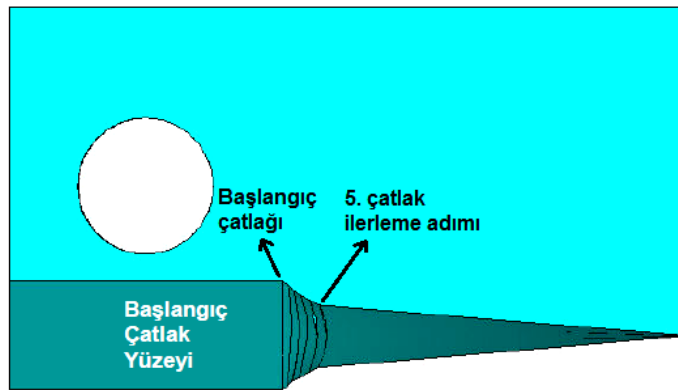
Uygulanan yük çatlak yüzeyine düzlem dışı açılı olarak etki ettiği için problem karışık mod-I/III yükleme durumunun olduğu üç boyutlu bir problem haline dönüşmektedir. Şekil 5'te yük ve sınır şartları uygulanmış numunenin tamamının ve çatlak yüzeyinin üst kısmını oluşturan bölümün sonlu eleman modelinin perspektif görünümü verilmektedir. Sonlu eleman modellerinin oluşturulması için ANSYS™ [45] programı kullanılmıştır.



Şekil 5. Yük ve sınır şartları uygulanan numunenin sonlu eleman modeli (a) modelin tamamı, (b) çatlak yüzeyinden sonraki üst bölümü (Finite element model of specimen applied loading and boundary conditions (a) whole model, (b) part of model above crack surface).

2.3.2. Adım 1: Çatlak Modellemesi (Step 1: Modeling of Crack)

Çatlak ilerleme simülasyonları ilk olarak, yukarıda Şekil 5'te verildiği gibi başlangıç çatlağı oluşturulan numune üzerinde kırılma analizinin yapılması ile başlatılmıştır. Kırılma analiz sonuçlarına göre bir sonraki çatlak profili tahmin edilerek çatlak ilerlemesi gerçekleştirilmektedir. Şekil 6'da ilerletilen çatlağın 5. adımı için oluşturulan modelin yarı model görüntüsü verilmektedir.



Şekil 6. 5. çatlak ilerleme adımı için oluşturulan modelin çatlak yüzeyinin önden görünümü (Front view of crack surface generated for the 5th crack propagation step).

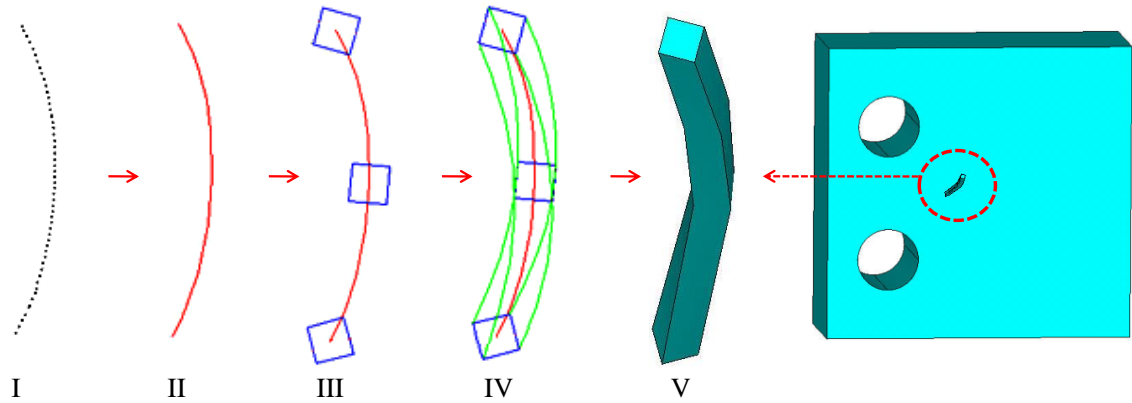
5. çatlak profiline göre FRAC3D çözücüsü ile gerçekleştirilen analizlerinden elde edilen gerilme şiddet faktörü değerleri ve bu değerler ile belirlenen çatlak ilerleme kriterini kullanarak 6. çatlak profilini oluşturacak düğüm noktalarının konum bilgileri elde edilmektedir. Düğüm noktalarından, Datafit™ [46] eğri uydurma programı kullanılarak, orijinal koordinatlarına en yakın polinom eğri uydurulmaktadır (Şekil 7; Durum I).

İlk olarak 6. çatlak profilinin oluşturulması için, uydurulan eğrinin tüm düğüm noktalarından geçen bir eğri modellenmektedir (Şekil 7; Durum II).

Çatlak civarında yoğun ve düzenli bir bölüntülemenin gerçekleştirilmesi için çatlağı çevreleyen izole bir tüpün oluşturulması gerekmektedir. Çatlak bölgesinde böyle bir tünel hacmin oluşturulmasıyla, çatlak civarının, modelin tamamından izole edilerek bu bölgedeki ağ yapısının bağımsız olarak kontrol edilebilmesi amaçlanmaktadır. İlk olarak çatlak ucunda bulunan düğüm noktalarından bazılarına, oluşturulmak istenen tüpün boyutlarında kare kesitler belirli açılarda yerleştirilmektedir (Şekil 7; Durum III).

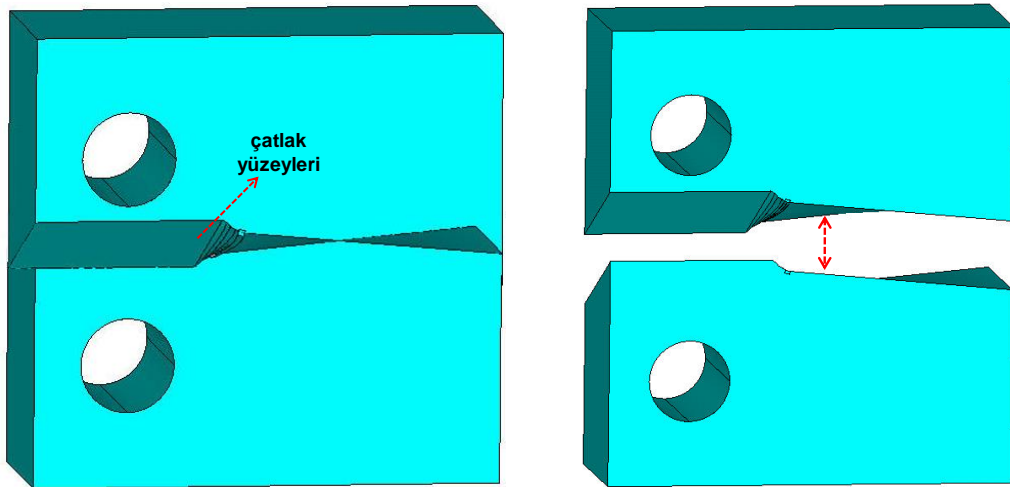
Kare kesitli alanların her birinin köşelerinden geçen eğriler oluşturulmaktadır (Şekil 7; Durum IV).

Oluşturulan eğrilerden meydana gelen alanlar ve bu alanlardan meydana gelen bir hacim oluşturularak çatlak civarını çevreleyen bir tünel hacim modellenmektedir (Şekil 7; Durum V).



Şekil 7. Çatlak profilini çevreleyen tünel hacmin modellenmesinde gerçekleşen işlem adımları (Necessary process steps for modeling of tunnel volume surrounding the crack profile).

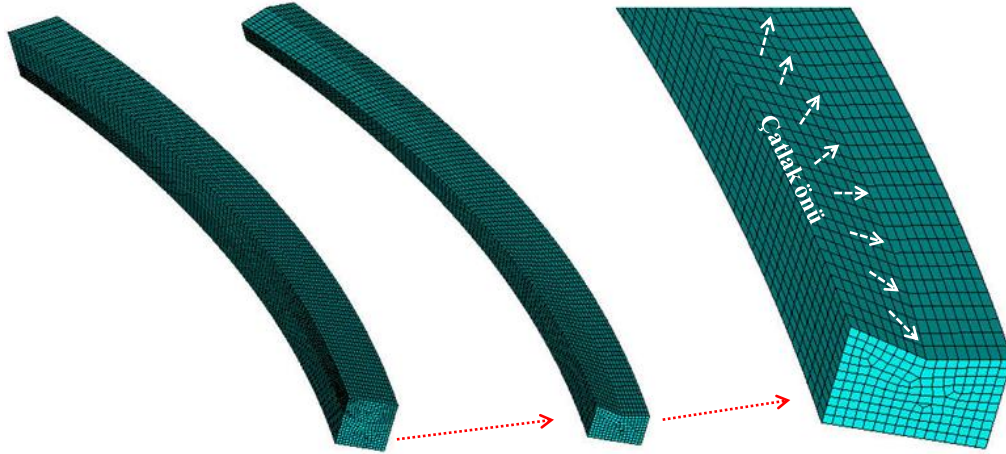
Tünel hacmin modelleme adımından sonra modelin tamamından tünel hacim ayrıştırılarak, bölüntüleme işlemlerinde modelin tamamı ile tünel modeli ayrı ayrı kontrol etmek mümkün hale getirilmektedir. 5. çatlak profili ile 6. çatlak profili arasındaki yüzey tanımlanmakta ve bir önceki çatlak yüzeyleri ile birleştirilerek nihai çatlak yüzeyi oluşturulmaktadır. Her iki model, çatlak yüzeyini oluşturan alanlar ile önce bölünmekte ve sonrasında çatlak ucu kenar düğüm noktalarından birleştirilerek düzlemsel olmayan üç boyutlu çatlak profili modelde tanımlanmaktadır (Şekil 8).



Şekil 8. Modelin çatlak yüzeyi ile ayrıştırılarak modelde çatlak profilinin tanımlanması (Definition of crack profile on the model separating the model by crack surface).

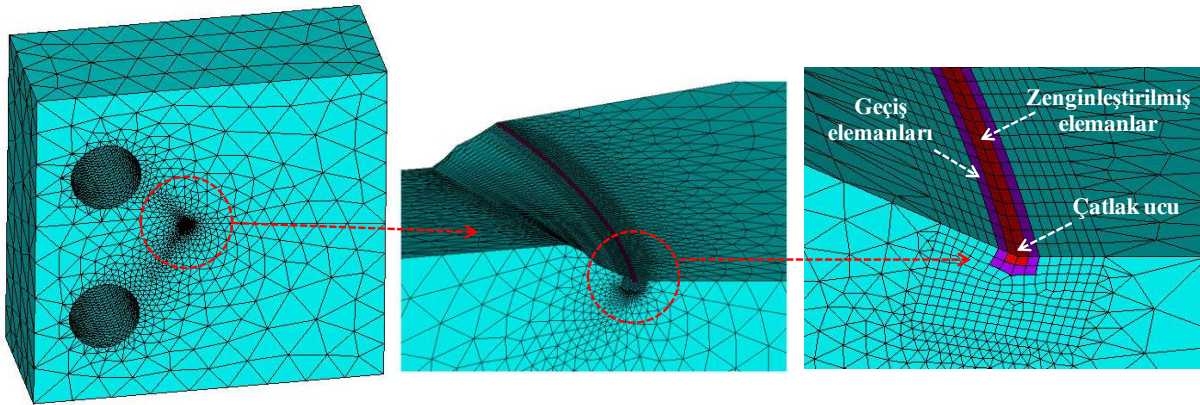
2.3.3. Adım 2: Bölüntüleme İşlemi (Step 2: Meshing)

Çatlak ucu civarında düzenli ve yoğun bir ağ yapısı ve çatlak ucu boyunca daha hassas gerilme şiddet faktörü değerlerinin elde edilebilmesi için tünel hacim altı yüzeyli hexa elemanlar ile bölüntülenmektedir. Bunun için tünel hacmin kenarında yer alan kare kesitin yüzeyi, istenen eleman boyutu elde edilecek şekilde bölüntülenmekte ve bu yüzey ağı çatlak ucu boyunca süpürülerek tüm hacimde aynı ağ yapısının düzenli bir şekilde örülmesi sağlanmaktadır (Şekil 9).



Şekil 9. Hexahedral elemanlar ile bölüntülenen tünel hacim (Tunnel volume meshed with hexahedral elements).

Tünel hacmin bölüntülenmesinin ardından tünel hacim dışında kalan tüm model tetrahedral elemanlar ile bölüntülenmektedir. Şekil 10'da bölüntüleme işlemi tamamlanan sonlu eleman modelinin perspektif görünümü ve kırılma analizi için FRAC3D çözücüsünün kullandığı zenginleştirilmiş ve geçiş elemanlarının olduğu çatlak ucu civarının yakın görünümü verilmektedir. Şekilde çatlak ucuna değen zenginleştirilmiş elemanlar kırmızı renkte ve zenginleştirilmiş elemanlarla yüzey, kenar ya da nokta paylaşımında bulunan geçiş elemanları ise mor renkte gösterilmektedir.



Şekil 10. Sonlu eleman modelinin perspektif ve çatlak ucu civarının yakın görünümü (The overall and close-up view of crack front region of finite element model).

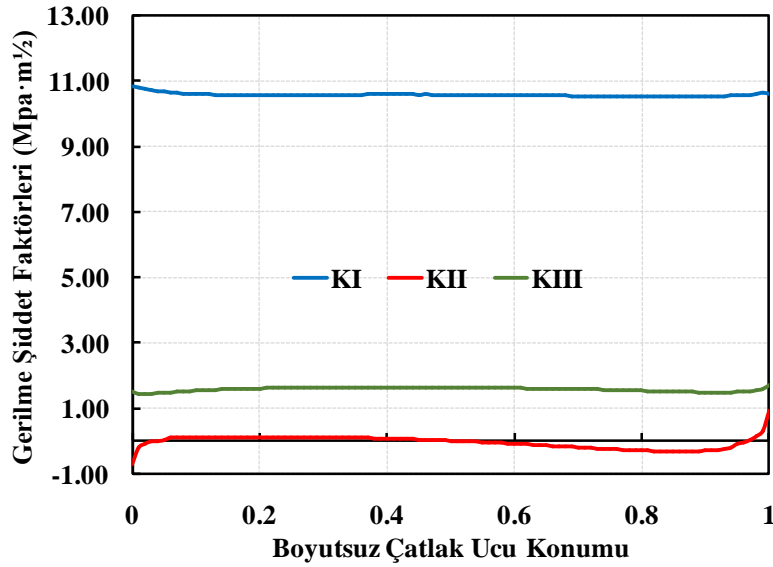
2.3.4. Adım 3: Analiz Parametreleri, Malzeme ve Model Bilgileri (Step 3: Analysis Parameters, Material and Model Data)

Kırılma analizi yapılmadan önce, sınır koşulları ve yükleri tanımlayan analiz parametreleri, malzeme özellikleri (elastisite modülü, Poisson oranı vb.), çatlak ucu ve modelin tamamının sahip olduğu eleman ve düğüm noktalarının listesini içeren model bilgileri, FRAC3D çözücüsü için oluşturulmaktadır. Sınır koşulu

olarak öteleme ve dönme rijit cisim hareketlerinin engellenmesi için, sonlu eleman modelinin belirli düğüm noktalarına minimum gerekli deplasman sınırlamaları verilmektedir. Analizlerin tamamında yükleme deliklerine 10 kN sabit yük uygulanarak analizler gerçekleştirilmektedir. Numune malzemesi alaşımli alüminyum (elastisite modülü 72 GPa ve Poisson oranı 0.3) olarak alınmıştır.

2.3.5. Adım 4: FRAC3D Çözücüsü ile Kırılma Analizinin Gerçekleştirilmesi (Step 4: Performing Fracture Analysis Using FRAC3D Solver)

Bir önceki adımda FRAC3D çözücüsü için oluşturulan çatlak ucu ve sonlu eleman modelinin eleman ve düğüm noktası listeleri sınır koşulları ile birlikte programa transfer edilerek kırılma analizi gerçekleştirilmektedir. 6. çatlak profili için gerçekleştirilen analiz sonrasında çatlak ucu boyunca elde edilen gerilme şiddet faktörü değerleri, KI, KII ve KIII'ün değişimi Şekil 11'de verilmiştir.



Şekil 11. 6. çatlak profili için çatlak ucu boyunca elde edilen gerilme şiddet faktörü, KI, KII ve KIII değerleri (The stress intensity factor values obtained along crack front for the 6th crack profile (a) KI, (b) KII and (c) KIII).

2.3.6. Adım 5: Sonraki Çatlak Profili Tahmini (Step 5: Prediction of Next Crack Profile)

Bir sonraki çatlak profili tahmini için kırılma analizlerinden elde edilen gerilme şiddet faktörü değerlerini içeren eşdeğer bir gerilme şiddet faktörünün (ΔK_{es}) tanımlanması gerekmektedir. Yükleme tipi karışık mod-I/III yükleme durumu olmasına rağmen, kırılma analizleri sonrasında çatlak ucu boyunca KII gerilme şiddet faktörü değeri de gözlemlenmektedir. Bu yükleme açısında çatlak ucu boyunca mod-II kırılma modunun gözlemlenmesinin ve çatlak ucu boyunca lineer olarak pozitiften negatif bir değere değişkenlik göstermesinin sebebi ise, mod-III yüklemesi altında çatlak yüzeylerinin çatlak ucu orta noktası etrafında birbirlerine ters yönlü dönme deformasyonu eğiliminde olmalarından kaynaklanmaktadır. Çatlağın sapma açısında (φ_0) KIII gerilme şiddet faktörü değerinin lokal olarak çatlak ucuna dik düzlemlerdeki sapma açılarına etkisi olmadığından dolayı, bu düzlemlerde iki boyutlu çatlak ilerleme kriteri olan Erdoğan ve Sih'in geliştirmiş olduğu maksimum teğetsel gerilme kriteri [44] çatlak ilerleme kriteri olarak kullanılmaktadır. 6. çatlak profilinden elde edilen gerilme şiddet faktörü değerleri kullanılarak Denklem 2.5 ve Denklem 2.6'da verilen eşitliklere göre ΔK_{es} ve φ_0 hesaplanmaktadır. Bu değerler kullanılarak Denklem 2.4'te verilen eşitliğe göre bir sonraki çatlak profilinin koordinatları elde edilmektedir. Denklem 2.4'te maksimum çatlak ilerleme adımı (Δa_{max}) değeri için, numune kalınlığının 1/10 katına karşılık gelen 0.25 mm kullanılmıştır. Yine Denklem 2.4'te yer alan malzeme sabitleri için literatürden [47] alınan değerler kullanılmıştır ($C=2.28 \cdot 10^{-7} \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ve $n=3.11$).

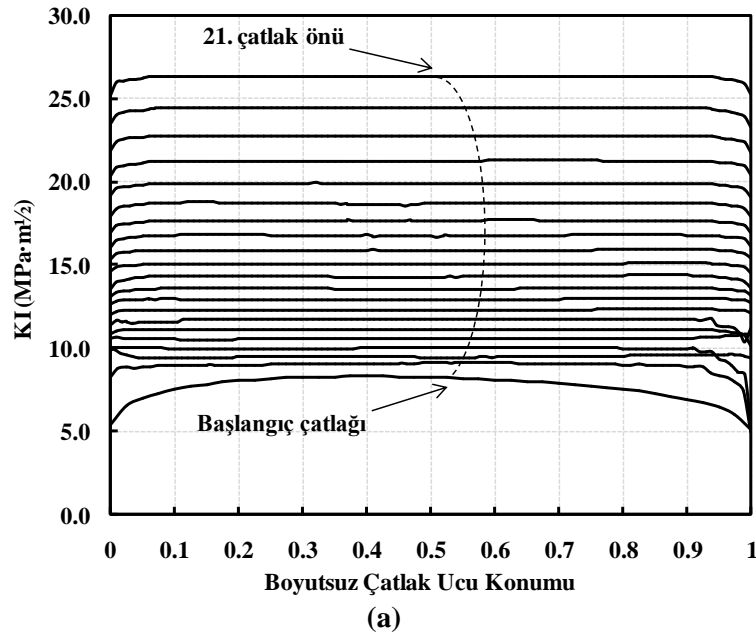
2.3.7. Adım 6: Tahmin edilen profile polinom eğri uydurulması (Step 6: Polynomial Curve Fitting to The Estimated Profile)

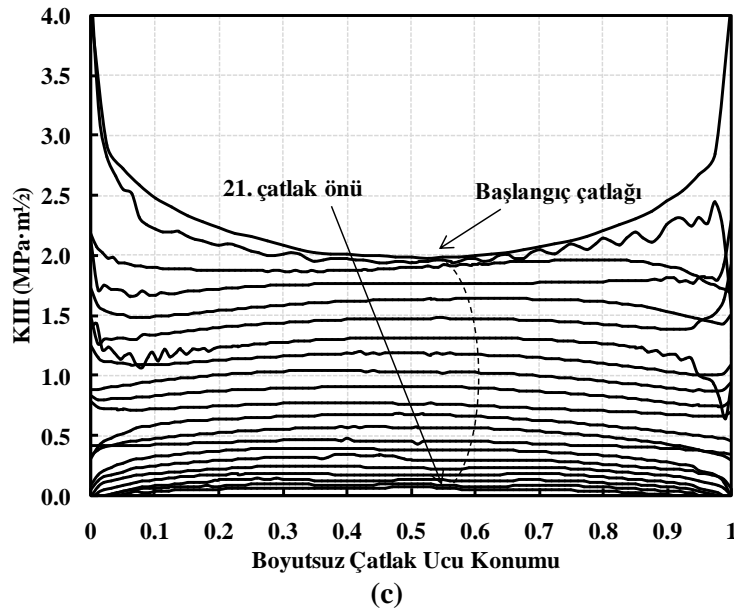
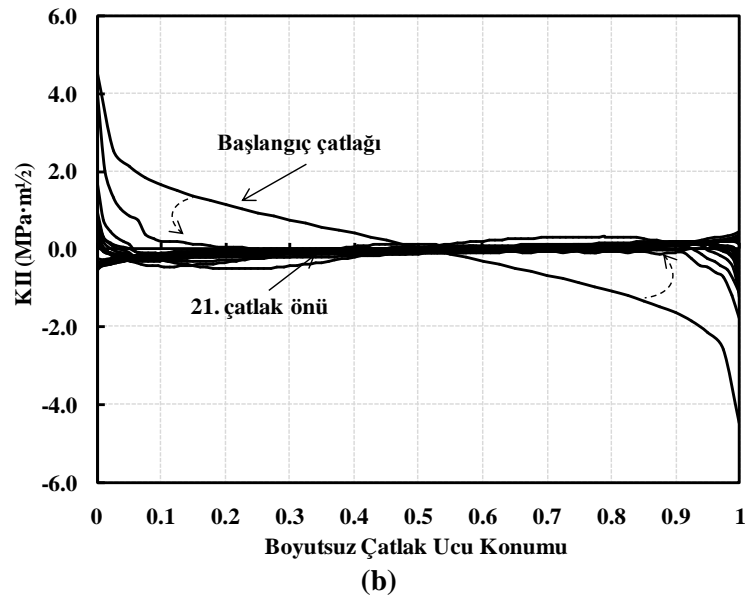
Çatlak ucu boyunca gerilme şiddet faktörleri çok hassas bir şekilde hesaplandığı için düğüm noktalarının dizilimindeki en küçük sapma, o düğüm noktası için elde edilen gerilme şiddet faktörü değerlerinde çok büyük sapmalara neden olabilmektedir. Bu yüzden tahmin edilen profile en yakın üç-boyutlu eğri uydurularak düğüm noktalarının sıralanmasında var olan düzensizliklerin giderilmesi gerekmektedir. Datafit™ [46] eğri uydurma programı kullanılarak tahmin edilen bir sonraki çatlak ucu profiline en yakın üç boyutlu düzlemsel olmayan eğrisel bir profil uydurularak elde edilen konum, boyut ve yön bilgileri alınmakta ve ilk işlem adımına tekrar geri dönülerek çatlak profilinin modellenmesi işlemine geçilmektedir.

5. çatlak ilerleme adımından 6. çatlak ilerleme profilinin tahminine kadar olan bir adımlık çatlak ilerleme döngüsünde gerçekleştirilen işlem adımları yukarıda detaylı bir şekilde verilmiştir. Çatlak uzunluğu kritik boyuta ulaşana veya ΔK_{es} değeri kırılma tokluğu (K_{IC}) değerine ulaşana kadar döngü aynı şekilde devam etmektedir.

3. SONUÇLAR (RESULTS)

Bir önceki bölümde detayları verilen çatak ilerleme döngüsü, eğrisel çatlak düzlemsel hale gelene kadar devam ettirildikten sonra 21. adım sonunda çatlak düzlemsel hale gelmektedir. Şekil 12'de tüm adımlar için gerçekleştirilen kırılma analizleri sonrasında elde edilen gerilme şiddet faktörleri, KI, KII ve KIII'ün çatlak ucu boyunca değişimleri sırasıyla verilmiştir.

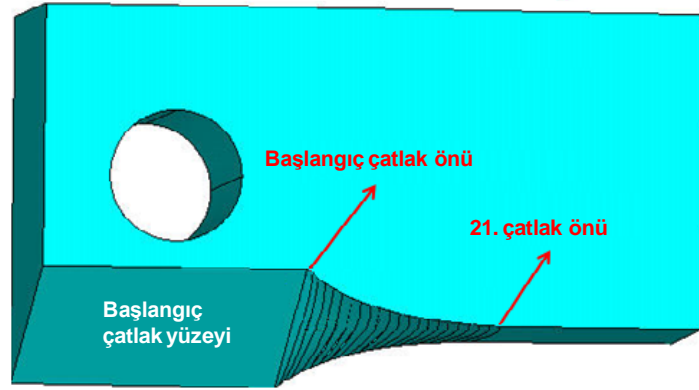




Şekil 12. Tüm çatlak profilleri için gerçekleştirilen kırılma analizleri sonrası elde edilen gerilme şiddet faktörlerinin çatlak ucu boyunca değişimi (a) KI, (b) KII ve (c) KIII (Variation of stress intensity factors obtained from fracture analyses performed for all crack profiles (a) KI, (b) KII and (c) KIII).

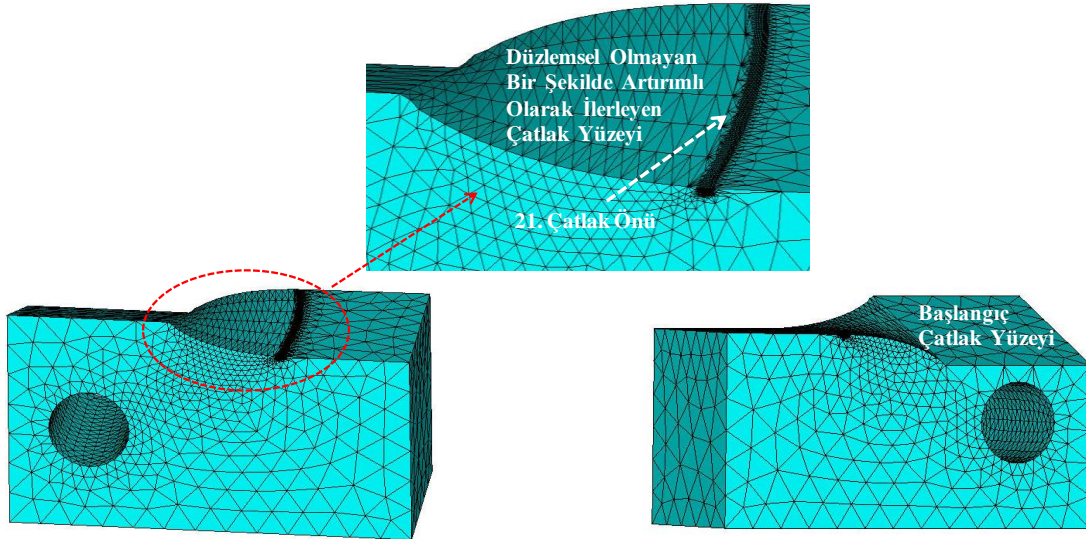
Şekilde görüldüğü gibi çatlak ilerledikçe KI gerilme şiddet faktörü artarken KII ve KIII azalarak sıfıra yaklaşmaktadır. Yani problem karışık mod-I/III durumundan, KII ve KIII'ün etkinliğinin çatlak ilerleme sürecinde azalmasıyla tekil mod-I yükleme durumuna dönüşmektedir. Şekillerde bazı dağılımlarda gözlemlenen salınım veya gürültüler, profillere uydurulan eğrilerin düğüm noktalarının dizilimindeki küçük oranda sapmalardan kaynaklanmaktadır. 2012 yılında, Kikuchi ve ekibi [48] tarafından benzer bir yaklaşımla çatlak ilerleme analiz ve deneyleri gerçekleştirilmiştir. Farklı açılarda eğik çatlak içeren plakalara dört nokta eğme deneyi uygulanmış ve açılı çatlakın zamanla mod-I durumuna dönüştüğü, elde edilen çatlak yüzeyleri ve gerilme şiddet faktörü değerleri ile gösterilmiştir. Çalışmada gerçekleştirilen analizlere benzer diğer bir çalışma ise 2016 yılında Davis ve ekibi [38] tarafından enerji yaklaşımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Analizler sonrası elde edilen çatlak yüzeyleri verilerek, yüzeylerin açılı konumdan yükleme eksenine dik doğrultuda düzlemsel hale dönüştüğü gösterilmiştir.

Şekil 13'te 21. adım sonunda modellenen çatlak profilinin üst kısmının yarı model görünümü verilmektedir. Her bir adımda bir önceki çatlak profili de dâhil edilerek çatlak tanımlandığı için profillerin tümü 21. adım çatlak modelinde görülmektedir. Tıpkı KII gerilme şiddet faktörü değerinin çatlak ucu boyunca pozitiften negatif bir değere değişkenlik gösterdiği gibi, çatlak ucu kenarlarının aşağı ve yukarı yönlü zıt doğrultularda ilerleme eğilimi göstererek çatlağın giderek düzlemsel hale geldiği şekilden görülmektedir. Bu da Denklem (2.6)'da verilen çatlağın sapma açısının tespitinde KII'nin etkin bir rol oynadığını doğrulamaktadır. Elde edilen bulguların deneysel çalışmalar ile de desteklenmesi ve literatürdeki benzer problemlerle doğrulanması, sonuçlarla ilgili daha doğru değerlendirmelerin yapılmasına imkan sağlayacaktır.



Şekil 13. 21. adım sonuna kadar modellenen çatlak profillerinin üstünde kalan yarı model görünümü (View of half model above crack profiles until the end of 21st step).

Şekil 14'te ise 21. çatlak adımının sonlu eleman modelinin farklı açılarda görüntüleri verilmektedir. Her adımda olduğu gibi bu adımda da çatlak ucu bölgesinde tünel hacim oluşturularak düzenli ve yoğun bir ağ yapısının oluşturulması için hexahedral elemanlar ile bölüntülenmiş ve modelin geri kalanı ise tetrahedral elemanlar ile bölüntülenmiştir.



Şekil 14. 21. çatlak profiline ait sonlu eleman modelinin farklı açılarda görüntüleri (Different views of finite element model for the 21th crack profile).

4. TARTIŞMA VE ÖNERİLER (DISCUSSION AND SUGGESTIONS)

Bu çalışmada, Enerji, Savunma, Havacılık ve Uzay teknolojileri gibi kritik alanlarda karşılaşılan birçok karışık modlu kırılma problemlerine sayısal analiz yaklaşımıyla çözüm üretebilmek, karışık modlu kırılma olgusunun anlaşılabilmesini sağlamak ve düzlemsel olmayan çatlak ilerlemesinin modellenmesine

göstermek amacıyla, bir başlangıç çalışması olarak CT (compact tension) numunesine eğik çatlak yerleştirilerek tek eksenli çekme yükü altında çatlağın üç boyutlu modelleme ve çatlak ilerleme simülasyonları gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir. Kırılma ve çatlak ilerleme analizleri FCPAS (Fracture and Crack Propagation Analysis System) programı ile gerçekleştirilmiştir. Çatlağın ilerletilmesinde üç boyutlu karışık mod-I/III probleminde, KIII'ün olmadığı ancak KIII'ün etkisinde oluşan KII'nin olduğu iki boyutlu mod-I/II kriteri kullanılarak, çatlak sapma açıları (φ_0) belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlarda KII'nin etkin bir rol oynadığı görülmüş ancak daha doğru ve güvenilir bir sonuca varmak için ve KII ve KIII'ün hem eşdeğer gerilme şiddet faktörü (ΔK_{es}) hem de çatlak sapma açısı (φ_0) değerinin tespiti üzerindeki etkisini belirlemek için benzer deneysel çalışmaların da gerçekleştirilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır. Konuyla ilgili gerçekleştirilen çalışmalar hem sayısal analiz hem de deneysel olarak gelişerek devam ettirilmekte olup, pratikte karşılaşılan saha problemleri içinde benzer çalışmalar uygulanmaktadır.

TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGMENTS)

Bu çalışmayı, 113M407 no.lu proje kapsamında finansal olarak destekleyen, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK) teşekkür ederiz.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] M. Haile, T. K. Chen, F. Sediles, M. Shiao, D. Le, Estimating crack growth in rotorcraft structures subjected to mission load spectrum, *International Journal of Fatigue*, 43:142–149, 2012.
- [2] R. Jones, D. Tamboli, Implications of the lead crack philosophy and the role of short cracks in combat aircraft, *Engineering Failure Analysis*, 9:149–166, 2013.
- [3] L. Molent, S. A. Barter, A comparison of crack growth behaviour in several full-scale airframe fatigue tests, *International Journal of Fatigue*, 29:1090–1099, 2007.
- [4] W. Zhuang, S. Barter, L. Molent, Flight-by-flight fatigue crack growth life assessment, *International Journal of Fatigue*, 29:1647–1657, 2007.
- [5] R. K. Yee, K. S. Sidhu, Innovative laser heating methodology study for crack growth retardation in aircraft structures, *International Journal of Fatigue*, 27:245–253, 2005.
- [6] R. Jones, S. Pitt, D. Peng, The generalised Frost–Dugdale approach to modelling fatigue crack growth, *Engineering Failure Analysis*, 15:1130–1149, 2008.
- [7] L. Molent, S. A. Barter, R. J. H. Wanhill, The lead crack fatigue lifing framework, *International Journal of Fatigue*, 33:323–331, 2011.
- [8] W. Zhuang, L. Molent, Analytical study of fatigue crack growth in AA7050 notched specimens under spectrum loading, *Engineering Fracture Mechanics*, 77:1884–1895, 2010.
- [9] I. Salam, A. Tauqir, A. Q. Khan, Creep-fatigue failure of an aero engine turbine blades, *Engineering Failure Analysis*, 9:335–347, 2002.
- [10] L. Molent, S. A. Barter, The lead fatigue crack concept for aircraft structural integrity, *Procedia Engineering*, 2:363–377, 2010.
- [11] J. M. Larsen, B. D. Worth, C. G. Annis, F. K. Haake, An assessment of the role of near-threshold crack growth in high-cycle fatigue life prediction of aerospace titanium alloys under turbine engine spectra, *International Journal of Fracture*, 80:237–255, 1996.
- [12] T. Nicholas, J. R. Zuiker, On the use of the Goodman diagram for high cycle fatigue design, *International Journal of Fracture*, 80:219–235, 1996.

- [13] B. A. Cowles, High cycle fatigue in aircraft gas turbines-an industry perspective, *International Journal of Fracture*, 80:147-163, 1996.
- [14] Y. Mi, M. H. Aliabadi, Three-dimensional crack growth simulation using BEM, *Comput. Struct.*, 52(5):871-8, 1994.
- [15] W. T. Riddell, A. R. Ingraffea, P. A. Wawrzynek, Experimental observations and numerical predictions of three-dimensional fatigue crack propagation, *Eng. Fract. Mech.*, 58(4):293-310, 1997.
- [16] B. J. Carter, P. A. Wawrzynek, A. R. Ingraffea, Automated 3-D crack growth simulation, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 47:229-53, 2000.
- [17] K. W. Barlow, R. Chandra, Fatigue crack propagation simulation in an aircraft engine fan blade attachment, *Int. J. Fatigue*, 27:1661-8, 2005.
- [18] J. Hou, M. Goldstraw, S. Maan, M. Knop, An evaluation of 3D crack growth using ZENCRACK, DSTO-TR-1158, Defense Science and Technology Organization, 2001.
- [19] Zentech, Zencrack, 3D fracture mechanics simulation, UK: Zentech Int. Ltd., 2008.
- [20] M. Schollmann, M. Fan, H. A. Richard, Development of a new software for adaptive crack growth simulations in 3D structures, *Eng. Fract. Mech.*, 70:249-68, 2003.
- [21] BEASY™, Fatigue and crack growth software, <<http://www.beasy.com>>.
- [22] S. Bordas, B. Moran, Enriched finite elements and level sets for damage tolerance assessment of complex structures, *Eng. Fract. Mech.*, 73:1176-1201, 2006.
- [23] M. Moes, A. Gravouil, T. Belytschko, Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets-Part I: Mechanical model, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 53:2549-2568, 2002.
- [24] J. Oliver, A. E. Huespe, P. J. Sanchez, A comparative study on finite elements for capturing strong discontinuities: E-FEM vs X-FEM, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 195:4732-4752, 2006.
- [25] J. Rannou, A. Gravouil, M. C. Baietto-Dubourg, A local multigrid X-FEM strategy for 3-D crack propagation, *Int. J. Numer. Methods En.*, 77:581-600, 2009.
- [26] M. DufLOT, The extended finite element method in thermoelastic fracture mechanics, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 74:827-847, 2008.
- [27] T. H. Hyde, N. A. Warrior, Mixed-mode stress intensity factors for inclined cracks in round bars, *J. Strain. Anal.*, 28:257-262, 1993.
- [28] W. Lan, X. Deng, M. A. Sutton, Three-dimensional finite element simulations of mixed-mode stable tearing crack growth experiments, *Eng. Fract. Mech.*, 74:2498-2517, 2007.
- [29] H. Zhang, H. Toda, P. C. Qu, Y. Sakaguchi, M. Kobayashi, K. Uesugi, Y. Suzuki, Three-dimensional fatigue crack growth behavior in an aluminum alloy investigated with in situ high-resolution synchrotron X-ray microtomography, *Acta Mater.*, 57:3287-3300, 2009.
- [30] J. Rannou, N. Limodin, J. Rethore, A. Gravouil, W. Ludwig, M. C. Baietto-Dubourg, J. Y. Buffiere, A. Combescure, F. Hild, S. Roux, Three dimensional experimental and numerical multiscale analysis of a fatigue crack, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 199:1307-1325, 2010.
- [31] A. O. Ayhan, Mixed-mode stress intensity factors for deflected and inclined surface cracks in finite-thickness plates, *Eng. Fract. Mech.*, 71:1059-1079, 2004.

- [32] A. O. Ayhan, Mixed-mode stress intensity factors for deflected and inclined corner cracks in finite-thickness plates, *Int. J. Fract.*, 29:305–317, 2007a.
- [33] A. O. Ayhan, A. C. Kaya, H. F. Nied, Analysis of three-dimensional interface cracks using enriched finite elements, *Int. J. Fract.*, 142:255–276, 2006.
- [34] A.O. Ayhan, Stress intensity factors for three-dimensional cracks in functionally graded materials using enriched finite elements, *Int. J. Solids Struct.*, 44:8579–8599, 2007b.
- [35] A. O. Ayhan, Three-dimensional mixed-mode stress intensity factors for cracks in functionally graded materials using enriched finite elements, *Int. J. Solids Struct.*, 46:796–810, 2009.
- [36] A. O. Ayhan, H. F. Nied, FRAC3D-Finite element based software for 3-D and generalized plane strain fracture analysis, SRC Technical Report, 1998.
- [37] A. O. Ayhan, H. F. Nied, Stress intensity factors for three-dimensional surface cracks using enriched elements, *Int J Numer Method Engng.*, 54:899-921, 2002.
- [38] B. R. Davis, P. A. Wawrzynek, B. J. Carter, A. R. Ingraffea, 3-D simulation of arbitrary crack growth using an energy-based formulation-Part II: Non-planar growth, *Engineering Fracture Mechanics*, 154:111–127, 2016.
- [39] A. O. Ayhan, Simulation of three-dimensional fatigue crack propagation using enriched finite elements, *Computers & Structures*, 89:801-812, 2011.
- [40] M. Uslu, O. Demir, A. O. Ayhan, Surface cracks in finite thickness plates under thermal and displacement-controlled loads – Part 1: Stress intensity factors, *Engineering Fracture Mechanics*, 115:284–295, 2014.
- [41] A. O. Ayhan, Finite element analysis of nonlinear deformation mechanisms in semiconductor packages, Ph.D. dissertation, Lehigh University, 1999.
- [42] M. Uslu, O. Demir, A. O. Ayhan, Surface cracks in finite thickness plates under thermal and displacement-controlled loads – Part 2: Crack propagation, *Engineering Fracture Mechanics*, 115:255–269, 2014.
- [43] P. C. Paris, M. P. Gomez, W. E. Anderson, A rational analytic theory of fatigue, *Trend Engng.*, 13:9–14, 1961.
- [44] F. Erdogan, G. C. Sih, On the crack extension of plates under plane loading and transverse shear, *J. Bas. Engng.*, 85:519-527, 1963.
- [45] ANSYS, Academic Research Version 12.0, Ansys Inc., Canonsburg, PA, USA, 2009.
- [46] DataFit 9 Tutorials, Oakdale Engineering, Oakdale, PA 15071.
- [47] H. E. Misak, V. Y. Perel, V. Sabelkin, S. Mall, Crack growth behavior of 7075-T6 under biaxial tension–tension fatigue, *International Journal of Fatigue*, 55:158–165, 2013.
- [48] M. Kikuchi, Y. Wada, C. Ohdama, Effect of KIII on fatigue crack growth behavior, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 134(4), 041009, 2012.