



V- alanında Minimum Açılı Kutup Yerleşimi Yöntemine Göre Kesir Dereceli PI Denetçi Tasarımı ve Dayanıklı Kontrol Performansının İncelenmesi

Sevilay Tüfenkçi¹, Bilal Şenol², Barış Baykant Alagöz^{3*}

¹Inonu University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, Malatya, Turkey (ORCID: 0000-0001-9815-7724)

²Inonu University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, Malatya, Turkey (ORCID: 0000-0002-3734-8807)

³Inonu University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, Malatya, Turkey (ORCID: 0000-0001-5238-6433)

(İlk Geliş Tarihi 31 Temmuz 2019 ve Kabul Tarihi 3 Eylül 2019)

(DOI:10.31590/ejosat.599221)

ATIF/REFERENCE: Tüfenkçi, S., Şenol, B. & Alagöz, B. B. (2019). V- alanında Minimum Açılı Kutup Yerleşimi Yöntemine Göre Kesir Dereceli PI Denetçi Tasarımı ve Dayanıklı Kontrol Performansının İncelenmesi. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (17), 9-19.

Öz

Kesir dereceli dinamik sistem modelleri gerçek hayatta kullanılan sistemleri daha doğru bir şekilde temsil edilebilmesi nedeni ile kesir dereceli sistem modellerine ve kesir dereceli kontrole olan ilgi artırmıştır. Bu çalışma kesir dereceli sistem modellerinin kararlılık analizi için kullanılan v- alanı içerisinde, minimum açılı kutup yerleştirme yöntemine göre kesir dereceli PI denetçi tasarımlarını sunmaktadır ve farklı hedef açı değerlerinin bu tasarımların dayanıklı kontrol performansına etkileri incelenmektedir. Bu amaçla, kesir dereceli PI denetçi tasarımları seçilen üç farklı hedef açı değeri için v- alanında kutup yerleştirme yöntemine göre gerçekleştirilmiştir. Burada, minimum açılı sistem kutuplarının belirlenmiş hedef açılara yerleştirilmesi için genetik algoritma kullanılmış ve böylece kesir dereceli PI denetçi katsayıları optimize edilmiştir. Bu çalışmada iki örnek uygulama gösterilmekte ve bu örnek uygulamalarda kararlılık bölgesi içerisinde seçilen hedef noktalara minimum açılı sistem kutuplarının yerleştiren kesir dereceli PI denetçi tasarımları elde edilmiştir. Elde edilen PI denetçi tasarımları için plant fonksiyonlarının kazanç katsayısı değiştirilerek farklı hedef açı konfigürasyonları için elde edilen kontrol sistemlerinin dayanıklı kontrol performansları incelenmiştir. Elde edilen bulgulara göre dayanıklı kontrol performansı sağlayan hedef açı bölgeleri araştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Kesir dereceli PI denetçi, dayanıklı kontrol performansı, v- alanı tasarımı, iso-damping özelliği

Fractional Order PI Control Design in V-domain According to Minimum Angle Pole Placement Method and Investigation of Robust Control Performance

Abstract

Since fractional dynamic system models can represent real-life systems more accurately, interest in fractional order system models and fraction order control has increased. This study presents fractional order PI controller design according to minimum angle pole placement method in v-field that was used for stability analysis of fraction order system models, and the effects of different target

* Sorumlu Yazar: Inonu University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, Malatya, Turkey, ORCID: 0000-0001-5238-6433, baykant.alagoz@inonu.edu.tr

minimum angle values on the robust control performance of these designs are considered. For this purpose, fractional order PI controller designs were carried out for selected three different target angle values according to minimum angle pole placement in v -domain. Here, genetic algorithm is used to place the minimum angle system poles to the specified target angles and thus fractional order PI controller coefficients were optimized. In this study, two illustrative design examples are demonstrated, and fractional order PI control system designs, which place minimum angle system poles to selected target points in the stability region, are obtained in these examples. The robust stability performance of the PI controller designs obtained for different target angle configurations were examined by changing gain coefficient of plant functions. According to findings obtained, the target angle regions that provide robust control performance, have been investigated.

Keywords: Fractional order PI control, robust control performance, v -field design, iso-damping property

1. Giriş

Kesirli dereceli türev ve integral tanımları çok uzun yıllardır matematiğin ilgi alanında kalmıştır. 1941'de kesir dereceli modellerin fiziksel gerçek sistemleri modelleme konusunda tam sayı dereceli sistem modellerine kıyasla daha başarılı olduğu gösterilmiştir (Cole ve Cole,1941). Kesir dereceli dinamik kontrol sistemi çalışmaları 90'lerden sonra yaygınlaşmaya başlamaktadır (Matignon,1996). Son yıllarda fiziksel sistemlerin kesir dereceli modeli (Alagoz ve ark. 2017; El-Sayed, 1996; Mainardi, 1996) ve kesir dereceli kontrol uygulamaları (Oustaloup ve Mathieu, 1999; Podlubny, 1999; Xue ve Chen, 2002) üzerinde çalışmalar oldukça yaygınlaşmaya başlamıştır. Özellikle kontrol sahasında, klasik PID kontrole kıyasla kesir dereceli PID denetçilerin avantajları incelenmiştir (Oustaloup ve Mathieu,1999; Podlubny,1999; Xue ve Chen, 2002). Kesir dereceli PID kontrol sistemleri klasik PID sistemlerinde bulunan üç adet kazanç katsayısı (k_p, k_d, k_i) yanında kesir dereceli integral ve türev işlemlerinin de derecesi olan λ ve μ parametrelerinin de tasarım katsayıları olarak kullanımına imkân sağlamıştır. Böyle, $\{k_p, k_d, k_i\}$ katsayıları ile belirlenen bütün klasik PID denetçileri $\lambda = 1$ ve $\mu = 1$ durumu için kapsanmıştır. Bunun dışında $\lambda \in R$ ve $\mu \in R$ integral ve türev derecelerinin tamsayı olmayan (reel sayı) değerlerde ayarlanması ile klasik PID denetçilerin sağlayamadığı cevapları da üretebilen ve daha iyi kontrol performansı sunabilen denetçi tasarımlarını mümkün kılmıştır.

Kontrol sistemi tasarımında, sistemin kararlılığının sağlanması birincil önceliğe sahiptir. Kararsız sistemler kontrol edilemez ve mühendislik anlamında kullanışsızdırlar. Sistem kararlığı garanti edildikten sonra kontrol sisteminin performansının uygulama gereksinimlerine göre optimize edilmesi mümkün olabilmektedir. Sonuçta, kontrollör tasarımı ihtiyaç duyulan sistem cevabının elde edilebilmesi için kontrol sisteminin tasarım parametrelerinin optimize edilmesine dönüşür. Ancak, her optimizasyon süreci öncelikle kontrol sisteminin kararlılığını sağlamak zorundadır. Bu işleme sistem kararlılaştırma (stabilization) adı verilir. Literatürde, kesir dereceli kontrol sistemlerinde sistem kararlılığını sağlamak için çeşitli yöntemler önerilmiştir. Bunlardan başlıcaları şunlardır: kararlılık sınır eğrisi analizine dayalı kararlılaştırma yöntemleri(SBL)(Hamamci,2007;Tan ve ark.,2006), sistem kutup yerleşimine dayalı analiz yöntemleri (Matignon, 1996; Radwan ve ark., 2009; Chen ve ark., 2006; Senol ve ark., 2014; Alagoz ve ark., 2015; Alagoz, 2018), ve değer kümesi analizine dayalı kararlılık analizi yöntemleri (Tan ve ark., 2006; Tan ve ark., 2009) gibi örnek verilebilir.

Kesir dereceli kontrol sistemlerinin dayanıklı kontrol performansı sergilemesi için bir çok tasarım yöntemi frekans bölgesinde önerilmiştir (Oustaloup, 1999; Chen ve ark., 2003; Monje ve ark., 2008). Bu yöntemler çevrim biçimlendirme (loop shaping) tasarım yöntemleri olarak adlandırılmış, kesir dereceli kontrol sisteminin DC kazanç değişimlerine karşı daha dayanıklı olması sağlanmıştır. Ancak, önerilen yöntemler açık çevrim transfer fonksiyonun frekans bölgesinde analizine dayanmakta ve faz marjı ve geçiş frekansı (crossover frekansı) parametrelerinin kararlık koşulu için önceden belirlenmiş olmasına ihtiyaç duymaktadır. Bu çalışma kapsamında minimum açılı sistem kutbunun v -düzleminin birinci Riemann tabakasında yerleşimine dayalı sistem tasarım yöntemi uygulanmıştır. V -düzlemi karakteristik polinoma $s = v^m$ dönüşümü uygulanması sonucu kök yerleşiminin gösterilebildiği kompleks bir düzlemdir. Geçmiş çalışmalarda, v -bölgesi kararlılaştırma yönteminin uygulamaları gösterilmiş ve avantajları tartışılmıştır (Alagoz, 2018; Tufenkci ve ark., 2018). Ancak, farklı minimum hedef açı değerleri için kararlılaştırılan kontrol sistemlerinin kontrol performansını incelenmemiş ve kontrol sisteminin performansını iyileştiren minimum açı bölgelerinin araştırılmasına dönük çalışmalar henüz yapılmamıştır. Bu çalışmada, v -alanında optimal kesir dereceli denetçi tasarım yöntemi geliştirmek için bu noktalarda araştırma yapılmaktadır. Bu bağlamda, kesir dereceli PI denetçi sisteminin üç farklı hedef açı için minimum açılı kutup yerleşimi yapılmış ve elde edilen kararlı kontrol sistemlerinin dayanıklı kontrol performansı incelenmiştir. Bu çalışmada iki tasarım örneği üzerinde üç farklı minimum hedef açı konfigürasyonu için kesir dereceli PI denetçi tasarımları v -alanında gerçekleştirilmiş ve sistemlerin dayanıklı kontrol performansı sağlayabildiği kutup yerleşim bölgeleri zaman bölgesi cevapları ile araştırılmıştır.

Bu makale şöyle organize edilmiştir: İkinci bölümde v -alanı içinde kararlılık analizi için teorik geri planı sunulmuştur. Üçüncü bölümde kesir dereceli PI kontrol sisteminin v -alanında minimum açılı sistem kutbu yerleştirilmesine göre kararlılaştırılması için optimizasyon problemi tanımlanmıştır. Dördüncü bölümde üç farklı hedef açıya göre v -alanında kararlılaştırılan kesir dereceli PI kontrol sistemlerinin zaman bölgesi kontrol cevapları dayanıklı kontrol performansı nümerik örnekler üzerinde incelenmiştir. Sonuçlar beşinci bölümde sunulmuştur.

2. Materyal ve Metot

2.1. Kesir Dereceli Sistemlerin v-alamı Kararlılık Analizi Temelleri

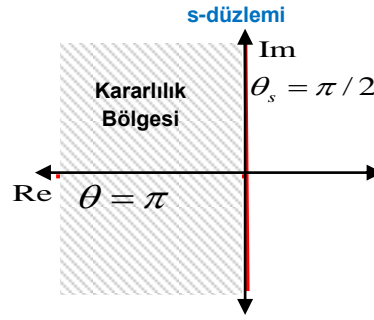
Kesir dereceli kontrol sistemleri yaygın olarak transfer fonksiyonları ile temsil edilirler. Zaman bölgesi kesir dereceli diferansiyel denklem modeline Laplace dönüşümü uygulanarak elde edilen kesir dereceli transfer fonksiyonu bir bu sistemin giriş-çıkış ilişkisini s- alanında ifade etmektedir. Kesir dereceli sistemlerin transfer fonksiyonunun genel formu,

$$T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^{\alpha_i}}{\sum_{i=0}^n a_i s^{\alpha_i}} \quad (1)$$

ile verilmiştir (Chen ve ark., 2009; Petras, 2009). Transfer fonksiyonunun payda polinomunun kökleri sistemin kutupları olarak adlandırılır ve bu köklerin kompleks düzlemde yerleri sistem kararlılığı hakkında bilgi verir. Denklem (1) ile ifade edilen sistemin karakteristik polinomu,

$$\Delta(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^{\alpha_i} \quad (2)$$

ile ifade edilir (Matignon, 1996; Senol ve ark., 2014; Chen ve ark., 2009; Petras, 2009). Karakteristik polinom sıfıra eşitlenerek karakteristik denklem elde edilir. Karakteristik denklemin kökleri olan sistem kutuplarının kompleks s-düzlemi üzerinde konumları incelenerek kararlılık analizi yapılır. Buna göre, tam sayı dereceli sistemlerde sistem kutuplarının hepsi sol yarı düzlem üzerine yerleşmiş ise sistem kararlıdır. En az bir kutup sağ yarı düzlemde bulunursa sistem kararsız olur. Buna s-alamı için sol yarı düzlem kararlılık koşulu adı verilmiştir ve Şekil 1'de kompleks s-düzleminin kararlılık bölgesi gösterilmiştir.

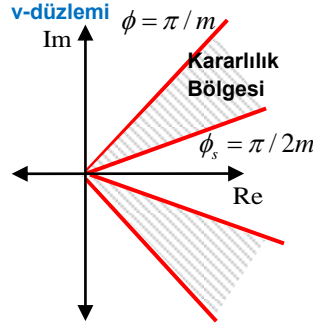


Şekil 1. Tamsayı dereceli sistemler için sol yarı düzlem kararlılık bölgesi

Kesir dereceli sistemler için kararlılık bölgesi analizinde kesir dereceli karakteristik denklemin köklerinin hesaplanması gerekmektedir ve bu hesaplama zorluklar içerir. Bunun yerine, çözümü kolaylaştırmak için $s = v^m$ dönüşümü uygulanarak kesir dereceli karakteristik denklem genişletilmiş tamsayı dereceli karakteristik denkleme dönüştürülür ve v- alanında tamsayı dereceli polinom denklemi olarak çözülür (Radwan ve ark., 2009; Senol ve ark., 2014; Alagoz ve ark., 2015; Alagoz, 2018). Bu s- alanından v- alanına bu dönüşümün temel nedeni kesir dereceli polinomların köklerinin hesaplanmasındaki güçlüklerdir. Denklem (2) ile ifade edilen kesir dereceli transfer fonksiyonun $s = v^m$ dönüşümü ile elde edilen genişletilmiş tam sayı dereceli karakteristik polinomu şöyle ifade edilir:

$$\Delta_m(v) = \sum_{i=0}^n a_i v^{(m\alpha_i)} \quad (3)$$

Bu dönüşüm tamsayı dereceli sistemler için belirlenen sol yarı düzlem kararlılık bölgesini v-düzleminin birinci Riemann yüzeyi üzerinde açısı $\phi = \pi/2m$ ile $\phi = \pi/m$ olan bölge içerisine taşır (Senol ve ark., 2014; Alagoz ve ark., 2015; Alagoz, 2018, Chen ve ark., 2009). Şekil 2'de görüldüğü üzere $\phi = \pi/2m$ alt sınırı ile $\phi = \pi/m$ üst sınırı arasında kalan bölge v- alanının kararlılık bölgesidir.



Şekil 2. Kesir dereceli sistemler için $s = v^m$ eşleştirmesi ile kararlılık bölgesi

Minimum açılı sistem kutbunun $\phi = \pi / 2m$ açısı ile ifade edilen kararlılık sınırının üstünde kalması, diğer bir ifade ile Şekil 2’de taralı bölge içinde olması kesir dereceli sistemin kararlı olduğunu gösterir.

Bu çalışmada, kesir dereceli PI kontrol sisteminin kararlılaştırılması için minimum açılı sistem kutuplarının v-düzlemi kararlılık bölgesi içerisinde bir hedef açığa getirilmesi için kesir dereceli PI denetçi katsayılarının genetik algoritma yardımı ile optimizasyonu yapılmaktadır.

Gerçek kontrol uygulamalarında çevresel etkiler veya sistemin iç dinamiğinde meydana gelen bozulmalar gibi birçok etkenden dolayı sistem modelinin (plant fonksiyonu) değişimi kaçınılmaz bir durumdur. Bu durum sistem modelinin katsayılarının değişimine yol açar ve sistemin parametrik pertürbasyonu olarak ifade edilir. Bu koşullarda çalışan bir kontrol sisteminin parametrik değişimleri tolere edebilmesi, kontrol sisteminin performansının dayanıklı olması ve diğer bir ifade ile değişmemesi istenir. Kesir dereceli kontrol sistemlerinin önemli bir avantajı olarak dayanıklı kontrol performansı gösterilmiştir (Chen ve ark., 2003; Monje ve ark., 2008).

3. Kesir Dereceli PI Kontrol Sisteminin v- alanında Tasarımı

Kesir dereceli kontrol sisteminde kullanılan kesir dereceli PI (FOPI) denetçinin transfer fonksiyonu

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} \quad (5)$$

ile ifadeler edilir. Bu çalışmada kontrol edilen sistem modeli (Plant fonksiyonu) bir kutuplu kesir derece sistem olarak varsayılmıştır.

$$G(s) = \frac{a_0}{b_1 s^\alpha + b_0} \quad (6)$$

Plant ve PI denetleyici yapısı kullanılarak oluşturulan kapalı çevrim kesir dereceli PI kontrol sisteminin transfer fonksiyonu şöyle ifade edilebilir.

$$T(s) = \frac{Q(s)}{R(s)} = \frac{a_0 k_p s^\lambda + a_0 k_i}{b_1 s^{(\lambda+\alpha)} + (b_0 + a_0 k_p) s^\lambda + a_0 k_i} \quad (7)$$

Burada transfer fonksiyonunun payda polinomu kesir dereceli karakteristik denklemi ifade eder. Dolayısı ile bu sistemin kesir dereceli karakteristik denklemi

$$\Delta(s) = b_1 s^{(\lambda+\alpha)} + (b_0 + a_0 k_p) s^\lambda + a_0 k_i \quad (8)$$

ile elde edilir. Kesir dereceli karakteristik polinomda $s = v^m$ dönüşümü uygulanarak elde edilen genişletilmiş tam sayı dereceli karakteristik denklem şöyle ifade edilebilir.

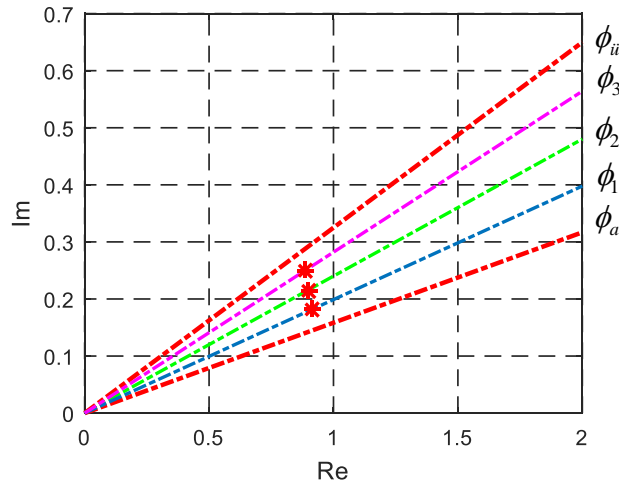
$$\Delta_m(v) = b_1 v^{(\lambda+\alpha)m} + (b_0 + a_0 k_p) v^{\lambda m} + a_0 k_i \quad (9)$$

Genişletilmiş tamsayı dereceli karakteristik polinom köklerinden minimum açığa sahip olan sistem kutbu ($v_m = \min |\arg(v_r)|$, $\Delta_m(v_r) = 0$) önceden tanımlanmış bir hedef noktaya getirilmeye çalışılmaktadır. Bu kutup yerleştirme problemi PI katsayılarının $\{k_p, k_i, \lambda\}$ optimizasyonu ile çözümlenmektedir. Sistem kutbunu belirlenen hedef noktaya getirerek sistem kararlılığını sağlayan kesir dereceli PI katsayıları belirlenir. Bunun için optimizasyon problemi şöyle ifade edilebilir.

$$E = \min(|v_m - v_h|)^2 \quad (10)$$

Burada minimum açılı sistem kutbu $v_m \in C$ ve hedef nokta $v_h \in C$ ile gösterilmiştir. Kompleks sayı olan v_h hedef noktası açısı (ϕ) ve genliği (M) ile polar düzlemde $v_h = Me^{j\phi}$ formunda ifade edilir. ϕ açısı kararlılık için önemlidir ve kesir dereceli sistemler için kararlılık bölgesi v-düzleminin birinci Riemann yüzeyi içinde üzerinde $\pi/2m < \phi < \pi/m$ açı aralığı ile sınırlanan bölge olduğu belirtilmiştir. Bu çalışmada amacımız bu kararlılık bölgesi içinde farklı hedef açılarında tasarımı yapılan PI denetçilerin parametrik değişimler karşısında dayanıklı kontrol performanslarının incelenmesidir. Bunun için üç farklı hedef açısı kararlılık bölgesi içinden şöyle belirlendi: v-alanı içerisinde alt sınır $\phi_a = \pi/2m$, üst sınır ise $\phi_i = \pi/m$ ile ifade edilmektedir. Bu sınırlar içinde $\phi_i = \frac{(d_i + 1)\pi}{2m}$, $d_i \in [0,1]$ kullanılarak hedef açıları belirlenmektedir. Bu çalışmada üç farklı açı seçimi açıya göre düzgün örnekleme için $d_i \in \{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}\}$ değerleri ile belirlenmiştir. Burada d_i kararlılık bölgesinin hedef açısına sahip doğru tarafından parçalanma faktörüdür. Örneğin, parçalanma faktörü $d_i = \frac{1}{2}$ alınması kararlılık bölgesini ortadan ikiye ayıran açıyı belirlemek için kullanılmıştır. $d_i = 0$ kararlılık bölgesinin alt sınırını ve $d_i = 1$ ise üst sınırını ifade eder.

Şekil 3’de bu çalışmada belirlenmiş üç farklı hedef açı $\phi_1 = \frac{5\pi}{8m}$, $\phi_2 = \frac{3\pi}{4m}$ ve $\phi_3 = \frac{7\pi}{8m}$ için belirlenmiş kutup yerleşim noktaları kırmızı yıldız ile gösterilmiştir. Bu hedef açı değerleri kararlılık bölgesi içinde düzgün bir açı örnekleme sağlamıştır. Kırmızı yıldız ile gösterilen bu noktalar kararlılık bölgesi içindedir ve minimum açılı kutup bu noktalara yerleştiği zaman sistemin kararlılığı garanti edilir. Burada Denklem (10) ile ifade edilen optimizasyon probleminin genetik algoritma yardımı ile çözülerek minimum açılı sistem kutbunun bu noktalara yerleşmesi sağlanmaktadır.



Şekil 3.v-alanı içerisinde hedef noktalar

3. Araştırma Sonuçları ve Tartışma

3.1. Tasarım Örnekleri Üzerinde Analizler

Bu bölümde iki örnek sistem için kontrol sisteminin minimum açılı kutuplarının Şekil 3’de verilen $\phi_1 = \frac{5\pi}{8m}$, $\phi_2 = \frac{3\pi}{4m}$ ve $\phi_3 = \frac{7\pi}{8m}$ hedef açılı $v_{h1} = 0.9133 + j0.1817$, $v_{h2} = 0.8980 + j0.2156$ ve $v_{h3} = 0.8832 + j0.2491$ noktaları üzerine yerleşimi sağlanmıştır. Örneklerde denetleyici katsayılarının bu amaca dönük olarak optimizasyonu için Matlab $ga()$ fonksiyonu kullanılmıştır. Optimizasyon aşamasında PI katsayısı değer aralıkları $k_p \in [0,100]$, $k_i \in [0,100]$ ve $\lambda \in [0,5]$ olarak alınmıştır.

Örnek 1: Aşağıda verilen kesir dereceli plant fonksiyonu için kesir dereceli PI denetçi katsayılarını Şekil 3’de verilen v-düzlem kutup dağılımı sağlamak üzere belirleyelim.

$$G(s) = \frac{0.5}{2.7s^{1.1} + 1} \quad (11)$$

Bunun için öncelikle bu plant fonksiyonu için sistemin karakteristik denklemini Denklem (8) yardımı ile yazalım:

$$\Delta(s) = 2.7s^{(\lambda+1.1)} + (1 + 0.5k_p)s^2 + 0.5k_i \quad (12)$$

Kesir dereceli karakteristik denklemde $s = v^{10}$ dönüşümü ile genişletilmiş tamsayı dereceli karakteristik denklem formunu elde edelim:

$$\Delta_{10}(v) = 2.7v^{(\lambda+1.1)10} + (1 + 0.5k_p)v^{210} + 0.5k_i \quad (13)$$

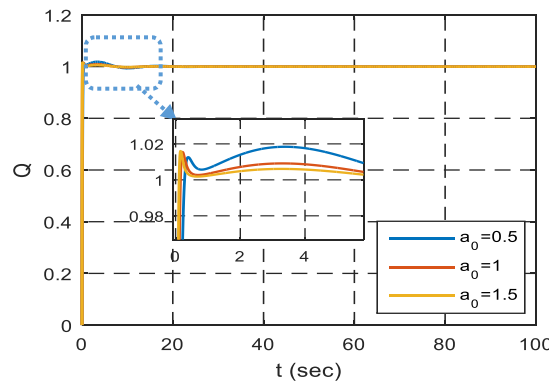
V-alanında ifade edilmiş bu polinomun köklerini hesaplayarak minimum açılı kökler her optimizasyon adımında belirlenir. Optimizasyon sonucunda v-alanı içerisinde üç farklı hedef açısına göre belirlenen PI denetçi tasarımları Tablo 1 de gösterilmektedir.

Tablo 1. Hedef noktalara göre tasarlanan kesir dereceli PI denetçi katsayıları

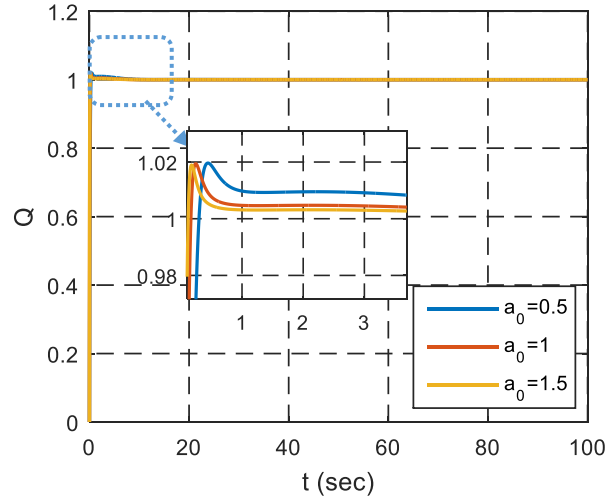
Hedef Açısına	Tasarlanan FOPI Denetleyiciler
$\phi_1 = \frac{5\pi}{80}$	$C(s) = 88.9329 + \frac{28.6258}{s^{1.6499}}$
$\phi_2 = \frac{3\pi}{40}$	$C(s) = 76.4805 + \frac{27.1963}{s^{1.3326}}$
$\phi_3 = \frac{7\pi}{80}$	$C(s) = 85.2047 + \frac{33.0425}{s^{1.1158}}$

Tablo 1’de elde edilen tasarımlar için kontrol sistemlerinin dayanıklı kontrol performansını incelemek için nominal DC kazanç katsayısı $a_0 = 0.5$ ’ın değeri sırasıyla 1 ve 1.5 olarak değiştirilerek plant fonksiyonu katsayıları pertürbe edilmiştir (farklılaştırılmış) ve kontrol sisteminin birim basamak cevaplarındaki değişimler Matlab/Simulink kontrol simülasyonları yapılarak incelenmiştir. Eğer a_0 katsayısının değişimi sonucunda birim basamak cevabı çok fazla değişmiyor ise ilgili tasarımın a_0 katsayı pertürbasyonuna karşı dayanıklı kontrol performansına sahip olacağı söylenebilir. Dolayısı ile a_0 kazanç katsayısı pertürbasyonuna karşı birim basamak cevaplarının önemli performans parametrelerinin değişim göstermeme durumu incelenmektedir.

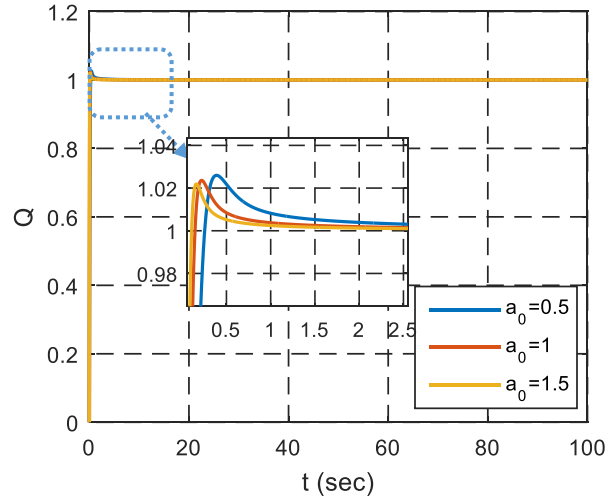
Şekil 4’de ϕ_1 hedef açısına göre elde edilen FOPI tasarımın farklı a_0 katsayı değerleri için cevapları karşılaştırılmıştır. Burada a_0 katsayısının nominal değeri olan 0.5 'den $a_0 = 1$ ve $a_0 = 1.5$ 'a değiştirildiği durumlarda birim basamak cevabı performansı için önemli bir parametre olan maksimum aşım değeri incelenir ise bunun farklılaştığı görülmüştür. Burada ϕ_1 açısında yapılan tasarımın a_0 parametre değişiminde maksimum aşımının biraz değişebildiği görülmüştür. Şekil 5’de ϕ_2 açısı için yapılan tasarımda a_0 katsayısının 1 ve 1.5 değerlerine değişmesi sonucunda sistemin maksimum aşım değerinin dikkate değer ölçüde değişmediği görülmüştür. Her üç durumda maksimum aşım 0.02 değeri civarında kaldığı görülmektedir. Literatürde maksimum aşımın değişmediği duruma iso-damping özelliği adı verilmiştir (Chen ve ark., 2005). Iso-damping özelliği ile sistemin DC kazanç değişimleri karşısında maksimum aşımının korunması sağlanarak dayanıklı kontrol performansının iyileştirilmesi amaçlanmıştır. Bu örnekte ϕ_2 açısı için elde edilen FOPI denetçinin belirgin olarak iso-damping özelliğine sahip olduğunu görülmüştür. Şekil 6’da ϕ_3 için elde edilen FOPI denetçisinin a_0 katsayısının değişimi durumunda maksimum aşım değerinin görünür bir şekilde farklılaştığı gözlenmiştir. Bu denetçi için iso-damping özelliği etkin değildir. Bu sonuçlardan görüldüğü üzere bazı hedef açıları sahip tasarımlar dayanıklı birim basamak cevabı performansı sunabilirken diğer açılar için yapılan tasarımlar aynı ölçüde dayanıklı performans sergileyememiştir. Bu örnekte ϕ_2 hedef açısına göre yapılan tasarımların iso-damping özelliği gösterebildiği ve dayanıklı kontrol performansı sunabildiği görülmüştür.



Şekil 4. ϕ_1 hedef noktasına göre tasarlanan FOPI denetçinin farklı a_0 katsayısı değerlerinde birim basamak cevapları

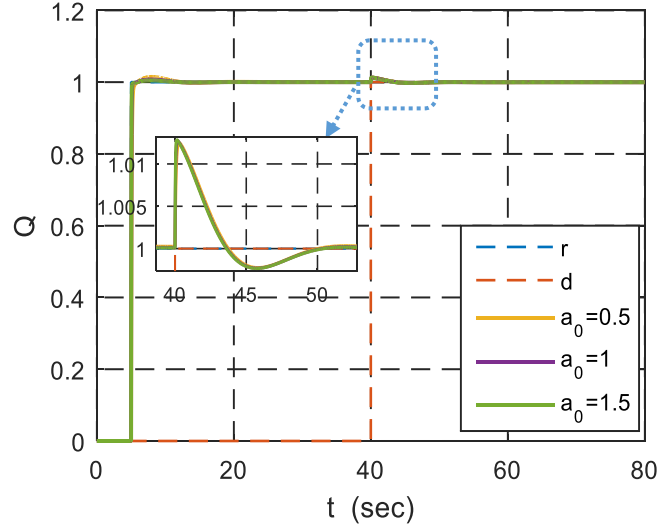


Şekil 5. ϕ_2 hedef noktasına göre tasarlanan FOPI denetçinin farklı a_0 katsayısı değerlerinde birim basamak cevapları

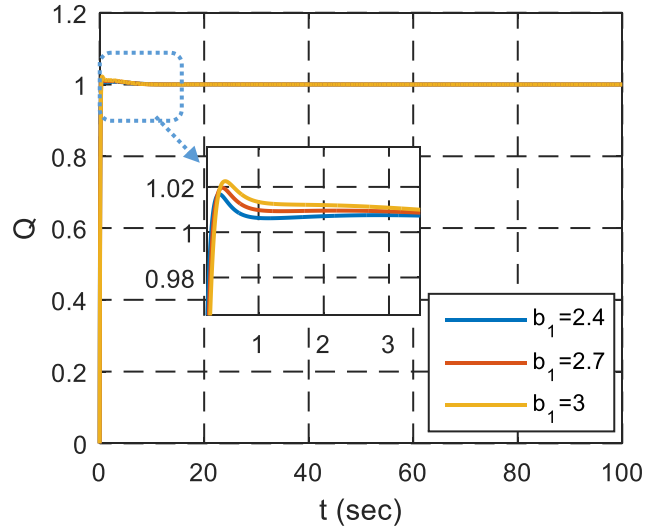


Şekil 6. ϕ_3 hedef noktasına göre tasarlanan FOPI denetçinin farklı a_0 katsayısı değerlerinde birim basamak cevapları

Diğer bir dayanıklı kontrol kriteri bozucu dışlama performansıdır. Şekil 7’de görülen simülasyon sonucunda ϕ_2 hedef açısına göre elde edilen FOPI tasarımı için bozucu performansı incelenmiştir. Simülasyonun 40. saniyesinde birim basamak giriş bozucu işaretin plant girişine uygulanmıştır. Şekilde görüldüğü üzere hem a_0 değişimi hem de bozucu işaret uygulanmasına karşın sistem cevabının dikkate değer bir değişim göstermediği ve dayanıklı kontrol performansı sergileyebildiği görülmektedir. Sistem bileşenlerinin yaşlanması ve işlevlerinin bozulması durumunda bu sistem dinamiklerinde ve dolayısı ile sistem modelinin karakteristik denkleminde değişimlere yol açabilmektedir. Sistem dinamiğinde oluşabilecek değişimlerin kontrol performansına etkilerini incelemek için Şekil 8’de b_1 parametresi nominal değeri olan 2.7’den 3 ve 2.4 değerlerine değiştirilmiştir. Bu değişim karşısında kontrol sisteminin birim basamak cevabı incelenmiş ve sistemin birim basamak performansının dikkate değer ölçüde etkilenmediği görülmektedir. Bu sonuçlar ϕ_2 hedef açısına göre yapılan FOPI tasarımının DC kazanç değişimlerine, çevresel bozululara ve sistemin karakteristik denklemini etkileyebilen yapısal değişimlere karşı belirli düzeylerde dayanıklı kontrol performansı sağlayabileceğini göstermiştir.



Şekil 7. ϕ_2 hedef noktasına göre tasarlanan FOPI denetçinin farklı a_0 katsayısı değerlerinde bozuculara karşı sistem cevapları



Şekil 8. ϕ_2 hedef noktasına göre tasarlanan FOPI denetçinin zaman sabiti b_1 katsayısı değişiminde birim basamak cevapları

Örnek 2: Aşağıda verilen kesir dereceli plant fonksiyonu için kesir dereceli PI denetçi katsayılarını Şekil 3’de verilen v-düzlemi kutup dağılımı sağlamak üzere belirleyelim.

$$G(s) = \frac{1}{3.6s^{0.5} + 2.3} \quad (14)$$

Verilen plant fonksiyonu için Denklem (8) kullanılarak oluşturulan sistemin karakteristik denklem:

$$\Delta(s) = 3.6s^{(z+0.5)} + (2.3 + 1k_p)s^z + 1k_i \quad (15)$$

Kesir dereceli karakteristik denklemde $s = v^{10}$ dönüşümü uygulanarak genişletilmiş tamsayı dereceli karakteristik denklem aşağıdaki verildiği gibi elde edilir:

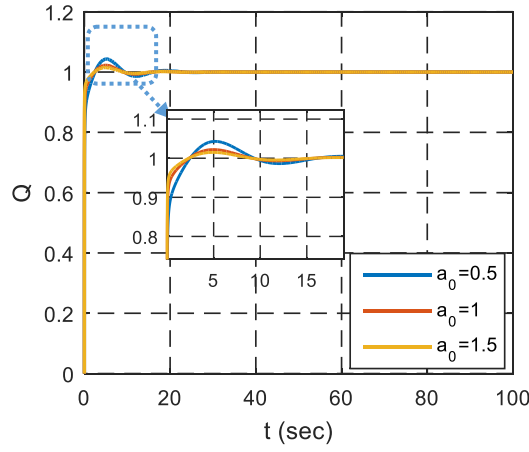
$$\Delta_{10}(v) = 3.6v^{(z+0.5)10} + (2.3 + 1k_p)v^{z10} + 1k_i \quad (16)$$

Tam sayı dereceli karakteristik polinom kökleri v-alanı olarak belirlenen kararlı bölgeye taşınmasını sağlayacak olan denetçi katsayıları genetik algoritma ile gerçekleştirilen optimizasyonla belirlenmiştir. Optimizasyon sonucunda v-alanı içerisinde üç farklı hedef açığa göre belirlenen PI denetleyici katsayıları Tablo 2 de gösterilmektedir.

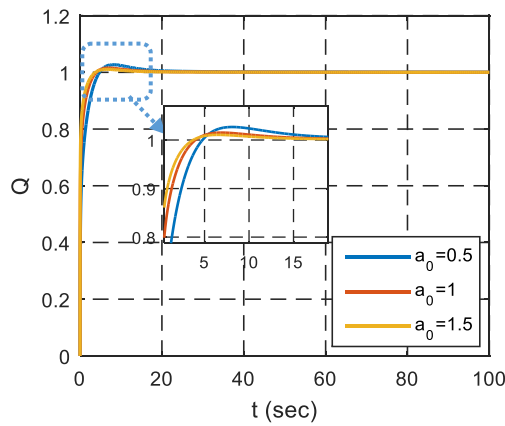
Tablo 2. Hedef noktalara göre tasarlanan kesir dereceli PI denetçi katsayıları

Hedef Açısına	Tasarlanan FOPI Denetleyiciler
$\phi_1 = \frac{5\pi}{80}$	$C(s) = 94.4540 + \frac{31.3671}{s^{1.6298}}$
$\phi_2 = \frac{3\pi}{40}$	$C(s) = 17.9486 + \frac{8.0963}{s^{1.1082}}$
$\phi_3 = \frac{7\pi}{80}$	$C(s) = 41.6449 + \frac{15.9540}{s^{1.3420}}$

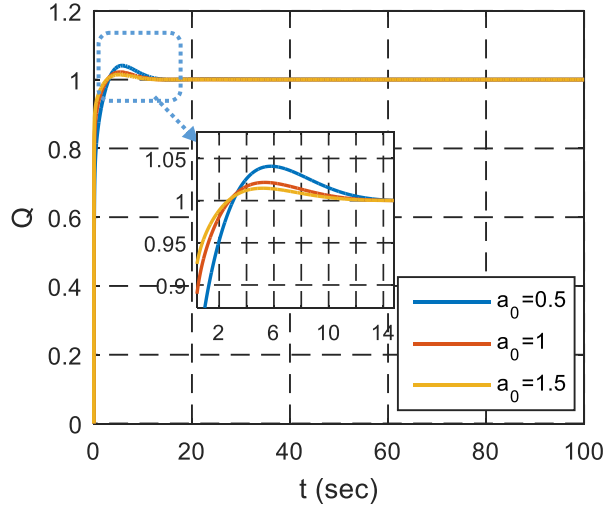
Tablo 2’de elde edilen tasarımlar için sistemlerin dayanıklı kontrol performansını incelemek için nominal DC kazanç katsayısı $a_0 = 1$ değeri 0.5 ve 1.5 olarak değiştirilerek plant fonksiyonu pertürbe edilmiştir ve kontrol sisteminin birim basamak cevaplarındaki değişimler incelenmiştir.



Şekil 9. ϕ_1 hedef noktasına göre tasarlanan FOPI denetçinin farklı a_0 katsayısı değerlerinde birim basamak cevapları



Şekil 10. ϕ_2 hedef noktasına göre tasarlanan FOPI denetçinin farklı a_0 katsayısı değerlerinde birim basamak cevapları



Şekil 11. ϕ_3 hedef noktasına göre tasarlanan FOPI denetçinin farklı a_0 katsayısı değerlerinde birim basamak cevapları

Şekil 9, 10 ve 11'da farklı hedef açıları için tasarlanan FOPI denetçinin a_0 katsayısındaki değişim karşısında birim basamak cevapları incelenmiştir. Şekil 8'de ϕ_2 için elde edilen tasarımın maksimum aşım noktasının a_0 değişiminden daha az etkilendiği ve en fazla iso-damping özelliğinin bu örnekte yine ϕ_2 açısında elde edilebileceği görülmüştür.

4. Sonuçlar

Bu çalışmada kesir dereceli sistemlerin kesir dereceli PI denetçi ile minimum açılı kutup yerleşim yöntemi ile v-alanında kararlılaştırılması incelenmiştir. Minimum açılı kutup yerleşiminde hedef açı seçiminin dayanıklı kontrol performansını etkilediği iso-damping özelliği incelenerek gösterilmiştir. Iso-damping özelliği kesir dereceli denetçilerin kontrol performansının iyileştirilmesi yönünde sunduğu en önemli avantajlardan biridir (Chen ve ark., 2005; Monje ve ark., 2008). Elde edilen bulgular ışığında gelecekte geliştirilmesi planlanan v-alanı denetçi tasarım yöntemlerinde hedef açı seçiminin kontrol performansını belirleyen önemli bir parametre olacağı görülmüştür. Dolayısı ile gelecek çalışmalarda v-alanı denetçi tasarımlarında hedeflenen kontrol performansı için hedef açının optimal belirlenmesi probleminin gündeme geleceği görülmüştür. İncelenen örnek tasarımlarda $\phi_2 = \frac{3\pi}{40}$ hedef açısına göre yapılan FOPI denetçi tasarımlarının iso-damping özelliği sağlanması bakımından anlamlı bir tasarım açısı olduğu görülmüştür.

V-alanı kesir dereceli denetçi tasarımı henüz gelişmekte olan bir konudur. Bu çalışma, v-alanı optimal denetçi tasarımı probleminde bir bakış açısı sunması bakımından ayrıca bir öneme sahiptir. Gelecek çalışmalarda v-düzleminde FOPID denetçi tasarımı ve performans değerlendirmeleri incelenmelidir.

Kaynakça

- Alagoz, B.B. (2018). Fractional order linear time invariant system stabilization by brute-force search, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 40(5), 1447–1456. Doi: 10.1177/0142331216685391
- Alagoz, B.B. , Yeroglu, C. , Senol B. , and Ates, A. (2015). Probabilistic robust stabilization of fractional order systems with interval uncertainty, *ISA Transactions*, 57, 101-110. Doi: 10.1016/j.isatra.2015.01.003
- Alagoz, B.B., Alisoy, G., Alagoz, S., Alisoy, H. (2017). A note on applications of time-domain solution of Cole permittivity models. *Optik*, 139, 272-282. Doi: 10.1016/j.ijleo.2017.04.010
- Chen, Y.Q. , Ahn, H.S. and Podlubny, I. (2006). Robust stability check of fractional order linear time invariant systems with interval uncertainties, *Signal Processing*, 86, 2611-2618. Doi: 10.1109/ICMA.2005.1626549
- Chen, Y.Q. , Hu, C.H. and Moore, K.L. (2003). Relay feedback tuning of robust PID controllers with iso-damping Property, in *42nd IEEE Conference on Decision and Control*, Maui, Hawaii.
- Chen Y.Q., Moore K.L., (2005). Relay feedback tuning of robust PID controllers with iso-damping property, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part B*, 35, 23-31. Doi: 10.1109/TSMCB.2004.837950
- Chen, Y.Q. , Petras, I. and Xue, D. (2009). Fractional Order Control - A Tutorial, *American Control Conference*, Missouri, USA, 1397-1411. Doi: 10.1109/ACC.2009.5160719
- Cole, K.S., Cole, R.H. (1941). Dispersion and absorption in dielectrics - I. alternating current characteristics, *Journal of Chemical Physics*, 9, 341-351. Doi: 10.1063/1.1750906
- El-Sayed, A.M. (1996). Fractional-order diffusion-wave equation. *International Journal of Theoretical Physics*, 35(2), 311-322.

- Hamamci, S.E. (2007). An algorithm for stabilization of fractional-order time delay systems using fractional-order PID controllers, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 52, 1964-1969. Doi: 10.1109/TAC.2007.906243
- Mainardi, F. (1996). Fractional relaxation-oscillation and fractional diffusion-wave phenomena. *Chaos, Solitons & Fractals*, 7(9), 1461-1477. Doi: 10.1016/0960-0779(95)00125-5
- Matignon, D. (1996). Stability results on fractional differential equations to control processing, in: Processings, *Computational Engineering in Systems and Application Multiconference, IMACS, IEEE-SMC*, 2, 963-968.
- Monje, C.A. , Vinagre, B.M., Feliu, V. , Chen, Y.Q. (2008). Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications, *Control. Eng. Pract.* , 16(7), 798-812. Doi: 10.1016/j.conengprac.2007.08.006
- Oustaloup, A. , Mathieu, B. (1999). *La commande CRONE: du scalaire au multivariable*, HERMES, Paris.
- Petras, I. (2009). Stability of Fractional-order systems with rational orders: A Survey, *Fractional Calculus and Applied Analysis*, 12, 269-298.
- Podlubny, I. (1999). Fractional-order systems and $PI^\lambda D^\mu$ -controllers, *IEEE Trans. Automatic Control*, 44(1), 208-214.
- Radwan, A.G. , Soliman, A.M., Elwakil, A.S. and Sedeek, A. (2009). On the stability of linear systems with fractional-order elements, *Chaos, Solitons& Fractals*, 40, 2317-2328. Doi: 10.1016/j.chaos.2007.10.033
- Senol, B. , Ates, A. , Alagoz, B.B. and Yeroglu, C. (2014). A numerical investigation for robust stability of fractional-order uncertain systems, *ISA transactions*, 53, 189-198. Doi: 10.1016/j.isatra.2013.09.004
- Senol, B. and Yeroglu, C. (2012). Robust stability analysis of fractional order uncertain polynomials, *In Proceedings of the 5th IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*.
- Tan, N. , Kaya, I. , Yeroglu, C. and Atherton, D.P. (2006). Computation of stabilizing PI and PID controllers using the stability boundary locus, *Energy Conversion and Management*, 47, 3045-3058. Doi: 10.1016/j.enconman.2006.03.022
- Tan, N. , Ozguven, O.F. and Ozyetkin, M.M. (2009). Robust stability analysis of fractional order interval polynomials, *ISA transactions*, 48, 166-172. Doi: 10.1016/j.isatra.2009.01.002
- Tufenkci, S., Senol, B., Alagoz, B.B. (2018). Stabilization of Fractional Order PID Controllers for Time-Delay Fractional Order Plants by Using Genetic Algorithm. *International Conference on Artificial Intelligence and Data Processing IDAP 2018*, Malatya, Turkey, 1-4. Doi: 10.1109/IDAP.2018.8620770
- Xue, D., Chen, Y.Q. (2002). A comparative introduction of four fractional order controllers. *4th World Congress on Intelligent Control and Automation*, 3228-3235. Doi: 10.1109/WCICA.2002.1020131