

# Tahvilâtın Müsavî Anüitelerle İtfası Usulü Üzerinde Bir Deneme

*Doç. Dr. Feridun Özgür*

## I — GİRİŞ.

- a — *Ödeme fiatının ehemmiyeti.*
- b — *Müsavî anüitelerle itfa usulünün ehemmiyeti.*

## II — İTFA PLÂNININ BÜNYESİ VE MUHTEVASININ HESAPLANMASI.

- a — *İtfa plânının bünyesi.*
- b — *İtfa plânının muhtevasının hesaplanması.*

## III — BAŞA BAŞ İTFA.

- a — *Baş baş itfanın manası.*
- b — *Formüllerimizde yer alacak olan işaretler.*
- c — *Anüitenin, birinci itfa taksidinin ve istikrazın yekânunun hesaplanabilmesi için muhtelif verilere göre kullanılan formüller.*
  - 1 — *İlk taksit, faiz fiatı ve istikrazın devamı müddeti malûm olduğu takdirde anüitenin hesaplanması.*
  - 2 — *Anüite, faiz fiatı ve istikrazın devam müddeti malûm olduğu takdirde ilk taksidin hesaplanması.*
  - 3 — *İlk taksit, faiz fiatı ve istikrazın devam müddeti malûm olduğu takdirde istikrazın nominal kıymetinin hesaplanması.*
  - 4 — *İstikrazın nominal kıymeti, faiz fiatı ve istikrazın devam müddeti malûm olduğu takdirde ilk taksidin hesaplanması.*
  - 5 — *Anüite, faiz fiatı ve istikrazın devam müddeti malûm olduğu takdirde istikrazın nominal kıymetinin hesaplanması.*
  - 6 — *İstikrazın nominal kıymeti, faiz fiatı ve istikrazın devam müddeti malûm olduğu takdirde anüitenin hesaplanması.*
  - 7 — *Anüitenin hesaplanmasını gösterir bir misal.*
  - 8 — *İtfa plânı.*
  - 9 — *İtfa plânının şematik bir surette gösterilmesi .*
- d — *Hakiki itfa taksitlerinin nazarı itibare alınması meselesi.*
  - 1 — *Ek itfa plânı.*
  - 2 — *Hakiki itfa plânı.*

- e — *Herhangi bir yıla isabet eden itfa taksidinin hesaplanması.*  
 1 — Birinci itfa taksidi ve itibari faiz fiatı malûm olduğu takdirde.  
 2 — Anüite ve itibari faiz fiatı malûm olduğu takdirde.
- f — *Herhangi bir seneye isabet eden faiz tutarının hesaplanması.*
- g — *Muayyen bir devreye kadar itfa taksitlerinin yekûnunun hesaplanması.*
- h — *Muayyen bir devrenin sonuna kadar faiz tutarlarının yekûnunun hesaplanması.*
- i — *Bir istikrazın devam müddetinin hesaplanması.*
- j — *İstikrazın son itfa yılında geriye kalan borç miktarı ile son anüitenin hesaplanması.*  
 1 — Mes'elenin vaz'ı.  
 2 — Son itfa yılında geriye kalan borç miktarının bulunması.  
 3 — Son itfa yılında faiz tutarının bulunması.  
 4 — Son itfa yılında anüitenin bulunması.  
 5 — İtfa plânı vasıtasıyla mese'lenin halli.

#### IV — ACIOLU İTFA.

- a — *Birinci metot.*  
 1 — Yardımcı faiz fiatı ve hesaplanması.  
 2 — Yardımcı faiz fiatının rolü.
- b — *İkinci metot.*  
 1 — Loewy formülü.  
 2 — İtfa plânı.  
 3 — İtfa plânının izahı.

#### I — GİRİŞ.

Uzun vadeli yabancı sermayeye ihtiyaçları olup, tahvilât ihracı yoluyla istikrazda bulunan teşebbüsler borçlarını er geç ödemekle mükelleftirler. Hatta zarar etseler bile itfa külfetinden kurtulamazlar. Bu cihetten istikrazların ödenmeleri işletmeler bakımından fevkalâde büyük bir ehemmiyeti haizdir. Evvelâ, tahvilât ihraç eden işletme, elde ettiği borcun ödeme tarzını intihap ederken malî kudretini gözönünde bulundurmak zaruretindedir. Bu suretle işletme tahammül edebileceği malî yükü muhtelif yıllara dilediği ağırlıkta tevzi etmiş olur.

Diğer cihetten, yani tahvilât sahipleri bakımından da mustakriz işletmelerin tatbik edecekleri itfa usullerinin ehemmiyeti pek büyüktür. Sebebi ise tasarruf sahiplerinin tahvilât satın alırlarken, yatırımlarının ne kadar bir müddet devam edebileceği ihtimaliyle pek sıkı bir surette alâkadar bulunmalarındır.

*a — Ödeme fiatının ehemmiyeti :*

İtfa usullerinin hepsinde «ödeme fiatının» büyük bir rolü vardır. Ödeme başa baş veya başa baştan yukarıya yapılabilir. Tabiiyle itfa başa baştan yukarı yapıldığı takdirde borçlu bulunan işletmenin borcu, ihraç ettiği tahvilâtın nominal kıymetlerinin yekûnuna müsavi olamaz. Borç ancak, acioyu teşkil eden meblâğın mezkûr istikrazın nominal kıymetine ilâvesiyle tesbit edilir. Binaenaleyh itfanın tarzı cereyanını gösterebilmek için tanzim edilecek olan plânlarda bu noktanın da nazarı dikkatten kaçırılmaması lâzımdır.

*b — Müsavi anüitelerle itfa usulünün ehemmiyeti :*

İtfa metotlarından müsavi anüitelerle [\*] itfa usulüne bu yazımızda bilhassa yer vermemize sebep, müstakriz işletmenin malî yükünün istikrazın tamamının ödenmesine kadar her yıl aynı kalmasında, ve bu suretle müstakriz müessesenin yıllık hesaplarında bir yeknesaklık arzetmesindedir. Bu usulde itfa taksidi ve faiz yekûnundan müteşekkil bulunan anüite her yıl aynı miktarda olmakla beraber, itfa taksidi her sene tasarruf edilen faiz tutarmıca artırılır. Böyle bir itfa plânının tanziminde biraz sonra gösterileceği veçhile bazı riyazi ameliyelere baş vurmamak icap eder.

## II — İTFA PLÂNININ BÜNYESİ VE MUHTEVASININ HESAPLANMASI.

*a — İtfa plânının bünyesi :*

Tabiiyle itfa plânları seçilen itfa metotlarına göre muhtelif olmakla beraber mevcut müşterek unsurlar aşağıda gösterilen sütunlara göre sıralanırlar. Şöyle ki :

- 1 — İtfanın devam müddetine göre seneleri ihtiva eden sütun,
- 2 — Her senenin başında mevcut borcun miktarını gösteren sütun,
- 3 — Her seneye düşen itfa hissesini gösteren sütun,

[\*] Anüite mefhumu, her seneye isabet eden itfa taksidi ile aynı seneye düşen faiz tutarının mecmuunu ifade eder. İtfa başa başın fevkinde yapıldığı takdirde, acio tutarının da anüiteye ithali lâzımdır. Bu takdirde anüite, itfa taksidini, faiz ve acio tutarlarını ihtiva etmiş olur.

- 4 — Her seneye düşen faiz tutarını gösteren sütun,  
 5 — Her seneye düşen acio tutarını gösteren sütun,  
 6 — Her seneye düşen anüite tutarını gösteren sütun,  
 7 — Her sene sonunda baki kalan borç miktarını gösteren sütun.

Yukarıda tadât edilen unsurlara göre bir plân çizilecek olursa aşağıdaki şekil meydana gelmiş olur :

<i>Seneler</i>	<i>Sene başın- daki borç</i>	<i>İtfa taksidi</i>	<i>Faiz tutarı</i>	<i>Acio tutarı</i>	<i>Anüite</i>	<i>Sene sonun- daki borç</i>

*b — İtfa plânının muhtevasının hesaplanması :*

Bu gibi itfa plânlarında itfa hissesi sütununa yazılacak tutarlar tabiatıyla kullanılan itfa metotlarına göre ya gayet basit hesap ameliyeleri vasıtasıyla elde edilirler, veya riyazi formüllerle hesaplanırlar. Umumiyetle bu tutarlar yuvarlak rakamlardan ibarettir. Lâkin izahına çalışmakta olduğumuz müsavi anüitelerle itfa metodunda itfa hisseleri ekseriyetle kesirlidir. Bu gibi hallerde mütemmim sütunların ilâvesi mevzubahis olur ki, bu sütunlar hakikî itfa hisselerine tahsis edilmiş bulunur. Bu nevi tabloların tanzimi sonraki bahislerde etraflıca gösterilecektir. Yalnız şunu ilâve etmek lâzımdır ki, her istikrazda bulunan işletme bir itfa plânı tanzim etmelidir.

Lâkin aşağıda göstereceğimiz matematik metodlar vasıtasıyla bir itfa plânının tanziminden evvel her hangi bir seneye düşecek olan muhtelif miktarların elde edilmeleri de mümkündür. Meselâ, 20 sene zarfında itfa edilecek olan bir obligasyonun her sene müsavi anüitelerle itfa edilmesi halinde 12nci seneye düşen itfa tutarını doğrudan doğruya yani bir plân çizmeden sırf matematik formüller vasıtasıyla bulmak kabil olabileceği gibi, bilfarz 15 inci seneye kadar ödenilecek faiz veya acio tutarlarını da hesaplayabilmek mümkündür. Bu gibi meselelerin halleri ait oldukları bahislerde gösterilecektir.

Müsavi anüitelerle itfa ya başa baş veya aciolu olarak mevzu bahs olabilir. Evvelâ başa baş itfayı görelim :

## III — BAŞA BAŞ İTFA.

a — *Baş baş itfanın manası :*

Baş baş itfadan maksat, ödemenin istikrazın nominal kıymeti üzerinden yapılması demektir.

Yukarıda da söylediğimiz gibi, müsavî anüitelerle itfa usulünde her sene ödenen tutarlar birbirlerine eşittir. Yani itfa taksidi ile faizin mecmuu (anüite) her sene için aynıdır. Bu da, her yıl, itfa hissesinin azalmakta olan faiz tutarmca arttırılması suretiyle temin edilir.

b — *Formüllerimizde yer alacak olan işaretler :*

Bu hususta evvelâ tanzim edeceğimiz formüllerde yer alacak olan işaretlerin ifade ettikleri manaları izah edelim. Şöyle ki :

İlk taksit  $T_1$

Faiz fiatı,  $p$

Bir liralık bir sermayenin bir devre zarfında getirdiği faiz tutarı,  $i = p/100$

Bir liralık bir sermaye ile bir devre zarfında getirdiği faiz ye-kûnu,  $q=1+i$  (Bileşik faiz kat sayısı).

Devre adedi,  $n$

Anüite,  $A$

Obligasyonun nominal kıymeti,  $S$

c — *Anüitenin, birinci itfa taksidinin ve istikrazın ye-kûnununun hesaplanabilmesi için muhtelif verilere göre kullanılan formüller.*

1 — İlk taksit, faiz fiatı ve istikrazın devam müddeti malûm olduğu takdirde anüitenin hesaplanması.

Bu formüllerin tanzim edilebilmeleri için bazı muhakemelerden hareket edilmesi zarurîdir. Evvelâ, aşağıdaki tablo 1 liralık bir sermayenin  $p$  faiz fiatı üzerinden  $n$  inci devre sonunda balığ olacağı tutarı gösterir. Şöyle ki :

Devreler	Devre başında 1 lira başına itfa taksidi	Devre sonunda elde edilen faiz tutarı	Devre sonunda ödenecek anüite
1	1	i	$1+i=q$
2	q	q.i	$q+q.i=q^2$
3	$q^2$	$q^2.i$	$q^2+q^2.i=q^3$
n	$q^{n-1}$	$q^{n-1}.i$	$q^{n-1}+q^{n-1}.i=q^n$

Şu halde, 1 lira n inci devre sonunda  $q^n$  ye baliğ olmaktadır. 1 lira yerine birinci itfa taksidi  $T_1$  mevzu bahis olursa ve Anüiteyi A ile ifade edersek,

$$A = T_1 \cdot q^n \quad (1)$$

formülü elde edilir

Bu formül, ilk taksit, faiz fiatı ve istikrazın devam müddeti malûm olduğu takdirde anüitenin hesaplanması için kullanılır.

2 — Anüite, faiz fiatı ve istikrazın devam müddeti malûm olduğu takdirde ilk taksidin hesaplanması.

Tanzim ettiğimiz (1) numaralı formüle istinaden aşağıdaki eşitliği elde edebiliriz :

$$T_1 = \frac{A}{q^n} \quad (2)$$

3 — İlk taksit, faiz fiatı, ve istikrazın devam müddeti malûm olduğu takdirde istikrazın nominal kıymetinin hesaplanması.

Elde edilen (2) numaralı formül ise birinci senenin itfa taksidinin tutarını ifade etmektedir. Şu halde itfa taksitlerinin muhtelif sene sonlarındaki tutarlarını aşağıdaki suretlerde göstermek mümkündür. Şöyle ki :

$$\begin{array}{lcl}
 \text{1 inci senenin itfa taksidi} & T_1 = T = \frac{A}{q^n} & \\
 \text{2 inci} \quad \gg \quad \gg \quad \gg & T_2 = Tq = \frac{A}{q^{n-1}} & \\
 \text{3 üncü} \quad \gg \quad \gg \quad \gg & T_3 = Tq^2 = \frac{A}{q^{n-2}} & \\
 \text{n inci} \quad \gg \quad \gg \quad \gg & T_n = Tq^{n-1} = \frac{A}{q^{n-(n-1)}} = \frac{A}{q} &
 \end{array}$$

Yukarıda ikinci ve üçüncü sütunlar sırasıyla her seneye düşen itfa taksitlerini göstermektedir. Yalnız, ikinci sütunda itfa taksitlerinin tutarları, ilk taksit, faiz fiatı ve istikrazın devam müddetine, üçüncü sütunda ise; anüite, faiz fiatı ve istikrazın devam müddetine göre ifade edilmektedir.

Evvelâ, ikinci sütunda mevcut bulunan ifadeleri — ki bunların toplamı itfa taksitlerinin mecmuuna ve dolayısıyla istikraz edilen meblâğa müsavidir — S ile gösterecek olursak, aşağıdaki müsavat elde edilir :

$$S = T + Tq + Tq^2 + \dots + Tq^{n-1}$$

Elde ettiğimiz bu müsavatın her iki tarafını «q» ile çarpalım :

$$Sq = Tq + Tq^2 + Tq^3 + \dots + Tq^n$$

Birinci muadeleyi ikinciden çıkaralım :

$$Sq = Tq + Tq^2 + Tq^3 + \dots + Tq^n$$

$$S = T + Tq + Tq^2 + \dots + Tq^{n-1}$$

$$Sq - S = Tq^n - T$$

Bu müsavata göre aşağıdaki formülü tanzim edelim :

$$S(q - 1) = T(q^n - 1)$$

$$S = \frac{T(q^n - 1)}{q - 1} \quad (3)$$

Bu formül vasıtasıyla birinci itfa taksidi ile itibarî faiz fiatı ve obligasyonun devam müddeti malûm olursa nominal kıymetinin yani «S» in hesaplanması mümkün olur.

4 — İstikrazın nominal kıymeti, faiz ve istikrazın devamı müddeti malûm olduğu takdirde ilk taksidin hesaplanması.

Tanzim ettiğimiz (3) numaralı formüle istinaden aşağıdaki müsavatı elde edebiliriz :

$$T = \frac{S(q - 1)}{q^n - 1} \quad (4)$$

Bu formül vasıtasıyla istikrazın tutarı ile itibarî faiz fiatı ve obligasyonun devam müddeti malûm olursa birinci itfa taksidi bulunur.

5 — Anüite, faiz fiatı ve istikrazın devam müddeti malûm olduğu takdirde istikrazın nominal kıymetinin hesaplanması.

Şimdi ise (3) numaralı formülün tanziminden evvel, muhtelif senelere ait itfa taksitlerini gösteren cetvelin son sütununda bulunan ifadeleri — ki bunların toplamı itfa taksitlerinin mecmuuna dolayısıyla istikraz edilen meblâğa müsavidir — S ile gösterecek olursak aşağıdaki müsavat meydana çıkar :

$$S = \frac{A}{q} + \frac{A}{q^2} + \frac{A}{q^3} + \dots + \frac{A}{q^{n-2}} + \frac{A}{q^{n-1}} + \frac{A}{q^n}$$

$$= A \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \frac{1}{q^3} + \frac{1}{q^4} + \dots + \frac{1}{q^{n-2}} + \frac{1}{q^{n-1}} + \frac{1}{q^n} \right)$$

Elde ettiğimiz bu müsavatın her iki tarafını «q» ile çarpalım :



$$Sq = A \left( 1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \dots + \frac{1}{q^{n-3}} + \frac{1}{q^{n-2}} + \frac{1}{q^{n-1}} \right)$$

Birinci muadeleyi ikinciden çıkardıktan sonra aşağıdaki müsavat elde edilmiş olur :

$$S(q-1) = \frac{A(q^n - 1)}{q^n}$$

$$S = \frac{A(q^n - 1)}{q^n(q-1)} \quad (5)$$

Bu formül vasıtasıyla anüite ile itibari faiz fiatı ve obligasyonun devam müddeti malûm olursa, nominal kıymetin yani S in hesaplanması mümkün olur.

6 — İstikrazın nominal kıymeti, faiz fiatı, ve istikrazın devam müddeti malûm olduğu takdirde anüitenin hesaplanması.

Tanzim ettiğimiz (5) numaralı formüle istinaden aşağıdaki müsavatı elde edebiliriz :

$$A = \frac{Sq^n(q-1)}{q^n - 1} \quad (6)$$

Şu halde anüitenin bulunması, ikraz edilen tutar ile faiz fiatı ve müddet malûm bulunduğu takdirde yukarıdaki formül ile kabil olur.

7 — Anüitenin hesaplanmasını gösteren bir misal.

Meselâ % 5 faizli 1 000 000 T.L. hk bir obligasyon beş sene zarfında müsavi anüitelerle itfa edilmek istenildiğinde senelik anüite tutarının ne olacağı (6) numaralı formül ile hesaplanabilir. Şöyle ki:

$$A = \frac{1\,000\,000 \times 1.05^5 \times 0.05}{1.05^5 - 1}$$

$$\log A = \log 1\,000\,000 + 5 \log 1.05 + \log 0.05 - \log (1.05^5 - 1)$$

log 1 000 000	6. — —	
5 log 1.05	0.10 595	
log 0.05	0.69 897	2. — —
log(1.05 <sup>5</sup> —1)	1. — —	0.44 138
	7.80 492	2.44 138
	2.44 138	

$$\log A = 5.36\,354$$

$$A = 230\,974.80$$

Şu halde anüite 230 974.80 T.L. dir.

### 8 — İtfa plânı.

Yukarıda görüldüğü şekilde anüite bulunduktan sonra aşağıdaki itfa plânı çizilebilir :

Yıllar	Yıl sonlarında ödenecek faiz tutarları T.L.	İtfa taksitleri T.L.	Anüiteler T.L.	Yıl sonlarında borç bakiyeleri T.L.
1	50 000.00	180 974.80	230 974.80	819 025.20
2	40 951.26	190 023.54	»	629 001.66
3	31 450.08	199 524.72	»	429 476.94
4	21 473.85	209 500.95	»	219 975.99
5	10 998.78	219 975.99	»	— — —

### 9 — İtfa plânının şematik bir surette gösterilmesi.

İtfa plânını şematik bir surette gösterecek olursak aşağıdaki şekli alır :

## Anüiteler

İtfa taksitleri	Faiz tutarları	
180 974.80 T.L. +	50 000.00 T.L. =	230 974.80 T.L.
180 974.80 T.L. +	9.048.74 + 40 951.26 T.L. =	»
180 974.80 T.L. +	18 549.92 + 31 450.08 T.L. =	»
180 974.80 T.L. +	28 526.15 T.L. + 21 473.85 T.L. =	»
180 974.80 T.L. +	39 001.22 T.L. + 10 998.78 T.L. =	»

2 nci seneden itibaren tasarruf edilerek itfa taksitlerine ilâve edilen faiz tutarları

*d — Hakikî itfa taksitlerinin nazarı itibare alınması meselesi :*

Yukarıda verdiğimiz misalde borçlu işletmenin borçlanmış olduğu 1 000 000 lirayı ödeyebilmesi için beş sene müddetle her senenin sonunda 230 974.80 lira tediye etmesi icap etmektedir ki, bunun birinci senede 180 974.80 lirası itfa taksidi ve 50 000 lirası ise faiz tutarıdır. Borçlu müessesenin ihraç ettiği tahvilâtın beherinin nominal kıymetinin 1 000 lira olduğunu kabul edecek olursak birinci sene, borcuna mukabil ödediği 180 974.80 lira ile itfa edebileceği tahvilât miktarı ne olabilecektir? Ve yahut, ilk sene 180 adet tahvilât itfa edilecek olursa formül vasıtasıyla elde edilen anüiteye göre ödenecek olan 180 974.80 liranın fazlalık teşkil eden 974.80 lirası ne olacaktır gibi bir takım suallerle karşılaşılabilmir.

1 — Ek itfa plânı.

İşte bu nevi sualleri bertaraf edebilmek için itfanın, tahvilâtın nominal kıymeti nazarı itibare alınmak suretile ancak yapılabileceğini derhal söylememiz icap eder. Ve bunun yapılabilmesi için de borçlu işletmenin aşağıda görüldüğü şekilde tahvillerin adedini gösterir bir plân tanzim etmesi lâzımgelir.

Yıllar	Her yıl tedavülde bulunacak olan tahvilât adedi	Her yıl sonunda itfa edilecek tahvilât adedi	Her yıl sonunda tedavülde bulunacak tahvilât adedi
1	1 000	180	820
2	820	190	630
3	630	200	430
4	430	210	220
5	220	220	—
		1 000	

## 2 — Hakikî itfa plânı.

Yukarıdaki plân her sene başında ve sonunda tedavülde bulunan tahvilât adedi ile her sene itfa edilecek tahvilât miktarını göstermektedir. Bu suretle evvelce tanzim edilmiş olan itfa plânına ek bir plân daha ihzar edilmiş olur. Bu iki plân tevhit edildiği takdirde, aşağıda görülen hakikî itfa plânı tertiplenebilir. Şöyle ki :

Yıllar	Nazarî itfa T.L.	Hakikî itfa T.L.	Faiz tutarı T.L.	Borç Bakiyesi T.L.	Hakikî anüiteler T.L.
1	180 974.80 — 180 000.00 ----- 974.80	180 000.00	50 000.00	820 000.00	230 000.00
2	+ 190 023.54 ----- 190 998.34 — 190 000.00 ----- 998.34	190 000.00	41 000.00	630 000.00	231 000.00
3	+ 199 524.72 ----- 200 523.06 — 200 000.00 ----- 523.06	200 000.00	31 500.00	430 000.00	231 500.00
4	+ 209 500.95 ----- 210 024.01 — 210 000.00 ----- 24.01	210 000.00	21 500.00	220 000.00	231 500.00
5	+ 219 975.99 ----- 220 000.00 — 220 000.00 ----- 000.00	220 000.00	11 000.00	-----	231 000.00
	000 000.00	1 000 000.00	155 000.00		1 155 000.00

Yukarıda tanzim ettiğimiz itfa plânı hem nazari ve hem de hakikî itfa taksitlerini ihtiva etmektedir. Nazari itfa taksitleri formül vasıtasıyla hesaplanan anüite miktarından her seneye isabet eden faiz tutarının çıkarılmasıyla elde edilir. Halbuki, tatbikatta tahvillerin nominal kıymetleri yalnız yuvarlak tutarlar ile (100, 500, 1 000 lira gibi) ifade edildiklerinden hakikî itfa taksitleri formül ile

elde edilen itfa taksitlerine hemen hemen hiç bir zaman eşit olamazlar. Bu sebeple her sene sonunda, misâlimizde açıkca gösterilmiş olduğu veçhile husule gelen farklar müteakip itfa taksitlerine ilâve edilmek suretiyle nazarı itibara alınmış olunurlar.

*e — Her hangi bir seneye isabet eden itfa taksidinin hesaplanması :*

Elde ettiğimiz (1) numaralı formüle göre anüite  $Tq^n$  ile ifade edilmektedir. Bu itibarla istenilen her hangi bir senenin itfa taksidinin hesaplanması mümkün olur. Çünkü, her itfa taksidi, bundan evvel de göstermiş olduğumuz veçhile, ceometrik seri ile yani «q» ile artmaktadır. Şöyle ki :

$$T_1 = T = \frac{A}{q^n}$$

$$T_2 = Tq = \frac{A}{q^{n-1}}$$

$$T_n = Tq^{n-1} = \frac{A}{q^{n-(n-1)}}$$

Şu halde her hangi (x) olan bir seneye ait itfa taksidini bulabilmek için muhtelif mutalara göre aşağıdaki iki formülden istifade etmek mümkündür.

1 — Birinci itfa taksidi ve itibarı faiz fiatı malûm olduğu takdirde.

$$T_x = Tq^{x-1} \quad (7)$$

Yukarıda ele aldığımız misaldeki dördüncü seneye ait itfa taksidini bulmak istediğimizi ve birinci taksidin de malûm olduğunu farzedelim.

$$\begin{aligned} T_4 &= 180\,974.80 \times 1.05^3 \\ &= 209\,500.95 \end{aligned}$$

Şu halde misalimizde dördüncü seneye düşen itfa taksidi 209 500.95 T.L. dir.

2 — Anüite ve itibarî faiz fiatı malûm olduğu takdirde.

$$T_x = \frac{A}{q^{n-(x-1)}} \quad (8)$$

T, yani birinci taksit malûm olmayıp ta A malûm olduğu takdirde dördüncü seneye ait itfa taksidini (8) numaralı formüle göre çözebiliriz :

$$\begin{aligned} T_4 &= \frac{230\ 974.80}{1.05^{5-(4-1)}} \\ &= \frac{230\ 974.80}{1.05^2} \\ &= 209\ 500.95 \end{aligned}$$

Şu halde misalimizde dördüncü seneye düşen itfa taksidi 209 500.95 T.L. sıdır.

f — Her hangi bir seneye isabet eden faiz tutarının hesaplanması :

Her hangi bir seneye düşen faiz tutarını bulmak icap ederse, aşağıda görüldüğü şekilde bir formül tanzim edilebilir :

$$A = T_x + Z_x \quad (Z \text{ senelik faiz tutarını ifade etmektedir.})$$

Bun göre :

$$Z_x = A - T_x$$

$$T_x = \frac{A}{q^{n-(x-1)}}$$

olduğundan

$$Z_x = A - \frac{A}{q^{n-(x-1)}}$$

$$Z_x = A \left( 1 - \frac{1}{q^{n-(x-1)}} \right) \quad (9)$$

(9) numaralı formül vasıtasıyla yukarıda vermiş olduğumuz misalde dördüncü seneye düşen faiz tutarını doğrudan doğruya bulabiliriz :

$$\begin{aligned} Z_4 &= 230\,974.80 \left( 1 - \frac{1}{1.05^{5-(4-1)}} \right) \\ &= 230\,974.80 (1 - 0.907\,029\,48) \\ &= 21\,473.85 \end{aligned}$$

Şu halde, dördüncü seneye isabet eden faiz tutarı 21 473.85 T.L. sıdır.

*g — Muayyen bir devreye kadar itfa taksitlerinin yekûmunun hesaplanması :*

Bazen muayyen devrelere ait itfa taksitlerinin yekûnunu hesap etmek lâzımgelir. T yani birinci taksit malûm olursa, şüphe yoktur ki, mevzubahis olan devre adetleri x ile ifade edilmek şartıyla :

$$\sum_1^x (T) = T + Tq + Tq^2 + \dots + Tq^{x-2} + Tq^{x-1}$$

olmuş olur.

(3) ve (5) inci formüllerin tanziminde gösterilen şekilde yukarıdaki müsavatın her iki tarafını da q ile çarpmak ve birinci eşitliği ikinciden çıkartmak suretile aşağıdaki formül elde edilir :

$$\sum_1^x (T) = \frac{T (q^x - 1)}{q - 1} \quad (10)$$

Bu formülde T birinci taksit, q obligasyonun itibarî faiz emsâlidir. «x» ise mevzubahis olan devreyi gösterir.



Tabiatıyla  $x=n$  olursa, istikrazın bütün müddeti boyunca itfa taksitlerinin yekûnu hesaplanmış olur.

Yukarıda vermiş olduğumuz misalde 3 üncü senenin sonuna kadar itfa taksitlerinin yekûnunu bulmak istediğimiz takdirde (10) numaralı formülden istifade edebiliriz. Şöyle ki :

$$\sum_1^3 (T) = \frac{180\,974.80 (1.05^3 - 1)}{0.05}$$

$$= 570\,523.06$$

Şu halde, ilk üç senede itfa taksitlerinin yekûnu 570 523.06 T.L. sına balığ olmaktadır.

*h — Muayyen bir devrenin sonuna kadar faiz tutarlarının yekûnunun hesaplanması :*

İtfa plânı tanzim etmeden aşağıda gösterdiğimiz şekilde elde edilen formül vâsıtasıyla muayyen bir devrenin sonuna kadar faiz tutarlarının yekûnunu hesaplamak kabildir. Her seneye düşen faiz tutarları umumî olarak şu suretle ifade edilebilir :

1 inci seneye ait faiz tutarı	$S (q - 1)$
2 inci » » » »	$(S - T) (q - 1)$
3 üncü » » » »	$[S - (T + Tq)] (q - 1)$
4 üncü » » » »	$[S - (T + Tq + Tq^2)] (q - 1)$
5 inci » » » »	$[S - (T + Tq + Tq^2 + Tq^3)] (q - 1)$

Yukarıdaki ifadelerin toplamları aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$[5S - (4T + 3Tq + 2Tq^2 + Tq^3)] (q - 1)$$

Bu elde ettiğimiz ifadenin  $4T + 3Tq + 2Tq^2 + Tq^3$  kısmını daha basit bir surette gösterebilmek için aşağıdaki ameliyenin icrası lâzımgelir. Bu ifadenin toplamına (K) diyelim :

$$K = 4T + 3Tq + 2Tq^2 + Tq^3$$

Yukarıdaki müsavatın her iki tarafını da  $q$  ile çarpmak ve birinci eşitliği ikinciden çıkarmak suretiyle aşağıdaki formül elde edilir :

$$Kq - K = Tq + Tq^2 + Tq^3 + Tq^4 - 4T$$

Elde ettiğimiz müsavatın  $Tq + Tq^2 + Tq^3 + Tq^4$  kısmı ise (M) ile ifade edildiği takdirde, aşağıdaki eşitlik meydana gelir :

$$M = Tq + Tq^2 + Tq^3 + Tq^4$$

Bu eşitliğin her iki tarafını q ile çarpalım :

$$Mq = Tq^2 + Tq^3 + Tq^4 + Tq^5$$

Birinci müsavatı ikinciden çıkaralım :

$$Mq - M = Tq^5 - Tq$$

$$M(q - 1) = Tq(q^4 - 1)$$

$$M = \frac{Tq(q^4 - 1)}{q - 1}$$

Bu suretle  $Tq + Tq^2 + Tq^3 + Tq^4$  tabirini  $\frac{Tq(q^4 - 1)}{q - 1}$  şeklinde ifade

etmiş oluruz.

Yukarıda elde ettiğimiz müsavatta  $Tq + Tq^2 + Tq^3 + Tq^4$  yerine

$\frac{Tq(q^4 - 1)}{q - 1}$  tabirini koyabiliriz. Şöyle ki :

$$Kq - K = \frac{Tq(q^4 - 1)}{q - 1} - 4T$$

$$K = \frac{Tq(q^4 - 1)}{(q - 1)^2} - \frac{4T}{q - 1}$$

Netice itibariyle faizlerin yekûnu şu suretle ifade edilebilir :

$$\left[ 5S - \left( \frac{Tq(q^4 - 1)}{(q - 1)^2} - \frac{4T}{q - 1} \right) \right] (q - 1)$$

Yukarıki şekli basitleştirdikten sonra aşağıdaki umumî formülü elde edebiliriz :

$$\sum_1^x (Z) = xS (q-1) - \frac{Tq (q^x - 1)}{q-1} + (x-1) T \quad (11)$$

Formülde «x» mevzubahis olan devre adedini göstermektedir.

Şu halde, ele almış olduğumuz misalde iki sene zarfında ödenen faiz tutarlarının yekûnunu (11) numaralı formül vasıtasıyla hesaplamak mümkündür :

$$\begin{aligned} \sum_1^2 (Z) &= 2\,000\,000 \times 0.05 - \frac{180\,974.80 \times 1.05 \times 0.05}{0.05} + 180\,974.80 \\ &= 90\,951.26 \end{aligned}$$

Şu halde ele aldığımız misalde işletme iki sene zarfında 90 951.26 T.L. sı faiz ödemiş olacaktır.

*i — Bir istikrazın devam müddetinin hesaplanması :*

(1) numaralı formülden hareket edecek olursak :

$$A = Tq^n$$

$$q^n = \frac{A}{T_1}$$

$$n \log q = \log A - \log T_1$$

$$n = \frac{\log A - \log T_1}{\log q} \quad (12)$$

yukarıdaki formülü elde etmiş oluruz.

Meselâ, 100 lira nominal kıymetinde %5 faizli bir istikrazın anüitesinin 12, ilk itfa taksidinin 7 T.L. sı olduğunu kabul ettiğimiz takdirde istikrazın devam müddeti (12) numaralı formül vasıtasıyla çözülebilir. Şöyle ki :

$$n = \frac{\log 12 - \log 7}{\log 1.05}$$

$$= 11.0467$$

Şu halde istikrazın devam müddeti 11 sene 17 gündür.

*j* — *İstikrazın son itfa yılında geriye kalan borç miktarı ile son anüitenin hesaplanması.*

1 — Mes'elenin vaz'ı.

Bazı hallerde tahvilât ihraç eden işletme borcunu kendisinin te-diye kabiliyetini gözününde bulundurarak seneden seneye ödeyebileceği müsavi anüite tutarlarını hiç bir formüle baş vurmada-n önceden tesbit etmek suretiyle itfa edebilir.

Meselâ, %5 faizli 1 000 000 T.L. lık nominal kıymetinde bir ob-ligasyon ihraç eden bir işletmenin borcunu her sene 130 000 liralık anüitelerle ödeyeceğini farzedelim. Bu şartlar altında mezkûr işlet-menin ne kadar bir müddet zarfında borcunu tamamen itfa edece-ğini (12) numaralı formül vasıtasıyla hesaplamak mümkündür. Lâ-kin bir çok hallerde (12) numaralı formüle ufak bir ilâve yapmak muvafık olur. Şöyle ki :

$$n + \frac{1}{r} = \frac{\log A - \log T}{\log q} \quad (13)$$

Formüle  $\frac{1}{r}$  in ilâvesi, «n» in kesirli bir rakam olması halin-de husule gelecek güçlüğü bertaraf edebilmek için yapılır. Bu su-retle «n» tam bir rakam ve  $\frac{1}{r}$  de senenin bir kısmını ifade etmiş olur.

$$n + \frac{1}{r} = \frac{\log 130\,000 - \log 80\,000}{\log 1.05}$$

log 130 000	5.113 9434
log 80 000	— 4.903 0900
	<hr/>
	0.210 8534
log 1.05	0.021 1893
	0.210 8534 / 0.021 1893 = 9.950 9375

$$n + \frac{1}{r} = 9.950 9375$$

Demek oluyor ki,  $n=9$  ve  $1/r=0.950 9375$  dir. Yani obligasyonun devam müddeti 9.950 9375 senedir. Şu halde son olarak ödenecek olan anüite evvelki anüiteler tutarında olmayacaktır.

2 — Son itfa yılında geriye kalan borç miktarının bulunması.

Devam müddeti, yani «n» i evvelce de izah etmiş olduğumuz gibi tam bir rakam olarak kabul ettiğimiz takdirde «n» inci senenin sonuna kadar yapılan itfa taksitlerini aşağıdaki formüle göre hesaplamak mümkün olur.

«n» inci senenin sonuna kadar ödenen itfa taksitlerinin yekûnu müsavidir,  $\frac{T(q^n - 1)}{q - 1}$

Bu eşitlikte T ilk taksidi, n ise tam bir rakam olan sene adedini q da itibarî faiz emsalini göstermektedir. Bu suretle «x» inci senenin sonunda geriye kalan borç bakiyesi — «S» istikrazın tutarını ifade ettiği takdirde — aşağıda yazıldığı şekilde ifade edebiliriz :

$$S - T \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

3 — Son itfa yılının faiz tutarının bulunması.

Ve bu geriye kalan borcun, faizini de,  $1/r$  müddeti için aşağıda görüldüğü veçhile hesaplamak kabildir :

$$\left( S - T \frac{q^n - 1}{q - 1} \right) (q - 1)^{1/r}$$

4 — Son itfa yılının anüitesinin bulunması.

Bu suretle kesirli senenin anüitesini aşağıdaki formüle göre doğrudan doğruya hesaplayabiliriz. Şöyle ki :

$$A_{(n+1/r)} = \left( S - T \frac{q^n - 1}{q - 1} \right) + \left( S - T \frac{q^n - 1}{q - 1} \right) (q - 1)^{1/r}$$

Yukarıdaki formül daha basit bir şekle sokulabilir :

$$A \left( n + \frac{1}{r} \right) = \left( S - T \frac{q^n - 1}{q - 1} \right) \left[ 1 + (q - 1)^{1/r} \right] \quad (14)$$

Şimdi bu formülü misalimize tatbik edelim :

$$A_{9.9509375} = \left( 1\,000\,000 - 80\,000 \frac{1.05^9 - 1}{0.05} \right) \left( 1 + 0.05 \times 0.9509375 \right)$$

log 80 000	4.9030900	
log (1.05 <sup>9</sup> - 1)	0.7414100	1. ———
log 0.05	2. ———	0.6989700
	7.6445000	1.6989700

$$\log \sum_1^9 (T) = 7.6445000 - 1.6989700 = 5.9455300$$

$$\sum_1^9 (T) = 882\,124.69$$

Şu halde misalimizde ilk dokuz senenin itfa taksitlerinin yekûnu 882 124.69 T.L. sıdır.

Obligasyonun nominal kıymeti	1 000 000.00
İlk 9 senenin itfa taksitlerinin yekûnu	— 882 124.69

117 875.31

10 uncu seneye ait anüite şu suretle hesaplanır :

$$(1\ 000\ 000 - 882\ 124.69) (1 + 0.05 \times 0.9509375) = 123\ 479.91$$

Şu halde 10 uncu seneye düşen anüite 123 479.91 T.L. sıdır.

5 — İtfa plânı vasıtasıyla meselenin halli.

Yukarıda formüller vasıtasıyla elde ettiğimiz neticeleri itfa plânı tanzimi suretiyle de temin etmek mümkündür. Şöyle ki : Her seneye düşen itfa ve faiz tutarlarını ve aynı zamanda her sene ödenecek olan anüiteleri aşağıdaki şekilde gösterelim :

Yıllar	Her sene başında mevcut borç T.L.	Her yıl sonunda ödenen itfa taksitleri T.L.	Her yıl sonunda ödenen faiz tutarları T.L.	Anüiteler T.L.
1	1 000 000.00 — 80 000.00	80 000.00	50 000.00	130 000.00
2	920 000.00 — 84 000.00	84 000.00	46 000.00	»
3	836 000.00 — 88 200.00	88 200.00	41 800.00	»
4	747 800.00 — 92 610.00	92 610.00	37 390.00	»
5	655 120.00 — 97 240.50	97 240.50	32 759.50	»
6	557 949.50 — 102 102.52	102 102.52	27 897.48	»
7	455 846.98 — 107 207.65	107 207.65	22 792.35	»
8	348 639.33 — 112 568.03	112 368 03	17 431.97	»
9	236 071.30 — 118 196 43	118 196.43	11 803.57	»
10	117 874.87 — 117 874.87	117 874.87	5 603.12	123 477.99
		1 000 000.00	293 477.99	1 293 477.99

Yukarıda tanzim ettiğimiz plâna göre 10 uncu seneye düşen borç bakiyesi 117 874.87 T.L. sıdır. Kalan borcun faizini de 0.950.9375

rakamını gün adedine çevirmek suretiyle hesaplamak kabildir. Şöyle ki :

$$\frac{365 \times 951}{1000} = 347 \text{ gün}$$

Şu halde geri kalan borcun faizi ancak 347 gün üzerinden hesaplanması icap eder. Buna göre son seneye düşen faiz tutarı

$$\frac{117874.87 \times 5 \times 347}{1000} = 36500$$

müsavi 5 603.12 T.L. sıdır.

Ve geriye kalan borç tutarı ile mezkûr borç üzerinden hesaplanan faiz tutarını topladığımızda son ödenecek anüiteyi bulmuş oluruz. O da :

$$\begin{array}{r} 117874.87 \\ 5603.12 \\ \hline \end{array}$$

123 477.99 T.L. sı eder.

Şu halde 10 uncu seneye düşen aünite 123 477.99 T.L. sıdır

#### IV — ACIOLU İTFA.

Bazı hallerde istikrazların itfaları itibarî kıymetleri üzerinden yapılmayıp bir acio ilâvesiyle başa başın üstünde yapılmaktadır. Aciolu itfa bütün itfa metodlarında mevzubahs olabilir. Yalnız, müsavi anüitelerle itfa usulünde acio meselesi bazı riyazî ameliyelerin icrasını icap ettirmesi dolayısıyla bu yazımızda bu hususa da yer vermeyi faydalı buluyoruz.

Müsavi anüitelerle aciolu itfa usulünde anüitelerin hesaplanmasında belli başlı iki metod yer almaktadır. Şöyle ki :

##### a — Birinci metot :

Bu metot etüdümüzün baş taraflarında kullandığımız (6) numaralı formülden istifade edebilmek için bir yardımcı faiz fiatının hesaplanmasını gaye ittihaz etmektedir.



## 1 — Yardımcı faiz fiatı ve hesaplanması.

Senelik itfa taksidi ile faiz tutarını ihtiva eden anüite, acio mevzu bahis olduğu hallerde, tabiatıyla başka usuller tahtında hesaplanır. Her seneye düşen anüite müsavi tutularak istikrazın acio ile itfasında, her itfa taksidinde acio denilen bir miktar da mevcut bulunur. Aciolu itfa usulünde anüiteleri hesap edebilmek için istikrazın tutarı acio ile fazlaştırıldıktan sonra elde edilen miktar, nominal kıymet olarak kabul edilmelidir. Meselâ, bir işletmenin % 2.5 faiz fiatı üzerinden 1.000.000 T.L.lık tahvilât ihraç etmiş olduğunu ve 5 sene zarfında % 25 acio ile borcunu itfa edeceğini farzedelim.

Bu şartlar altında istikrazda bulunan işletme, satmış olduğu her 100 T.L.lık kupüre mukabil haddi zatında 125 T.L. sı borçlanmış oluyor demektir. Ve borçlanmış bulunduğu 125 T.L. sı için de her sene % 2.5 dan faiz ödemektedir. Şu halde, 125 T.L. sı borcuna mukabil işletme % 2.5 dan faiz ödemekte olduğuna göre, 100 T.L.lık borcuna mukabil ödemesi icap eden faiz fiatını hesaplamamız icap eder. Şöyle ki :

$$\frac{100 \times 2.5}{125} = \frac{250}{125} = 2\%$$

Bu elde ettiğimiz % 2 faiz fiatına «Yardımcı faiz fiatı» [2] ismi verilebilir. Binaenaleyh yardımcı faiz fiatının hesaplanabilmesi için aşağıda görüldüğü şekilde bir formülün tanzimi mümkündür :

$$\text{Yardımcı Faiz fiatı} = \frac{\text{İtibarı faiz fiatı} \times 100}{100 + \text{Acio tutarı}} \quad (15)$$

## 2 — Yardımcı faiz fiatının rolü.

Bu suretle nominal faiz fiatı yerine bir yardımcı faiz fiatı hesaplanmış ve aynı zamanda mustakriz müessesesinin ödemesini taahhüt ettiği acio tutarı istikrazın topyekûn nominal kıymetine ilâve edilmiş olur. Ve bunun neticesinde de istikraz aciosuz bir itfa ma-

[2] Bu hususta tetkik etmiş olduğumuz eserlerin hiç birinde «yardımcı faiz fiatı» tabirine rastlamamış bulunmakla beraber yukarıda izah ettiğimiz şekilde aciolu itfalarda itibarı faiz fiatına muadil bir faiz fiatı hesaplanması suretiyle, bu etütte yer almış olan (6) numaralı formülün doğrudan doğruya kullanılmasını mümkün kılan bu faiz fiatına «yardımcı» sıfatını vermek yerinde olur kanaatmdayız.

hiyetini iktisap eder, ve bu etütte gösterilmiş olan (6) numaralı formülün kullanılmamasına biç bir sebep kalmamış olur. Şöyle ki :

$$A = \frac{1250\ 000 \times 1.02^5 \times 0.02}{1.02^5 - 1}$$

$$A = 265\ 198.00$$

Yani her seneye düşen anüite 265 198.00 T.L. sıdır.

*b — İkinci metot :*

Yukarıda izahına çalışılan ameliyeye baş vurmadañ yani, istikrazın nominal kıymetinin ve aynı zamanda itibarî faiz fiatmın değıştirilmesine lüzum kalmadañ itfanın aciolu olarak yapılması mümkündür. Bu halde, Alman matematisyenlerinden Löwy [3] nin anüiteyi doğrudan doğruya bulabilmek için tanzim etmiş olduğı formülün kullanılması icap eder :

1 — Löwy formülü.

$$A = \frac{100 i}{1 - \left( \frac{1}{1 + \frac{100 i}{\text{Tediye fiatı}}} \right)^n} \quad (16)$$

Bu formül 100 liralık itibarî kıymetli obligasyonlar için mu-teberdir. Hesap edilen anüite aynı zamanda faiz ile itfa taksidin-den maada acio tutarını da ihtiva etmektedir. «i» harfi ise 1 liraya düşen senelik faiz fiatını ifade eder. Yukarıda ele aldığımız misali bu formül vasıtasıyla çözebiliriz :

$$A = \frac{100 \times 0.025}{1 - \left( \frac{1}{1 + \frac{100 \times 0.025}{125}} \right)^5}$$

[3] «Mathematik des Geld und Zahlungsverkehrs» adlı eserinden.

$$= \frac{2.50}{1 - \left( \frac{125}{127.5} \right)^5}$$

$$= 26.5198$$

Şu halde her seneye düşen anüite 100 T.L. sı için 26.5198 T.L. sıdır.

Misalimizde istikraz edilen miktar 1000 000 olduğuna göre :

$$26.5198 \times 1000\ 000 = 26\ 5198.00\ \text{T.L. sı olmuş olur.}$$

İstikrazlar acio ile itfaya tabi tutulduklarında umumiyetle bu etütte izahına çalışılmış bulunan iki usulden birine baş vurulur. Açıkca görüldüğü veçhile her iki usul de bize aynı neticeyi vermektedir. Elde edilen 265 198.00 T.L. sı değerindeki anüitenin itfa taksitlerini, faiz ve acio tutarlarını bulmamız ve ona göre bir itfa plânı tanzim etmemiz lâzımgelir. Şöyle ki :

Yıllar	Sene Başında borç T.L.	İtfa taksitleri T.L.	Acio tutarları T.L.	Faiz tutarları T.L.	Anüite T.L.	Sene sonunda borç T.L.
1	1 000 000—	192 158.40	48 039.60	25 000.00	265 198.00	807 841.60
2	807 841.60	196 001.56	49 000.40	20 196.04	»	611 840.04
3	611 840.04	199 921.60	49 980.30	15 296.00	»	411 918.44
4	411 918.44	203 920.03	50 980.00	10 297.96	»	207 998.41
5	207 998.41	207 998.41	51 999.60	5 199.96	»	—
		1 000 000.00	250 000.00	75 989.96		

### 3 — İtfa plânının izahı.

Böyle bir itfa plânının tanziminde evvelâ faiz tutarı bulunur. Mezkûr miktar anüiteden çıkarıldıktan sonra geriye kalan tutar, hem itfa taksidini ve hem de acio tutarını ihtiva etmektedir. İtfa taksidi ile acio tutarının neye balığ olduklarını da iç yüzde hesabı metoduna göre hesaplamak icap eder. Meselâ, yukarıda ele aldığı-

mız itfa tablosundaki ilk seneye ait faiz ve acio tutarlariyle itfa taksidinin nasıl hesaplanmış olduklarını gösterelim.

Taahhüt edilen borç	1000 000.—	T.L.
	0,025	
İlk yıla düşen faiz tutarı	25 000	T.L.
Anüite	265 198	T.L.
İlk yıla düşen faiz tutarı	25 000.00	T.L.
İtfa taksidi ile acio tutarını ihtiva eden kısım	240 198.00	T.L.

İç yüzde hesabı metodu vasıtasıyla ilk yıla düşen itfa taksidinin bulunması :

$$\frac{2\ 401.98 \times 100}{125} = 192\ 158.40 \text{ T.L.}$$

İlk yıla düşen acio tutarının hesaplanması :

$$\begin{array}{r} 240\ 198.00 \text{ T.L.} \\ - 192\ 158.40 \text{ T.L.} \\ \hline 48\ 039.60 \text{ T.L.} \end{array}$$

## BİBLİYOGRAFYA

- Kent, F.C. : «Compound Interest and Annuity Tables,» 1926, McGraw - Hill, New York.
- Spitzer - Simon : «Tabellen für die Zinseszinsen und Rentenrechnung» 1922, 6 th edition, Carl Gerold's Sohn, Vienna.
- Simpson, Pirenian, Crenshaw : «Mathematics of Finance, Prentice-Hall, Inc. New York 1950.
- Justin H. Moore - Handbook of Financial Mathematics Prentice-Hall, Inc. New York 1947.
- Forsyth, C. H. : «Intraduction to the Mathematical Theory of Finance,» 1928, John Wiléy and Sons, New York.
- Kent, F.C. : «Mathematical Principles of Finance,» 1927, 2nd Edition, Mc Graw Hill, New York.
- Paul L. Smail : «Mathematics of Finance.»  
Mc Graw - Hill Book Company, Inc. New York 1953.
- Llewellyn R. Snyder «Essential Business Mathematics» 2 nd Edition.  
Mc Graw - Hill Book Company, Inc. New York 1953.
- Paul R. Rider and Carl H. Fischer, «Mathematics of Innestment.» Rinehart and Company, Inc. New York. Toronto 1951.

**ETÜDÜMÜZDE İSTİHRAÇ EDİLEN FORMÜLLER  
VE MANALARI**

	Formüller	<i>Formülün manası</i>
1	$A = T_1 \cdot q^n$	Anüitenin bulunması için kullanılan formül.
2	$T_1 = \frac{A}{q^n}$	Birinci itfa taksidinin bulunması için kullanılan formül.
3	$S = \frac{T(q^n - 1)}{q - 1}$	Nominal kıymetin bulunması için kullanılan formül.
4	$T = \frac{S(q - 1)}{q^n - 1}$	Birinci itfa taksidinin bulunması için kullanılan formül.
5	$S = \frac{A(q^n - 1)}{q^n(q - 1)}$	İstikrazın nominal kıymetinin bulunması için kullanılan formül.
6	$A = \frac{Sq^n(q - 1)}{q^n - 1}$	Anüitenin bulunması için kullanılan formül.
7	$T_x = Tq^{x-1}$	Muayyen bir yıla ait itfa taksidinin bulunması için kullanılan formüller.
8	$T_x = \frac{A}{q^n - (x - 1)}$	Muayyen bir yıla ait itfa taksidinin bulunması için kullanılan formüller.
9	$Z_x = A \left( 1 - \frac{1}{q^n - (x - 1)} \right)$	Muayyen bir yıla ait faiz tutarının bulunması için kullanılan formül.

	Formüller	Formülün Manası
10	$\sum_1^x (T) = \frac{T (q^x - 1)}{q - 1}$	Muayyen bir devreye kadar itfa taksitlerinin yekûnunun bulunması için kullanılan formül.
11	$\sum_1^x (Z) = x S (q-1) - \frac{Tq (q^x-1)}{q-1} + (x-1) T$	Muayyen bir devreye kadar faiz tutarlarının yekûnunun bulunması için kullanılan formül.
12	$n = \frac{\log A - \log T_1}{\log q}$	Obligasyonun devam müddetinin bulunması için kullanılan formül
13	$n + \frac{1}{r} = \frac{\log A - \log T}{\log q}$	Obligasyonun devam müddetinin bulunması için kullanılan formül.
14	$A_{(n + \frac{1}{r})} = \left( S - \frac{Tq^n - 1}{q - 1} \right) \left[ 1 + (q - 1) \frac{1}{r} \right]$	Devam müddeti kesirli olduğu takdirde son anüitenin bulunması için kullanılan formül.
15	$\text{Yardımcı Faiz Fiatı} = \frac{\text{İtibari faiz fiatı} \times 100}{100 + \text{Acio Tutarı}}$	
16	$A = \frac{100 i}{1 - \left( \frac{1}{1 + \frac{100.i}{\text{Tediye fiatı}}} \right)^n}$	Loewy Formülü» Aciolu itfa metodunda anüitenin bulunması için kullanılan formül. Loewy'nin «Mathematik des geld und Zahlungsverkehrs» adlı eserinden alınmıştır.